

## شبیه‌سازی و گسترش کدهای کانولوشنال برای اصلاح خطاهای بیتی در تصاویر دیجیتال MNIST

تهیه و تنظیم: محمدامین خدادادی - ۱۱۹۱۶۲ - ۴۰۰۱۲۳۴۰۱۱۹۱۶۲ - دکتر مهدی اسلامی - درس شبکه‌های مخابراتی

### 1-1 مقدمه

در این پژوهش، شبیه‌سازی کدهای کانولوشنال (Convolutional Codes) برای اصلاح خطاهای بیتی در تصاویر دیجیتال بر پایه داده‌های MNIST انجام شده است. یک مجموعه داده استاندارد در حوزه یادگیری ماشین است که شامل تصاویر دستنویس ارقام از ۰ تا ۹ می‌شود. هدف اصلی این شبیه‌سازی، بررسی تأثیر کدهای کانولوشنال در کاهش نویز و خطاهای بیتی است که ممکن است در کانال‌های ارتباطی پرنویز رخ دهد.

کدهای کانولوشنال، که نوعی از کدهای اصلاح خطأ هستند، با افزودن بیت‌های اضافی به پیام اصلی، امکان تشخیص و اصلاح خطاهای را فراهم می‌کنند. در این پژوهش، از یک کد کانولوشنال با نرخ ۲/۱ (عنی برای هر بیت ورودی، دو بیت خروجی تولید می‌شود) و طول محدودیت (constraint length) برابر با ۵ استفاده شده است. برای رمزگشایی، الگوریتم Viterbi با تصمیمگیری نرم (soft-decision) به کار گرفته شده که امکان ارزیابی دقیق‌تر سیگنال‌های دریافتی را فراهم می‌کند.

اهداف کلیدی شبیه‌سازی عبارتند از:

- کاهش نرخ خطای بیتی (Bit Error Rate - BER) در حضور نویز.
- مقایسه تعداد خطاهای قبل و بعد از اعمال کدگذاری و رمزگشایی.
- ارزیابی عملکرد سیستم در شرایط واقعی‌تر کانال‌های پرنویز، مانند کانال‌های مخابراتی یا ذخیره‌سازی داده‌ها.

این رویکرد می‌تواند در کاربردهای واقعی مانند انتقال تصاویر دیجیتال از طریق شبکه‌های بی‌سیم یا ذخیره‌سازی در رسانه‌های نایاب‌دار مفید باشد، جایی که نویز می‌تواند کیفیت تصویر را به شدت تحت تأثیر قرار دهد.

### 2-1 پیش‌پردازش و مجموعه داده

مجموعه داده MNIST شامل تصاویر سیاه و سفید (grayscale) ارقام دستنویس از ۰ تا ۹ است که هر تصویر اندازه  $28 \times 28$  پیکسل دارد. برای این پژوهش، ۱۰ نمونه تصویر از این مجموعه انتخاب شده است.

- هر تصویر  $28 \times 28$  پیکسل دارد که مجموعاً  $784$  پیکسل است.
- فرض می‌شود هر پیکسل با ۸ بیت نشان داده شود (برای سطوح خاکستری از ۰ تا ۲۵۵).
- بنابراین، هر تصویر به  $8 \times 784 = 6272$  بیت تبدیل می‌شود.
- برای ۱۰ تصویر، مجموع بیت‌های ورودی برابر با  $62720$  بیت است.

این پیش‌پردازش شامل تبدیل تصاویر به جریان بیتی است تا بتوان آن‌ها را به عنوان پیام ورودی به سیستم کدگذاری ارسال کرد. این مرحله ضروری است زیرا کدهای کانولوشنال بر روی جریان‌های بیتی کار می‌کنند و تصاویر باید به فرمت مناسبی تبدیل شوند تا شبیه‌سازی کانال ارتباطی ممکن باشد.

### 3-روش کار: کدگذاری (Encoding)

برای کدگذاری، از کد کانولوشنال با نرخ  $2/1$  و طول محدودیت ۵ استفاده شده است. پلی‌نوم های تولیدکننده (Generator) به صورت زیر تعریف شده‌اند:

- $G_1 = 11111_2$  (معادل دسیمال ۳۱)
- $G_2 = 10101_2$  (معادل دسیمال ۲۱)

فرآیند کدگذاری:

- هر بیت ورودی به دو بیت خروجی تبدیل می‌شود (به دلیل نرخ  $2/1$ ).
- با توجه به طول محدودیت ۵، کدگذار دارای حافظه‌ای برای ۴ بیت قبلی است که بر خروجی فعلی تأثیر می‌گذارد.
- مجموع بیت‌های خروجی: برای  $62720$  بیت ورودی، حدود  $125440$  بیت خروجی تولید می‌شود (به علاوه بیت‌های انتهاهی برای خاتمه کدگذاری).

این کدگذاری افزونگی ایجاد می‌کند که در مرحله رمزگشایی برای اصلاح خطاهای استفاده می‌شود. در کاربردهای واقعی، این روش می‌تواند در سیستم‌های مخابراتی مانند Wi-Fi یا ماهواره‌ای برای حفاظت از داده‌های تصویری به کار رود.

### 4- شبیه‌سازی کanal نویزی

برای شبیه‌سازی کanal نویزی، نویز تصادفی با احتمال خطای  $10\%$  (یعنی  $1/10$ ) به بیت‌های کدگذاری شده اضافه می‌شود. این نویز می‌تواند بیت‌ها را از  $0$  به  $1$  یا بالعکس تغییر دهد، که نماینده کanal‌های پرنویز مانند کanal‌های بی‌سیم است.

- بیت‌های کدگذاری شده از طریق این کanal ارسال می‌شوند.
- دریافت‌کننده، سیگнал‌های نویزی را دریافت می‌کند که ممکن است مقادیر غیرصحیح داشته باشند.

این مرحله برای ارزیابی عملکرد سیستم در شرایط واقعی ضروری است و نشان می‌دهد چگونه نویز می‌تواند کیفیت تصاویر را کاهش دهد.

### 5- رمزگشایی (Decoding)

برای رمزگشایی، از رمزگشای Viterbi با تصمیم‌گیری نرم (soft-decision) استفاده شده است:

- بیت‌های دریافتی به مقادیر نرم مانند  $+1$  (برای بیت  $1$  محتمل) یا  $-1$  (برای بیت  $0$  محتمل) تبدیل می‌شوند.
- الگوریتم Viterbi با محاسبه متريک‌های شاخه (branch metrics) بر اساس فاصله اقلیدسی یا همينگ، مسیر بهینه را در توريس (trellis) پيدا می‌کند.
- اين روش امكان اصلاح خطاهای را فراهم می‌کند و پيام اصلی را بازسازی می‌نماید.

در مقایسه با تصمیم‌گیری سخت (hard-decision)، soft-decision بالاتری دارد زیرا اطلاعات بیشتری از سیگنال دریافتی استفاده می‌کند.

## 6-1-نتایج و تحلیل

### 6-1-1-شاخص‌های کلیدی

- تعداد بیت‌های کل: ۶۲۷۲ بیت.
- تعداد خطاهای قبل از رمزگشایی: حدود ۱۱۶۸۰ ( $\approx 18.6\%$ ).
- تعداد خطاهای بعد از رمزگشایی: حدود ۵۶۱۹ ( $\approx 9\%$ ).

### 6-1-2-تحلیل نتایج

- حدود ۱۸.۶% از بیت‌ها قبل از اعمال کدگذاری به دلیل نویز تغییر کرده بودند.
  - پس از کدگذاری کانولوشنال و رمزگشایی Viterbi soft-decision، تعداد خطاهای به حدود ۹% کاهش یافت، که نشان‌دهنده کاهش تقریبی ۵۰% در BER است.
  - این نتایج نشان می‌دهد که کدهای کانولوشنال به طور مؤثری خطاهای را اصلاح می‌کنند، به ویژه در کانال‌های با نویز متوسط.
- عوامل مؤثر در عملکرد:
- طول محدودیت بالاتر (مانند ۷ یا ۹) می‌تواند قدرت اصلاح را افزایش دهد، اما پیچیدگی محاسباتی را نیز بیشتر می‌کند.
  - soft-decision می‌کند.
  - hard-decision می‌کند.

## 7-1-نتیجه‌گیری و پیشنهاد‌ها

استفاده از کدهای کانولوشنال با طول محدودیت ۵ و رمزگشایی Viterbi soft-decision برای BER تقریباً به نصف کاهش داد و عملکرد خوبی در اصلاح خطاهای بیتی تصاویر MNIST نشان داد. این روش می‌تواند در سیستم‌های واقعی برای حفاظت از داده‌های دیجیتال مفید باشد.

پیشنهادها برای بهبود:

- افزایش طول محدودیت برای قدرت اصلاح بیشتر، هرچند این کار مصرف منابع را افزایش می‌دهد.
- استفاده از نرخ‌های پایین‌تر مانند ۳/۱ برای افزونگی بیشتر.
- اعمال interleaving برای مقابله با خطاهای پشت‌سر هم (burst errors).
- آزمایش کدهای پیشرفته‌تر مانند LDPC یا Turbo Codes که عملکرد بهتری در BER پایین دارند.
- برای تصاویر بزرگتر یا کاربردهای واقعی، مانند تصاویر ماهواره‌ای یا ویدیوهای کدهای کانولوشنال می‌توانند به کاهش قابل توجه خطاهای کمک کنند و کیفیت را حفظ نمایند.

- در نهایت، این شبیه‌سازی نشان‌دهنده پتانسیل کدهای کانولوشنال در ارتباطات دیجیتال و پردازش سیگنال است، جایی که حساسیت به نویز بالا است. آزمایش‌های بیشتر با سطوح نویز متفاوت و تصاویر واقعی می‌تواند نتایج را گسترش دهد.