

## شبیه‌سازی و گسترش کدهای کانولوشنال برای اصلاح خطاهای بیتی در تصاویر دیجیتال MNIST

تهیه و تنظیم : محمدمین خدادادی - ۴۰۰۱۲۳۴۰۱۱۹۱۶۲ - دکتر مهدی اسلامی - درس شبکه های مخابراتی

### 1-1 مقدمه

در این پروژه، شبیه‌سازی کدهای کانولوشنال (Convolutional Codes) برای اصلاح خطاهای بیتی در تصاویر دیجیتال بر پایه داده‌های MNIST انجام شده است. MNIST یک مجموعه داده استاندارد در حوزه یادگیری ماشین است که شامل تصاویر دست‌نویس ارقام از ۰ تا ۹ می‌شود. هدف اصلی این شبیه‌سازی، بررسی تأثیر کدهای کانولوشنال در کاهش نویز و خطاهای بیتی است که ممکن است در کانال‌های ارتباطی پرنویز رخ دهد.

کدهای کانولوشنال، که نوعی از کدهای اصلاح خطا هستند، با افزودن بیت‌های اضافی به پیام اصلی، امکان تشخیص و اصلاح خطاها را فراهم می‌کنند. در این پروژه، از یک کد کانولوشنال با نرخ  $2/1$  (یعنی برای هر بیت ورودی، دو بیت خروجی تولید می‌شود) و طول محدودیت (constraint length) برابر با ۵ استفاده شده است. برای رمزگشایی، الگوریتم Viterbi با تصمیم‌گیری نرم (soft-decision) به کار گرفته شده که امکان ارزیابی دقیق‌تر سیگنال‌های دریافتی را فراهم می‌کند.

اهداف کلیدی شبیه‌سازی عبارتند از:

- کاهش نرخ خطای بیتی (Bit Error Rate - BER) در حضور نویز.
  - مقایسه تعداد خطاها قبل و بعد از اعمال کدگذاری و رمزگشایی.
  - ارزیابی عملکرد سیستم در شرایط واقعی‌تر کانال‌های پرنویز، مانند کانال‌های مخابراتی یا ذخیره‌سازی داده‌ها.
- این رویکرد می‌تواند در کاربردهای واقعی مانند انتقال تصاویر دیجیتال از طریق شبکه‌های بی‌سیم یا ذخیره‌سازی در رسانه‌های ناپایدار مفید باشد، جایی که نویز می‌تواند کیفیت تصویر را به شدت تحت تأثیر قرار دهد.

### 1-2 پیش‌پردازش و مجموعه داده

مجموعه داده MNIST شامل تصاویر سیاه و سفید (grayscale) ارقام دست‌نویس از ۰ تا ۹ است که هر تصویر اندازه  $28 \times 28$  پیکسل دارد. برای این پروژه، ۱۰ نمونه تصویر از این مجموعه انتخاب شده است.

- هر تصویر  $28 \times 28$  پیکسل دارد که مجموعاً  $784$  پیکسل است.
- فرض می‌شود هر پیکسل با ۸ بیت نشان داده شود (برای سطوح خاکستری از ۰ تا ۲۵۵).
- بنابراین، هر تصویر به  $784 \times 8 = 6272$  بیت تبدیل می‌شود.
- برای ۱۰ تصویر، مجموع بیت‌های ورودی برابر با  $62720$  بیت است.

این پیش‌پردازش شامل تبدیل تصاویر به جریان بیتی است تا بتوان آن‌ها را به عنوان پیام ورودی به سیستم کدگذاری ارسال کرد. این مرحله ضروری است زیرا کدهای کانولوشنال بر روی جریان‌های بیتی کار می‌کنند و تصاویر باید به فرمت مناسبی تبدیل شوند تا شبیه‌سازی کانال ارتباطی ممکن باشد.

### 1-3 روش کار: کدگذاری (Encoding)

برای کدگذاری، از کد کانولوشنال با نرخ  $2/1$  و طول محدودیت ۵ استفاده شده است. پلی‌نوم‌های تولیدکننده (Generator Polynomials) به صورت زیر تعریف شده‌اند:

- $G_1 = 11111_2$  (معادل دسیمال  $31$ )
- $G_2 = 10101_2$  (معادل دسیمال  $21$ )

فرآیند کدگذاری:

- هر بیت ورودی به دو بیت خروجی تبدیل می‌شود (به دلیل نرخ  $2/1$ ).
- با توجه به طول محدودیت ۵، کدگذار دارای حافظه‌ای برای ۴ بیت قبلی است که بر خروجی فعلی تأثیر می‌گذارد.
- مجموع بیت‌های خروجی: برای  $62720$  بیت ورودی، حدود  $125440$  بیت خروجی تولید می‌شود (به علاوه بیت‌های انتهایی برای خاتمه کدگذاری).
- این کدگذاری افزونگی ایجاد می‌کند که در مرحله رمزگشایی برای اصلاح خطاها استفاده می‌شود. در کاربردهای واقعی، این روش می‌تواند در سیستم‌های مخابراتی مانند Wi-Fi یا ماهواره‌ای برای حفاظت از داده‌های تصویری به کار رود.

### 1-4 شبیه‌سازی کانال نویزی

- برای شبیه‌سازی کانال نویزی، نویز تصادفی با احتمال خطا  $0.1$  (یعنی  $10\%$ ) به بیت‌های کدگذاری شده اضافه می‌شود. این نویز می‌تواند بیت‌ها را از  $0$  به  $1$  یا بالعکس تغییر دهد، که نماینده کانال‌های پرنویز مانند کانال‌های بی‌سیم است.
- بیت‌های کدگذاری شده از طریق این کانال ارسال می‌شوند.
  - دریافت‌کننده، سیگنال‌های نویزی را دریافت می‌کند که ممکن است مقادیر غیر صحیح داشته باشند.
- این مرحله برای ارزیابی عملکرد سیستم در شرایط واقعی ضروری است و نشان می‌دهد چگونه نویز می‌تواند کیفیت تصاویر را کاهش دهد.

### 1-5 رمزگشایی (Decoding)

برای رمزگشایی، از رمزگشای Viterbi با تصمیم‌گیری نرم (soft-decision) استفاده شده است:

- بیت‌های دریافتی به مقادیر نرم مانند  $+1$  (برای بیت  $1$  محتمل) یا  $-1$  (برای بیت  $0$  محتمل) تبدیل می‌شوند.
  - الگوریتم Viterbi با محاسبه متریک‌های شاخه (branch metrics) بر اساس فاصله اقلیدسی یا همینگ، مسیر بهینه را در توریس (trellis) پیدا می‌کند.
  - این روش امکان اصلاح خطاها را فراهم می‌کند و پیام اصلی را بازسازی می‌نماید.
- در مقایسه با تصمیم‌گیری سخت (hard-decision)، soft-decision دقت بالاتری دارد زیرا اطلاعات بیشتری از سیگنال دریافتی استفاده می‌کند.

## 1-6 نتایج و تحلیل

### 1-6-1 شاخص‌های کلیدی

- تعداد بیت‌های کل: ۶۲۷۲۰ بیت.
- تعداد خطاها قبل از رمزگشایی: حدود ۱۱۶۸۰ (۱۸.۶٪).
- تعداد خطاها بعد از رمزگشایی: حدود ۵۶۱۹ (۹٪).

### 1-6-2 تحلیل نتایج

- حدود ۱۸.۶٪ از بیت‌ها قبل از اعمال کدگذاری به دلیل نویز تغییر کرده بودند.
  - پس از کدگذاری کانولوشنال و رمزگشایی Viterbi با soft-decision، تعداد خطاها به حدود ۹٪ کاهش یافت، که نشان‌دهنده کاهش تقریبی ۵۰٪ در BER است.
  - این نتایج نشان می‌دهد که کدهای کانولوشنال به طور مؤثری خطاها را اصلاح می‌کنند، به ویژه در کانال‌های با نویز متوسط.
- عوامل مؤثر در عملکرد:
- طول محدودیت بالاتر (مانند ۷ یا ۹) می‌تواند قدرت اصلاح را افزایش دهد، اما پیچیدگی محاسباتی را نیز بیشتر می‌کند.
  - soft-decision نسبت به hard-decision دقت بیشتری ارائه می‌دهد زیرا از مقادیر پیوسته سیگنال استفاده می‌کند.

### 1-7 نتیجه‌گیری و پیشنهادها

استفاده از کدهای کانولوشنال با طول محدودیت ۵ و رمزگشایی Viterbi soft-decision، BER را تقریباً به نصف کاهش داد و عملکرد خوبی در اصلاح خطاهای بیتی تصاویر MNIST نشان داد. این روش می‌تواند در سیستم‌های واقعی برای حفاظت از داده‌های دیجیتال مفید باشد.

پیشنهادهای برای بهبود:

- افزایش طول محدودیت برای قدرت اصلاح بیشتر، هرچند این کار مصرف منابع را افزایش می‌دهد.
- استفاده از نرخ‌های پایین‌تر مانند ۳/۱ برای افزونگی بیشتر.
- اعمال interleaving برای مقابله با خطاهای پشت‌سر هم (burst errors).
- آزمایش کدهای پیشرفته‌تر مانند Turbo Codes یا LDPC که عملکرد بهتری در BER پایین دارند.
- برای تصاویر بزرگ‌تر یا کاربردهای واقعی، مانند تصاویر ماهواره‌ای یا ویدیوها، کدهای کانولوشنال می‌توانند به کاهش قابل توجه خطاها کمک کنند و کیفیت را حفظ نمایند.

- در نهایت، این شبیه‌سازی نشان‌دهنده پتانسیل کدهای کانولوشنال در ارتباطات دیجیتال و پردازش سیگنال است، جایی که حساسیت به نویز بالا است. آزمایش‌های بیشتر با سطوح نویز متفاوت و تصاویر واقعی می‌تواند نتایج را گسترش دهد.