

# RELATÓRIO FINAL: BALANCEADOR DE MASSAS

BIANCA THEODORO FRANÇA\*, MAURÍCIO FERREIRA SOARES†

Emails: biancatheodorofranca@gmail.com, fsoares.mauricio@gmail.com

**Abstract**— This project, involving the great areas of Mechatronics Engineering, aims to apply control approaches seen in the classroom - through methods such as lead/lag by root locus and state feedback - to a mass balancer system - developed in a previous discipline. The choice was based on the personal interest of the initial author of the project in relation to unstable and pendular systems, besides the ease of construction and low cost of the same, which favors its application in academic environment. In this way, it has been defined that an actuating mass is controlled by the conversion of rotational movement - of a DC motor - in linear motion, through a set of pulley-belt. By causing the actuating mass to move to a position in which the angular momentum generated by it is of equal intensity to the angular momentum generated by some mass to be equalized. In addition, the presence of previously identified nonlinearities, such as the dead zone, has been shown to be detrimental to the good functioning of the system and, therefore, will be attenuated in the course of this work. Finally, it is assumed that the areas incorporated in the proposed system are: mechanics, electronics, control and programming. Where, the first two are responsible for the assembly and operation of the prototype structure and the last two are responsible for developing and applying control methods that will act on the position of the displaced mass.

**Keywords**— Status Feedback, Lead/Lag, Root Locus, Dead Zone.

**Resumo**— Este projeto, envolvendo grandes áreas da Engenharia Mecatrônica, tem como objetivo aplicar abordagens de controle vistas em sala de aula - através de métodos como avanço/atraso por lugar das raízes e realimentação de estados - para um sistema balanceador de massas - desenvolvido em uma disciplina anterior. A escolha se deu em função do interesse do autor inicial do projeto em relação a sistemas instáveis e pendulares, além da facilidade de construção e baixo custo da mesma, o que favorece sua aplicação em meio acadêmico. Desta forma, definiu-se que uma massa atuante é controlada pela conversão de movimento rotacional - de um motor de corrente contínua - em movimento linear, através de um jogo de polia-correia. Fazendo com que, deste modo, a massa atuante se desloque até uma posição em que o momento angular gerado por ela é de igual intensidade ao momento angular gerado por uma massa a ser equalizada. Além disso, tem-se que a presença de não linearidades identificadas anteriormente, como a zona morta, se mostraram nocivas ao bom funcionamento do sistema e, por isso, serão atenuadas ao decorrer deste trabalho. Por fim, tem-se que as áreas incorporadas no sistema proposto são: mecânica, eletrônica, controle e programação. Onde, as duas primeiras são responsáveis pela montagem e funcionamento da estrutura do protótipo e as duas últimas são responsáveis por desenvolver e aplicar métodos de controle que atuarão sobre a posição da massa deslocada.

**Palavras-chave**— Realimentação de Estados, Avanço/Atraso, Lugar das Raízes, Zona Morta.

## 1 Introdução

Após a verificação de trabalhos anteriores, realizados para a disciplina de Análise de Sistema Lineares, ofertada pelo Departamento de Engenharia Mecatrônica do CEFET-MG (Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais) Campus V, viu-se a oportunidade de se adaptar um sistema desses sistemas. Ou seja, transformar um calha bola em um balanceador de massas.

Para tal, substituiu-se a bola por uma massa de posição linear - em relação ao eixo longitudinal da calha - atuada. De modo que, conforme a distância entre a massa e o eixo de rotação da calha aumenta, o momento angular gerado pela mesma também é ampliado. Onde, desta forma, é possível realizar a compensação angular da calha, medida através de um potenciômetro, para a existência de uma massa localizada em algum ponto sobre a mesma.

Assim, tem-se que o objetivo deste projeto é construir, modelar e controlar, com o auxílio das técnicas de controle discutidas nas aulas da disciplina de Teoria de Controle, também ofertada pelo Departamento de Engenharia Mecatrônica do

CEFET-MG Campus V, o sistema balanceador de massas supracitado.

Onde o presente documento é disposto da seguinte forma: introdução, em que há uma breve contextualização, bem como a motivação; objetivos gerais e específicos; desenvolvimento, em que são descritas as características da planta proposta, bem como sua modelagem; projeto dos controladores, que apresenta a metodologia para aplicação dos métodos de controle escolhidos; resultados e discussões, espaço onde há a apresentação dos dados obtidos, bem como suas validações e discussões sobre os mesmos; e considerações finais.

## 2 Desenvolvimento

O desenvolvimento deste projeto foi dividido em duas etapas: montagens mecânica e eletrônica, além da modelagem do sistema.

### 2.1 Montagem

Em um primeiro momento, elaborou-se o diagrama de forças existentes no esquemático do sistema, conforme a Figura 1.

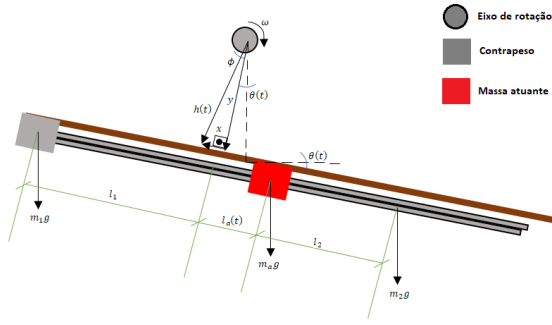


Figura 1: Esquemático do funcionamento físico do sistema apresentado.

Logo em seguida, foi realizado o projeto mecânico da planta, em paralelo ao projeto eletrônico da mesma, com o auxílio de um *software* CAD (*Computer Aided Design*) 3D, conforme a Figura 2, e um *software* para simulações eletrônicas, de modo à atender os dimensionamentos propostos.

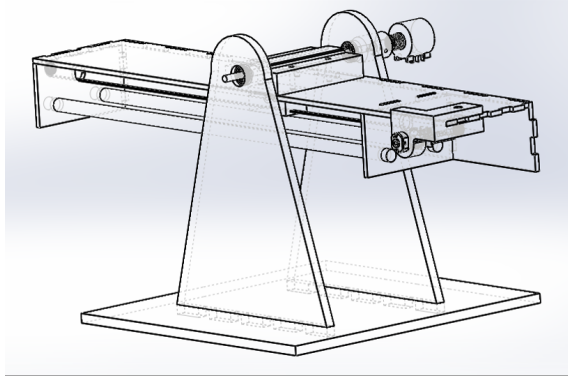


Figura 2: Vista, detalhada, em perspectiva da planta, desenhada em *software* CAD.

### 2.1.1 Faixa de valores

Como o atuador do sistema é um motor CC (Corrente Contínua), tem-se que o controle de sua rotação é dado através da tensão aplicada em seus terminais. Desta maneira, utiliza-se a modulação por PWM (*Pulse Width Modulation*) - disponível no microcontrolador *Arduino* - para variação da tensão aplicada sobre os terminais do motor.

Com isso em mente, nota-se que, por se tratar de um sinal digital, de 8 bits, o sinal PWM pode variar de 0 a  $\pm 255$ ; onde 0 representa uma tensão de 0% e 255 representa uma tensão de  $\pm 100\%$  da tensão de entrada.

Já para a sinal de saída do sistema, angulação da massa atuante em relação ao eixo Z, conforme a Figura 1, tem-se uma saturação física, devido a própria construção do sistema. De tal forma que, tomando uma rotação no sentido horário como positiva, sua faixa de operação é dada entre  $-30^\circ$  e  $+20^\circ$ . Contudo, como o sistema foi linearizado, assume-se que a variação angular do mesmo esteja entre  $0^\circ$  (0%) e  $\pm 12^\circ$  ( $\pm 100\%$ ), de modo a se

manter na faixa de operação linear.

## 2.2 Modelagem

### 2.2.1 Calibração

Sequencialmente, deu-se início à parte de modelagem do sistema. Onde, a princípio, realizou-se a calibração do sensor potenciômetro, para a aquisição de dados, feita com o auxílio de um código em *MatLab*, resultado na aproximação linear representada pela Equação 1.

$$\theta_d = -0.174ADC + 136.269; \quad (1)$$

Onde:

- $\theta_d$  representa o ângulo medido pelo potenciômetro, em graus; e
- $ADC$  representa o ângulo medido pelo potenciômetro, em unidades de sinal da conversão analógica digital.

Semelhantemente, em um outro momento, realizou-se o levantamento da curva de velocidade do motor - controlado por PWM - e sua *dead-zone*. Onde, para tal, estabeleceu-se a planta na condição de operação ( $0^\circ$ ) e variou-se a tensão sobre os terminais do motor até que o mesmo partisse da condição estática. Deste modo, constatou-se que, para que o motor vença sua inércia, é necessária uma tensão mínima de 0.72V ( $PWM = 30$ , ou  $PWM = 11.76\%$ ) sobre seus terminais.

### 2.2.2 Identificação

Segundo Aguirre (2015), a identificação de sistemas consiste em um estudo sobre os procedimentos que permitem construir modelos matemáticos a partir de dados e sinais observados. Assim, para modelagem do sistema proposto, foi utilizado o método de identificação por caixa cinza, que consiste em identificar parte da dinâmica empiricamente e o restante através de equações físicas.

Deste modo, por se tratar de um sistema para controle de posição de um motor CC, tem-se que a resposta desta dinâmica é do tipo 1 e, portanto, instável. Assim, de modo a contornar esta situação, em um primeiro momento, aplicou-se ao sistema o sinal de entrada proposto anteriormente e, logo em seguida, derivou-se a saída da planta, de modo que a função de transferência identificada seria uma conversão de PWM (entrada) para velocidade do motor (saída). Por fim, adicionou-se o fator integral à função identificada de modo a levar o sinal de entrada (PWM) a uma posição desejada para o motor ( $\theta$ ).

Para realização das duas primeira etapas citadas anteriormente, utilizou-se a ferramenta *System Identification Toolbox*, que permite criar e usar modelos de sistemas dinâmicos que não são facilmente obtidos a partir de sinais de entrada e

saídas aplicados a estes sistemas. de modo que, os sinais utilizados para identificação podem ser visualizados na Figura 3.

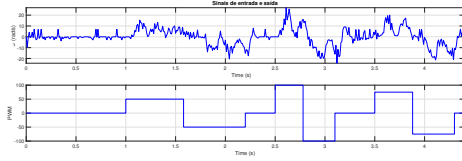


Figura 3: Sinais de entrada (PWM) e saída ( $\omega$ ) utilizados para identificação do sistema.

Os parâmetros utilizados para o uso da função *ident* foram o de condição inicial e método de inicialização. Para o primeiro utilizou-se a opção automática e para o segundo foi utilizada a opção todos, em que são executados os quatro métodos dispostos e tem como retorno o resultado que apresentou o menor índice de erro entre os mesmos.

Conforme a Figura 4, nota-se que foram utilizados diversos sistemas de dinâmicas distintas, como sistemas de primeira e segunda ordem, com e sem zeros, com e sem atraso de transporte.

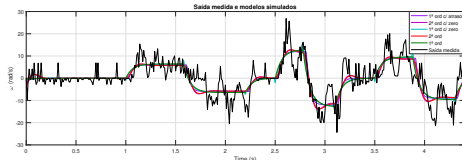


Figura 4: Resultados obtidos pelos métodos de identificação da ferramenta *ident*.

Nota-se que os sistemas apresentaram desempenhos muito próximos (variando de 37.47% a 39.36%). Desta forma, utilizou-se como critério de seleção a simplicidade do modelo e, portanto, elegeu-se o sistema de primeira ordem sem zero (uma vez que notou-se a presença de zeros de fase não mínima nos sistemas identificados) e sem atraso (uma vez que o atraso identificado foi da ordem de 3.6ms), dado pela Equação (2).

$$\frac{PWM(s)}{\omega(s)} = G_{id}(s) = \frac{1.986}{s + 15.41} \quad (2)$$

Assim, aplicando-se a adição do integrador citado inicialmente, tem-se a função de transferência dada pela Equação (3).

$$\frac{PWM(s)}{\theta(s)} = G(s) = \frac{1.986}{s^2 + 15.41s} \quad (3)$$

### 3 Projeto dos controladores

Para a realização do projeto dos controladores para o modelo identificado do sistema (3), foram utilizados dois métodos: avanço/atraso por lugar das raízes e abordagem por espaço de estados.

#### 3.1 Avanço/atraso por lugar das raízes

Para a primeira abordagem, utilizou-se do método de maximização do índice  $K_v$  explicado durante a aula da disciplina. Onde, o método consiste em identificar a deficiência de fase do sistema em malha aberta através do LGR (**L**ugar **G**eométrico das **R**aízes) e compensá-la através da adição de um polo e um zero posicionados de modo à maximizar a constante de velocidade ( $K_v$ ).

Conforme Ogata (2002), este posicionamento é dado a partir das relações geométricas descritas a seguir. Inicialmente, define-se o ponto P como a localização de um dos polos dominantes do sistema em malha fechada. Sequencialmente, traça-se uma reta (PA) paralela ao eixo real (do plano complexo) que passa pelo ponto P e uma reta (PO) que vai do ponto P a origem do plano O. Posteriormente, traça-se uma reta (PB) na direção da bissetriz do ângulo ( $\beta$ ) formado entre PA e PO e, em seguida, traçam-se retas (PC e PD) que fazem um ângulo equivalente a metade da deficiência de fase do sistema, em relação à reta PB. Por fim, tem-se que as posições do zero e polo do compensador são dadas pelas interseções das retas PC e PD com o eixo  $\sigma$ . A Figura 5 exemplifica o passo a passo descrito.

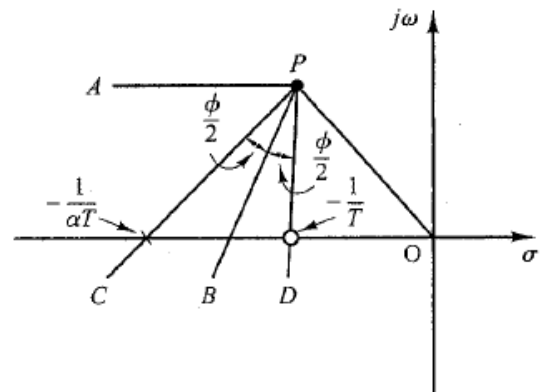


Figura 5: Método de maximização do  $K_v$  para solução da abordagem por avanço/atraso via LGR.

Além disso, tem-se que o ganho do compensador é dado pela condição de módulo do LGR, de forma que a Equação (4) seja satisfeita.

$$\left| K_c \frac{s+z}{s+p} G(s) \right|_{s=P} = 1$$

$$K_c = \left| \frac{s+p}{G(s)(s+z)} \right|_{s=P} \quad (4)$$

Onde:

- $K_c$  representa o ganho do compensador;
- $p$  representa a posição do polo do compensador;

- $z$  representa a posição do zero do compensador;
- $G(s)$  representa a função de transferência do sistema em malha aberta; e
- $P$  representa a posição do polo dominante do sistema em malha fechada.

É importante ressaltar que, caso a deficiência de fase do sistema seja negativa, tem-se uma contribuição maior do polo em relação ao zero (atraso) e, portanto, a posição do mesmo será a mais próxima ao eixo  $j\omega$  (ponto D) e a posição do zero será a mais distante do eixo imaginário (ponto C). Caso a deficiência de fase tenha sinal positivo, as posições se invertem, fazendo com que o zero tenha uma contribuição maior que o polo (avanço).

### 3.2 Espaço de estados

Segundo Chen (1999), todo sistema linear invariante no tempo pode ser descrito como um conjunto de equações da forma

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (5)$$

Onde:

- $\dot{\mathbf{x}}(t)$  representa a derivada do vetor de estados;
- $\mathbf{x}(t)$  representa o vetor de estados;
- $\mathbf{u}(t)$  representa o vetor de entrada;
- $\mathbf{y}(t)$  representa o vetor de saída; e
- $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  representam as matrizes constantes que compõem a representação, em espaço de estados, do sistema.

Com isto em mente, tem-se que um possível controlador para este tipo de representação é o chamado "controle por realimentação de estados com ação integral". Onde, para a realização deste método veem-se necessárias a presença de propriedades como controlabilidade e observabilidade.

Assim, ainda segundo Chen (1999), um sistema é dito controlável se para qualquer estado inicial ( $\mathbf{x}_0$ ) e qualquer estado final ( $\mathbf{x}_f$ ), existe uma entrada que transfere  $\mathbf{x}_0$  a  $\mathbf{x}_f$  em um tempo finito. Além disso, um sistema é dito observável se para qualquer estado inicial ( $\mathbf{x}_0$ ) existe um tempo finito ( $t_1 > 0$ ) de modo que o conhecimento da entrada  $\mathbf{u}$  e a saída  $\mathbf{y}$  em  $[0, t_1]$  é suficiente para determinar o estado inicial  $\mathbf{x}_0$  único.

Deste modo, caso o sistema seja controlável e observável, segue-se o passo a passo a seguir para efetuar-se o cálculo do controlador proposto.

Inicialmente, para um sistema SISO, de ordem  $n$ , definem-se  $n + 1$  (graças à ação integral)

polos para a malha fechada, onde dois são tidos como dominantes e os demais possuem dinâmica - normalmente - dez vezes mais rápidas que os anteriores, formando a matriz diagonal  $F_c$ . Sequencialmente, estende-se as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$ , de modo que as mesmas sejam dadas pela Equação (6).

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_a &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_a &= \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6)$$

Em seguida, define-se um ganho  $\bar{K}$  de modo que o par  $(F_c, \bar{K})$  seja observável, e resolve-se a Equação (??), chama de equação de Lyapunov.

$$\mathbf{A}_a \mathbf{T}_c - \mathbf{T}_c \mathbf{F}_c - \mathbf{B}_a \bar{\mathbf{K}} = \mathbf{0} \quad (7)$$

Onde:

- $\mathbf{A}_a$  e  $\mathbf{B}_a$  representam as matrizes aumentadas, descritas em 6;
- $\mathbf{F}_c$  representa a matriz diagonal que contém os polos da malha fechada;
- $\bar{\mathbf{K}}$  representa o ganho do controlador em uma base qualquer; e
- $\mathbf{T}_c$  representa a matriz mudança da base de  $\bar{\mathbf{K}}$  a base de  $\mathbf{A}$ .

Por fim, com a matriz  $T_c$  em mãos, calcula-se o vetor de ganhos  $\bar{K}$  na base atual do sistema, de modo que os  $n$  primeiros componentes do vetor representam o ganho do termo de realimentação de estados do controlador. Já o último termo - com sinal inverso - representa o ganho do termo de integração do controlador.

Para o cálculo do observador, é feito um processo semelhante. Contudo, neste caso, definem-se polos que determinam a dinâmica do observador, de modo que os mesmos são de cinco a dez vezes mais rápidos que o polo dominante do sistema em malha fechada, montando-se assim a matriz diagonal  $F_o$ . Em seguida, assume-se um vetor  $L$  de dimensão  $n \times 1$  que deve tornar o par  $(F_o, L)$  controlável. Por fim, resolve-se mais uma vez a Equação de Lyapunov, desta vez para:

$$-\mathbf{F}_o \mathbf{T}_o + \mathbf{T}_o \mathbf{A} - \mathbf{L} \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (8)$$

Onde:

- $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{C}$  representam as matrizes do sistema proposto inicialmente;
- $\mathbf{F}_o$  representa a matriz diagonal que contém os polos da dinâmica do observador;
- $\mathbf{L}$  representa o ganho do observador em uma base qualquer; e
- $\mathbf{T}_o$  representa a matriz mudança da base de  $\mathbf{L}$  a base de  $\mathbf{A}$ .

Como o observador pode ser escrito de forma matricial, em termos de componentes do sistema proposto, tem-se que existe uma representação em espaço de estados para o mesmo, que é dada pela Equação (9).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_o(t) &= \mathbf{F}_o \mathbf{x}_o(t) + [\mathbf{T}_o \mathbf{B} \quad \mathbf{L}] \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}(t) &= \mathbf{T}^{-1} \mathbf{x}_o(t) + \mathbf{D}_o \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (9)$$

Onde:

- $\mathbf{x}_o$  representam os estados do observador; e
- $\mathbf{D}_o$  representa a matriz D do sistema do observador; normalmente é tida como uma matriz nula.

## 4 Resultados e Discussões

Nesta seção serão tratados os resultados relativos aos tratamentos propostos para a eliminação da zona morta do motor CC, bem como o projeto dos controladores e suas aplicações aos sistemas simulado e real.

### 4.1 Dead-zone

Conforme constatado no item 2.2.1 deste trabalho, foi identificada uma zona morta no motor CC. Esta zona morta consiste em uma zona do gráfico de  $PWM \times \theta$  em que, independentemente da variação do sinal de PWM, a saída do motor se mantém nula; uma vez que, para que o mesmo vença sua própria inércia, vê-se necessária uma corrente mínima de arranque.

Contudo, este processo causa uma não-linearidade altamente impactante sobre a dinâmica do sistema real. Deste modo foram analisados dois métodos para possível diminuição da influência desta zona morta: compensação através da função inversa e compensação por ação integral.

#### 4.1.1 Compensação por função inversa

Para o primeiro caso, segundo Bazanella e Silva (2005), tem-se uma solução que consiste em pré-compensar a zona morta através da introdução de um *offset* sobre o sinal proveniente do controlador antes do mesmo ser enviado ao atuador. De modo que esta análise pode ser descrita pela Equação (10).

$$\begin{cases} v(t) = v'(t) + d_1 & \text{se } v'(t) \geq 0 \\ v(t) = v'(t) + d_2 & \text{se } v'(t) < 0 \end{cases} \quad (10)$$

Onde:

- $v'(t)$  representa o sinal a ser enviado ao atuador na ausência de zona morta;

- $v(t)$  representa o sinal efetivamente enviado ao atuador;
- $d_1$  representa o limite superior da zona morta; e
- $d_2$  representa o limite inferior da zona morta.

Desta forma, tem-se que o sinal de controle será exatamente igual a  $v'(t)$ . Contudo, nota-se que esta técnica apresenta bons resultados apenas quando os limites da zona morta são muito bem conhecidos; uma vez que, caso haja uma pequena discrepância nos limites da zona morta, não se tem um cancelamento completo desta não linearidade.

Com isto em mente, fez-se o projeto do controlador por atraso de fase por LGR com a adição da compensação de zona morta por função inversa, uma vez que esta abordagem de controle não contempla um integrador.

Como o sistema em malha aberta é instável, notou-se que, qualquer especificação de desempenho capaz de estabilizar o sistema traria apenas benefícios ao mesmo. Deste modo, utilizou-se um critério de desempenho considerado moderado - incapaz de instabilizar o sistema -, dado por:  $\%O.S. = 10\%$  e  $t_s = 4s$ . Assim, calculando-se o controlador pelo método descrito na item 3.1 deste trabalho, foi realizada a análise de polos e zeros de acordo com a Figura 6.

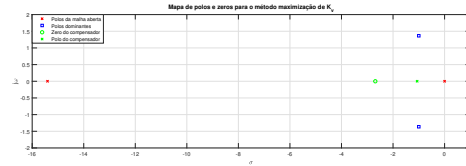


Figura 6: Mapeamento dos polos e zeros envolvidos no método de maximização do  $K_v$ .

Encontrando-se, assim, a função de transferência do controlador, dada pela Equação (11).

$$C(s) = 7.7566 \frac{s + 2.688}{s + 1.064} \quad (11)$$

Além disso, tem-se que a presença deste zero de fase mínima no compensador interfere na dinâmica especificada para a malha fechada. De maneira que, desenvolveu-se um filtro - com ganho DC (*Direct Current*) unitário, dado pela Equação (12), a ser aplicado a montante do sinal de referência, de modo a minimizar a influência do zero e do polo não dominante da malha fechada, uma vez que o último não se encontra dez vezes mais distante que os polos dominantes.

$$Filtro(s) = 0.1858 \frac{s + 14.47}{s + 2.688} \quad (12)$$

Assim, aplicando-se a topologia descrita anteriormente em conjunto com o método de compensação por função inversa, obtiveram-se as saídas

e sinais de controle, para o sistema real e para o modelo, descritas na Figura 7.

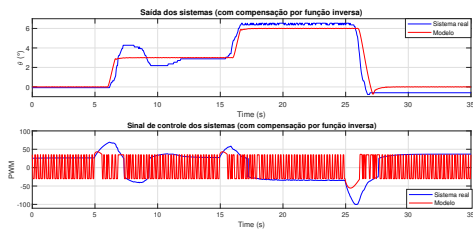


Figura 7: Comparação entre as saídas da planta real e o modelo além de seus respectivos sinais de controle, para abordagem em atraso.

Como foi possível perceber, apesar das respostas levemente semelhantes, o critério de desempenho proposto não foi atingido em nenhum dos casos. Acredita-se que isto se deve ao fato de que a zona morta do motor varia de acordo com o ângulo em que a calha se encontra, aliviando-se assim - ou não - a carga sobre o mesmo e, por conseguinte, diminuindo-se a corrente mínima necessária para vencer sua inércia.

#### 4.1.2 Compensação por ação integral

Segundo Bazanella e Silva Júnior (2005), o método de compensação de zona morta por ação integral é mais robusto que o anterior. Uma vez que, caso o erro do sistema não seja nulo, a ação integral estará acumulando este erro ao longo do tempo e, em determinado instante, o sinal de controle sai da faixa de zona morta e passa a atuar sobre o sistema.

Para este método de compensação, utilizou-se do controle por realimentação de estados com ação integral. Uma vez que o método para cálculo do ganho integral já está embutido no processo descrito no item 3.2 deste trabalho, facilitando assim a vida dos autores.

Convertendo a função de transferência (3) em sua representação por espaço de estados, tem-se as seguintes matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ , dadas pela Equação (13).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \begin{bmatrix} -15.4054 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1.9858 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (13)$$

Em sequência, para critério de comparação com o outro controlador desenvolvido, foram utilizados os mesmos critérios de desempenho (%O.S. = 10% e  $t_s = 4s$ ). Além disso, foram adotados  $\bar{K} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  e  $L = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$  de modo que todos os casos de pares controláveis e observáveis necessários foram confirmados.

Assim, construindo a matriz  $F_c$  com polos dez vezes mais rápidos que a dinâmica dominante e a matriz  $F_o$  com polos quinze vezes mais rápidos,

obtiveram-se os ganhos para a realimentação de estados e a ação integral dados pela Equação (14).

$$\begin{aligned}K &= \begin{bmatrix} -3.4054 & 22.8615 \end{bmatrix} \\ K_a &= 14.4102\end{aligned}\quad (14)$$

Assim, aplicando-se esta topologia - que considera a compensação por ação integral -, obtiveram-se as saídas e sinais de controle, para o sistema real e para o modelo, descritas na Figura 8.

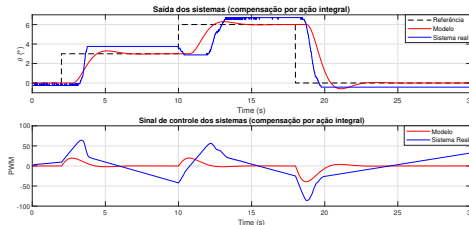


Figura 8: Comparação entre as saídas da planta real e o modelo além de seus respectivos sinais de controle, para abordagem em espaço de estados.

Como foi possível perceber, assim como no caso anterior, o sistema demonstrou erro de estado estacionário, apesar da ação integral, além de serem descartados os critérios de desempenho propostos. Acredita-se que, desta vez, o problema tenha ocorrido graças ao tempo de integração alto, uma vez que o ganho de integração calculado é limitado a um valor fixo ao método - varia apenas com a variação do critério de desempenho -, além de que a afirmação anterior, sobre a variação da zona morta de acordo com o ângulo, se mantém.

#### 4.2 Preditor de Smith e Anti-WindUp

No que diz respeito ao uso das ferramentas preditor de Smith e ação anti-windup, nota-se que estas técnicas foram dispensadas, uma vez que, para o primeiro caso, o modelo apresentou um atraso de 0.03s - desprezível para a dinâmica da planta - e, para o último caso - não houve saturação do sinal de controle em momento algum, já que o sistema real se tornava instável antes que os critérios de desempenho saturassem o sinal de controle.

#### 4.3 Discussões

De modo geral, apesar de ambos os controladores serem capazes de estabilizar o sistema, nenhum deles foi capaz de cumprir com os critérios de desempenho estipulados. Mesmo com as tentativas de compensação para zona morta, nota-se que ambos os controladores apresentaram erro em estado estacionário para os resultados reais. Contudo, acredita-se que os principais fatores para a falha de ambos os controladores neste aspecto é a variação da zona morta de acordo com o ângulo

da calha e uma possível diferença entre a dinâmica de subida e descida da planta.

Em relação as faixas de valores, nota-se que a saída inicialmente proposta, de  $\pm 12^\circ$ , não foi utilizada em sua totalidade, uma vez que para variações bruscas de referência ( 50%) tiravam o sistema real da faixa de operação linear e, por conseguinte, o tornava instável instável. Deste modo, adotou-se uma saída de amplitude menor ( $0^\circ$  a  $\pm 6^\circ$ ) capaz de suportar esta variação brusca sem retirar o sistema da faixa de operação.

## 5 Considerações Finais

Acredita-se que os objetivos propostos para a execução deste trabalho foram cumpridos, uma vez que, apesar de imprecisa, foi possível tornar a planta estável para as entradas de teste realizadas. Além da percepção dos autores para novos fatores causadores de não linearidades que devem ser tratados, como a zona morta e a diferença entre os modelos de ida e volta para a dinâmica da planta.

Desta forma, em vista das dificuldades encontradas no decorrer deste projeto, para o futuro busca-se uma melhor solução para o problema de zona morta variável, além da utilização de um modelo médio - que considere a diferença entre a dinâmica de subida e descida da planta -, bem como a revisão dos componentes utilizados na mesma e sua estruturação, uma vez que o material da calha está iniciando um processo de empenamento.

## Referências

AGUIRRE, L.A: **Introdução à Identificação de Sistemas** - 3ª Edição, 2015, Editora UFMG.  
CHEN, C.T: **Linear System Theory and Design** - 3ª Edição, 1999, Oxford University Press.  
OGATA, K: **Modern Control Engineering** - 4ª Edição, 2002, Prentice Hall.  
BAZANELLA, A.S; SILVA JÚNIOR, J.M.G da: **Sistemas de Controle: princípios e métodos de projeto.** - 1ª Edição, 2005, Editora UFRGS.