

华东师范大学期末试卷A

2021-2022 学年第2学期

课程名称: 数学实验与建模

学生姓名: _____

学 号: _____

专 业: _____

年级/班级: _____

课程性质:

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分	阅卷人签名

一、(10分) 一家奶制品加工厂用牛奶生产 A,B 两种奶制品, 1 桶牛奶可以在甲类设备上用 12 h 加工成 3 kg A, 或者在乙类设备上用 8 h 加工成 4 kg B. 假定根据市场需求, 生产的 A, B 全部能售出, 且每千克 A 获利 24 元, 每千克 B 获利 16 元. 现在加工厂每天能得到 50 桶牛奶的供应, 每天正式工人总的劳动时间为 480 h, 并且甲类设备每天至多能加工 100 kg A, 乙类设备的加工能力没有限制. 试为该厂制订一个生产计划, 使每天获利最大. 建立数学模型 (无需求解)。

二、(10分) 某公司拟在市东、西、南三区建立门市部, 假设三个区共有七个位置 $A_i, i = 1, 2, \dots, 7$ 可供选择, 规定

- 1、在东区, A_1, A_2, A_3 中至多选两个;
- 2、在西区, A_4, A_5 中至少选一个;
- 3、在南区, A_6, A_7 中至少选一个。

若选用 A_i , 则设备投资估价 b_i 元, 每年可获利 c_i 元. 三个区投资总额为 B 元, 则选择哪几个位置可使年利润最大? 建立数学模型 (无需求解)。

三、(10分) 依据如下函数值表建立不超过三次的拉格朗日插值多项式。

x	0	1	2	4
$f(x)$	1	9	23	3

四、(10分) 根据经验, 当一种新商品投入市场后, 随着人们对它的拥有量的增加, 其销售量 $s(t)$ 下降的速度与 $s(t)$ 成正比. 广告宣传可给销量添加一个增长速度, 它与广告费 $a(t)$ 成正比, 但广告只能影响这种商品在市场上尚未饱和的部分 (设饱和量为 M). 建立一个销售 $s(t)$ 的模型. 若广告宣传只进行有限时间 τ , 且广告费为常数 a , 问 $s(t)$ 如何变化? 建立数学模型并求解。

五、(10分) 含某单位招收懂俄、英、日、德、法文的翻译各一人, 有 5 人应聘. 已知乙懂俄文, 甲、乙、丙、丁懂英文, 甲、丙、丁懂日文, 乙、戊懂德文, 戊懂法文. (1) 画出对应的网络图. (2) 最多几个人得到聘书, 招聘后每人从事哪一方面翻译工作?

六、(10分) 设 $\mathbf{X} = (X_1, X_2)'$ 的协方差阵为 $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{8} \\ \sqrt{8} & 9 \end{pmatrix}$, 试从相关系数矩阵出发求解总体主成分 Y_1, Y_2 .

七、(10分) 设5个样品两两之间的距离矩阵:
$$\begin{pmatrix} 0 & & & & \\ 4 & 0 & & & \\ 6 & 9 & 0 & & \\ 1 & 7 & 10 & 0 & \\ 6 & 3 & 5 & 8 & 0 \end{pmatrix},$$
 试用最长距离法作系统聚类, 并画出聚类图。

八、(10分) 写出多元线性回归模型, 并使用最小二乘估计求解。

九、(10分) 某老人60岁时将养老金 20 万元存入基金会, 月利率 0.4%, 他每月取 2000 元作为生活费。试建立差分方程, 计算: (1) 他多少岁时将基金用完? (2) 如果想用到 85 岁, 问 60 岁时应存入多少钱? (近似值 $\log_{1.004} \frac{5}{3} \approx 128$, $1.004^{-300} \approx 0.3$)

十、(10分) 利用数学建模方法解决你的日常生活或学习中的某个问题, 给出建模过程和求解思路。