

مقدمات

سؤال 1 یک گراف جهت‌دار را در نظر بگیرید. شرایط لازم و کافی برای وجود یک مسیر اولیه در این گراف چیست؟ به اختصار دلیل بیاورید.

سؤال 2 فرض کنید گرافی بدون وزن و بدون جهت داریم. آیا همیشه مسیر بین دو رأس در این گراف (اگر وجود داشته باشد) یکتا است؟ توضیح دهید.

سؤال 3 دو الگوریتم Prim و Kruskal برای پیدا کردن درخت پوشای کمینه استفاده می‌شوند. در چه شرایطی یکی از این دو الگوریتم کارایی بهتری دارد و چرا؟

سؤال 4 یک گراف ساده بدون وزن داریم که به صورت کامل دوجهتی است. آیا می‌توان گفت گراف همبند است؟ دلیلش چیست؟

سؤال 5 فرض کنید گرافی جهت‌دار و وزن‌دار (با وزن‌های مثبت و منفی) داریم. اگر الگوریتم Bellman-Ford برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر اجرا شود و پس از $n-1$ مرحله، همچنان تغییرات در مقدار کوتاه‌ترین مسیرها دیده شود، چه نتیجه‌ای درباره گراف می‌گیریم؟ دلیلش چیست؟

تئوری

سؤال 1 یک گراف بدون وزن و بدون جهت (Undirected, Unweighted Graph) شامل ۶ رأس و ۹ یال رسم کنید.

- **الف)** نمودار گراف را بکشید به صورتی که گراف دارای یک چرخه (Cycle) باشد.
- **ب)** سپس بررسی کنید آیا این گراف همبند (Connected) است یا خیر.
- **ج)** اگر یک یال را حذف کنید، آیا گراف هنوز همبند خواهد بود؟ چرا؟

سؤال 2 یک گراف وزن دار جهت دار (Directed, Weighted Graph) شامل ۵ رأس با وزن های یال های دلخواه رسم کنید.

- **الف)** نمودار را بکشید و یال ها را وزن گذاری کنید.
- **ب)** رأس شروع را مشخص کرده و با استفاده از الگوریتم دایکسترا (Dijkstra) کوتاه ترین مسیر از رأس شروع به سایر رأس ها را به دست آورید و مراحل را کامل بنویسید.
- **ج)** اگر یک یال با وزن منفی اضافه شود، چه اتفاقی برای الگوریتم دایکسترا می افتد؟ چرا؟

dfs

به ما نقشه ای دو بعدی از وضعیت قرار گیری جزایر یک گانه داده شده است. جزایری یک گانه خوانده میشوند که یک ها در آن مجاور هم باشند (هشت خانه مجاور عمودی افقی و اریب) در شکل زیر جزایر یک گانه نمایش داده شده اند. در نهایت ما میخواهیم تعداد جزایر یک گانه در نقشه را به دست آوریم.

ورودی

خط اول ورودی شامل یک خط است که در آن دو عدد طبیعی n و m با فاصله از هم آمده است که نشان دهنده سطر ها و ستون نقشه هستند. $1 \leq n, m \leq 100$ در ادامه نقشه به صورت 0 یا 1 داده میشود. در شکل زیر جزایر یک گانه نمایش داده شده اند.

1	1	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	1	1
0	0	0	0	0
1	0	1	1	0

خروجی

تنها شامل یک خط حاوی تعداد جزایر یک گانه خواهد بود.

مثال

ورودی نمونه ۱

2 2
1 1
1 1

خروجی نمونه ۱

1

ورودی نمونه ۲

5 6
1 0 0 1 1 0
0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 1 1
0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0

خروجی نمونه ۲

4

الگوریتمی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۲۵۶ مگابایت

در این مساله ما ماتریسی دو بعدی شامل ۰ و ۱ داریم که ۰ ها نشانه ی سنگ ها هستند. ما میخواهیم یک بازی انجام دهیم به این صورت که اگر دو سنگ، در شماره سطر یا ستون یا هر دو مشترک بودند، میتوانیم یکی از سنگ ها را حذف کنیم. ما قصد داریم این حذف کردن ها را طوری انجام بدهیم که بیشترین سنگ ممکنه از صفحه کنار بروند.

ورودی

خط اول ورودی شامل دو عدد طبیعی n و m است که بیانگر سطر و ستون های صفحه ما هستند.

$$1 \leq n, m \leq 50$$

در ادامه ماتریس صفحه داده میشود.

خروجی

تنها خط خروجی شامل بیشترین سنگی که میتوانیم حذف بکنیم خواهد بود.

مثال

ورودی نمونه ۱

```
3 3
0 0 1
0 1 0
1 0 0
```

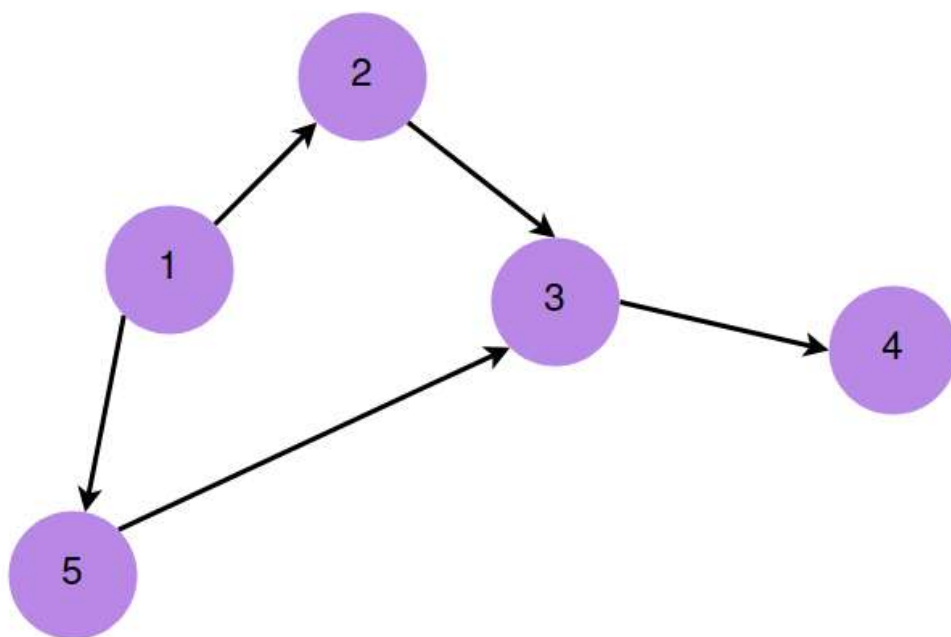
خروجی نمونه ۱

5

حذف سنگ (2,2) به خاطر داشتن سطر مشترک با (2,1) حذف (2,1) به دلیل ستون مشترک با (0,1) حذف (0,2),
(1) به دلیل سطر مشترک با (1,0) حذف (1,0) ستون مشترک با (0,0) حذف (0,1) سطر مشترک با (0,0)

BFS

در این سوال قصد داریم مادر ریشه هارا پیدا کنیم. تعریف یک گره در صورتی مادر ریشه است که از آن گره، به تمامی گره های دیگر گراف راهی داشته باشیم. برای درک بیشتر مثال زیر را ببینید:



در این گراف از گره ۱ به تمامی گره ها راهی هست. توجه کنید در مسائل گوناگون ممکن است چند گره مادر داشته باشیم و ما نیز تمامی آن ها را نمایش خواهیم داد.

ورودی

در خط اول دو عدد n و m داده میشود که به ترتیب بیانگر تعداد ریشه های گراف و یال های گراف هستند. در m خط بعدی، گره های دو سر یال داده میشوند. (یال ها جهت دار هستند و گره اول، مبدأ و دومی مقصد خواهد بود)

خروجی

شماره گره های مادر را چاپ کنید.

مثال

ورودی نمونه ۱

5 6

1 2

2 3

4 3

4 1

2 4

1 5

خروجی نمونه ۱

4 1 2