

ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

تمرین سوم - درخت

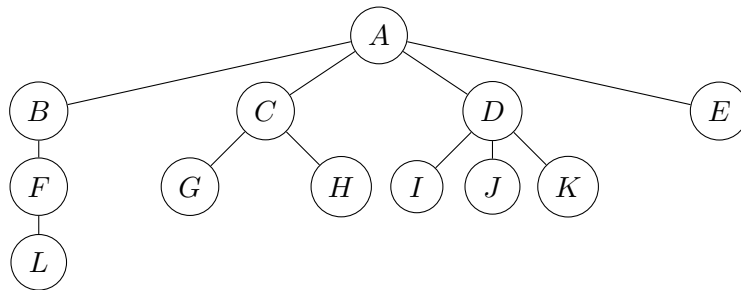
مجید فریدفر، ماردین نیچی

تاریخ تحویل: ۱۴۰۳/۲/۹

نمره ۱۰

۱. درخت دودویی معادل

الف) درخت دودویی معادل درخت زیر را رسم کنید:



ب) الگوریتمی ارائه دهید که پدر راس n را در درخت G به کمک درخت دودویی معادل آن پیدا کند. (فرض کنید در درخت دودویی معادلی که داریم، برای هیچ نودی، لینکی به پدر واقعیش در G وجود ندارد).

نمره ۱۵

۲. پیمایش درخت

الف) پیمایش postorder یک درخت جست و جوی دودویی (BST) داده شده است:

۵, ۶, ۱۵, ۱۰, ۲۳, ۲۴, ۲۲, ۲۶, ۲۰

پیمایش preorder آن را به دست بیاورید.

ب) با استفاده از پیمایش‌های زیر، نمایش درخت دودویی معادل را به دست بیاورید.

Preorder : A, B, D, E, F, C, G, H, J, L, K

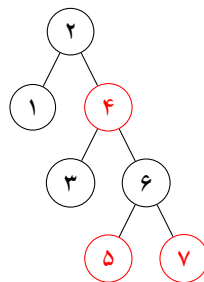
Inorder : D, B, F, E, A, G, C, L, J, H, K

ج) آیا می‌توان نمایش یک درخت را از روی پیمایش‌های *Preorder* و *Postorder* آن به دست آورد؟ چرا؟

۳. درخت قرمز-سیاه*

نمره ۱۵

الف) راس ۸ را به درخت قرمز-سیاه زیر اضافه کنید. مراحل درج را به صورت کامل بنویسید.

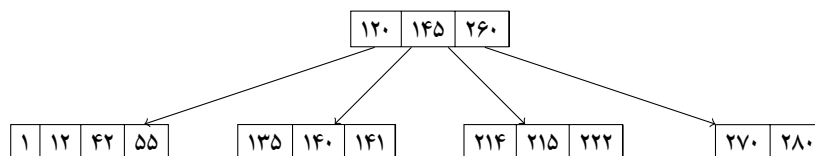


ب) اگر گره‌ای دلخواه به یک درخت قرمز-سیاه اضافه کنیم و بلافاصله پس از درج آن را حذف کنیم، آیا درخت حاصل با درخت اولیه یکسان است؟ درستی ادعای خود را اثبات کنید.

۴. درخت B*

نمره ۱۵

در B-Tree زیر بیشترین تعداد کلید ممکن برای هر گره را ۴ در نظر بگیرید. به ترتیب اعداد ۸۱، ۱۳۷ و ۱۲۵ را به آن اضافه کرده و شکل درخت بدست آمده در هر مرحله را رسم کنید



۵. تصمیم حیاتی

نمره ۲۰

امروز ۱۱ سپتامبر ۲۰۰۱ ساعت ۸:۳۰ صبح است. محمد عطا، بعد از ربودن پرواز ۱۱ ام American Airlines، در حال هدایت آن به سمت ساختمان شمالی مرکز تجارت جهانی واقع در منتهن می‌باشد. ماموریت او برخورد با برج و منفجر کردن تمام طبقات a تا b ام است.

فرض کنید این برج N طبقه دارد و دارای k آسانسور می‌باشد که هر کدام از آن‌ها در $n \leq N$ طبقه‌ی مختلف، در ورودی دارند (لزو ما همه طبقات قابلیت دسترسی به آسانسور ندارند و ممکن است طبقه‌ای باشد که قابلیت دسترسی به چند آسانسور مختلف را داشته باشد). فرض کنید k لیست پیوندی n تایی از طبقات قابل دسترسی هر آسانسور به صورت صعودی، به عبدالعزیز العمری (دستیار محمد عطا) داده شده است. طبق دستور اسامه بن لادن، العمری باید کوچک‌ترین بازه‌ای از طبقات این برج را به دست بیاورد، به طوری که انفجارهای ایجاد شده، منجر به از کار افتادن تمام k آسانسور این ساختمان شود. طبق نتایج به دست آمده از تحقیقات القاعده، تنها در صورتی یک آسانسور از کار می‌افتد که در حداقل یکی از طبقاتی که به آن دسترسی دارد (به معنای وجود داشتن در ورودی)، انفجار مهیبی رخ دهد (با توجه به نامرغوب بودن جنس در آسانسور، انفجار موجب از بین رفتن در و پاره شدن کابل و در نتیجه از کار افتادن آن می‌شود).

الگوریتمی از مرتبه‌ی زمانی $O(nk \log k)$ ارائه دهید که با توجه به اطلاعات داده شده، العمری a و b مناسب را به محمد عطا بگوید.

listings

۶. Suber

نمره ۲۵

صابر یک سرویس تاکسی اینترنتی به نام Suber تأسیس کرده است. روشی که او برای تخصیص مسافر به راننده‌ها استفاده می‌کند به این صورت است که هر درخواستی که در اپلیکیشن ثبت می‌شود، وارد صف درخواست‌ها شده، و سیستم در هر لحظه بین راننده‌هایی که در حال رانندگی نیستند بررسی می‌کند که کدام یک از آن‌ها ماشین سریع‌تری دارد. سپس اولین درخواستی که سر صف قرار دارد را به او می‌دهد. هم‌چنین اگر چند راننده صاحب سریع‌ترین ماشین بودند، درخواست سر صف به راننده‌ای می‌رسد که زودتر به Suber پیوسته باشد.

صابر برای مصاحبه‌های استخدامی، سوالی طرح کرده که هر کس بتواند پاسخ صحیحی به آن بدهد، به استخدام Suber درمی‌آید. سوال به این صورت است که دو آرایه به نام‌های `drivers` و `commuters` داریم که `drivers[i]` نشان‌دهنده‌ی سرعت ماشین راننده‌ی `i` ام (راننده‌ها به ترتیبی که به Suber پیوسته‌اند در این آرایه قرار گرفته‌اند) است و `commuter[i]` نشان‌دهنده‌ی مدت زمان بین مبدا تا مقصد مسافری است که درخواستش را در ثانیه‌ی `i` ام ثبت می‌کند (فرض کنید در هر ثانیه، یک درخواست ثبت می‌شود). مشخص کنید طبق روش مورد استفاده در Suber در نهایت هر درخواست توسط چه راننده‌ای انجام خواهد شد. نتیجه را در آرایه‌ی `answers` ذخیره کنید به طوری که `answers[i]` حاوی ایندکس راننده‌ای است که درخواست ثانیه‌ی `i` ام به او رسیده. هم‌چنین مرتبه‌ی زمانی راه حل خود را ارزیابی کنید.

برای سادگی، از مدت زمان رسیدن راننده تا مبدا مسافر صرف نظر کنید.