



باسمه تعالی
سیستم‌های کنترل دیجیتال
آزمون پایان‌ترم

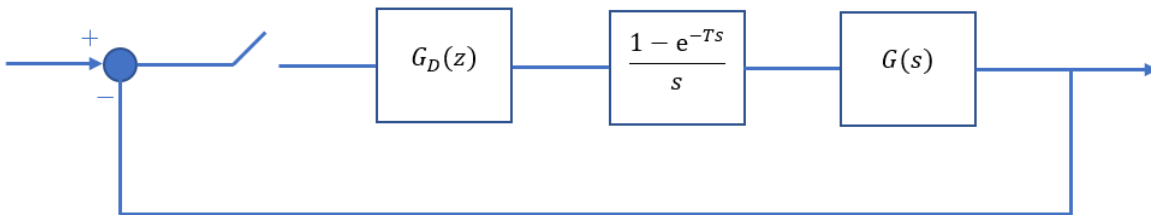
تاریخ برگزاری ۱۵ تیر ۱۴۰۱
زمان ۱۵۰ دقیقه



۱. سیستم شکل ۱ را در نظر بگیرید که در آن

$$G(s) = \frac{-ae^{-4s}}{s+a}$$

و مقدار عددی پارامتر a برابر با $-\frac{1}{4} \ln(3)$ است.



شکل ۱: بلوک دیاگرام یک سیستم کنترلی

با در نظر گرفتن دوره نمونه برداری $T = 4$ سیستم زمان گسسته آن به صورت شکل ۲ در می‌آید که در آن

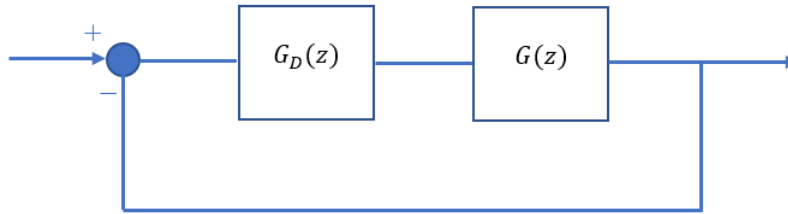
$$G(z) = \frac{2z^{-2}}{1 - 3z^{-1}}$$

است.

(آ) با استفاده از مکان هندسی ریشه‌ها بررسی کنید که آیا کنترل کننده تناسبی (یعنی $G_D(z) = K$) می‌تواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند؟

(ب) با استفاده از مکان هندسی ریشه‌ها بررسی کنید که آیا یک کنترل کننده انتگرالی (یعنی $G_D(z) = \frac{K}{1-z^{-1}}$) می‌تواند سیستم حلقه بسته را پایدار کند؟

(ج) محل صفرها و قطب‌های ساده‌ترین کنترل کننده‌ای که می‌تواند سیستم حلقه بسته را پایدار و خطای حالت ماندگار به ورودی پله را صفر کند (به صورت تقریبی در صفحه z) مشخص کنید.



شکل ۲: بلوک دیاگرام معادل زمان گسسته شکل ۱

۲. سیستم شکل ۱ که در آن

$$G(s) = \frac{-a}{s+a}$$

است را در نظر بگیرید. مقدار عددی پارامتر a برابر با $-\frac{1}{4} \ln(3)$ و دوره نمونه برداری $T = 4$ فرض می‌شود. کنترل‌کننده‌ای طراحی کنید که برای ورودی پله در کم‌ترین زمان ممکن به پاسخ نهایی برسد، خطای حالت ماندگار صفر باشد و بین لحظات نمونه برداری در خروجی موجکی دیده نشود (کنترل‌کننده مرده‌نوش طراحی کنید).

۳. سیستم توصیف شده در فضای حالت به صورت

$$\begin{aligned} x[k+1] &= Gx[k] + Hu[k], \\ y[k] &= Cx[k] + Du[k] \end{aligned}$$

که در آن

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [c_1 \quad c_2], \quad D = 0$$

را در نظر بگیرید.

(آ) برای چه مقادیری از پارامترهای a و b می‌توان از شرایط اولیه‌ی $x[0] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ به $x[2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ رسید؟

(ب) برای $a = b = 0$ ، در صورت امکان $u[0]$ و $u[1]$ را بیابید که بتوان از شرایط اولیه‌ی $x[0] = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ به $x[2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ رسید.

(ج) آیا نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ در فضای حالت، می‌تواند یک نقطه تعادل برای سیستم حلقه بسته باشد؟ اگر جواب مثبت است کنترل‌کننده‌ی فیدبک حالتی پیشنهاد دهید که نقطه مدنظر، نقطه تعادل سیستم حلقه بسته باشد، در غیر این صورت دلیل آن را بیان کنید.

۴. سیستم توصیف شده در فضای حالت به صورت

$$\begin{aligned}x[k+1] &= Gx[k] + Hu[k], \\ y[k] &= Cx[k] + Du[k]\end{aligned}$$

که در آن

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [c_2 \quad c_1 \quad c_0], \quad D = 0$$

را در نظر بگیرید.

(آ) تابع تبدیل پالسی سیستم را به دست آورید.

(ب) فیدبک حالت $u = -Kx$ را به نحوی طراحی کنید که مقادیر ویژه‌ی سیستم حلقه بسته در $-\frac{1}{2}$ ، 0 و $\frac{1}{2}$ قرار گیرد.

(ج) فیدبک حالت $u = -Kx$ را به نحوی طراحی کنید که حالت‌های سیستم حلقه بسته از هر حالت اولیه‌ای پس از ۳ گام به مبدا برسد و در آن مستقر شود (کنترل کننده مرده نوش).