



باسمه تعالی  
سیستم‌های کنترل دیجیتال  
آزمونک ۲



شماره دانشجویی:

نام خانوادگی:

زمان پاسخ‌گویی: ۲۵ دقیقه

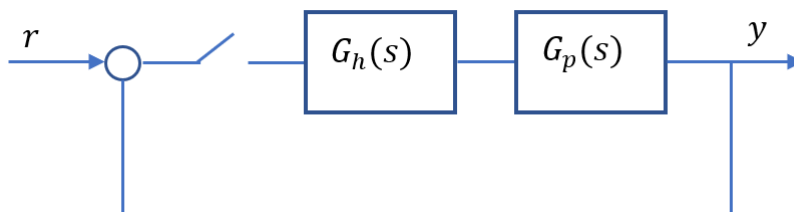
$$\mathcal{Z}\{u[k]\} = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

$$\mathcal{Z}\{G(s)\} = \sum \left[ \text{Residue of } \frac{G(p)z}{z - e^{Tp}} \text{ at pole of } G(p) \right]$$

شکل زیر را با  $T = 1$  و

$$G_p(s) = \frac{1}{s+1}, \quad G_h(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

در نظر بگیرید. با فرض ورودی پله واحد، تبدیل  $z$  دنباله  $y[k] = y(kT)$  را به دست آورید.



$$Y(s) = G_p(s)G_h(s)E^*(s), \quad \Rightarrow \quad Y^*(s) = (G_pG_h)^*(s)E^*(s)$$

$$E(s) = R(s) - Y(s), \quad \Rightarrow \quad E^*(s) = R^*(s) - Y^*(s)$$

$$Y^*(s) = \frac{(G_pG_h)^*(s)}{1 + (G_pG_h)^*(s)} R^*(s)$$

بنابراین:

$$Y(z) = \frac{(G_pG_h)(z)}{1 + (G_pG_h)(z)} R(z)$$

با محاسبه

$$(G_pG_h)(z) = \mathcal{Z}\{G_p(s)G_h(s)\} = \mathcal{Z}\left\{\frac{1 - e^{-Ts}}{s(s+1)}\right\} = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s(s+1)}\right\}$$

در ادامه:

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s(s+1)}\right\} = \frac{z}{z-1} + \frac{-z}{z - e^{-T}} = \frac{(1 - e^{-T})z}{(z-1)(z - e^{-T})}$$

پس:

$$(G_p G_h)(z) = \frac{1 - e^{-T}}{z - e^{-T}}$$

و در نهایت:

$$Y(z) = \frac{(G_p G_h)(z)}{1 + (G_p G_h)(z)} R(z) = \frac{(1 - e^{-T})z}{(z - 2e^{-T} + 1)(z - 1)}$$