



به نام خدا
سیستم‌های کنترل دیجیتال
تمرین سری پنجم
۱۴۰۲-۱۴۰۳-۲



تاریخ بارگذاری: ۱۴۰۳/۰۳/۲۸

تاریخ تحویل: ۱۴۰۳/۰۴/۱۲

دستیار آموزشی مسئول: سید فرید موسوی (farbodmoosavi@ut.ac.ir)

خواهشمند است جهت تحویل تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

۱. دانشجویان می‌توانند سوالات خود را پیرامون تمرین، با دستیار آموزشی مسئول از طریق راه‌های ارتباطی در نظر گرفته شده، مطرح کنند.
۲. پاسخ‌های خود را، تا موعد ذکر شده به صورت یک فایل PDF یکپارچه، در سامانه ایلرن بارگذاری نمایید. توجه داشته باشید که فایل ارسالی نیاز به چرخش یا تغییر وضوح نداشته باشد.
۳. در صورتی که در سوالات، شبیه‌سازی از شما خواسته شده بود، صرفاً نتایج را در فایل PDF بیاورید. کد و فایل‌های شبیه‌سازی را به صورت یک فایل zip همراه تمرین ارسال نمایید.

سوال ۱

فضای حالت توابع پالسی داده شده در هر مورد را با روش مشخص شده بدست آورید.

الف) $G(z) = \frac{z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + 3z^{-1} + 5z^{-2}}$ ، کانونیکال کنترل پذیر

ب) $G(z) = \frac{z^{-2} + 2z^{-3}}{1 + 3z^{-1} + 9z^{-2} + 7z^{-3}}$ ، کانونیکال رویت پذیر

پ) $G(z) = \frac{z^{-1} + 2z^{-2}}{1 + 1.2z^{-1} + 0.35z^{-2}}$ ، کانونیکال قطری

سوال ۲

تابع تبدیل پالسی سیستمی که با معادلات حالت زیر نمایش داده شده است را محاسبه کنید:

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

$$G = \begin{bmatrix} -0.6 & 2 \\ 0 & -0.3 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & -0.1 \end{bmatrix}, D = 0$$

سوال ۳

سیستم حلقه باز زیر را در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+2)}$$

ابتدا با فرض یک نگه دار مرتبه صفر قبل از سیستم و زمان نمونه برداری $T = 0.1 \text{ sec}$ معادل زمان گسسته آن را بدست آورید و یک نمایش فضای حالت برای سیستم گسسته معرفی کنید. سپس فیدبک حالتی برای سیستم طراحی کنید به نحوی که زمان نشست سیستم کمتر از ۱ ثانیه بشود. کنترلر طراحی شده برای سیستم را در MATLAB شبیه سازی کنید و بررسی کنید که آیا خواسته طراحی برآورده شده است یا خیر.

سوال ۴

در سیستم زیر پایداری نقاط تعادل را بررسی کنید:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.5 \end{bmatrix} \quad \text{(الف)}$$

$$\begin{bmatrix} x_1((k+1)T) \\ x_2((k+1)T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos T & -\sin T \\ \sin T & \cos T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ x_2(kT) \end{bmatrix} \quad \text{(ب)}$$

سوال ۵

سیستم زیر را در نظر بگیرید.

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k)$$

$$u = -Kx$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \end{bmatrix}^T$$

- الف) بهره فیدبک K را طوری بدست آورید که قطب های حلقه بسته سیستم در $z_{1,2} = 0.9 \pm 0.1j$ قرار گیرند.
 ب) فیدبک حالت را به نحوی طراحی کنید که سیستم پاسخ مرده نوش داشته باشد.
 پ) با شبیه سازی کنترلرهای قسمت الف و ب، پاسخ خروجی آن ها را مقایسه کنید.

سوال ۶

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.16 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -0.8 \end{bmatrix} u(k)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

بررسی کنید به ازای چه ورودی در هر لحظه مقدار حالت ها به مقادیر زیر همگرا خواهد شد.

$$\begin{bmatrix} x_1(2) \\ x_2(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.008 \end{bmatrix}$$

سوال ۷

سیستم زیر را در نظر بگیرید.

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.16 & -1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

برای این سیستم رویتگری طراحی کنید که خطای تخمین پاسخ مرده نوش داشته باشد.

سوال ۸ (مورد الف امتیازی)

الف) یک نمایش فضای حالت برای تابع تبدیل پالسی ماتریسی زیر بیابید.

$$\begin{bmatrix} Y_1(z) \\ Y_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{1-z^{-1}} & \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \\ \frac{1}{1+0.4z^{-1}} & \frac{1+z^{-1}}{1+0.4z^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(z) \\ U_2(z) \end{bmatrix}$$

ب) یک نمایش فضای حالت برای سیستم زیر ارائه دهید.

$$y(k+2) + 5y(k+1) + 3y(k) = u(k+1) + 2u(k)$$

سیستم پیوسته زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

در صورتی که حالت های سیستم در دسترس نباشد و صرفا به خروجی دسترسی داشته باشیم، با در نظر گرفتن زمان نمونه برداری $T = 0.1 \text{ sec}$ برای سیستم گسسته، یک کنترلر با فیدبک مناسب از خروجی برای سیستم طراحی کنید به نحوی که قطب های معادل سیستم در صفحه s در $s = -1.8 \pm j3.12$ قرار بگیرد. (قطب های تخمینگر به دلخواه انتخاب شوند).