



باسمه تعالی
سیستم‌های کنترل دیجیتال
آزمونک ۴



شماره دانشجویی:

نام خانوادگی:

زمان پاسخ‌گویی: ۲۵ دقیقه

مکان هندسی $1 + KG(z) = 0$ برای $K > 0$ در شکل زیر رسم شده است و

$$G(z) = \frac{z^{-1}(1 - z^{-1})}{1 - z^{-1} + z^{-2}}$$

اگر $KG(z)$ در مسیر مستقیم یک حلقه فیدبک واحد منفی قرار داشته باشد:

۱. به ازای چه مقداری از K تابع تبدیل حلقه بسته سریع‌ترین پاسخ را خواهد داشت؟

سریع‌ترین پاسخ موقعی حاصل می‌شود که تا حد ممکن قطب‌های سیستم حلقه بسته به مبدا نزدیک باشند. در این سوال نقطه شکست نمودار مکان هندسی ریشه‌ها روی مبدا قرار دارد و با تنظیم K هر دو قطب سیستم حلقه بسته روی مبدا قرار می‌گیرند. برای محاسبه مقدار K از شرط اندازه استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{|G(z)|_{z=0}} = 1$$

۲. بازه K برای پایداری سیستم حلقه بسته را مشخص کنید.

شاخه‌های مکان ریشه از قطب‌های حلقه باز شروع و به صفرهای حلقه باز منتهی می‌شود. طبق شکل یکی از شاخه‌ها به صفر نامتناهی $G(z)$ در $-\infty$ خواهد رسید و از دایره واحد خارج می‌شود. مقدار K متناظر با خروج شاخه سبز از دایره واحد را می‌توان از شرط اندازه محاسبه نمود (شکل را ببینید): $K_u = \frac{1}{|G(z)|_{z=-1}} = \frac{1}{\frac{1}{l_1 l_2}} = \frac{2}{3}$ هم‌چنین می‌توان این مقدار را از قرار دادن $z = -1$ در $G(z)$ محاسبه نمود.

