مکان‌هندسی ریشه‌ها برای $1 + kG(z) = 0$ و

$$G(z) = \frac{\Pi_{i=1}^{m}(z + z_i)}{\Pi_{i=1}^{n}(z + p_i)}, \quad n \geq m$$

- شرط اندازه $|G(z)| = \dfrac{1}{|k|}$ شرط زاویه $\angle G(z) = (2l+1)\pi$ برای $k > 0$ و $\angle G(z) = 2l\pi$ برای $k < 0$
- تعداد مجانب‌ها $n - m$، محل برخورد مجانب‌ها $-\dfrac{\sum p_i - \sum z_i}{n - m}$، زاویه مجانب‌ها

$$\begin{cases} \dfrac{2l+1}{n-m}, & k > 0 \\ \dfrac{2l}{n-m}, & k < 0 \end{cases}$$

- زاویه خروج از قطب $(k > 0)$

$$\bar{\theta} = -\sum \theta_i + \sum \phi_i - (2l+1)\pi$$

زاویه ورود به صفر $(k > 0)$

$$\bar{\phi} = \sum \theta_i - \sum \phi_i + (2l+1)\pi$$

برای $k < 0$ در عبارت فوق $2l + 1$ به $2l$ تبدیل می‌شود.

تغییر متغیر برای پاسخ فرکانسی:

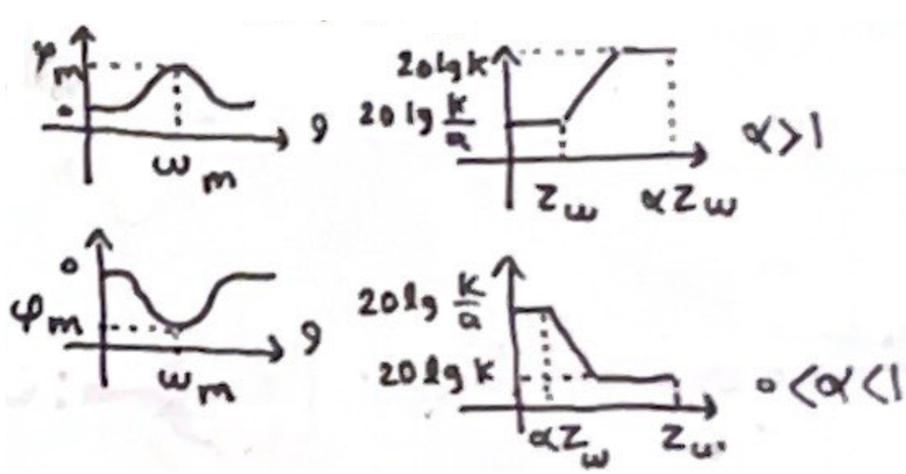
$$z \to \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w}, \qquad w \to \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$$

رابطه فرکانسی

$$\nu = \frac{2}{T}\tan(\frac{\Omega T}{2})$$

قضیه نایکوئیست برای سیستم‌های زمان گسسته: تصویر مسیر نایکوئیست(دایره واحد در خلاف جهت عقربه‌های ساعت) تحت نگاشت $G(z)$ اگر نقطه $-1/k$ را به تعداد N بار دور بزند، آنگاه عبارت $1 + kG(z)$ به تعداد $Z = N + P$ ریشه خارج از دایره واحد دارد که P تعداد قطب‌های خارج از دایره واحد $G(z)$ است.
نمودار Bode تابع تبدیل $H(w)$:

$$H(w) = k\frac{w + z_w}{w + \alpha z_w}, \quad \omega_m = \sqrt{\alpha}z_w, \quad \sin(\phi_m) = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$



نمایش‌های فضای حالت برای تابع تبدیل

$$G(z)=\frac{b_0+b_1z^{-1}+...+b_nz^{-n}}{1+a_1z^{-1}+...+a_nz^{-n}} \quad \Rightarrow \quad x[k+1]=Gx[k]+Hu[k],\;\; y[k]=Cx[k]+Du[k]$$

کانونیکال کنترل پذیری:

$$G=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad H=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix} b_n-a_nb_0 & b_{n-1}-a_{n-1}b_0 \cdots, b_1-a_1b_0 \end{bmatrix}, \, D=b_0$$

کانونیکال رویت پذیری:

$$G=\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_{n-2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix}, \quad H=\begin{bmatrix} b_n-a_nb_0 \\ \vdots \\ b_1-a_1b_0 \end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; D=b_0$$

گسسته سازی فضای حالت:

$$\dot{x}=Ax+Bu \quad \Rightarrow \quad x[k+1]=Gx[k]+Hu[k],\;\; G=\exp(AT),\;\; H=\int_0^T exp(A\eta)B\mathrm{d}\eta$$

معادله لیاپانوف ماترسی برای سیستم زمان گسسته خطی $x[k+1]=Gx[k]$:

$$G^TPG-P=-Q$$

ماتریس کنترل‌پذیریM و رویت‌پذیری N:

$$M=\begin{bmatrix} H & GH & \cdots & G^{n-1}H \end{bmatrix}, \quad N=\begin{bmatrix} C \\ CG \\ \vdots \\ CG^{n-1} \end{bmatrix}$$

تبدیل به فرم کانونیکال کنترل‌پذیری $x[k+1]=Gx[k]+Hu[k]$:

$$\tilde{x}[k]=T^{-1}x[k], \quad T=MW, \quad W=\begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \cdot^{\cdot^{\cdot}} & & & \\ a_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad |zI-G|=z^n+a_1z^{n-1}+\cdots+a_n$$

تبدیل به فرم کانونیکال رویت‌پذیری:

$$\tilde{x}[k]=Q^{-1}x[k], \quad Q=(WN)^{-1},$$