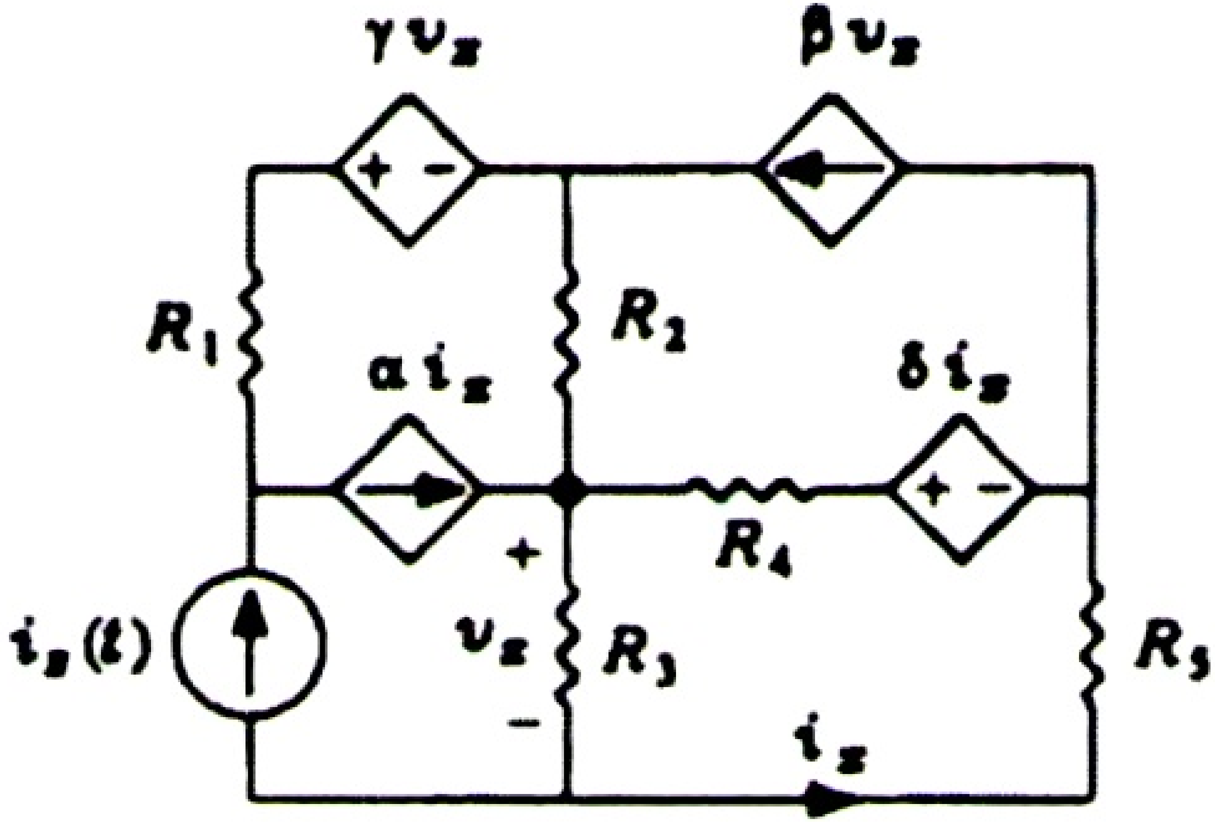
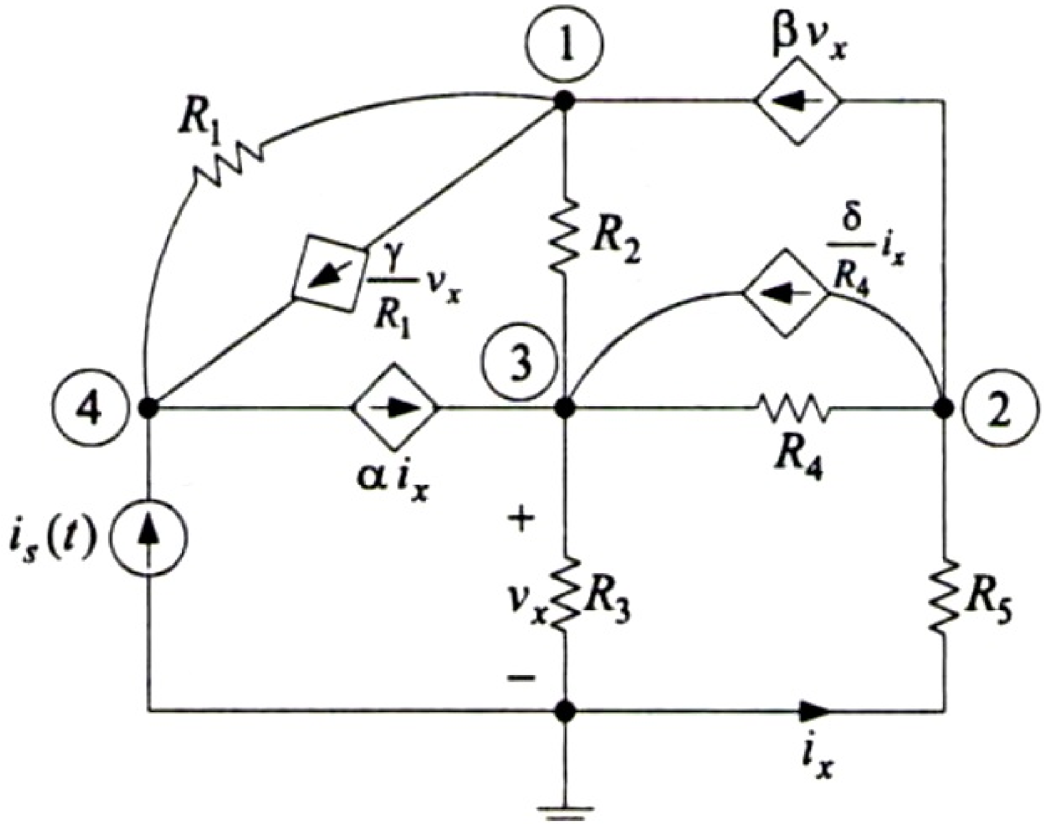
تجزیه و تحلیل مش

امیر عباس شایگانی اکمل

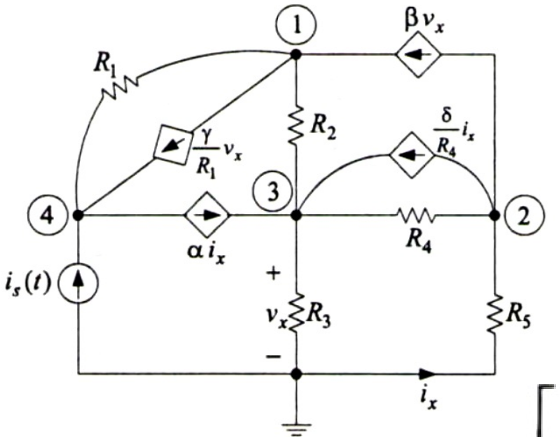
یادآوری روش گره



یادآوری روش گره



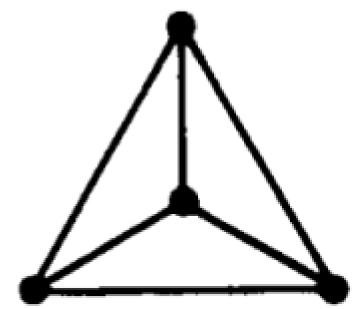
یادآوری روش گره



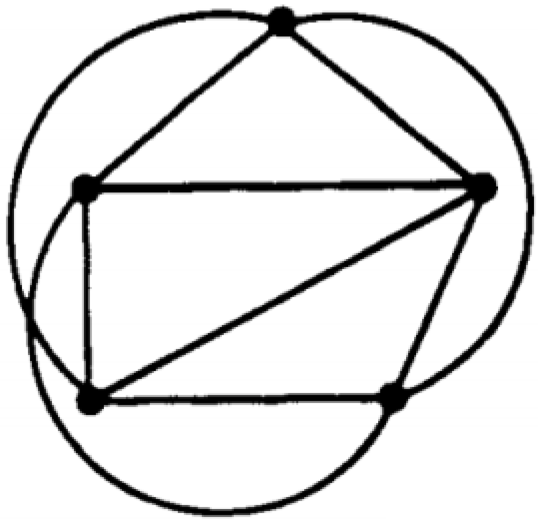
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} & 0 & -\frac{1}{R_2}-\beta+\frac{\gamma}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ 0 & -\frac{\delta}{R_4R_5}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5} & -\frac{1}{R_4}+\beta & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_4}+\frac{\alpha}{R_5}+\frac{\delta}{R_4R_5} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4} & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & -\frac{\alpha}{R_5} & -\frac{\gamma}{R_1} & \frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ i_s(t) \end{bmatrix}$$

گراف مسطح

گراف g را مسطح گویند، چنانچه بتوان آن را روی یک صفحه چنان رسم نمود که هیچ دو شاخه آن همدیگر را در نقطه‌ای که یک گره نباشد، قطع نکنند.

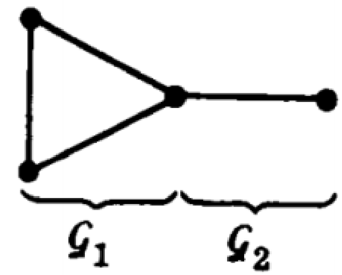


(الف) گراف مسطح

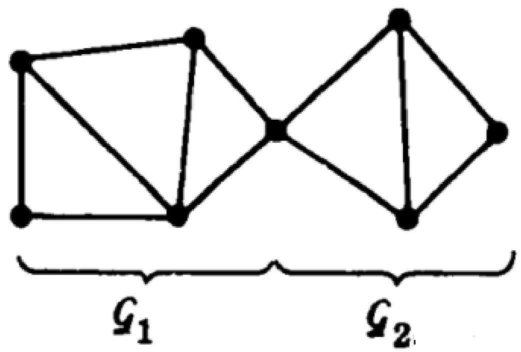


(ب) گراف نامسطح

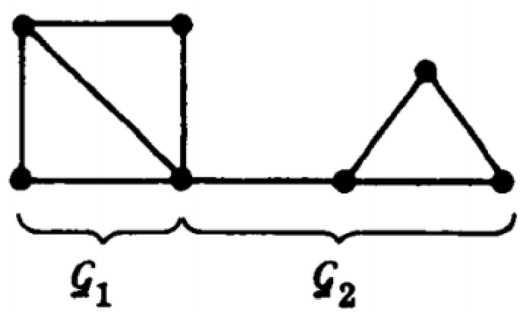
گراف لولا دار و گراف بی لولا



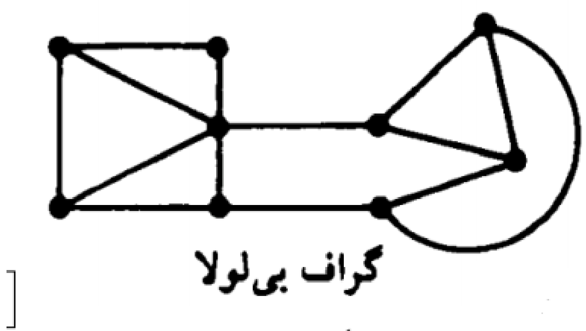
گراف لولادار



گراف لولادار



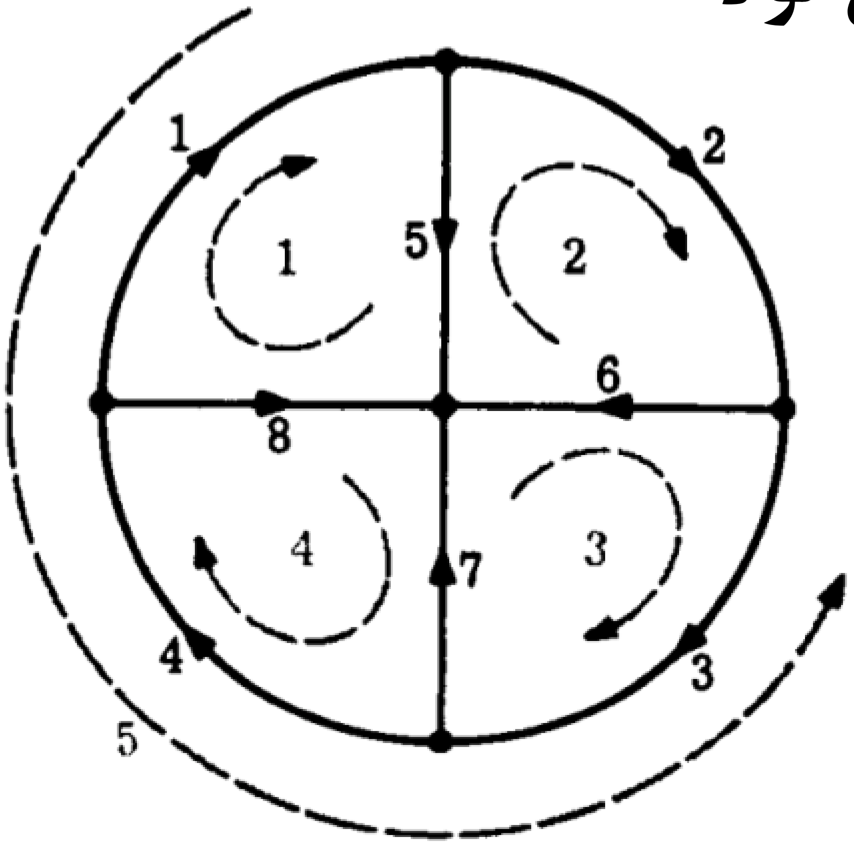
گراف لولادار



گراف بی‌لولا

مش

گراف جهت دار، مسطح و بی لولا



تعداد مش ها $l = b - n_t + ۱$

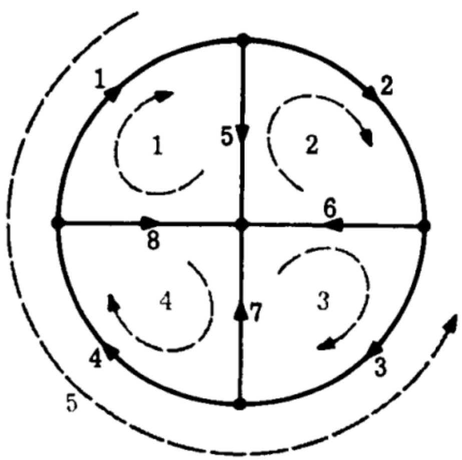
b تعداد شاخه های گراف

n_t تعداد گره ها

ماتریس M_a

مشابه ماتریس A_a ماتریس M_a برای روش تجزیه و تحلیل مش تعریف می شود.

$$m_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر شاخه } k \text{ در مش } i \text{ بوده و جهت‌های قراردادی آن‌ها برهم منطبق باشند} \\ -1 & \text{اگر شاخه } k \text{ در مش } i \text{ بوده و جهت‌های قراردادی آن‌ها برهم منطبق نباشند} \\ 0 & \text{اگر شاخه } k \text{ در مش } i \text{ نباشد} \end{cases}$$

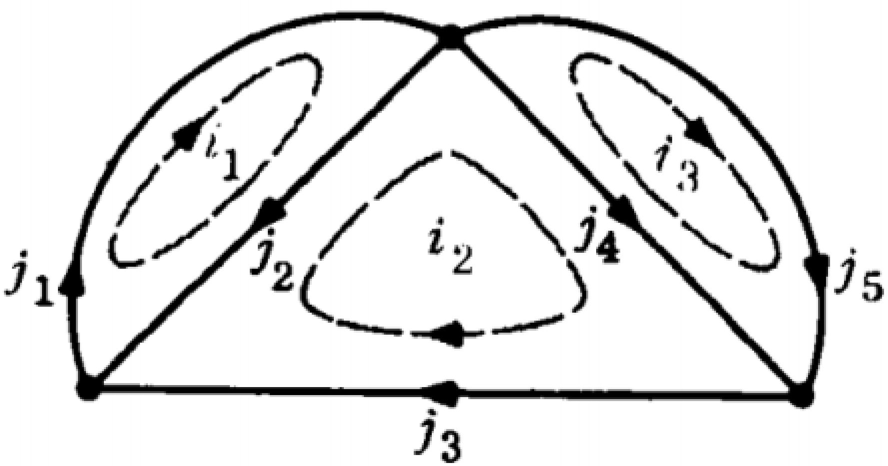


$$\text{مش‌ها}\left\{ \begin{array}{c|c} & \overbrace{\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}}^{\text{شاخه‌ها}} \\ \begin{array}{c} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \\ (5) \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

دو مطلب اساسی تجزیه و تحلیل مش

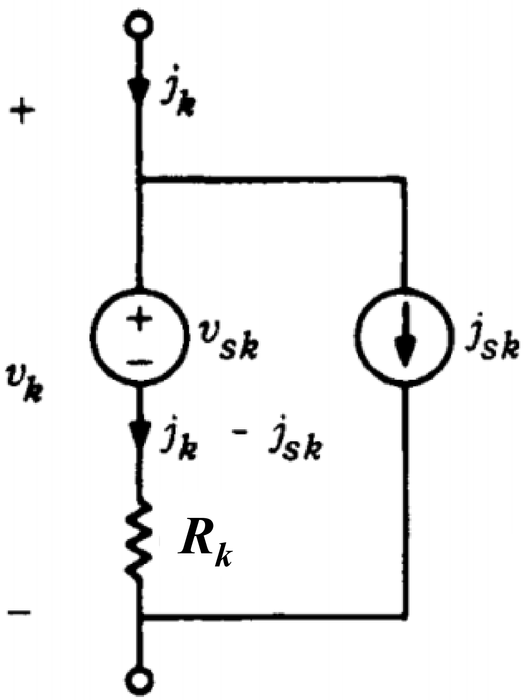
$Mv = 0 \qquad \text{(KVL)}$

$j = M^T i \qquad \text{(KCL)}$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

تجزیه و تحلیل مش در شبکه های خطی تغییر ناپذیر با زمان



$$v_k = v_{sk} + R_k(j_k - j_{sk}) = R_k j_k + v_{sk} - R_k j_{sk}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{j} - \mathbf{R}\mathbf{j}_\mathbf{s} + \mathbf{v}_\mathbf{s}$$

$$Mv = MRM^T i - MRj_s + Mv_s = ۰$$

$$MRM^T i = MRj_s - Mv_s$$

$$Z_m \triangleq MRM^T$$

$$\boxed{Z_m i = e_s}$$

$$e_s \triangleq MRj_s - Mv_s$$

نوشتن معادلات مش به روش میانبر

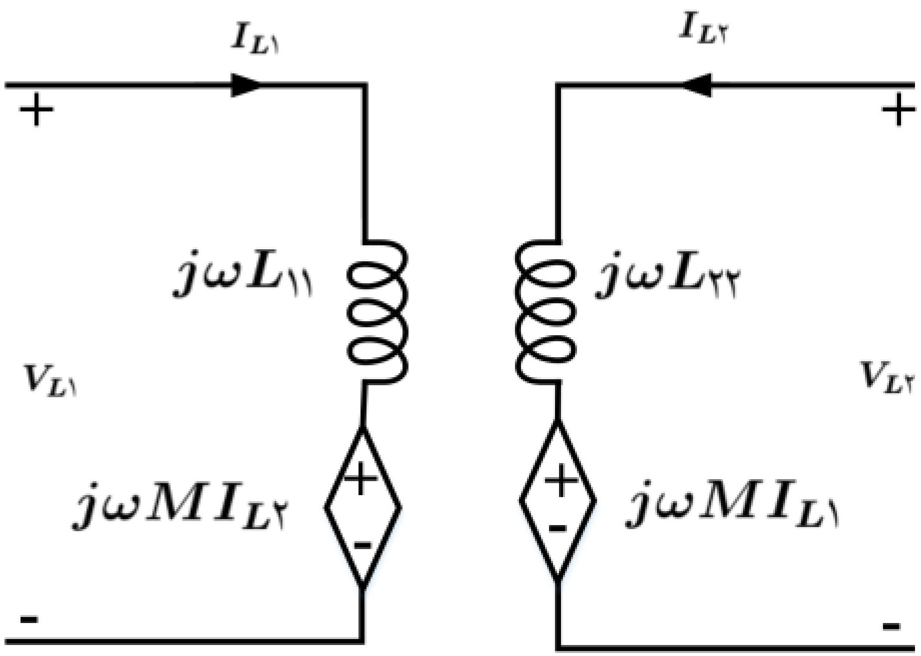
$$\begin{bmatrix} z_{۱۱} & z_{۱۲} & \cdots & z_{۱m} \\ z_{۲۱} & z_{۲۲} & \cdots & z_{۲m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ z_{m۱} & z_{m۲} & \cdots & z_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{۱} \\ i_{۲} \\ \vdots \\ i_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{s۱} \\ e_{s۲} \\ \vdots \\ e_{sm} \end{bmatrix}$$

۱) z_{ii}، یعنی درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس امپدانس Z_m، برابر است با مجموع امپدانس‌های داخل مش iام.

۲) z_{ik}، یعنی درایه‌های روی غیرقطر اصلی ماتریس امپدانس Z_m، برابر است با منفی مجموع امپدانس‌هایی که به طور مستقیم بین مش‌های i و k قرار دارند.

۳) e_{sk} برابر است با مجموع جبری منابع ولتاژی که در مش kام قرار دارند؛ در نوشتن این مجموع، اگر در حرکت در جهت مش، به سر منفی منبع ولتاژ رسیدیم، به آن علامت مثبت و اگر به سر مثبت منبع ولتاژ رسیدیم، به آن علامت منفی نسبت می‌دهیم.

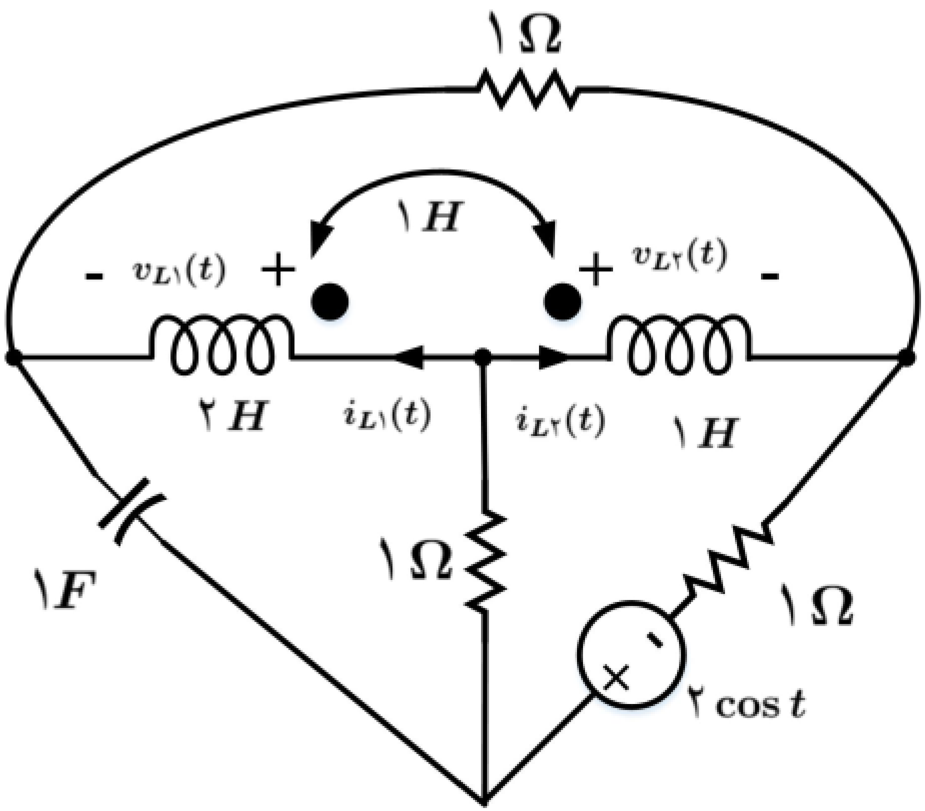
مدار معادل سلفهای تزویج شده مناسب روش مش



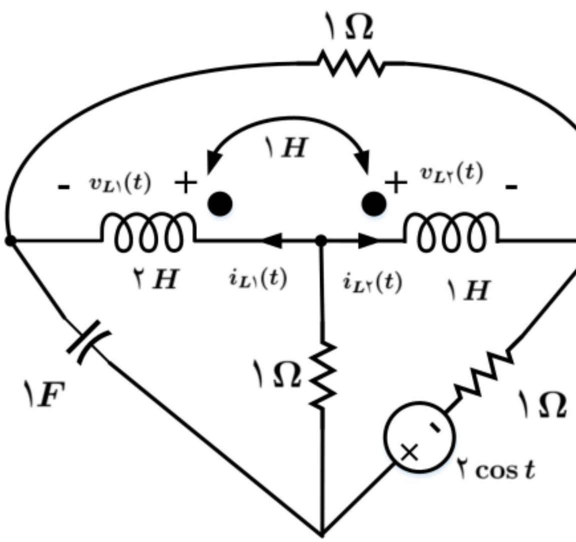
$$\begin{cases} v_{L۱}(t) = L_{۱۱}\dfrac{di_{L۱}(t)}{dt} + M\dfrac{di_{L۲}}{dt} \\ v_{L۲}(t) = M\dfrac{di_{L۱}(t)}{dt} + L_{۲۲}\dfrac{di_{L۲}}{dt} \end{cases}$$

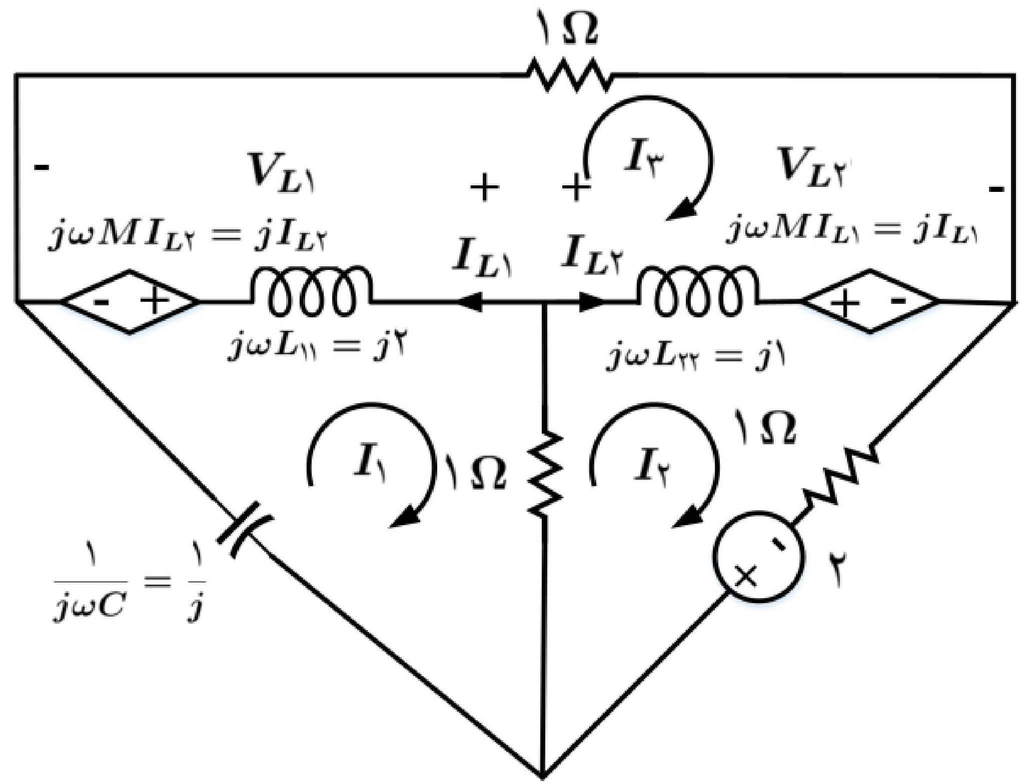
$$\begin{cases} V_{L۱} = j\omega L_{۱۱} I_{L۱} + j\omega M I_{L۲} \\ V_{L۲} = j\omega M I_{L۱} + j\omega L_{۲۲} I_{L۲} \end{cases}$$

یک مثال برای روش مش

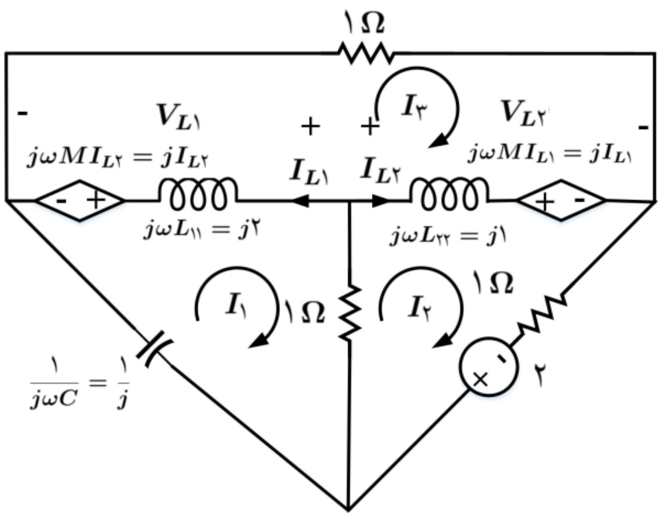


استاندارد سازی شبکه برای مش





نوشتن معادلات مش



$$\begin{bmatrix} 1 + j2 + \frac{1}{j1} & -1 & -j2 \\ -1 & 1 + 1 + j1 & -j1 \\ -j2 & -j1 & 1 + j1 + j2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} jI_{L2} \\ 2 - jI_{L1} \\ jI_{L1} - jI_{L2} \end{bmatrix} \quad I_{L1} = I_3 - I_1, \quad I_{L2} = I_2 - I_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 + j & -1 - j & -j \\ -1 - j & 2 + j & 0 \\ -j & 0 & 1 + j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

انتخاب روش تجزیه و تحلیل

برای حل شبکه هر چه تعداد متغیرها کم باشد، حل مسئله ساده تر می شود. این مسئله بخصوص برای شبکه های بزرگ اهمیت بالایی داشته است.

از سویی پیاده سازی هر روش هزینه دارد، لذا استفاده از ایده دوگان مطرح می شود.

مثلا فرض کنید روش حل گره پیاده سازی شده است ولی می خواهیم شبکه ای که تعداد مش آن کمتر است را حل کنیم، بنابراین ابتدا دوگان آن شبکه را بدست می آوریم و شبکه دوگان را حل می کنیم و سپس با انتقال مقادیر بدست آمده به شبکه اصلی حل را کامل می کنیم.

معرفی دوگانی با مثال

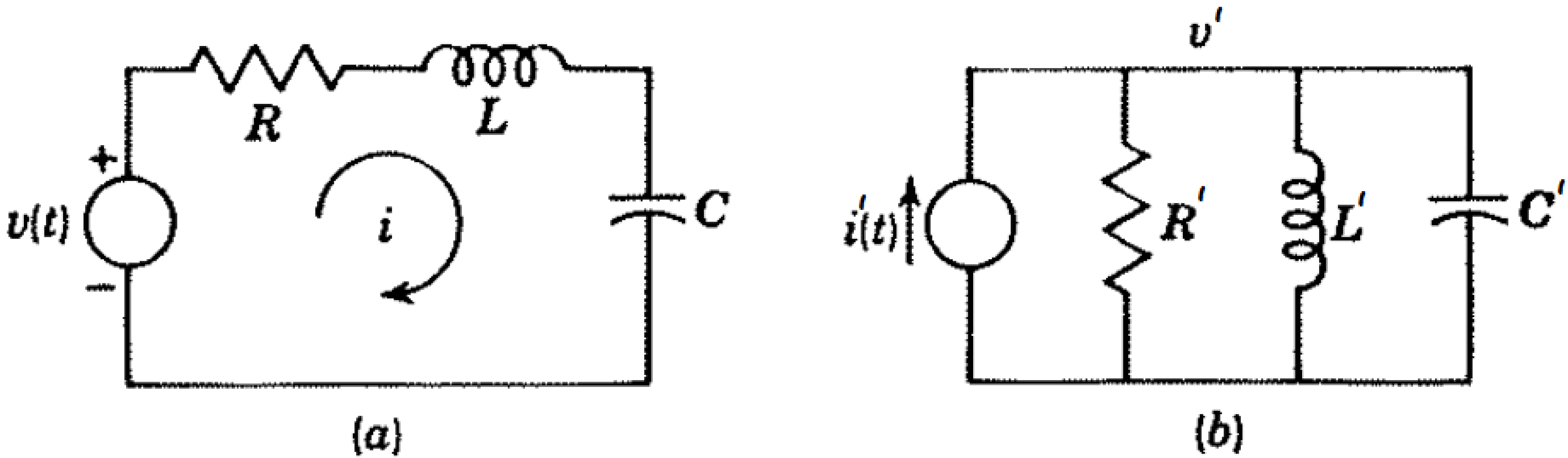


Fig. 3-16. Dual networks.

$$v(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt \qquad i'(t) = G'v' + C'\frac{dv'}{dt} + \frac{1}{L'}\int v' dt$$

دوگانی

Table 2.1 Dual terms

S	S^*
Branch voltage	Branch current
Current-controlled resistor	Voltage-controlled resistor
Resistance	Conductance
Open circuit	Short circuit
Independent voltage source	Independent current source
Series connection	Parallel connection
KVL	KCL
Port voltage	Port current

Table 1.1 Dual variables, parameters, and names

Capacitor voltage v_C	$\leftrightarrow$ Inductor current i_L
Inductor current i_L	$\leftrightarrow$ Capacitor voltage v_C
Resistor voltage v_R	$\leftrightarrow$ Resistor† current i_R
Capacitance C	$\leftrightarrow$ Inductance L
Inductance L	$\leftrightarrow$ Capacitance C
Conductance $G_p = 1/R_p$	$\leftrightarrow$ Resistance $R_s = 1/G_s$
Current source	$\leftrightarrow$ Voltage source
Parallel connection	$\leftrightarrow$ Series connection

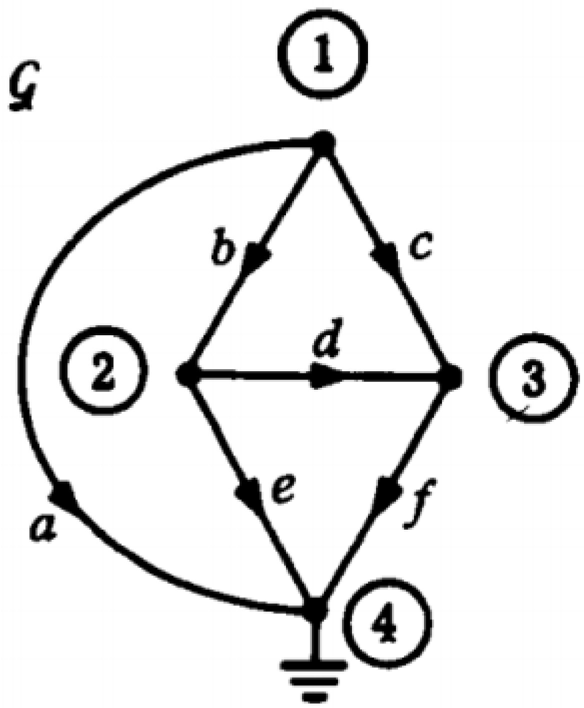
بدست آوردن گراف دوگان

۱- برای هر یک از مش‌های g با حساب اوردن مش بیرونی، یک گره از $\hat{g}$ متناظر می‌سازیم. بدین ترتیب گره $\hat{1}$ را با مش ۱ متناظر ساخته و گره $\hat{1}$ را در درون مش ۱ رسم می‌کنیم. در مورد هر یک از گره‌های $\hat{2}$، $\hat{3}$،...، همچنین گره $\widehat{l+1}$ که متناظر با مش بیرونی است، عمل مشابهی انجام می‌دهیم.

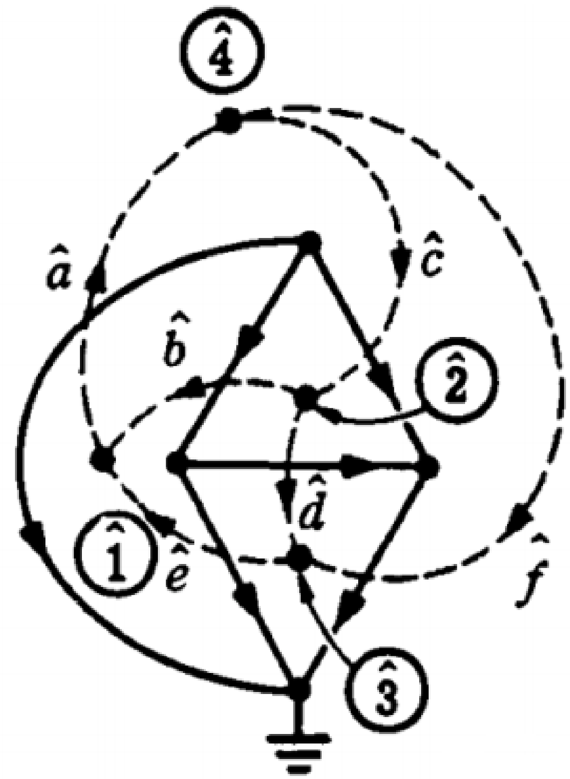
۲- برای هر شاخه، مانند k از g، که میان مش‌های i و j مشترک است، یک شاخه k از $\hat{g}$ را که به گره‌های $\hat{i}$ و $\hat{j}$ متصل است متناظر می‌سازیم.

۳- جهت قراردادی یک شاخه از گراف دوگان $\hat{g}$ با در نظر گرفتن جهت قراردادی شاخه متناظر در گراف داده شده g و با دوران آن بردار به میزان ۹۰^o در جهت عقربه‌های ساعت بدست می‌آید.

مثال دوگان

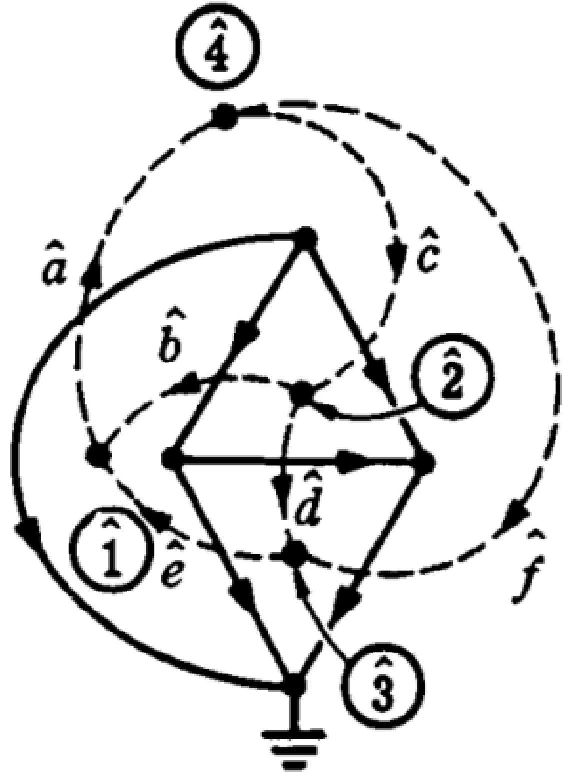


(الف) گراف داده شده

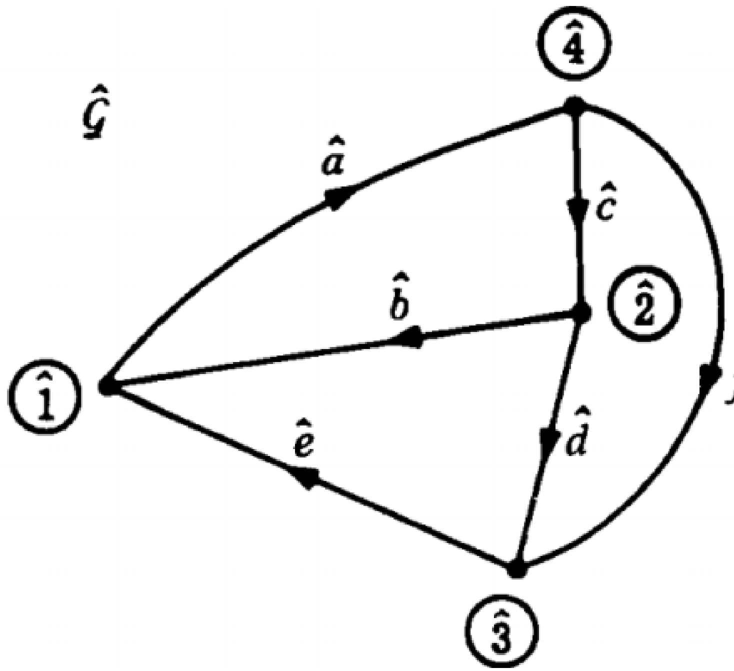


(ب) گراف مراحل ساختن

حل نهایی مثال گراف دوگان



(ب) گراف مراحل ساختن



(ج) گراف دوگان

مثال دوگان

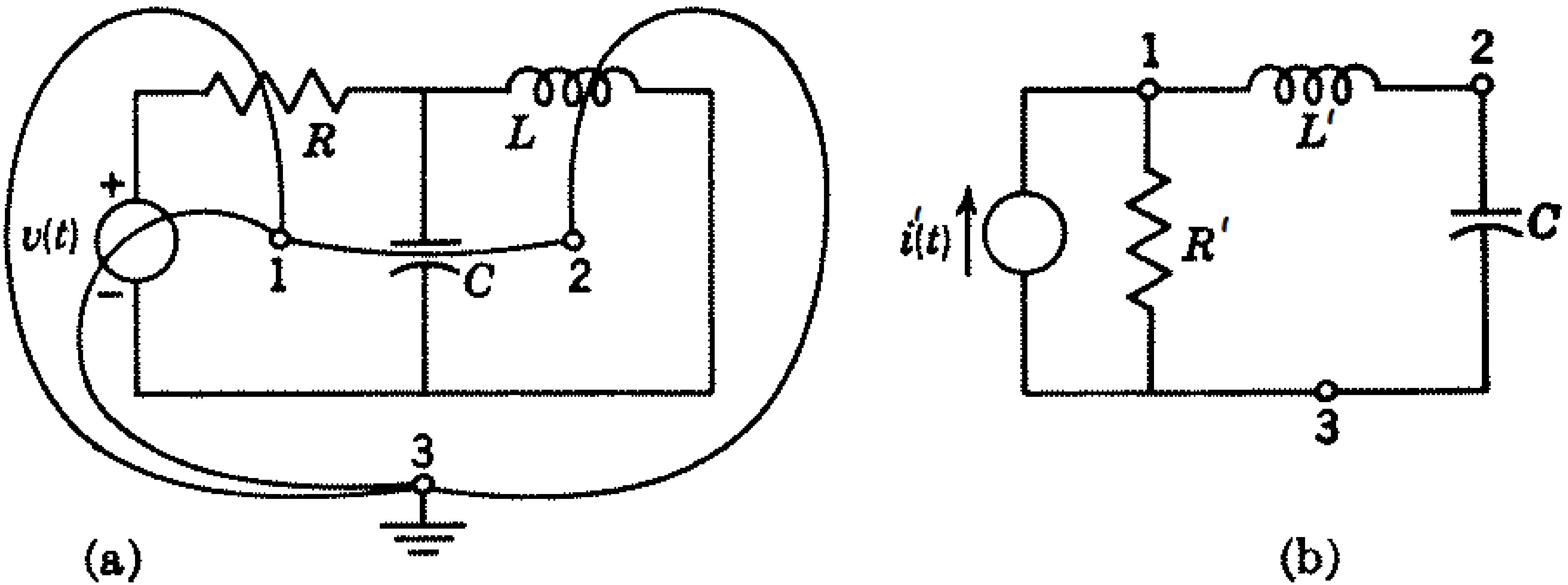


Fig. 3-17. Graphical procedures for finding dual of network: (a) original; (b) dual.