



# تجزیه و تحلیل گره (چند مثال)

امیر عباس شایگانی اکمل



# نوشتن معادلات گره به طور نظری

$$Y_n e = i_s$$
$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ \vdots \\ i_{sn} \end{bmatrix}$$

(۱)  $y_{ii}$ ، یعنی درایه‌های روی قطر اصلی ماتریس ادمیتانس  $Y_n$ ، برابر است با مجموع ادمیتانس‌هایی که به گره  $(i)$  متصل می‌باشند، که به آن ادمیتانس خودی گره  $(i)$  می‌گویند.

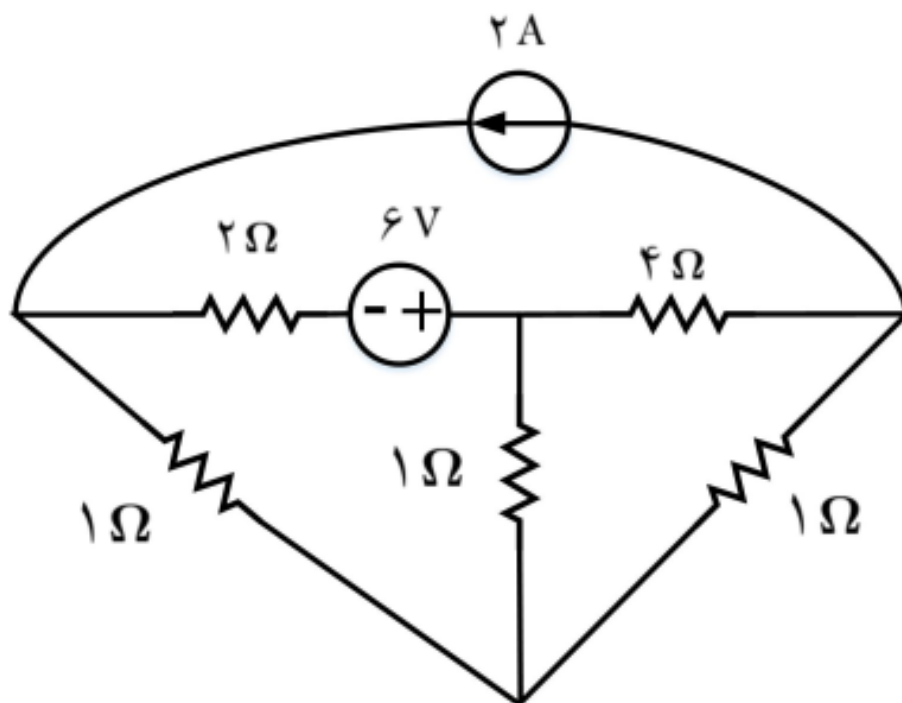
(۲)  $y_{ik}$ ، یعنی درایه‌های روی غیرقطر اصلی ماتریس ادمیتانس  $Y_n$ ، برابر است با منفی مجموع ادمیتانس‌هایی که به طور مستقیم بین گره‌های  $(i)$  و  $(k)$  متصل هستند، که به آن ادمیتانس متقابل بین گره‌های  $(i)$  و  $(k)$  می‌گویند.

(۳)  $i_{sk}$  برابر است با مجموع جبری منابع جریانی که به گره  $(k)$  وارد می‌شوند؛ به آن منابع جریانی که به گره وارد می‌شوند، علامت مثبت و به منابع جریانی که خارج می‌شوند، علامت منفی نسبت می‌دهیم.



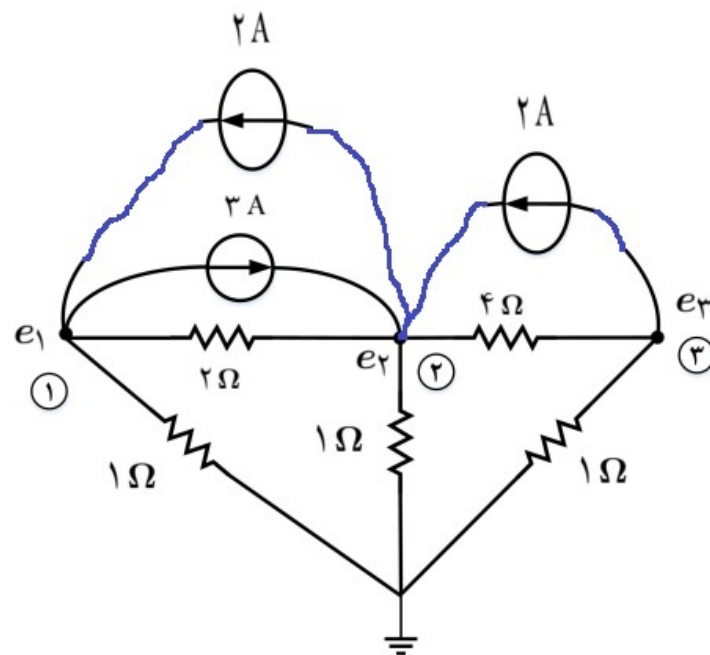
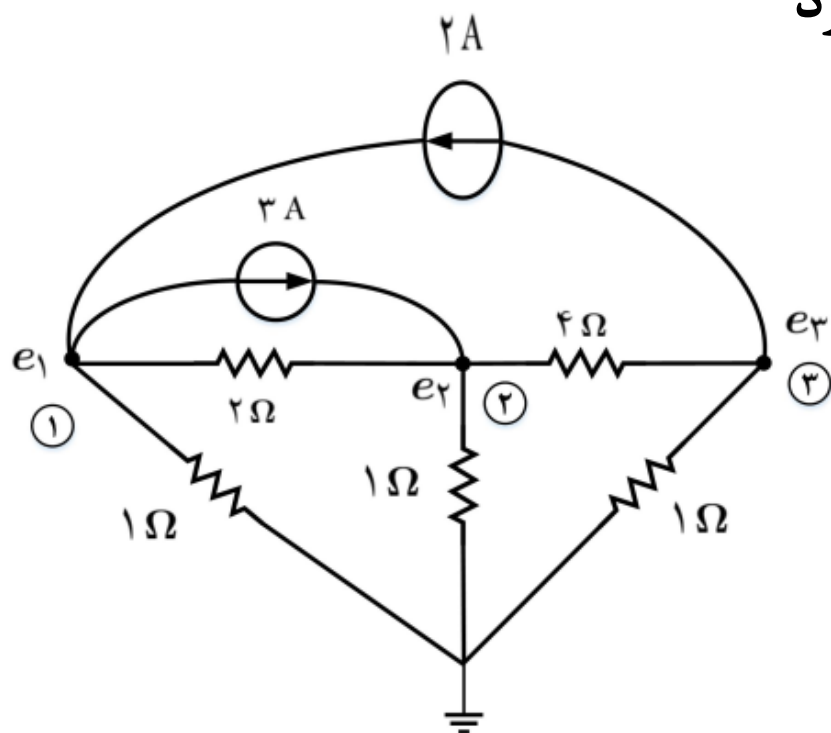
# مثال ۱: شبکه مقاومتی

معادلات گره را به روش نظری برای شبکه زیر بصورت ماتریسی بنویسید.

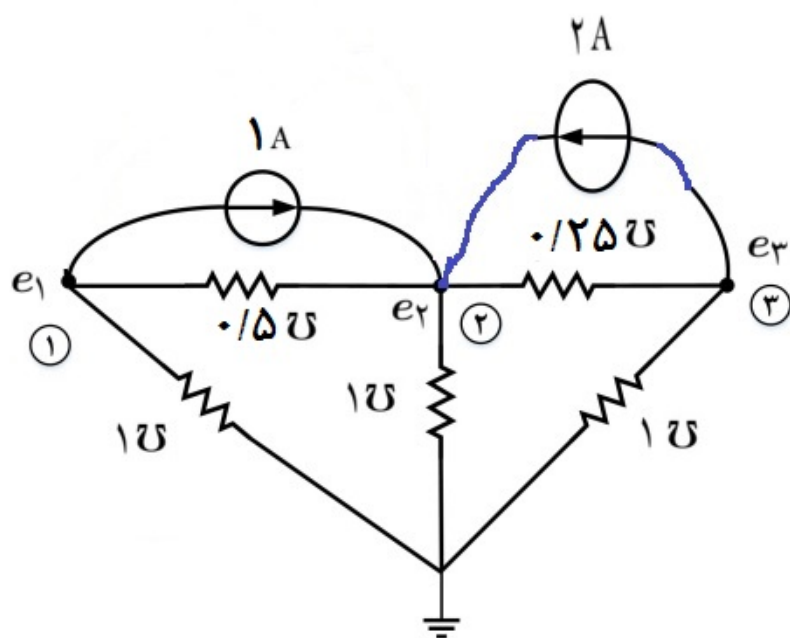


# مناسب سازی شبکه برای روش گره

شماره گذاری گره ها، تبدیل منابع ولتاژ به منابع جریان و انتقال منابع در صورت لزوم برای ایجاد شاخه های استاندارد



# مثال ۱: شبکه نهایی



$$Y_n = \begin{bmatrix} 1 + 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 1 + 0.25 + 0.5 & -0.25 \\ 0 & -0.25 & 0.25 + 1 \end{bmatrix}$$

$$i_s = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

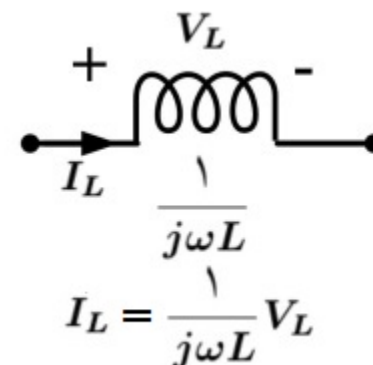
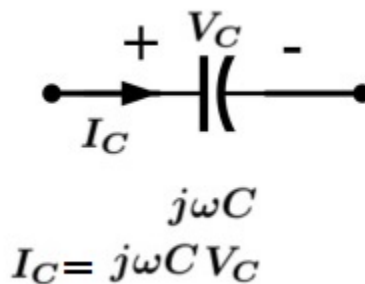
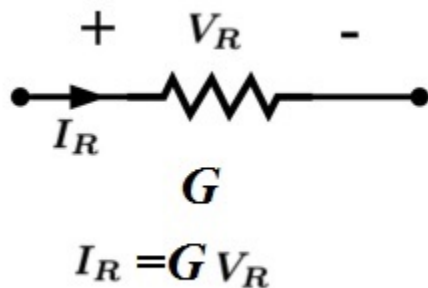
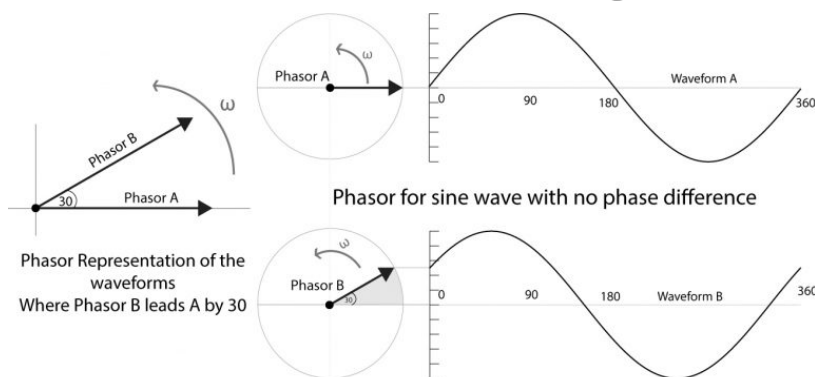
$$Y_n e = i_s$$

$$\begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 1.75 & -0.25 \\ 0 & -0.25 & 1.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

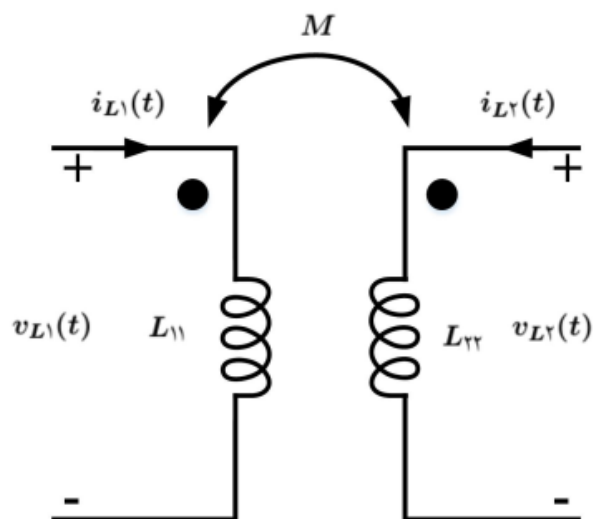
# استفاده از روش گره در حالت دائم سینوسی

استفاده از فازورها (اعداد مختلط) بجای اعداد حقیقی

$$A \angle \theta \equiv A \cos(\omega t + \theta)$$



# سلفهای تزویج شده



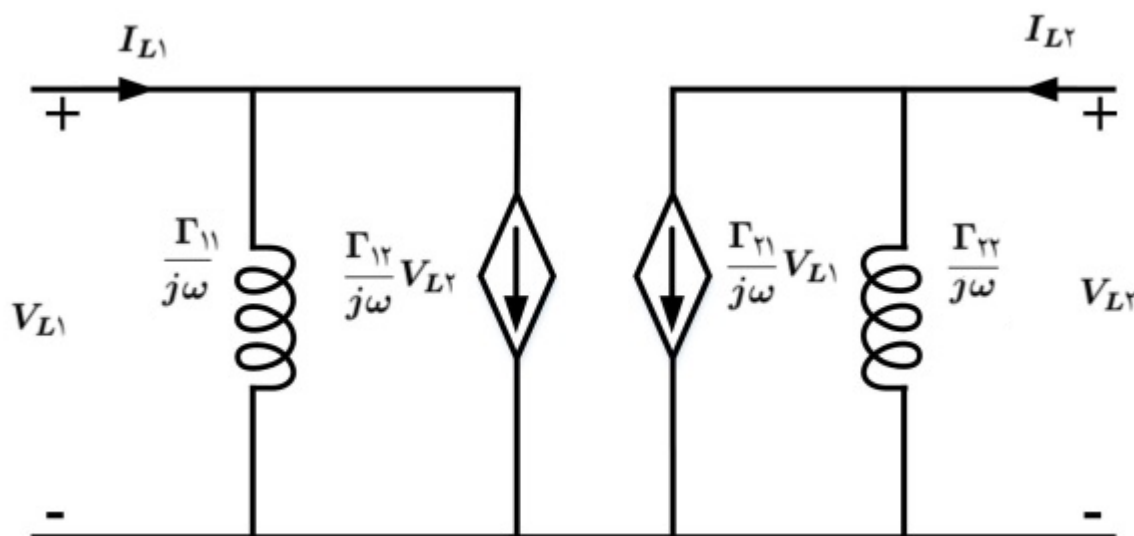
$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = L^{-1} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix}$$

$$I_{L1} = \frac{\Gamma_{11}}{j\omega} V_{L1} + \frac{\Gamma_{12}}{j\omega} V_{L2}$$

$$I_{L2} = \frac{\Gamma_{21}}{j\omega} V_{L1} + \frac{\Gamma_{22}}{j\omega} V_{L2}$$

# مدل سلف تزویج شده برای روش گره

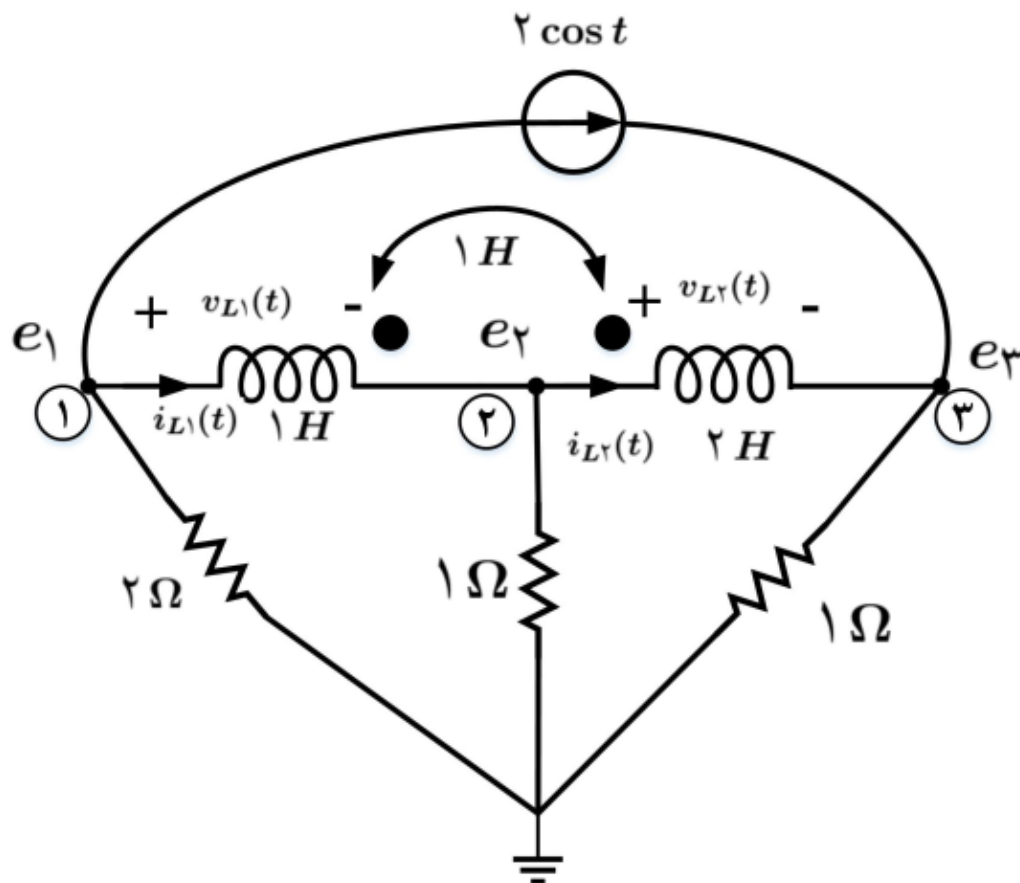


$$I_{L1} = \frac{\Gamma_{11}}{j\omega} V_{L1} + \frac{\Gamma_{12}}{j\omega} V_{L2}$$

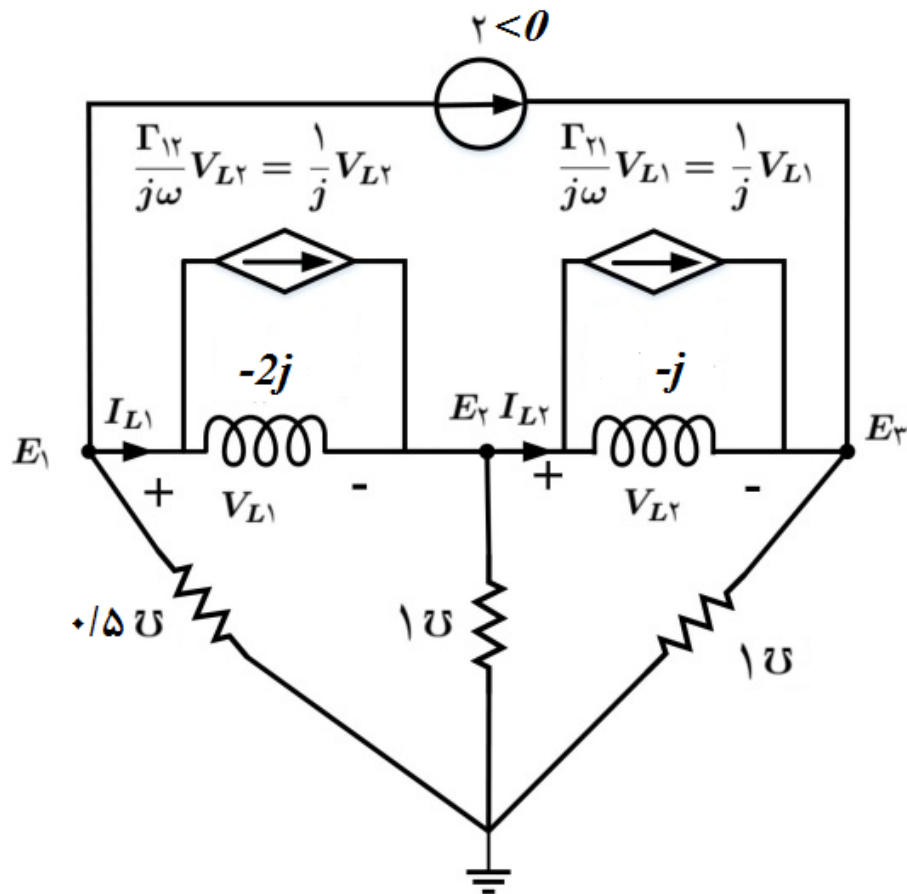
$$I_{L2} = \frac{\Gamma_{21}}{j\omega} V_{L1} + \frac{\Gamma_{22}}{j\omega} V_{L2}$$



## مثال ۲: معادلات گره در حالت دائم سینوسی

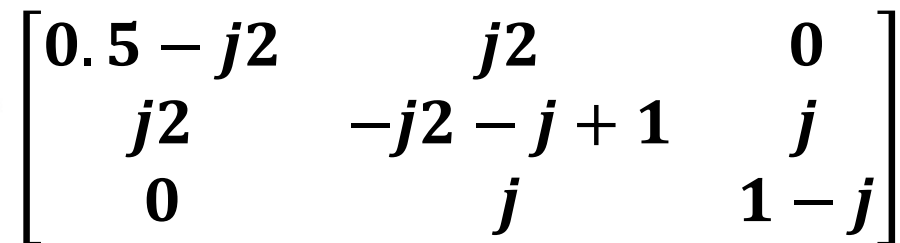


# حل مثال ۲ قدم اول

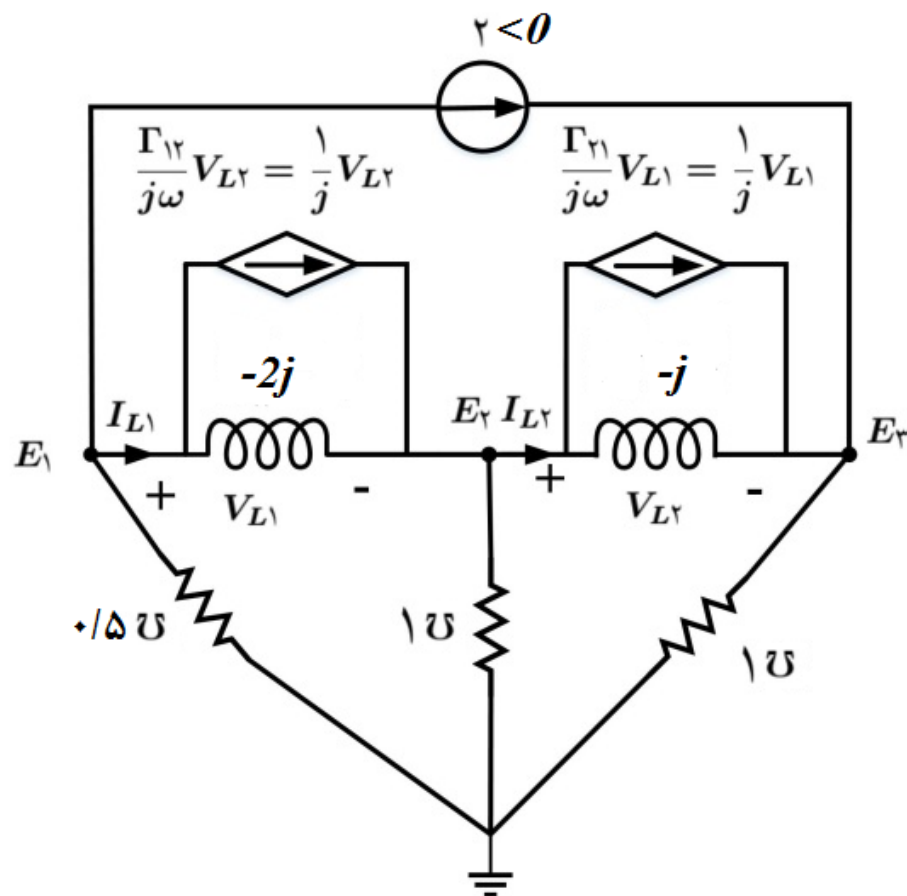


$$\Gamma = L^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix}$$



# تشکیل بردار منابع جریان



$$\begin{bmatrix} -\varphi - \frac{1}{j} V_{L2} \\ \frac{1}{j} V_{L2} - \frac{1}{j} V_{L1} \\ \varphi + \frac{1}{j} V_{L1} \end{bmatrix}$$

$$V_{L1} = E_1 - E_2, \quad V_{L2} = E_2 - E_3$$

$$\begin{bmatrix} -\varphi + j(E_2 - E_3) \\ -j(E_2 - E_3) + j(E_1 - E_2) \\ \varphi - j(E_1 - E_2) \end{bmatrix}$$

# جواب نهایی

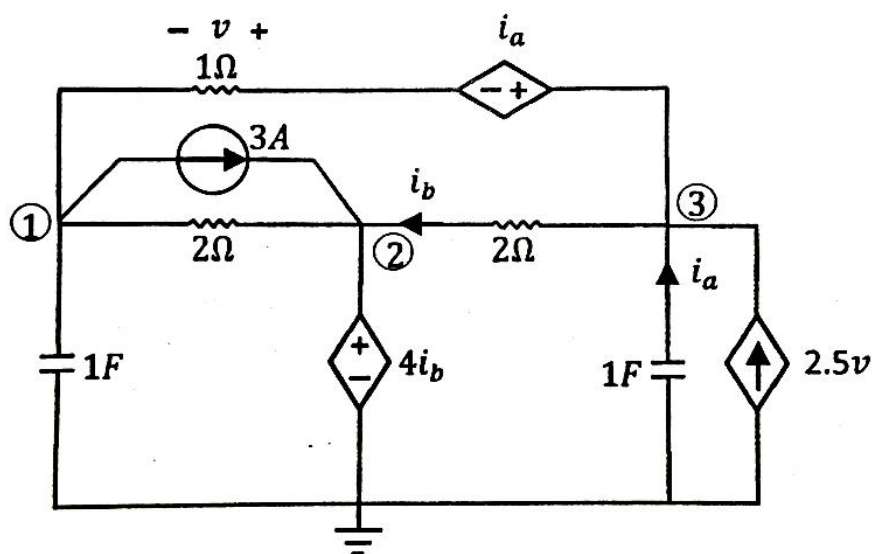


$$\begin{bmatrix} 0.5 - j^2 & j^2 & 0 \\ j^2 & 1 - j^3 & j \\ 0 & j & 1 - j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 + jE_2 - jE_3 \\ -j^2E_2 + jE_3 + jE_1 \\ 2 - jE_1 - jE_2 \end{bmatrix}$$

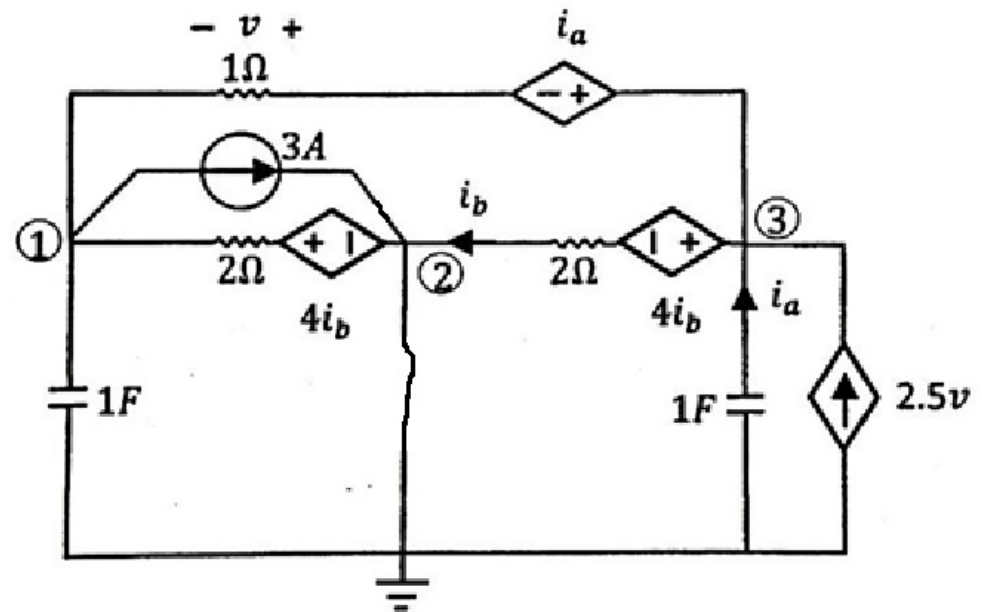
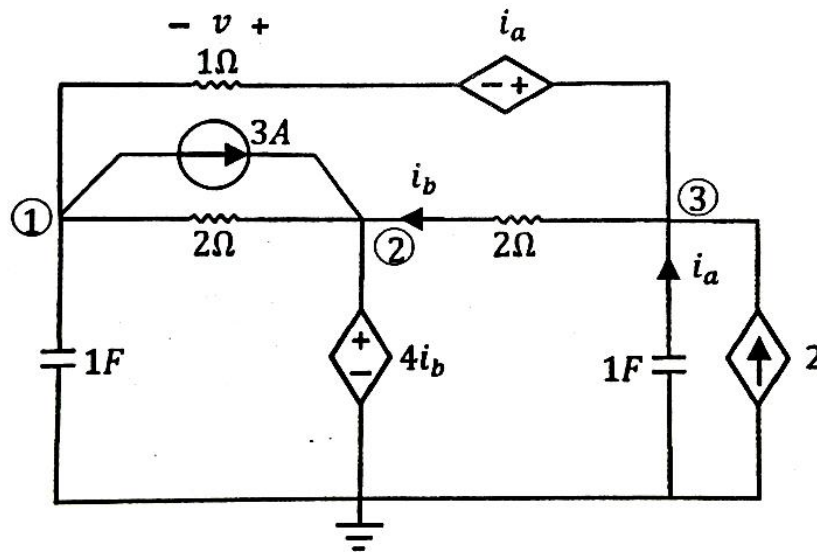
$$\begin{bmatrix} 0.5 - j^2 & j^2 - j & 0 + j \\ j^2 - j & 1 - j^3 + j^2 & j - j \\ 0 + j & j - j & 1 - j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

# معادلات انتگرال دیفرانسیل

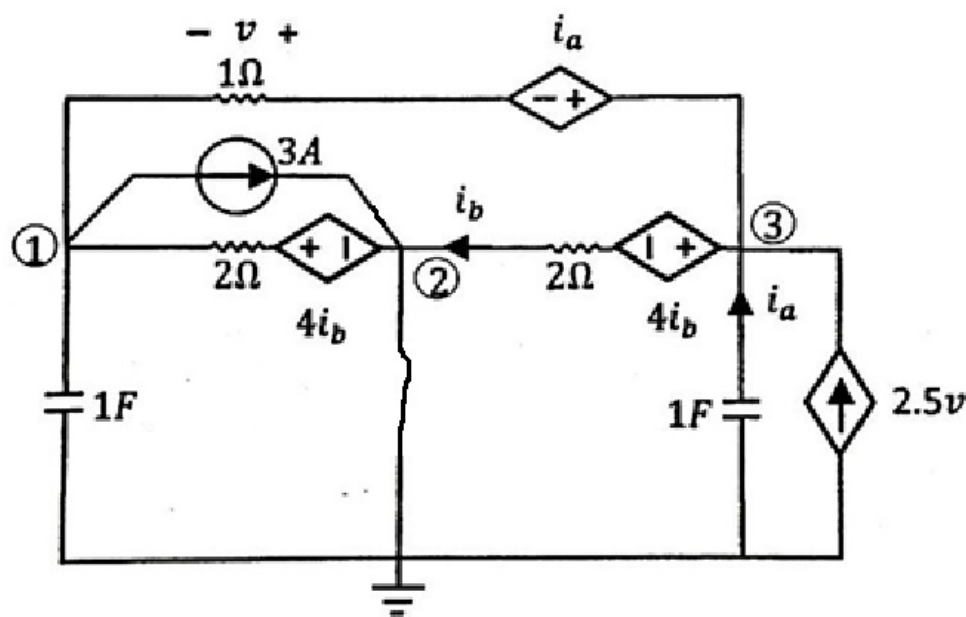
بجای  $\omega$ ،  $D$  قرار می‌گیرد ولی نیاز به محاسبه شرایط اولیه برای ولتاژهای گره هستیم.



# مرحله اول مناسب سازی شبکه



# رابطه منابع وابسته به پارامترهای گره



$$e_3 - 0 = 4i_b + 2i_b$$

$$i_b = \frac{1}{6} e_3$$

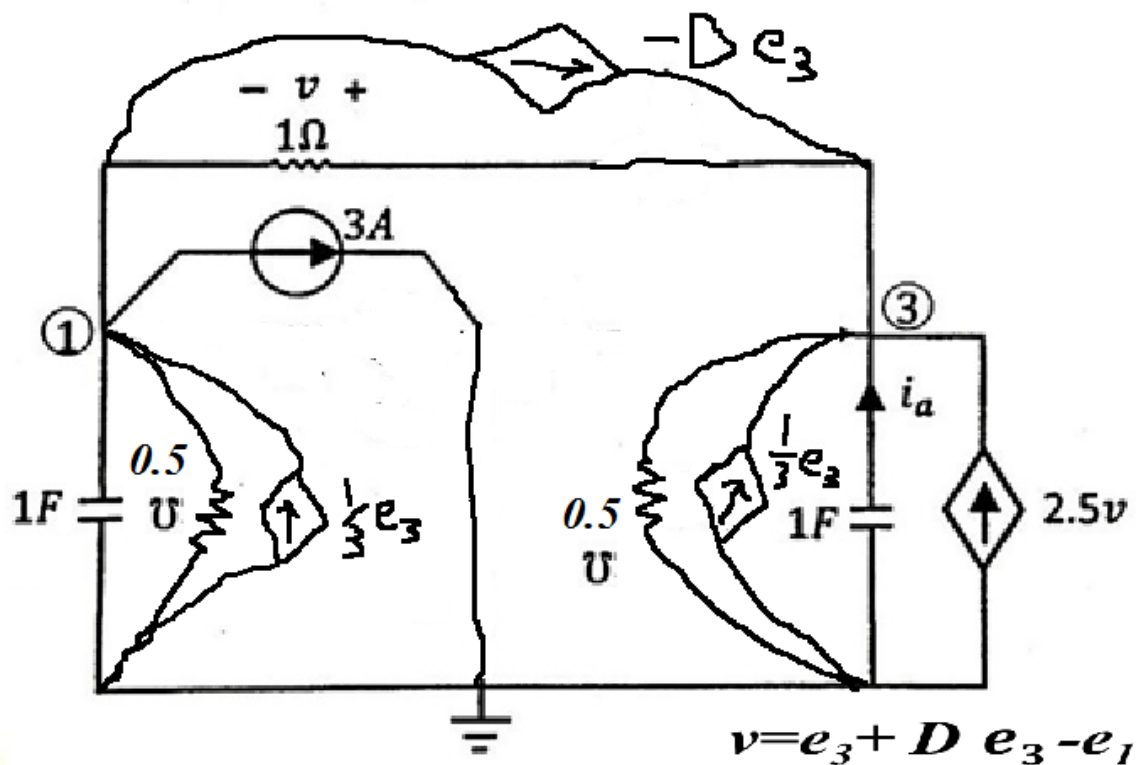
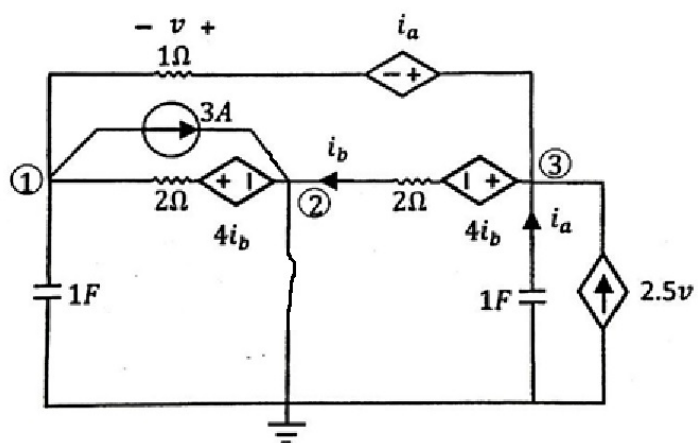
$$i_a = -De_3$$

$$v = e_3 - i_a - e_1$$

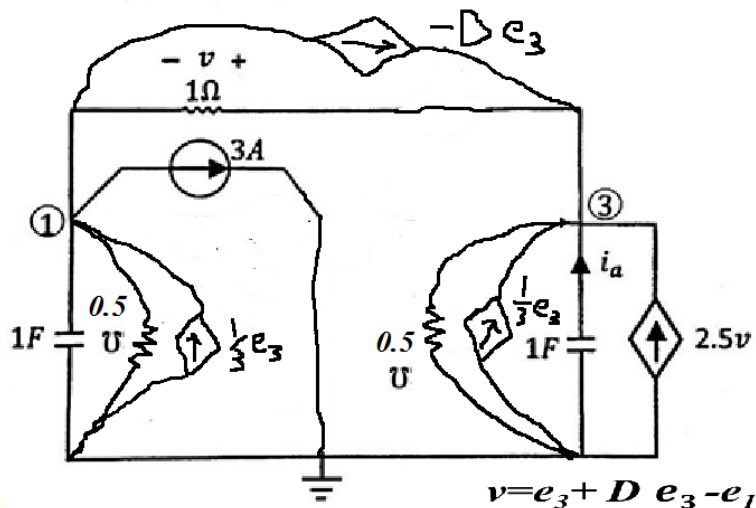
$$v = e_3 + De_3 - e_1$$



# تبدیل منابع ولتاژ به جریان



# نوشتن ماتریسی معادلات

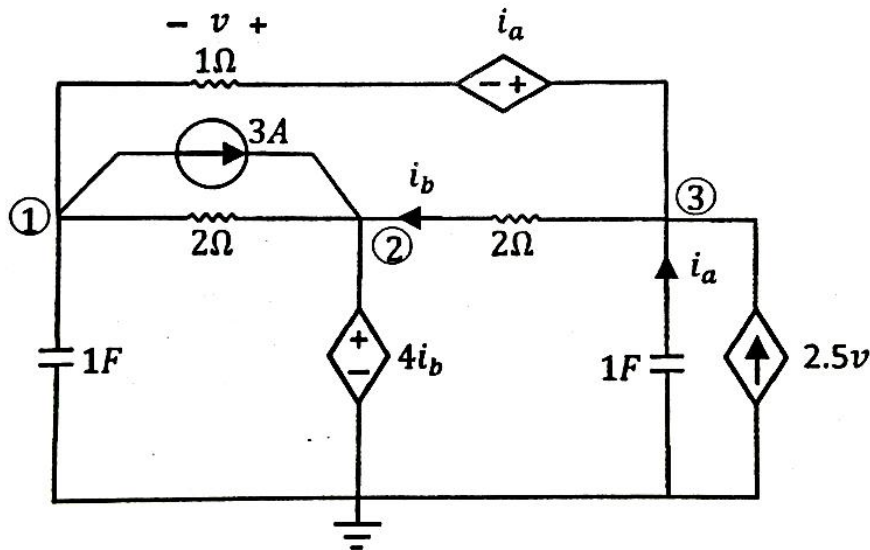


$$Y_n = \begin{bmatrix} 0.5 + 1 + D & -1 \\ -1 & 0.5 + 1 + D \end{bmatrix}$$

$$i_s = \begin{bmatrix} -3 + \frac{1}{3}e_3 + De_3 \\ 2.5(e_3 + De_3 - e_1) + \frac{1}{3}e_3 - De_3 \end{bmatrix}$$

$$Y_n = \begin{bmatrix} 1.5 + D & -1 - \frac{1}{3} - D \\ -1 + 2.5 & 1.5 - 2.5 - \frac{1}{3} + D - 1.5D \end{bmatrix} \quad i_s = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad e_2 = 2/3 e_3$$

# تعیین شرایط اولیه



$$e_1(0^-) = V_{C1}(0^-)$$

$$e_3(0^-) = V_{C2}(0^-)$$