به نام خدا

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

سیستم‌های کنترل خطی

استاد یغمائی

پروژه ۱

نام و نام خانوادگی: مجتبی ابراهیمی و محمد مشرقی

شماره دانشجویی:۸۱۰۱۹۹۵۶۳ و ۸۱۰۱۹۹

آذر ۱۴۰۱

۱- معادله (۳) بیانگر قانون ولتاژ کیرشهف در مدار میباشد که اجزای آن شامل یک مقاومت معادل و یک سلف معادل و یک منبع می‌باشد. معادله (۲) بیانگر قانون دوم نیوتن هست که جمله $-mg$ بیانگر نیروی رو به پایین گرانش و جمله $-f_y$ بیانگر نیروی در خلاف جهت سرعت ذره که همان مقاومت هوا باشد می‌باشد. علاوه بر این دو جمله F_M بیانگر نیروی مغناطیسی وارد بر گوی از جانب هسته می‌باشد که شکل این نیرو به همراه جهتش در معادله (۱) آورده شده. همانطور که از معادله (۱) برمیاید نیروی بین ذره و هسته با فاصله بینشان رابطه عکس دارد(که بدیهی هم هست) علاوه بر آن در صورت شاهد توان دوم جریان هستیم که ....

۲- معادلات حالت سیستم به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad , \qquad \frac{dx_2}{dt} = -g - \frac{f_v x_2}{m} + \frac{c{x_3}^2}{m(1-x_1)} \quad , \qquad \frac{dx_3}{dt} = \frac{V}{L} - \frac{Rx_3}{L}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -g - \frac{f_v x_2}{m} + \frac{c{x_3}^2}{m(1-x_1)} \\ \frac{V}{L} - \frac{Rx_3}{L} \end{bmatrix}$$

$$y = x_1$$

۳- برای نقاط تعادل داریم:

$$x_2, \dot{x}_2, \dot{x}_3 = 0$$

$$\frac{mg(1-x_1)}{c} = {x_3}^2 \quad , \qquad \frac{V}{R} = x_3$$

همانطور که پیداست، برای x_1 تنها یک مقدار از معادله استخراج میشود، ولی برای x_3 دو مقدار با اندازه یکسان به ازای هر x_1 بدست میاید که ناشی از آن است که جهت جریان تاثیری در روند معادله ندارد!

۴- حال برای خطی‌سازی معادلات داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} V$$

$$x^*{}_1 = y_d \quad , \quad x^*{}_2 = 0 \quad , \quad x^*{}_3 = \sqrt{\frac{mg(1-y_d)}{c}} \quad , \quad V^* = R\sqrt{\frac{mg(1-y_d)}{c}}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{g}{1-y_d} & -\frac{f_v}{m} & \frac{2cx_3}{m(1-y_d)} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

۵- با توجه به معادله حالت سیستم داریم:

$$sx_1 = x_2 \quad \& \quad sx_2 = \frac{g}{1-y_d}x_1 - \frac{f_v}{m}x_2 + 2\sqrt{\frac{cg}{m}(1-y_d)}x_3 \quad \& \quad sx_3 = -\frac{R}{L}x_3 + \frac{U}{L}$$

$$s^2x_1 = \frac{g}{1-y_d}x_1 - \frac{f_v}{m}sx_1 + \frac{2U}{Ls+R}\sqrt{\frac{cg}{m}(1-y_d)}$$

$$G(s) = \frac{X_1}{U} = \frac{2\sqrt{\frac{cg}{m(1-y_d)}}}{(Ls+R)\left(S^2 + \frac{f_v}{m}s - \frac{g}{1-y_d}\right)} = \frac{653.2}{1s^3 + 250.1951s^2 + 34.19722s - 3644.445}$$

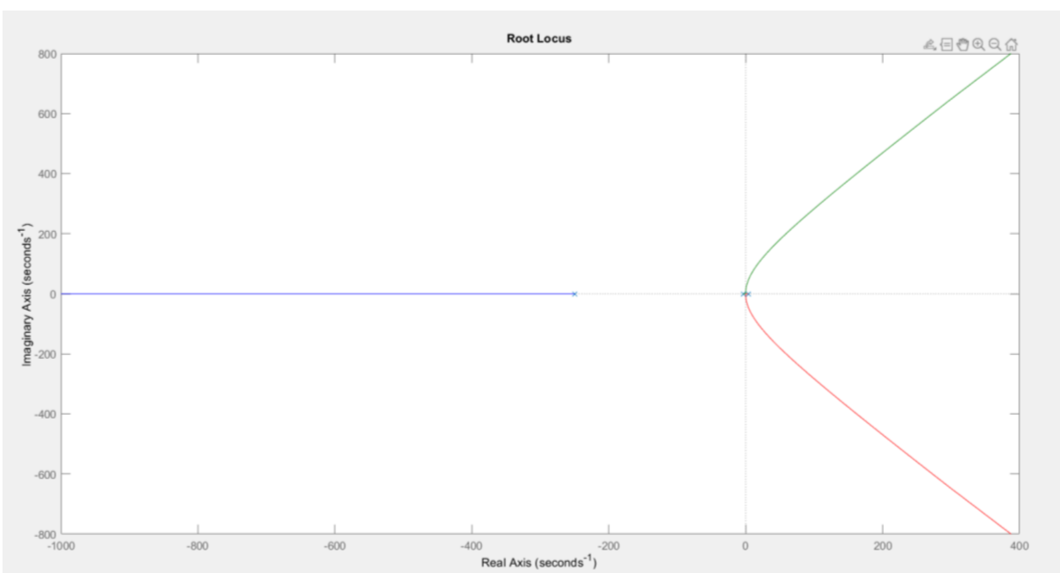
که سه ریشه در مخرج دارد.

$$s_1 = 3.367 \ , \ s_2 = -3.552 \ , \ s_3 = -250$$

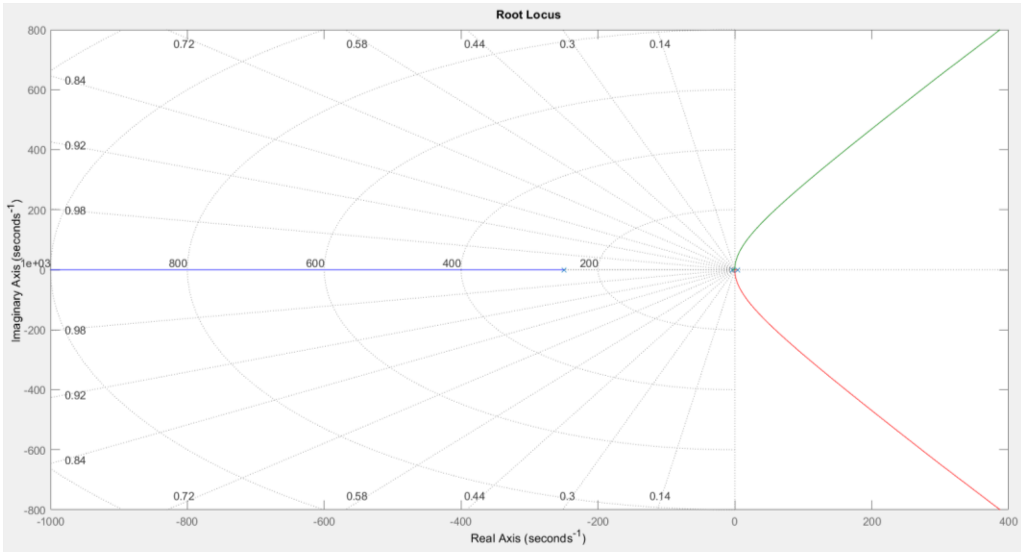
$$\frac{Y}{U} = \frac{P(s)}{P(s)+1} \rightarrow P(s) = \frac{653.2}{1s^3 + 250.1951s^2 + 34.19722s - 2991.245}$$

تابع تبدیل حلقه باز به صورت P(s) می‌باشد.

۶- خروجی متلب چنین خواهد بود:



شکل ۱



شکل ۲

تابع G(s) همانطور در عکس مشخص است یک ریشه در سمت راست که باعث ناپایداری می شود و دو ریشه در سمت چپ دارد.

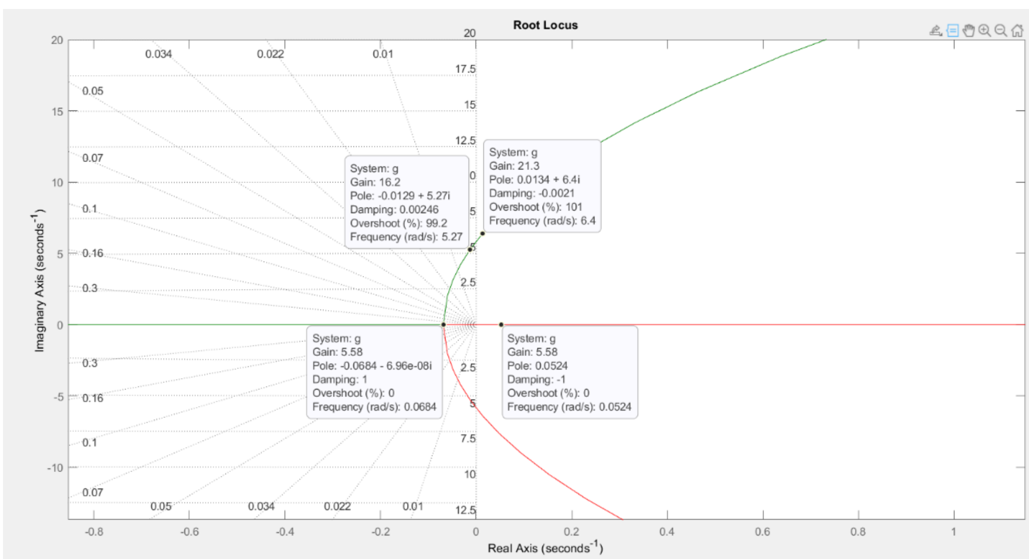


Figure امکان *K*

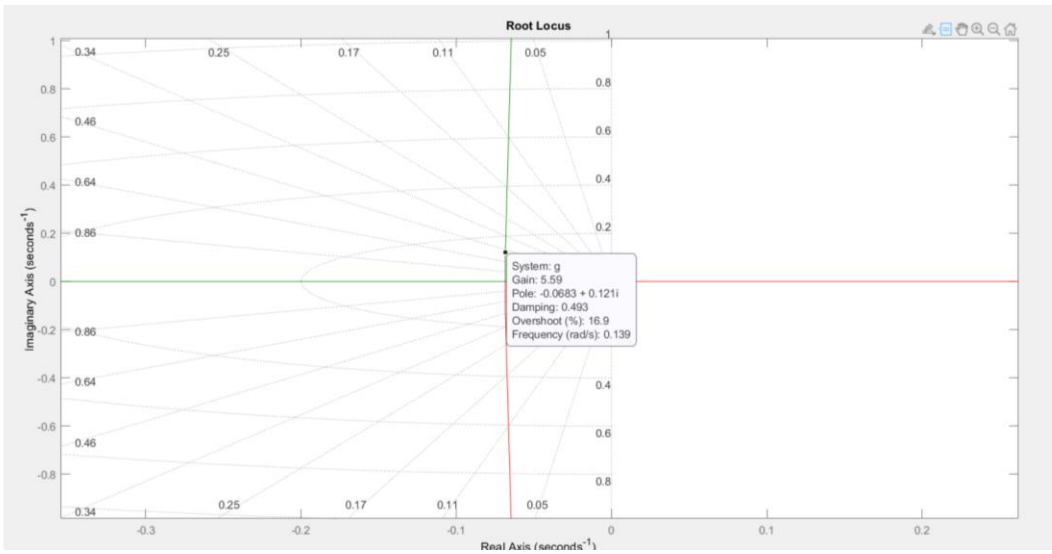
باتوجه به مکان K بازه‌ای که به ازای آن بهره موجب پایداری میشود تقریبا به صورت $5.58 < K < 18.75$ است.

۷- کنترل کننده PI به صورت زیر می‌باشد:

$$C(s) = K_p(1 + \frac{1}{sT_I})$$

$$M_p < \exp\left(-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \xrightarrow{assume\ M_p=0.2}$$

$$\zeta > \frac{\ln(5)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(5)^2}} \quad \zeta > 0.456 \quad \cos^{-1}(0.456) = 62.87$$

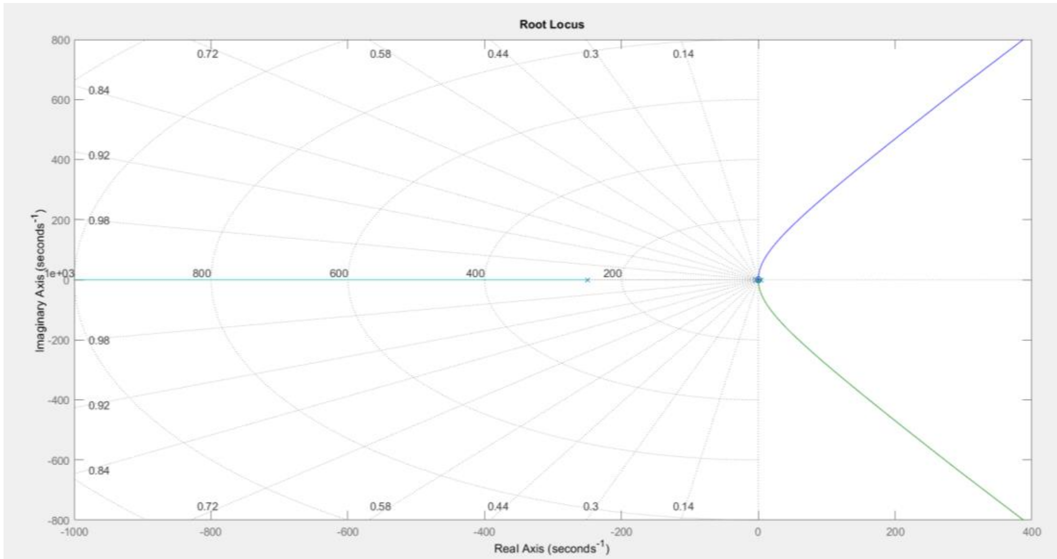


با توجه به شرط زاویه ای که زتا در مسئله ایجاد می کرد از تقاطع مکان ریشه با خط زاویه $\zeta > 0.456$ مکان قطب مطلوب را بدست می اوریم.

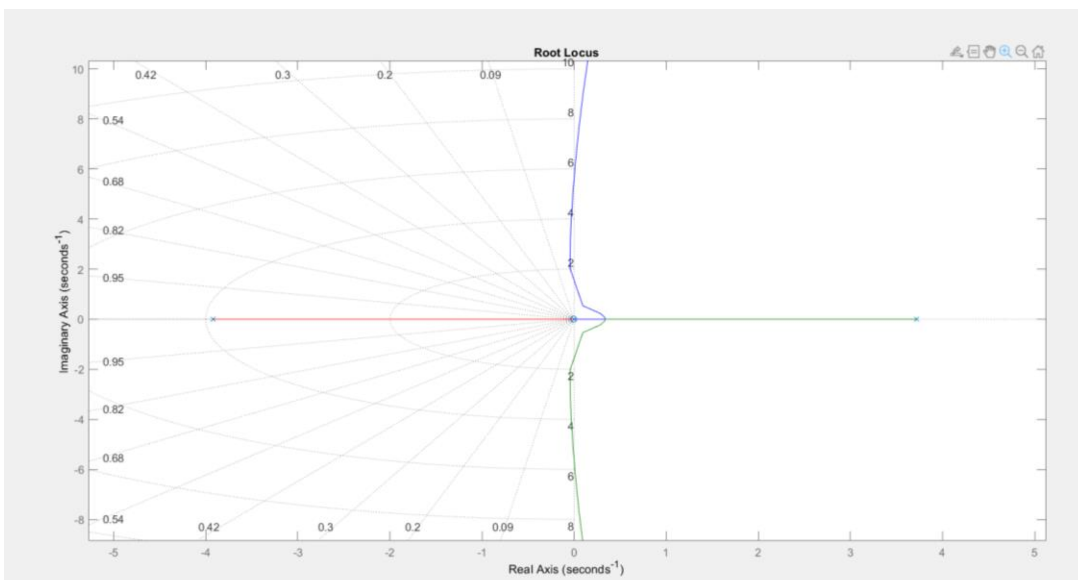
حال باید شرط اندازه و زاویه را بدست بیاوریم.

$$\theta = \tan^{-1}\frac{0.121}{0.0683} = 60.55° \rightarrow \varphi = 63\,°$$

$$G_c = \frac{s+a}{s}\ , \qquad a = 0.0683 - \frac{0.121}{\tan\varphi} = 6.64 * 10^{-3}\ , G_c = \frac{s + 6.64 * 10^{-3}}{s}$$



مکان ریشه با $G\ pi$



مکان ریشه $G\ pi$ زوم شده در صفر

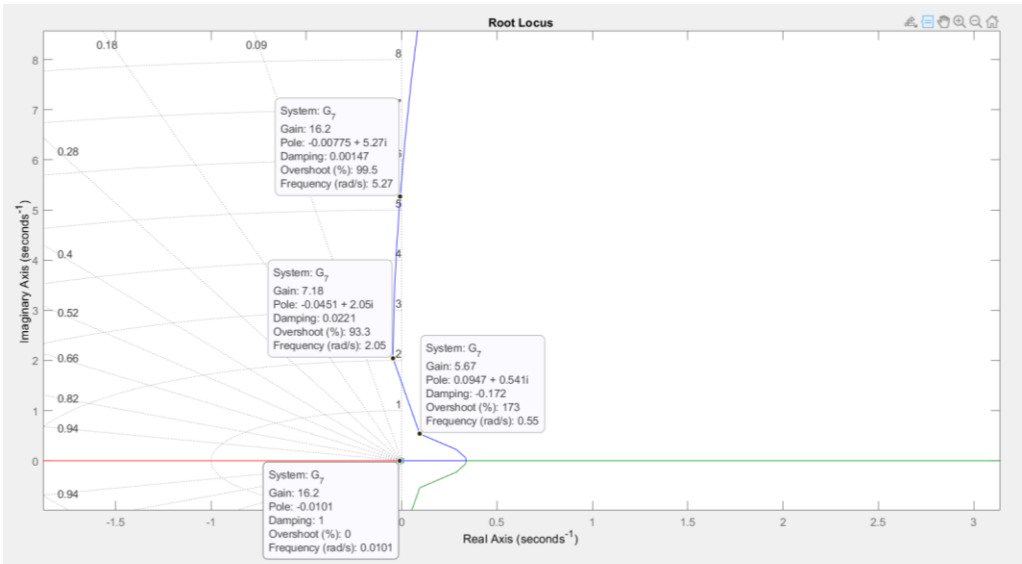


Figure ۲ محاسبه محدوده پایداری K

بازه محدوده پایداری K با توجه به تصویر $6.2 < K < 16.2$ است. که بیانگر این است که اضافه کردن کنترل کننده PI در راستای **پایداری مفید نیست.**

۸- می‌دانیم خطای ماندگار برای ورودی پله اگر بخواهد صفر شود باید چنین باشد:

$$e_{err} = \lim_{s\to 0} \frac{s\left(R(s) = \frac{1}{s}\right)}{1 + C(s)P(s)} = 0 \;\rightarrow\; C(s = 0) = \infty$$

$$C(s) = \frac{A}{s}$$

برای زمان نشست و فراجهش داریم:

$$M_p < \exp\left(-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \xrightarrow{assume\ M_p=0.35}$$

$$\zeta > \frac{\ln(1/0.35)}{\sqrt{\pi^2 + \ln(1/0.35)^2}} \;,\; \zeta > 0.317 \quad \cos^{-1}(0.317) = 71.5$$

حال فرض می کنیم $Wn = 40$ و $\zeta = 0.8$, با توجه به داده‌های بالا حالا می‌دانیم که مکان ریشه باید از قطب $S = -50 + 37i$ بگذرد. جهت این امر ابتدا با اوجه به قطب‌های P(s) مقدار کمبود فاز را پیدا میکنیم که 296.5 درجه می شود داریم :

$$-180 - (-296.5) = 116.54$$

پس میزان کمبود فاز برابر است با 116.54 که ایجاب میکند دو صفر با قانون 5 درجه این زاویه در مختصات زیر می‌باشد:

Z = -31.2 , -8.16

پس تابع تبدیل C(s) چنین می‌شود:

$$C(s) = A\frac{(s+31.2)(s+8.16)}{s}$$

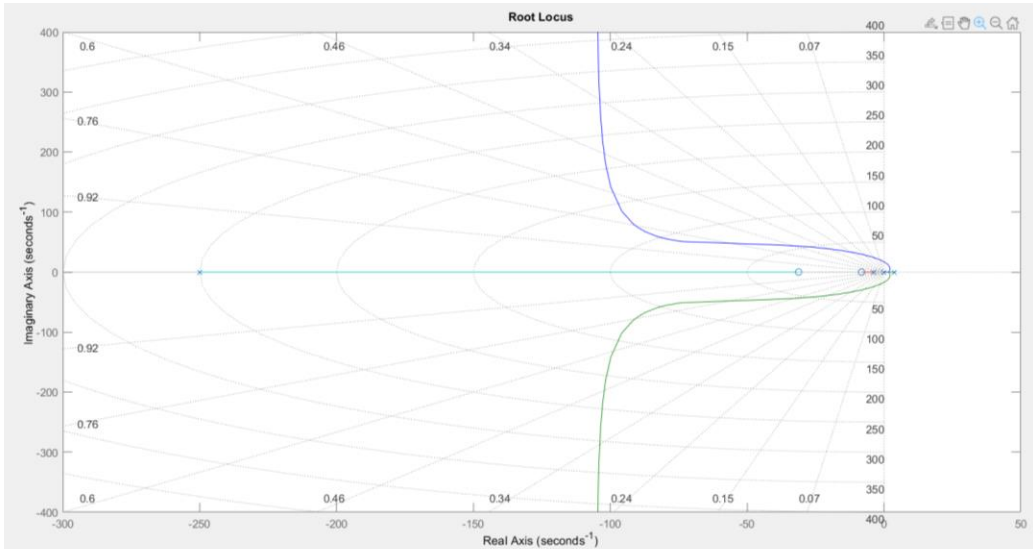
مقدار A هم به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$|C(s)P(s)| = \frac{1}{A} = \left|\frac{653.2(s+31.2)(s+8.16)}{1s^4 + 250.1951s^3 + 34.19722s^2 - 3644.455s}\right|_{S=-50+37i}$$

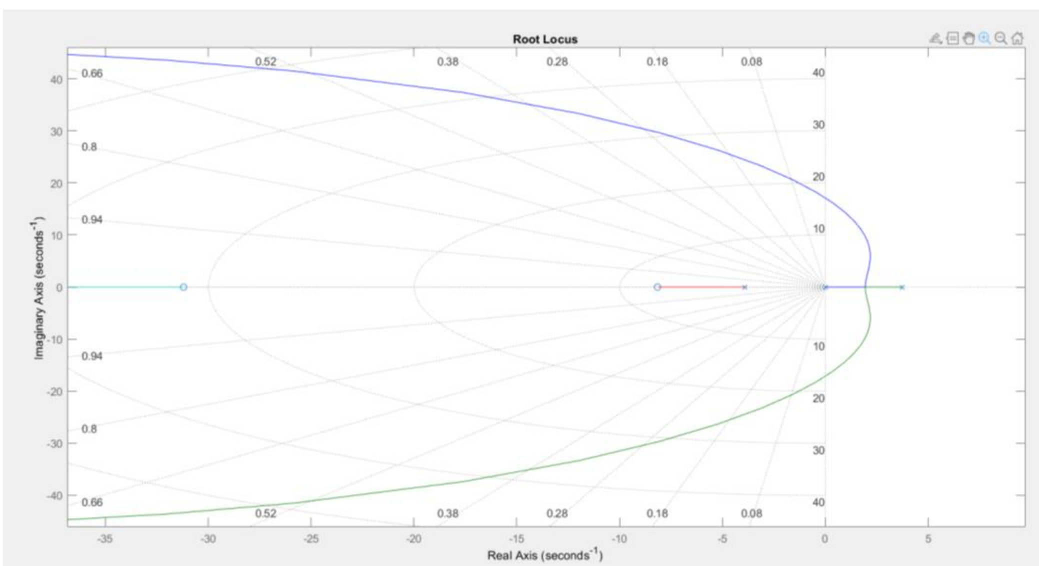
$$A = 28.9$$

در نهایت سیستم اصلاح شده به صورت زیر خواهد بود و پاسخ شبیه‌سازی آن نیز مانند شکل ۴ می‌شود:

$$P(s)C(s) = \frac{653.2 * 28.9(s+31.2)(s+8.16)}{1s^4 + 250.1951s^3 + 34.19722s^2 - 3644.455s}$$



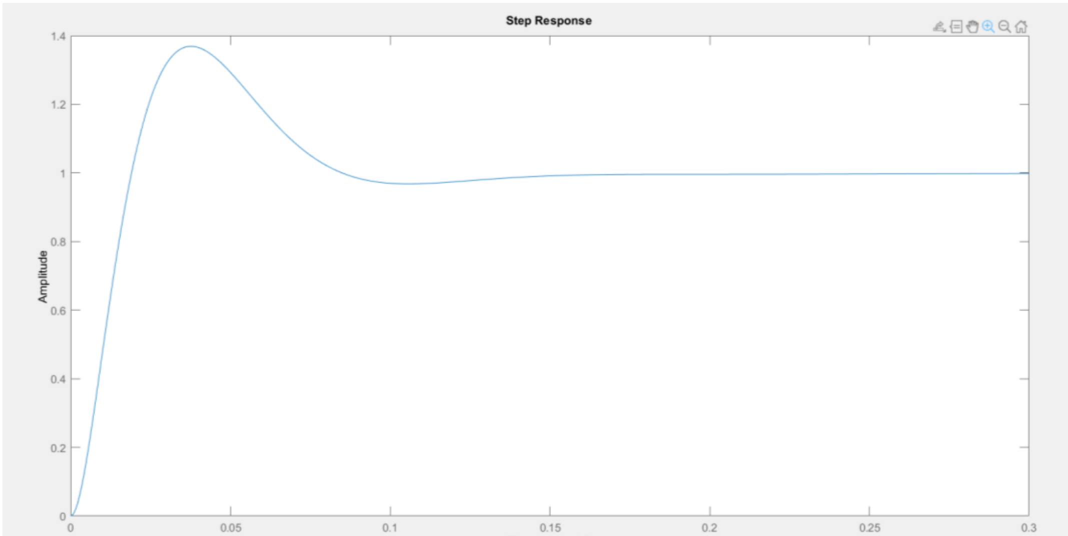
شکل ۴ سیستم جبران شده



شکل ۵ نمای نزدیک به مبدا سیستم

همانطور که ملاحظه میگردد توانستیم تا حد خوبی پایدار کنیم.

۹- خروجی پاسخ پله زمانی سیستم هم به صورت زیر می‌باشد:

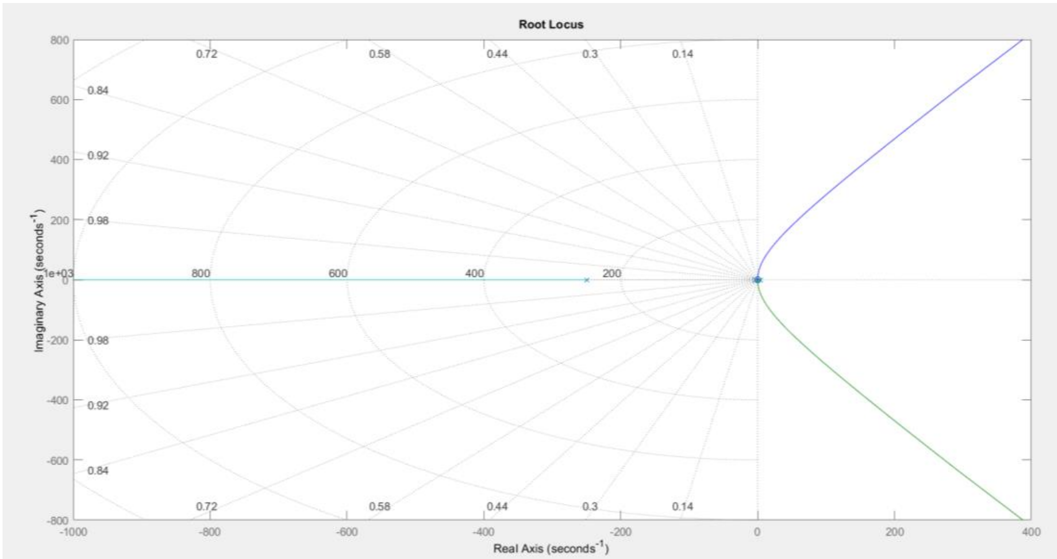


شکل ۶ پاسخ زمانی

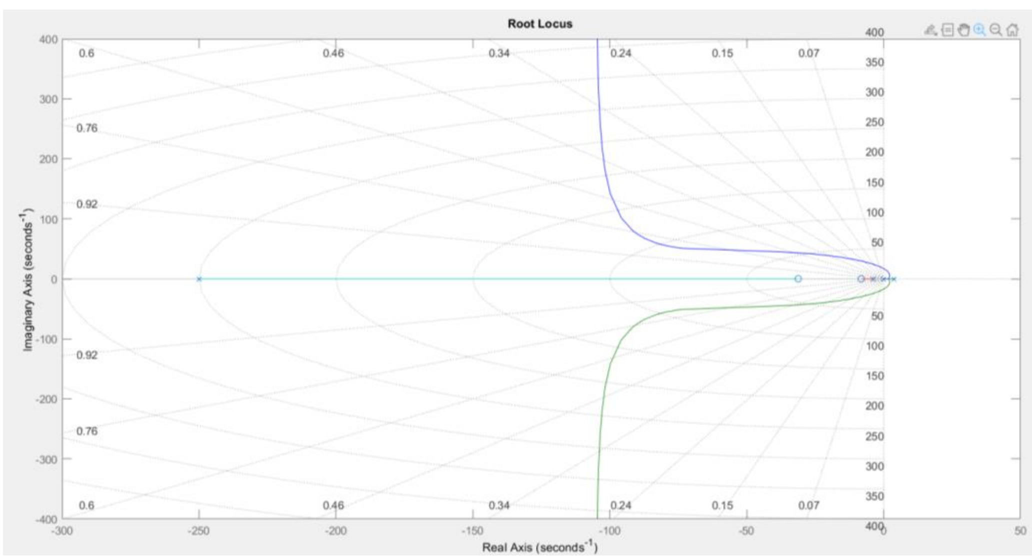
و اطلاعات پاسخ پله:

```
detailss = struct with fields:
        RiseTime: 0.0133
    SettlingTime: 0.1289
     SettlingMin: 0.9194
     SettlingMax: 1.3689
       Overshoot: 36.8855
      Undershoot: 0
            Peak: 1.3689
        PeakTime: 0.0375
```

۱۰- نمودار مکان و ریشه برای پیش از قرار دادن کنترل کننده مطابق شکل ۷ و برای بعد آن مطابق شکل ۸ می‌باشد.

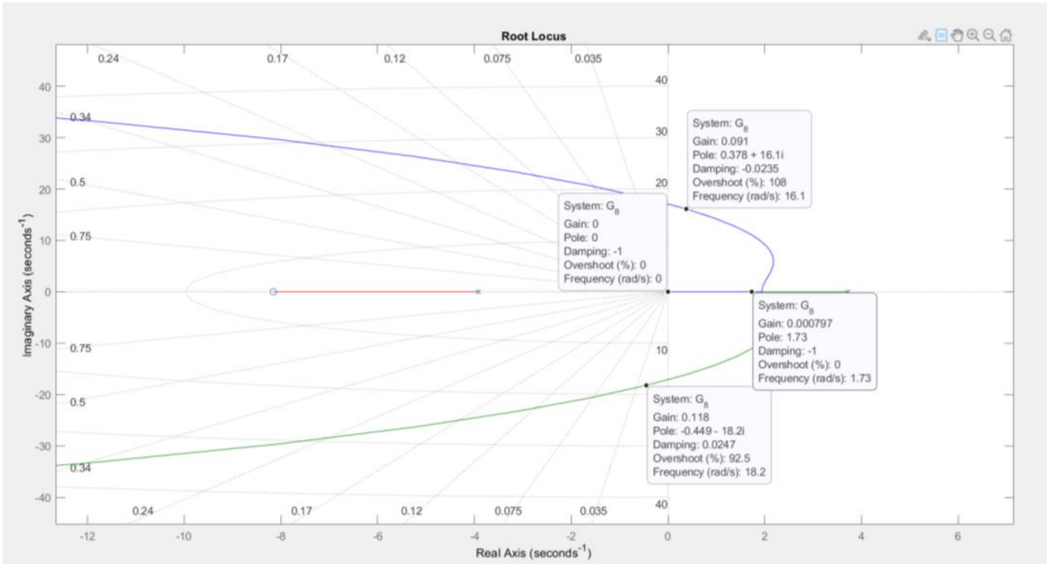


شکل ۷



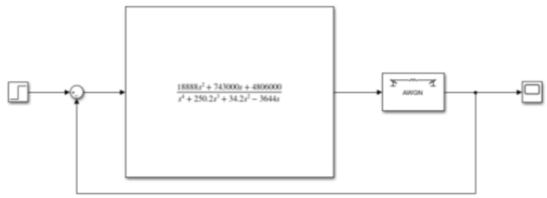
شکل ۸

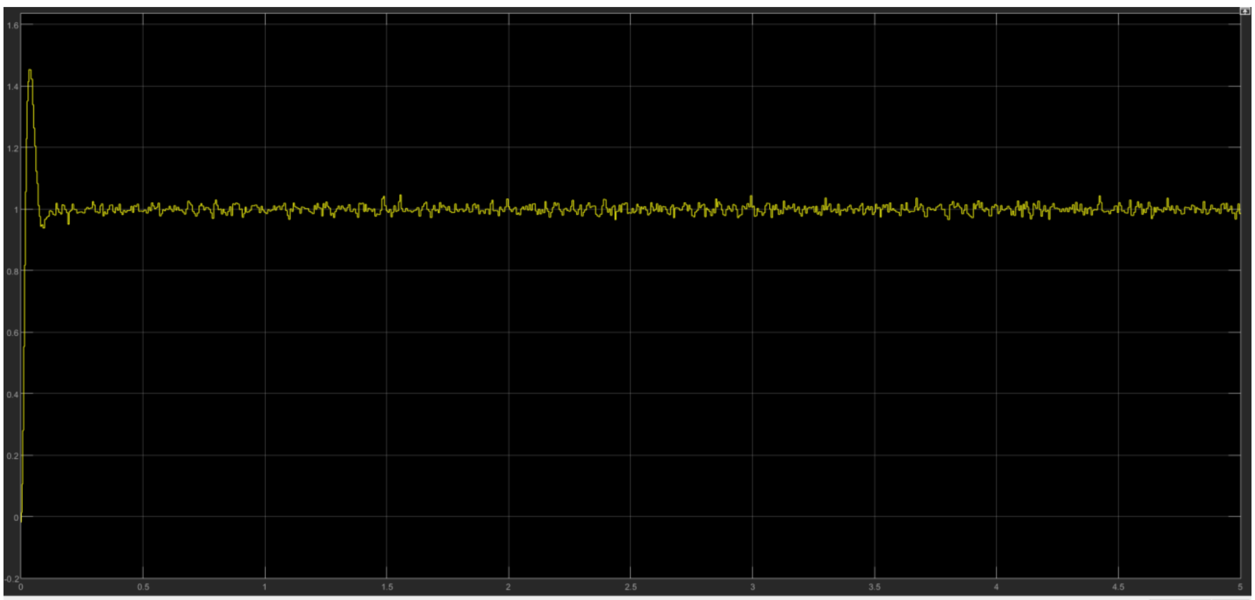
حال وقتی شکل ۸ را بررسی می کنیم:



K با مقدار بیشتر از ۰.۱ پایدار می شود اما قبل اضافه کردن PID بین $5.58 < K < 18.75$ بودش

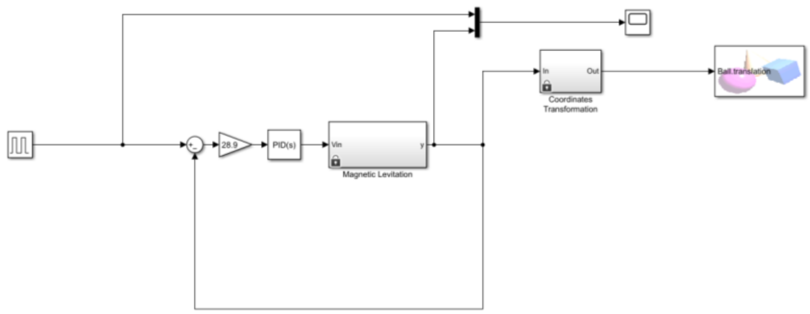
11-





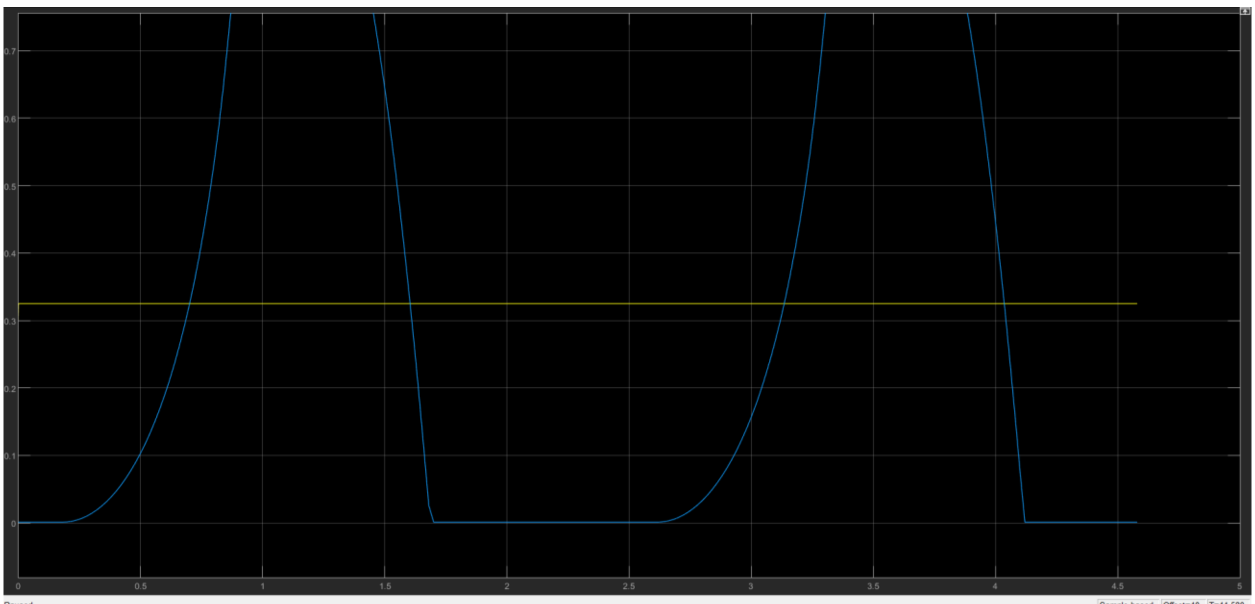
میتونیم بگیم نویز نتونسته پاسخ پله ما را ناپایدار کنه و هنوز پاسخ به یک میل می کنه.

12 – مقادیر محاسبه شده را وارد می کنیم داریم :

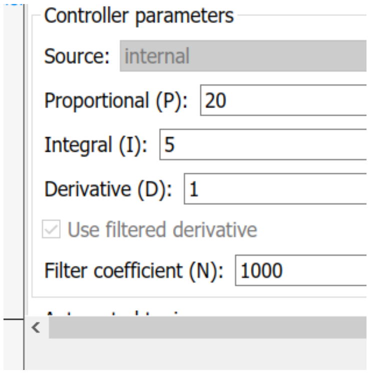


حال وقتی شکل موج رو می بینیم می فهمیم که overshoot بیش از حد دارد و با سقف برخورد می کند:

Yd=0.325

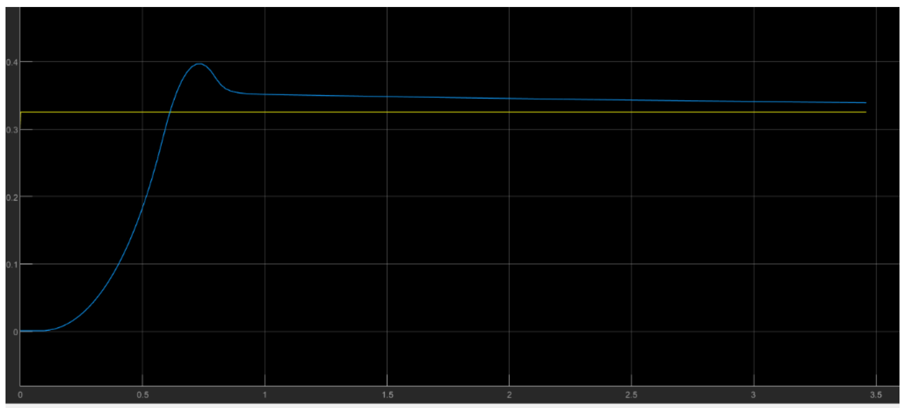


پس ضرایب را به نحوی تغییر می دهیم که به پاسخ مطلوب دست پیدا کنیم داریم:

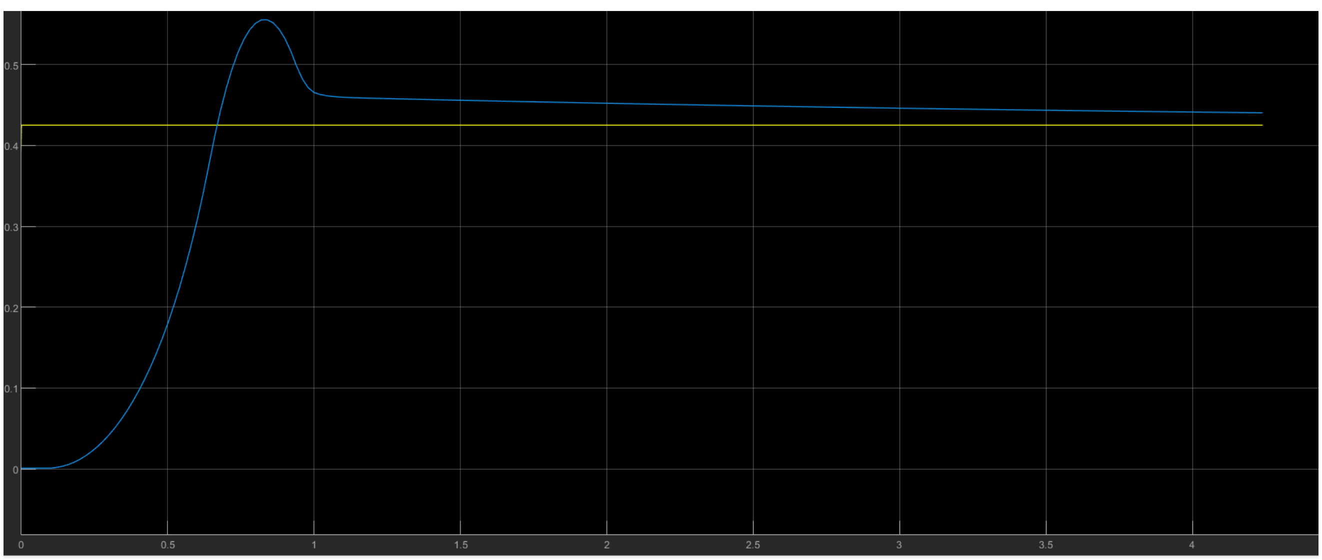


حال برا مغادیر مختلف yd داریم :

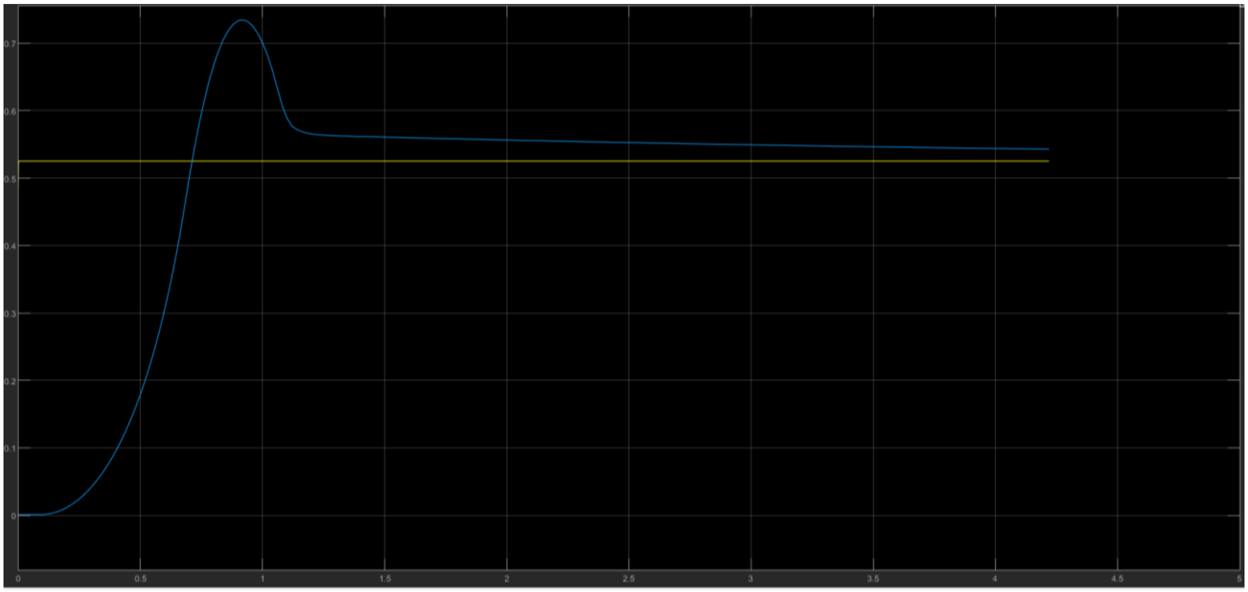
Yd=0.325



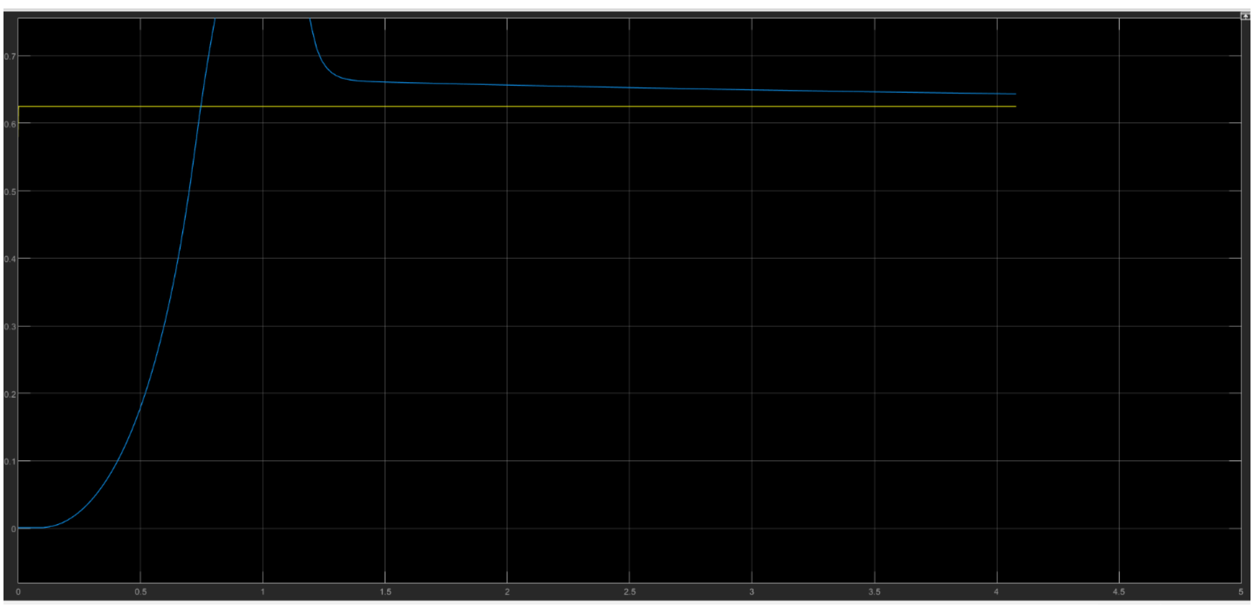
Yd=0.425



Yd=0.525

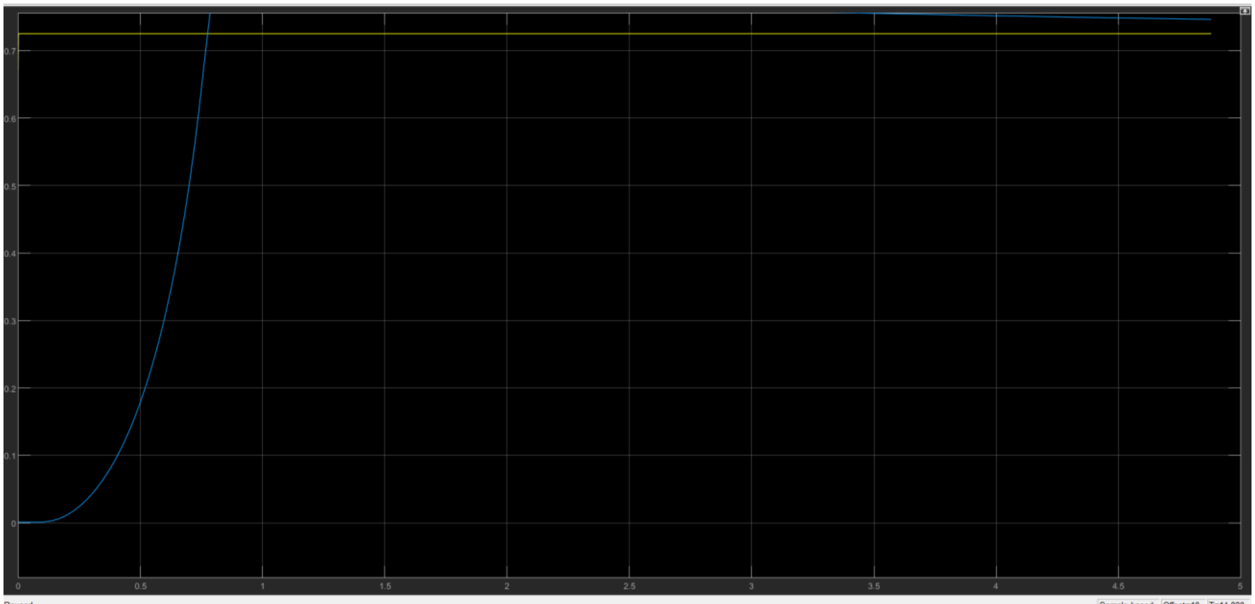


Yd=0.625



می بینم برا این مقدار گوی به سقف میخورد:

Yd=0.725



می بینم برا yd > 0.5 گوی به سقف میخورد اما با توجه به PID داده شده هنوز پایدار است.