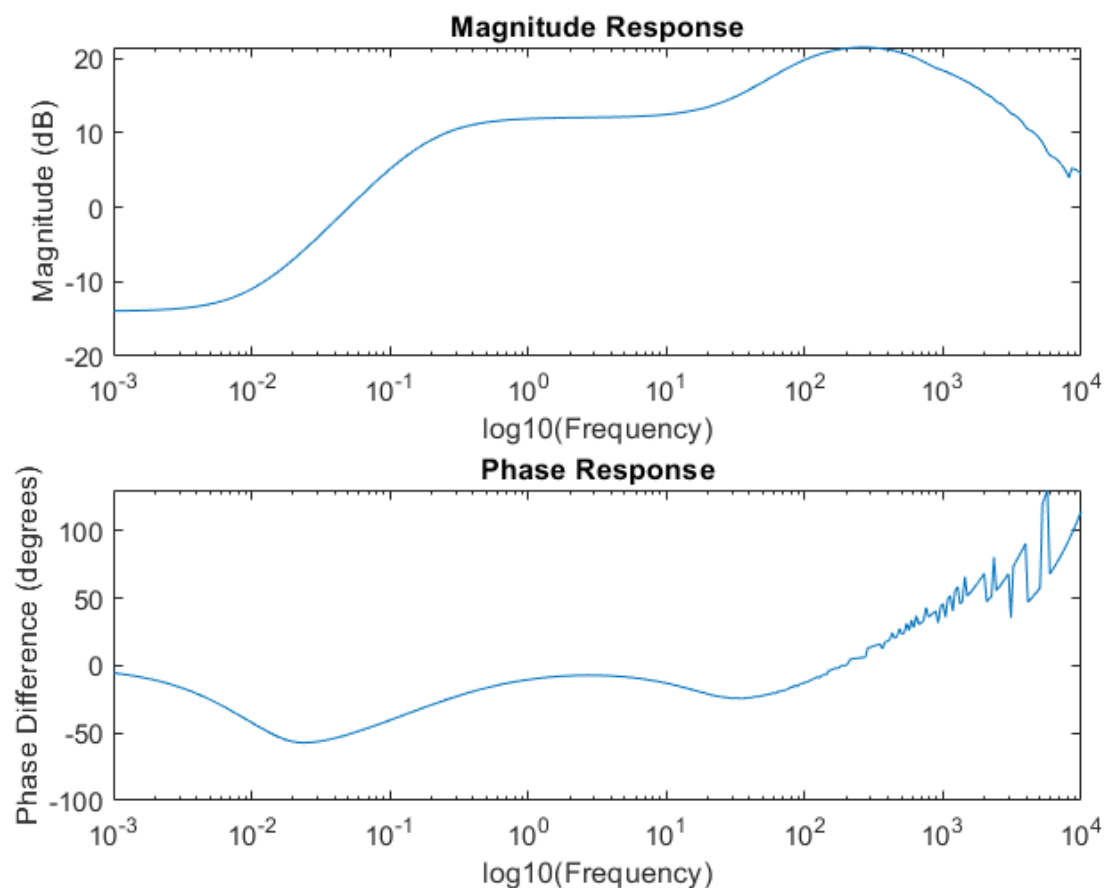


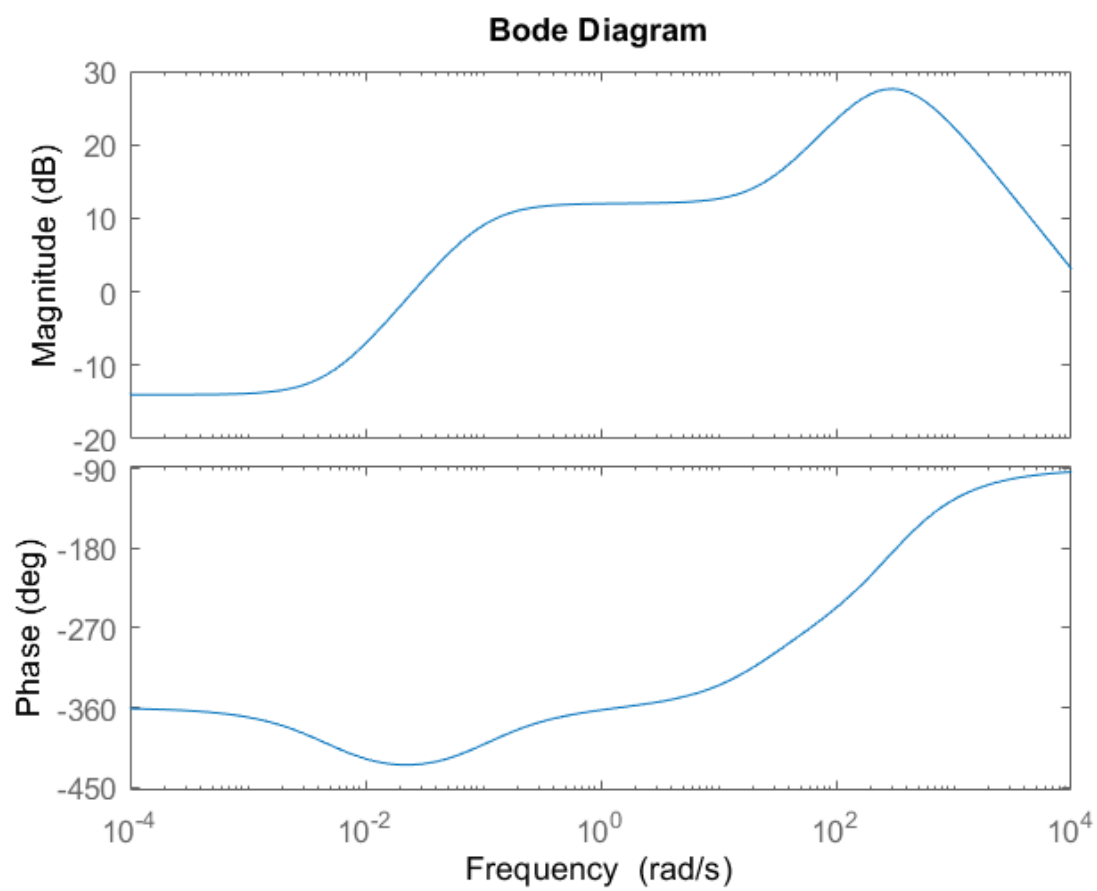
در این سوال با دادن ورودی سینوسی و با فرکانس های مختلف از یک هزارم تا هزار و به اندازه حداقل یک دوره تناوب سعی می کنیم که اختلاف فاز ورودی و خروجی از ماکس هر دو گرفته می شود و نسبت حداکثری آن دو نسبت به یک دیگر اندازه را می یابیم و در نهایت نمودار بود آن را رسم می کنیم داریم:



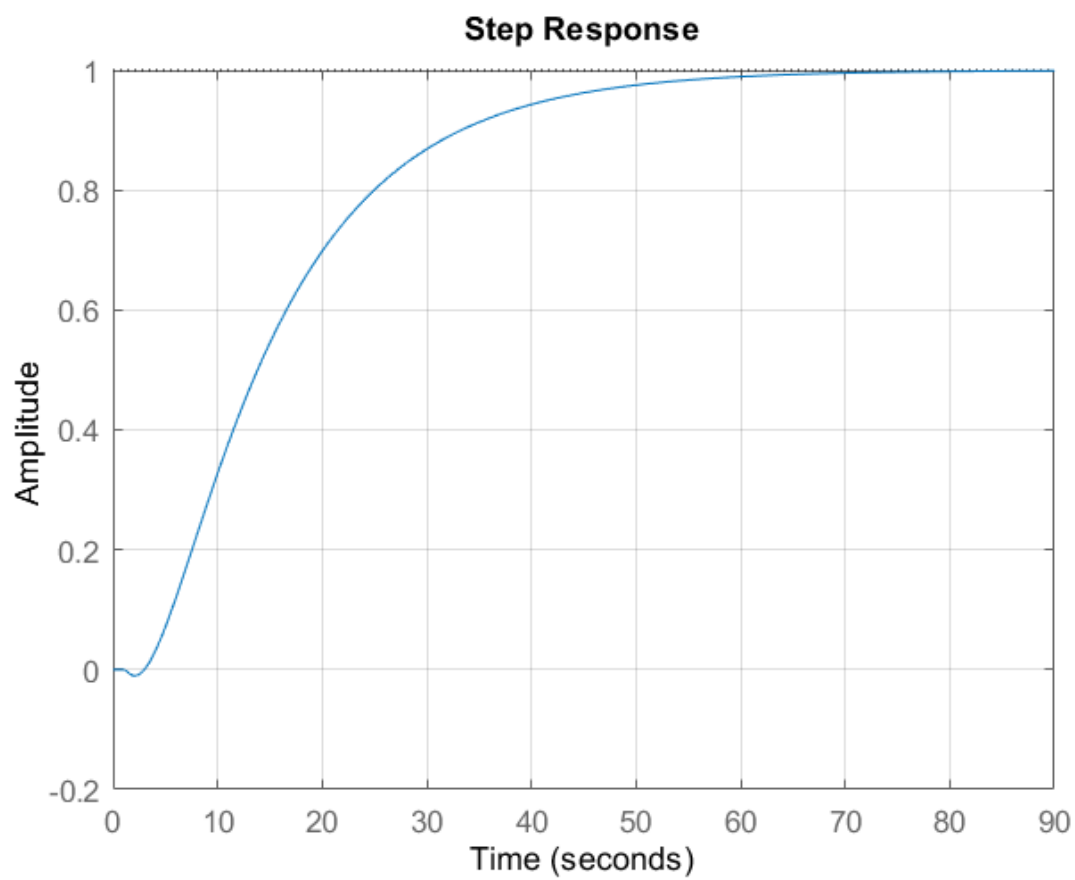
طبق تحلیل سعی می کنیم با ۳ دسی بل کمتر نفاط رو بیابیم

- ۱- در ۰/۰۰۵ نامینیم صفر
- ۲- در ۰/۱ قطب نامینیم
- ۳- در ۱۵ صفر نامینیم
- ۴- در ۳۰۰ قطب نامینیم درجه دو داریم

خروجی ما می شود:



که تقریباً یکسان است.



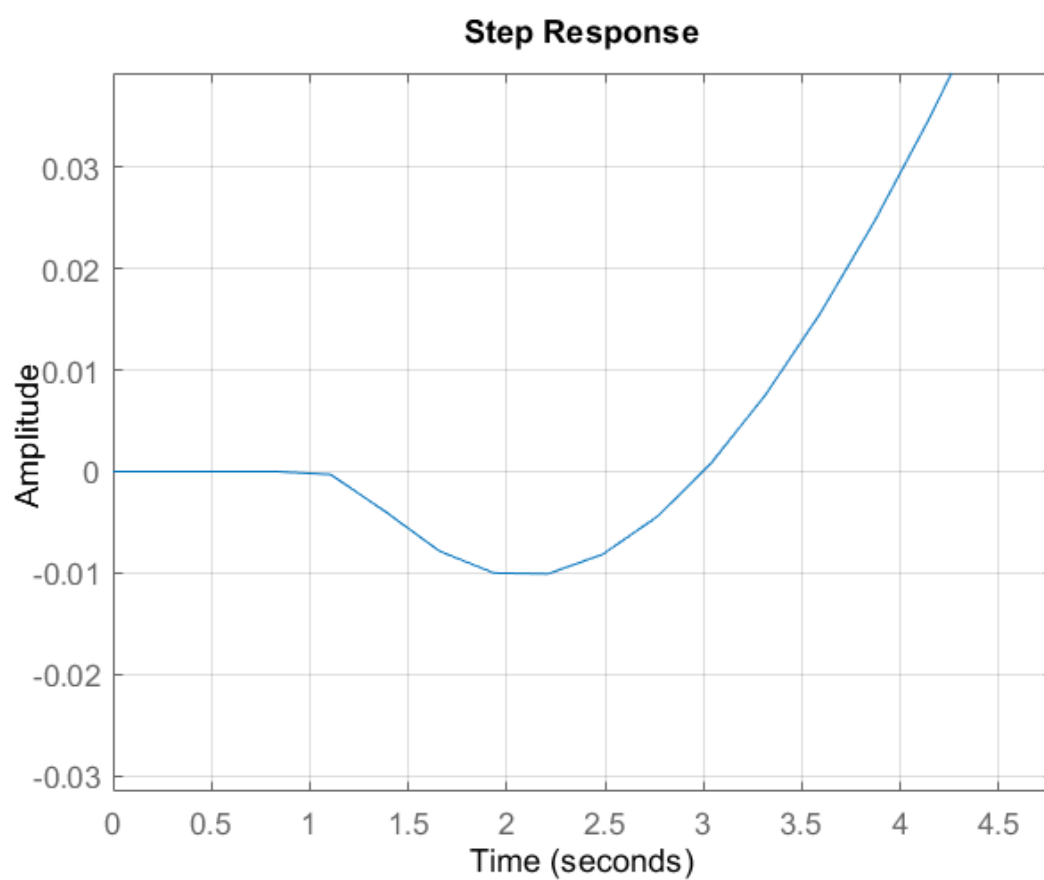
ب.

فرم کلی مرتبه اول:

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-\tau_d s}$$

$$k = y(\infty) = 1$$

با توجه به شکل می بینیم از حدود ۳ شروع می کند پس $\tau_d = 3$

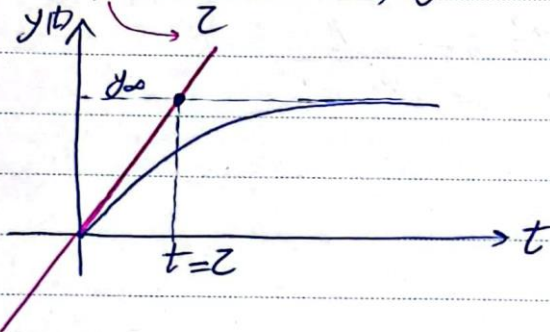


Subject :
Date

$$y(t) = \frac{kr}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \xrightarrow{t=0} y(0) = \frac{kr}{\tau} = y_{\infty}$$

روش : \textcircled{P}

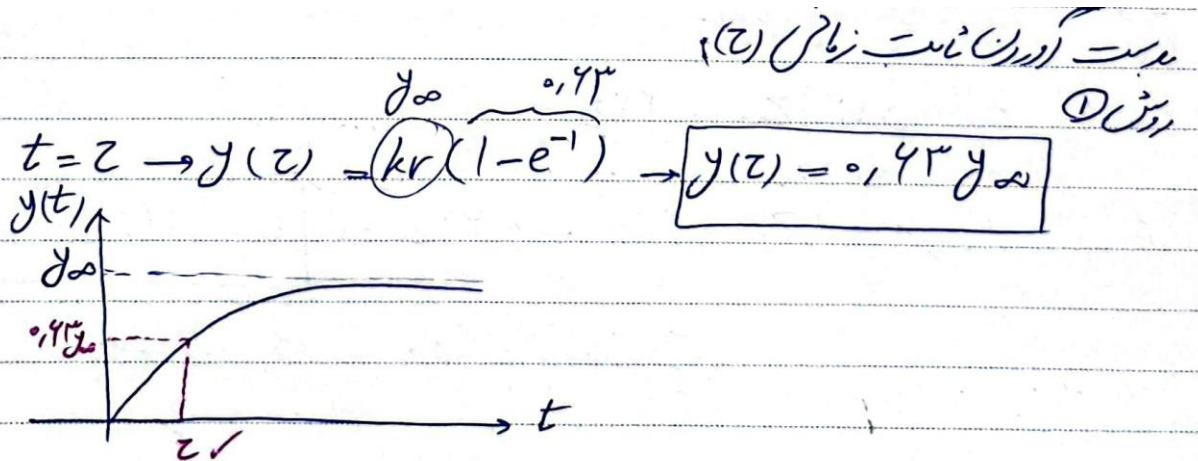
$$M(t) = \frac{y_{\infty}}{\tau} t \rightarrow y_{\infty} = \frac{y_{\infty}}{\tau} t = \boxed{t = \tau}$$



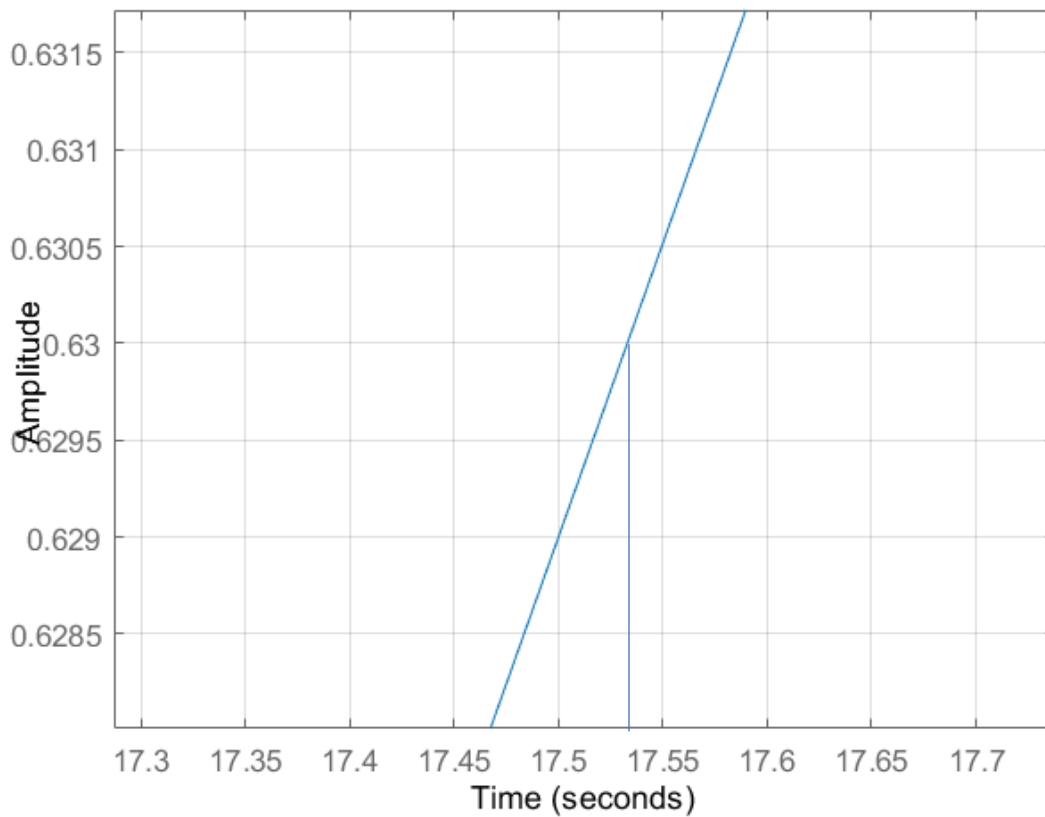
طبق این روش بدست میاد:

$$G(s) = \frac{k}{23s + 1} e^{-3s}$$

معیار تک نقطه:



Step Response



$$G(s) = \frac{k}{14.53s + 1} e^{-3s}$$

که زمان تاخیر باید از آن حذف شود.

معیار دو نقطه:

روش ۳) به جای استفاده از معیار ۰.۲۳۶ از نقطه ۰.۲۸۶ استفاده می‌کنیم.

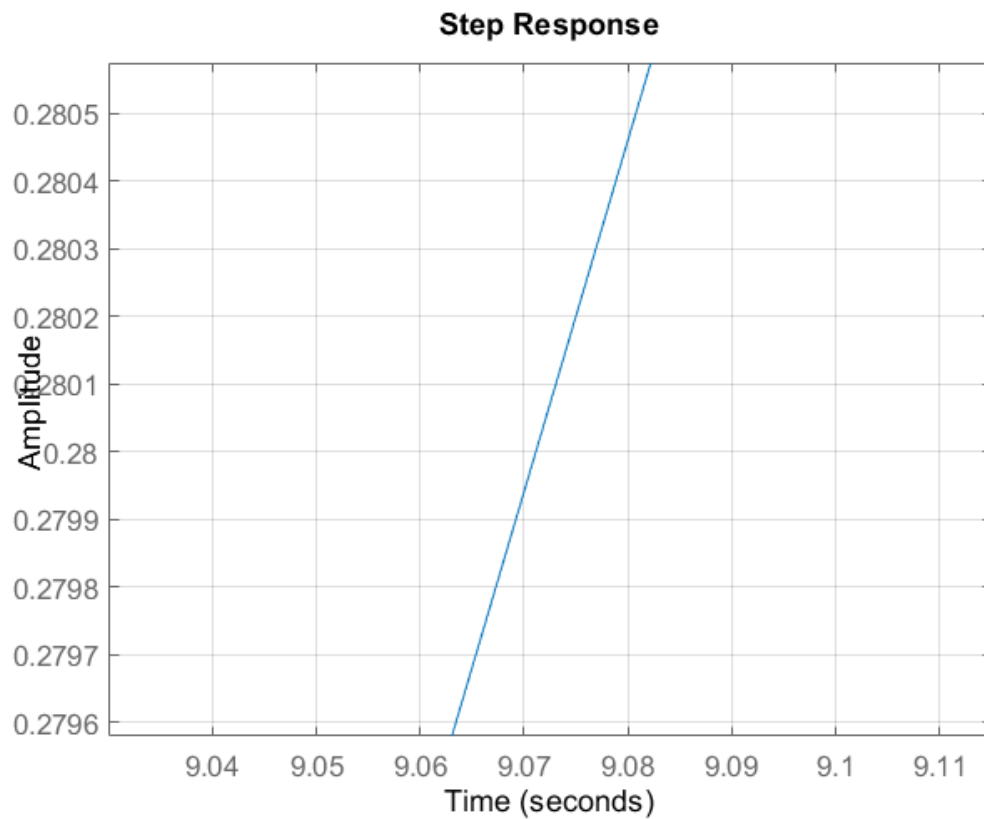
$$\boxed{z = t_{0.43}} \quad t_{0.28} \Rightarrow 0.286 = 0.6(1 - e^{-\frac{t}{z}})$$

$$\rightarrow 0.28 = 1 - e^{-\frac{t}{z}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{z}} = 1 - 0.28 = 0.72$$

$$\rightarrow t = -(\ln 0.72)z = 0.33z$$

$$t_{0.43} - t_{0.28} = z - 0.33z = 0.67z \Rightarrow \boxed{z = 1.5(t_{0.43} - t_{0.28})}$$

از نقطه برای بدست آوردن z استفاده کردیم.



$$G(s) = \frac{k}{1.5(17.53 - 9.08)s + 1} e^{-3s} = \frac{k}{12.675s + 1} e^{-3s}$$

معیار متوسط زمان سکون:

زبان متوسط سکون (Average Residence time)

$$e(t) = \frac{-y(t) + y_{\infty}}{y_{\infty}}$$

$$y(t) = kr(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), y_{\infty} = kr$$

$$T_{av} = \int_0^{\infty} e(t) dt$$

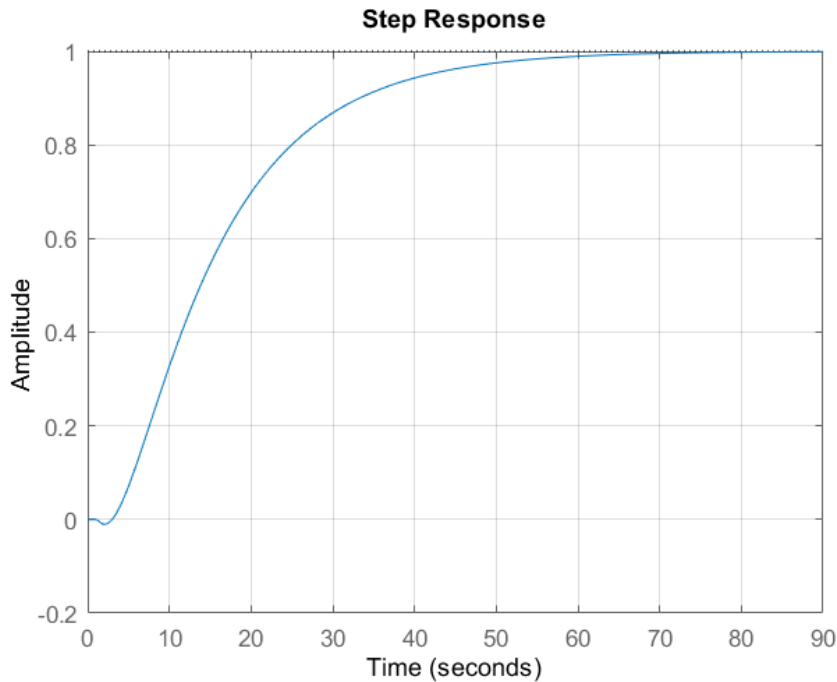
زبان متوسط



$$T_{av} = \frac{A}{y_{\infty}} = \frac{A}{kr}$$

$$A = \left(n_p + \frac{n_h}{2} \right) A_0$$

تعداد خانه‌ها
نقطه
میان
کامل

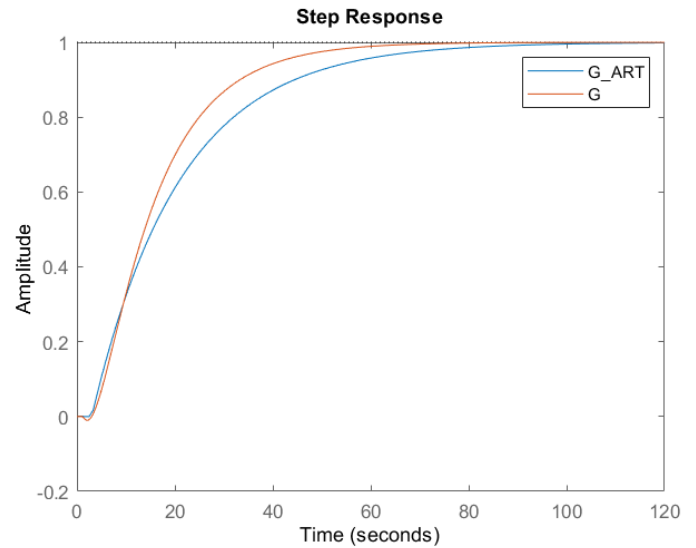
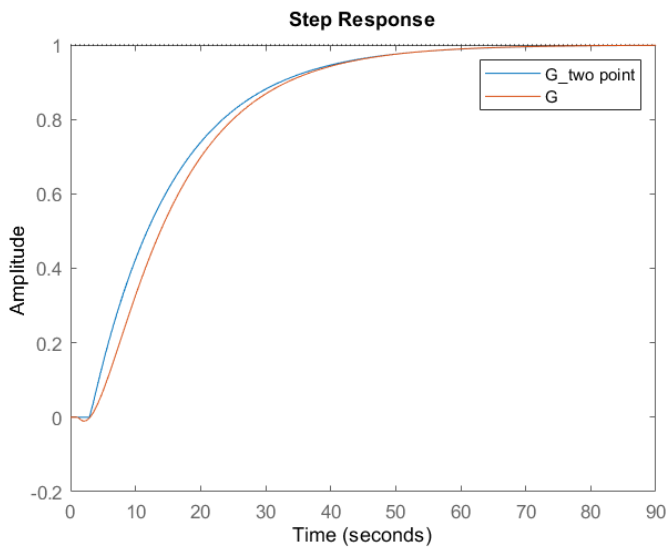
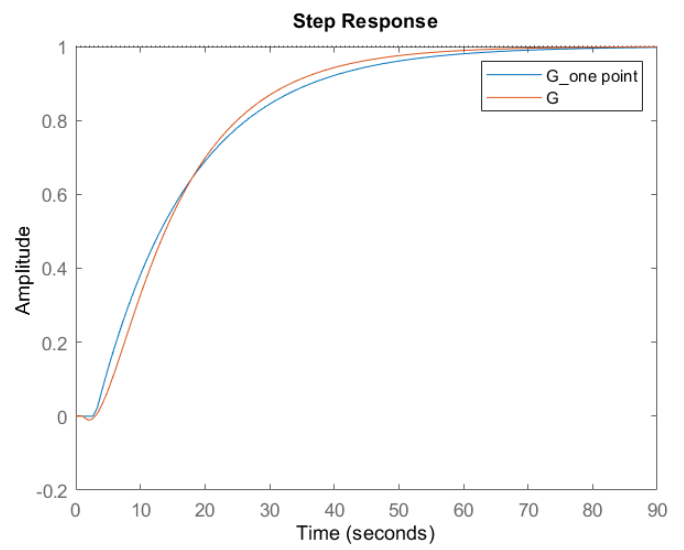
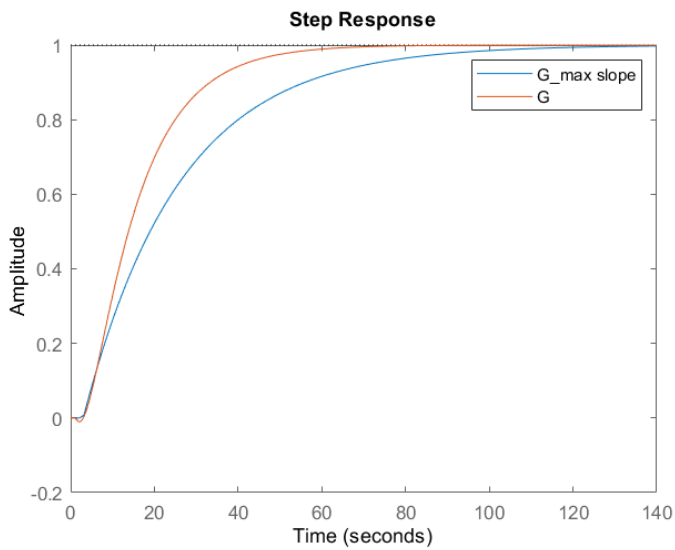


طبق عکس ۴ خانه کامل و ۱۰ خانه ناقص و مساحت هر خانه ۲ می باشد داریم:

$$A = (4 + 5)2 = 18$$

$$G(s) = \frac{k}{18s + 1} e^{-3s}$$

حال نتایج متلب را می بینیم:



Subject:

Date _____

$$K=1 \quad t_2=3$$

اندر وقت قبل داریم:

$$\left. \begin{array}{l} t_{r23} \\ t_m = 23 \end{array} \right\} 2) K_s = \frac{1}{20} = 0,05$$

$$\lambda = (t_m - T_{ar}) \frac{K_s}{\frac{W}{F}} = (23 - 18) \frac{1}{20} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$Z_1 = \frac{n^{\frac{1}{1-\eta}}}{\frac{k_5}{1c}} = \frac{0.25^{\frac{4}{3}}}{\frac{1}{c_0}} = 3.149 \approx 3.15$$

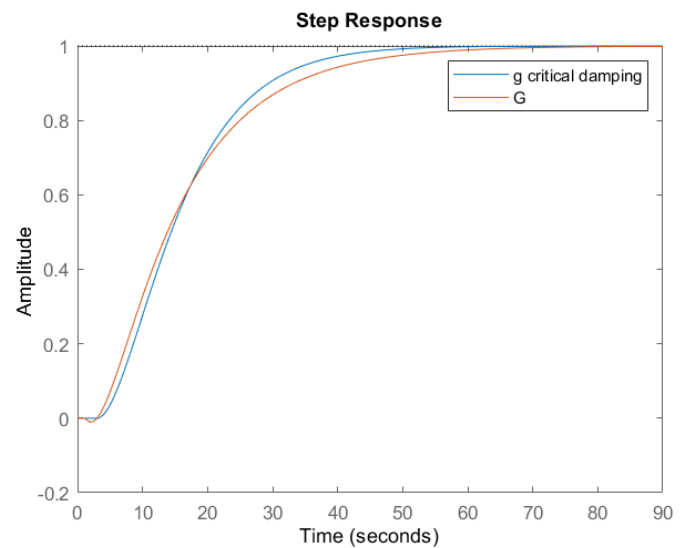
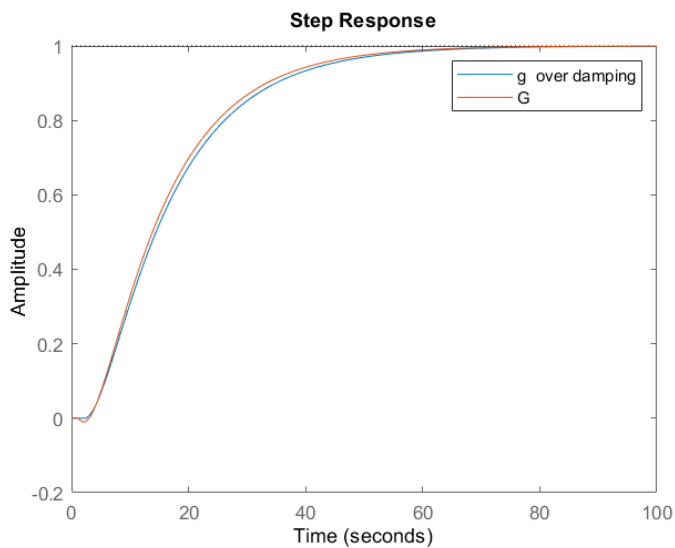
$z_2 = \frac{z_1}{2} = 12.6$

$$\frac{2}{s} \cdot \frac{e^{-2+2s}}{(3.15s+1)(12.6s+1)}$$

$$J(\underbrace{2z+z_1}_{16.57})^2 \cdot 0.6 \leq z \cdot 0.6$$

سیرای میرای

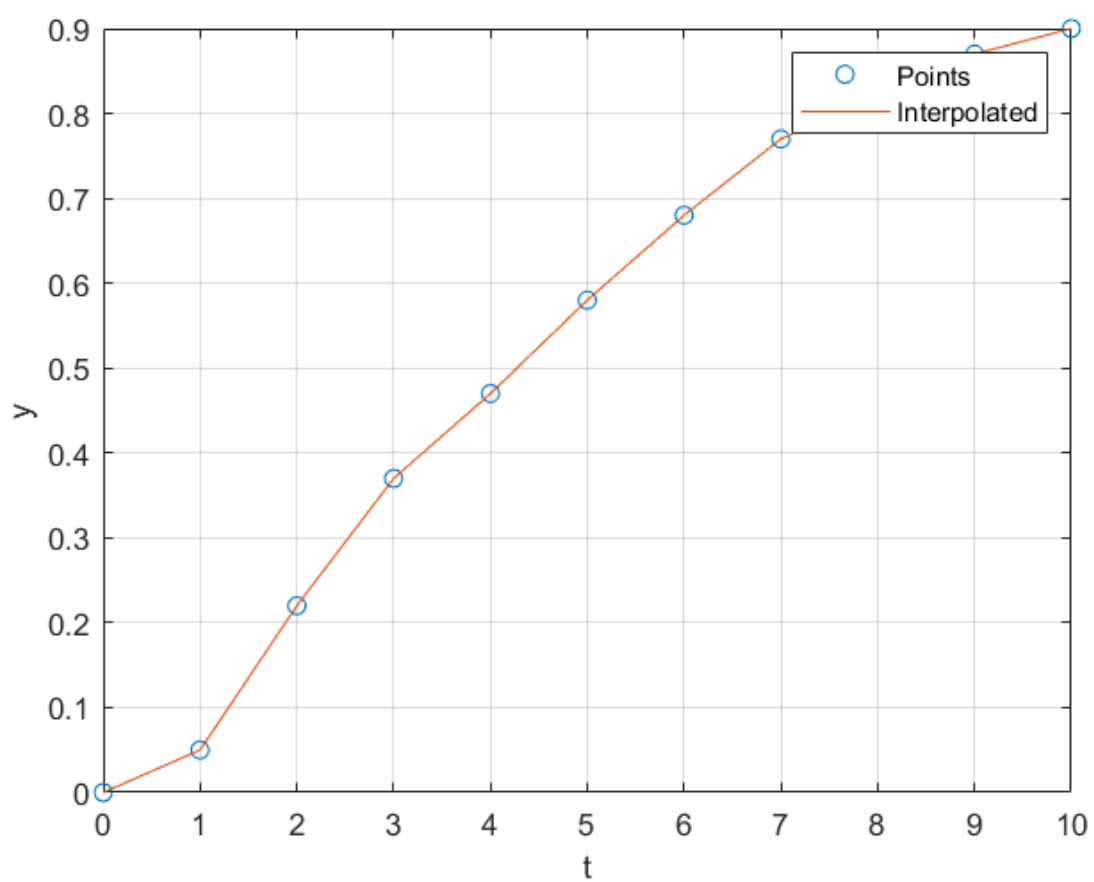
$$z \approx 6.785 \Rightarrow G(s) \approx \frac{e^{-3s}}{(6.785s+1)^2}$$



ج

با توجه به نتایج پایانی می بینیم که بیشترین خطا برای زمان سکون درجه یک هستش و اگر بتوان با کاغذ شطرنجی ریز تر اندازه گرفت نتایج بهتر و دقیقتر می شود بت مقایسه می فهمیم که تک نقطه برای مرتبه یک برای مرتبه یک ها بهترین عملکرد رو داشته و فوق میرا برا مرتبه دو بهترین عملکرد رو داشته به دلیل دو قطب مختلف انعطاف بیشتری نسبت به دیگری داشته.

```
err_max_slope = 0.0108
err_one_point = 4.6163e-04
err_two_point = 0.0011
err_ART = 0.0026
err_over_damping = 1.2575e-04
err_critical_damping = 5.1660e-04
```



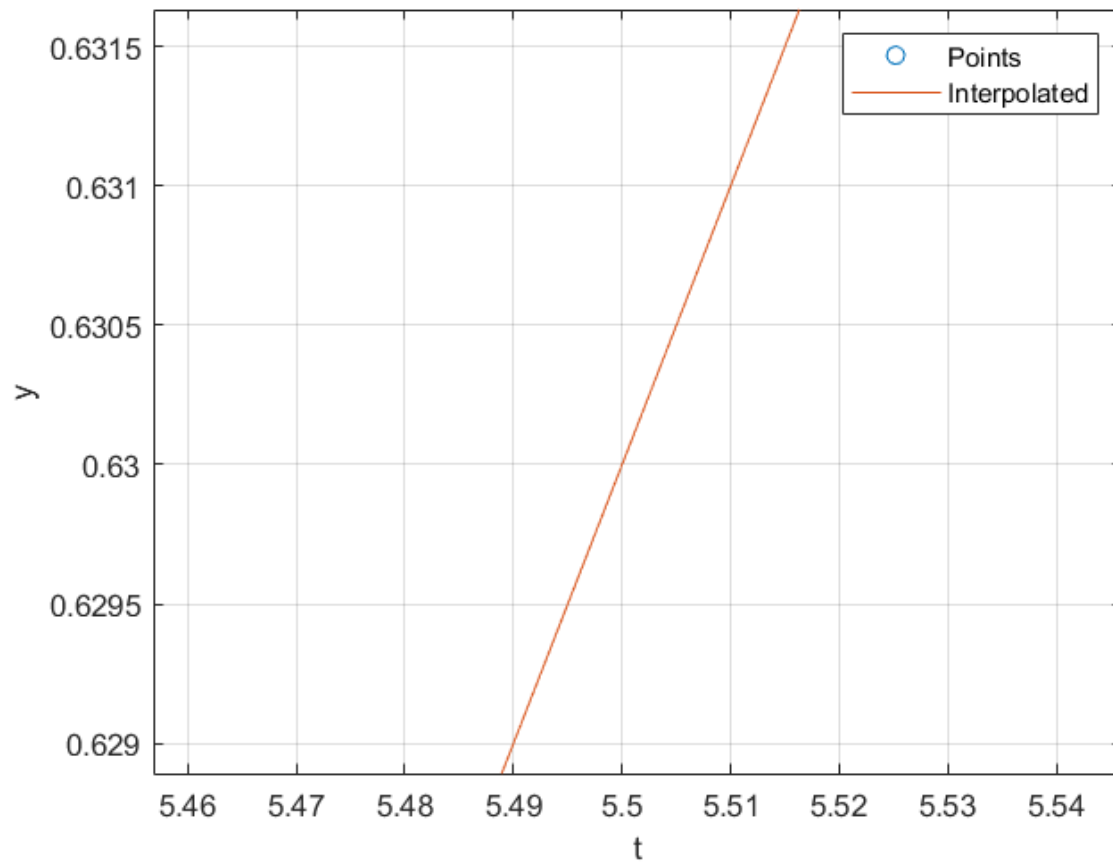
با درون یابی خطی داریم

فرم کلی مرتبه اول:

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

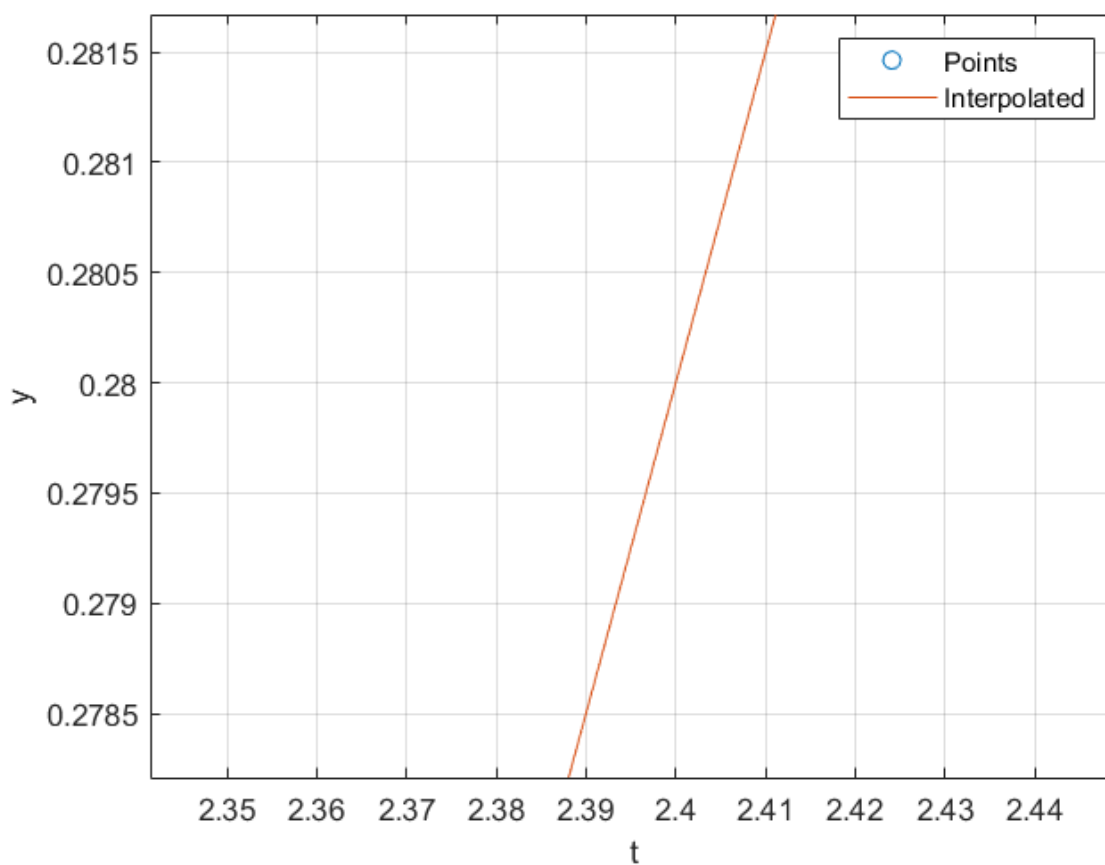
$$k = y(\infty) = 1$$

برای تک نقطه داریم :



$$G(s) = \frac{1}{5.5s + 1}$$

روش دو نقطه

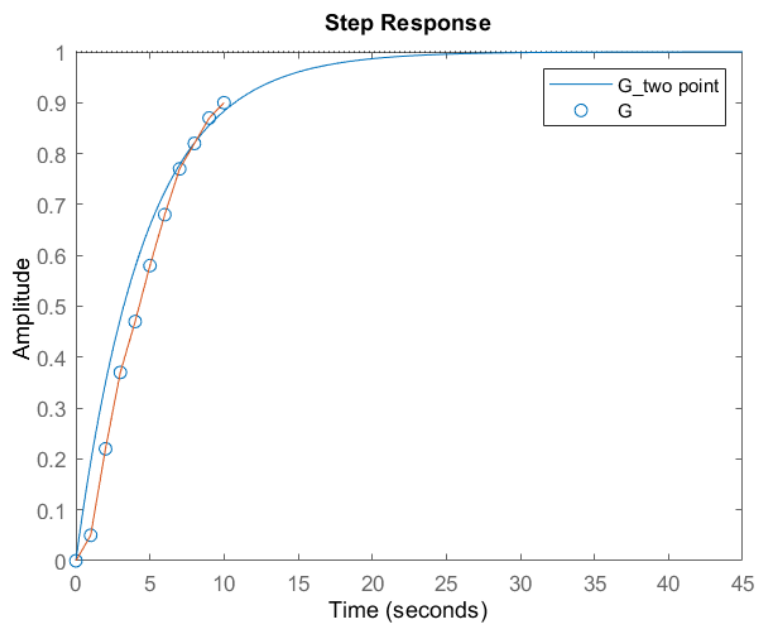
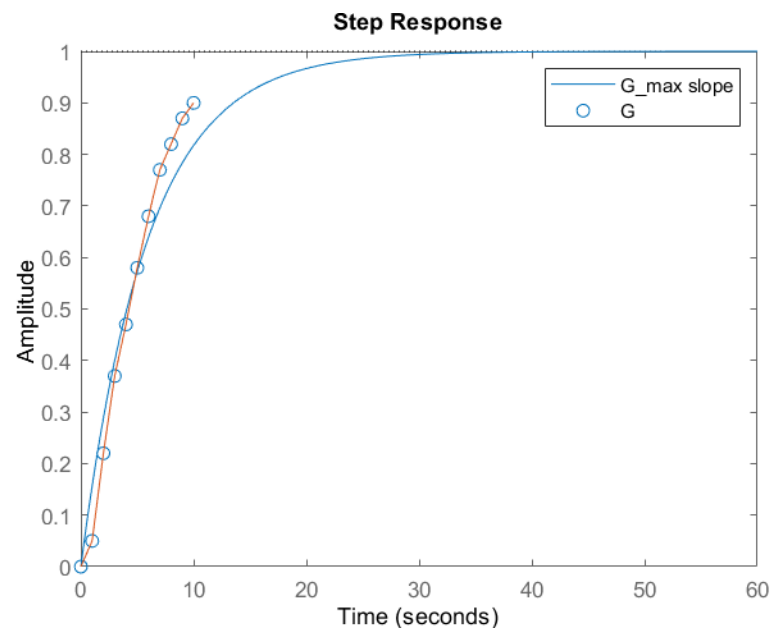
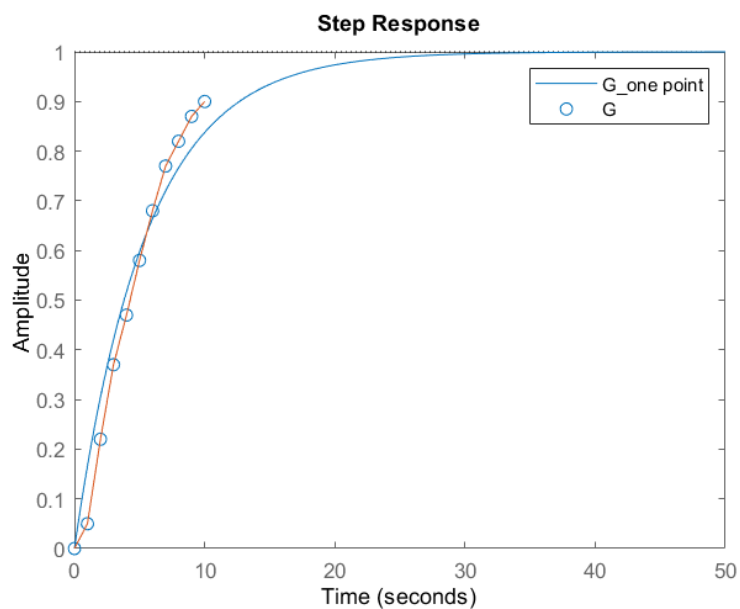


$$G(s) = \frac{k}{1.5(5.5 - 2.4)s + 1} = \frac{1}{4.65s + 1}$$

برای بیشینه شیب

ماکسیمم شیب رو به ازای نقاط داده شده بدست میاوریم و زمانی که مقدار بی نهایت میرسد را ثابت زمانی می نامیم داریم:

$$\frac{y_{inf}}{\max slope} = \frac{1}{0.17} = 5.88$$



$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1), \quad \frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) \quad (3)$$

در زمان $T_s = 1$

$$z = e^s \Rightarrow z = 1 + s + \dots \Rightarrow \left[s \frac{z-1}{1} \right] \quad (2)$$

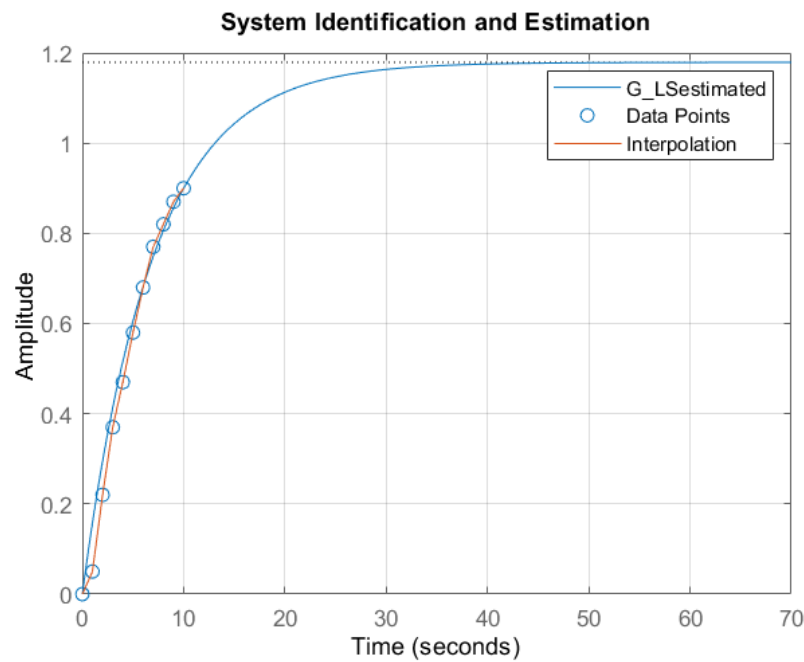
$$(1) \& (2) \Rightarrow G(z) = \frac{K}{\tau z - \tau + 1} = \frac{K z^{-1}}{\tau - (\tau - 1) z^{-1}} = \frac{\frac{K}{\tau} z^{-1}}{1 + \frac{-\tau + 1}{\tau} z^{-1}}$$

$$\left[a_2 = \frac{K}{\tau} \right] \left[a_1 = \frac{1 - \tau}{\tau} \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \kappa = \tau a_2 \\ \theta = \left[\frac{1}{1 - a_1} \right] \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\kappa = \frac{a_2}{1 - a_1} \right]$$

$$(3) \Rightarrow \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{a_2 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \Rightarrow Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) = a_2 z^{-1} U(z)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Y(z) &= -a_1 Y[z-1] + a_2 U[z-1] \\ T_s z &= \begin{bmatrix} -Y[z-1] & U[z-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$Y = \Phi \Theta \xrightarrow{\kappa \Phi^T} (\Phi Y) = (\Phi^T \Phi) \Theta \xrightarrow{\kappa (\Phi \Phi)^{-1}} \Theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$$



در نهایت داریم:

برای خطا به روش mse داریم:

$err_{MS} = 0.0041$

$err_{OP} = 0.0036$

$err_{tP} = 0.0062$

$err_{LS} = 0.0021$

همانطور که می بینید LS کمترین ارور را دارد همچنین اگر طبق LS پیش برویم می فهمیم که $k=1.17$ و ثابت زمانی $6/94$ می شود بعد از این دو روش یک نقطه و بیشترین شیب و در نهایت روش دو نقطه کمترین خطا را دارد.