a)

۱)

محل بر خورد با محور |G| را اگر 35 بگیریم داریم

$$20\log K = 35 \Rightarrow \boxed{K = 10^{\frac{35}{20}}}$$

$$G_a = 10^{\frac{35}{20}} \frac{1}{\left(\frac{s}{5}+1\right)\left(\frac{s}{100}+1\right)}$$

ب)

همان بالا فقط اینکه یک ~~صفر~~ قطب ناپایدار داریم

$$G_b = 10^{\frac{35}{20}} \frac{1}{\left(\frac{s}{5}-1\right)\left(\frac{s}{100}+1\right)}$$

c) در $w \to \infty$ در $m = -40 db/dec$

$\boxed{m+2cn}$ ⇐

با توجه به شیب از -90 یک قطب داریم

~~d) نقطه $\boxed{1}$ ... -45 درجه~~

با توجه به شکل در نقاط ۱ و ۱۰ و ۱۰۰ شکستگی داریم

می‌شود تقسیم

$$G_c = \frac{\left(\frac{s}{10}+1\right)}{s(s+1)\left(\frac{s}{100}+1\right)} K_c$$

2) [illegible] حل

$$\boxed{a = \pm \frac{1}{4}} \qquad \boxed{b = \pm \frac{1}{24}}$$

[illegible] $\Leftarrow$ $6 \log_8 k =$

$6 \log_8 k = \frac{6 \times 8}{8} = 6$

$\Rightarrow \log_8 k = 1 \Rightarrow \boxed{k = 8}$

$$\boxed{a = \frac{1}{4}} \qquad \boxed{b = \frac{1}{24}}$$

اگر سیستم صحیح فازها 2 !

ش ۲

3

$s=0 , s=-1$

$s=0.5$

$$\overset{jw}{\Rightarrow} \frac{-3}{2\left(w^4+1.25w^2+\frac{1}{4}\right)} + \frac{(w^2-0.5)j}{w\left(w^4+1.25w^2+0.25\right)}$$

$$|G(jw)| = \frac{1}{|w|\left(\sqrt{4w^2+1}\right)^2\left(\sqrt{w^2+1}\right)}$$

$$\angle G = -90 - \tan\left(\frac{2w}{1}\right) - \tan(w)$$

$\hookrightarrow \boxed{-90 \text{ و } -270}$

$w=0 \Rightarrow |G(jw)|=\infty \qquad Re(G)=-6$

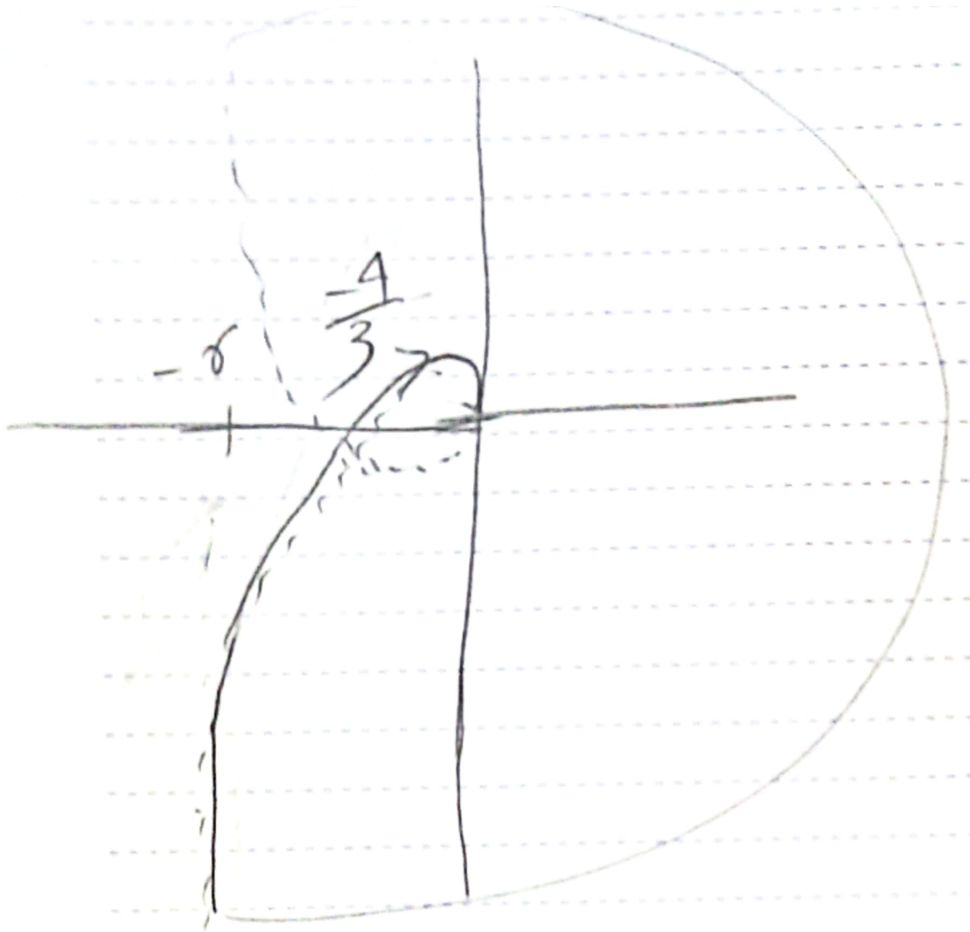
$\angle G=-90 \qquad Im(G)=\infty$

$w=\infty \Rightarrow |G(jw)|=0 \qquad Re=0$

$\angle G=-270 \qquad Im=0$

if $Im(G)=0 \Rightarrow \boxed{w=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}}$ محل برخورد با محور حقیقی

$$\hookrightarrow Re\left(G\left(j\sqrt{\tfrac{1}{2}}\right)\right) = \frac{-3}{2\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{8}+\frac{1}{4}\right)_{\frac{9}{4}}} = \frac{-4}{3}$$



س ناپایدار

$$N_Z = N + N_P$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \\ 2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$\frac{G}{1+GH} = \frac{1}{s^3 + 1.5s^2 + 0.5s + 1}$$

$$1+GH = \frac{s^3 + 1.5s^2 + 0.5s + 1}{s\left(\frac{s}{2} + \cancel{0.5}\,1\right)(s+1)}$$

$$\begin{cases} Z_1 = -0.7 \pm 0{,}34j \\ \boxed{Z_2 = 2.\times 10^{-17} \pm 1.5j} \\ \boxed{Z_3 = 0.7 \pm 0.45j} \\ P_1 = 0 \end{cases}$$

$P_2 = 0{,}5$

$P_3 = -1$

3) 1) $s^4+2s^3+(K+1)s^2+(K+1)s+K=0$

$s^4+2s^3+s^2+s+K(s^2+s+1)=0$

$1+\dfrac{K(s^2+s+1)}{s^4+2^3+s^2+s}=0$

if $H=1 \Rightarrow \boxed{G=\dfrac{K(s^2+s+1)}{s^4+2s^3+s^2+s}}$

w^2+1

$$G(jw) = \frac{K(-w^2 + jw + 1)}{jw(-jw^3 - 2w^2 + jw + 1)}$$

$$|G(jw)| = \frac{|K|\sqrt{(1-w^2) + w^2}}{w\sqrt{(1-2w^2)^2 + (w-w^3)^2}}$$

$$\measuredangle G(jw) = \tan\left(\frac{1-w^2}{w^2}\right) - 90 - \tan\left(\frac{w-w^3}{1-2w^2}\right)$$

$$Re(G) = \frac{-Kw^4}{1 + w^6 + 2w^4 - 3w^2}$$

$$Im(G) = \frac{-w^4 + 2w^2 - 1}{w(1 + w^6 + 2w^4 - 3w^2)}$$

$w = 0$ $\quad Re = 0 \quad \angle G = -90$

$Im(G) = \infty$

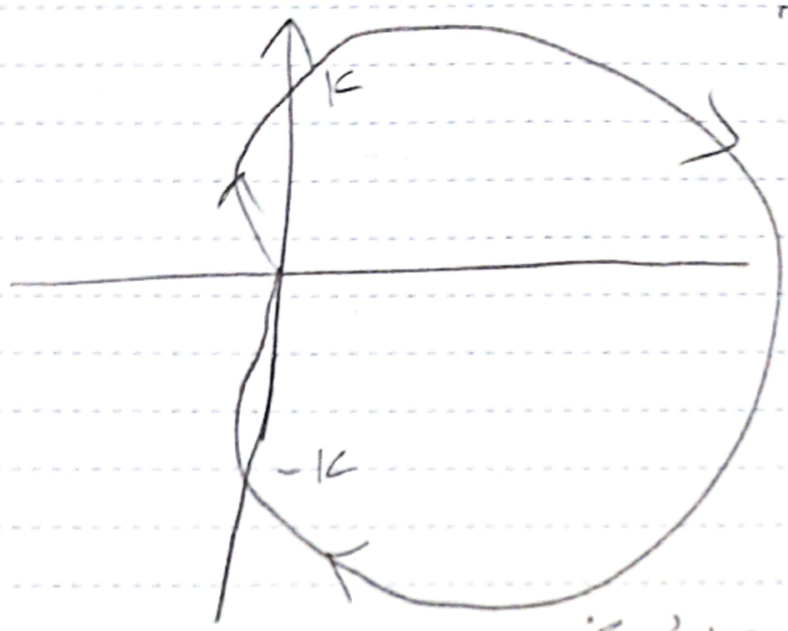
$w = \infty$ $\quad Re = 0 \quad \angle G = -180$

$Im = 0$

$Re(G) = 0 \Rightarrow w = 0 \Rightarrow Im(\cdot) = \infty$

$Im(G(jw)) = 0 \Rightarrow w = 1 \Rightarrow Re = K$

if $K>0$



برای تمامی K ها مثبت پایدار است

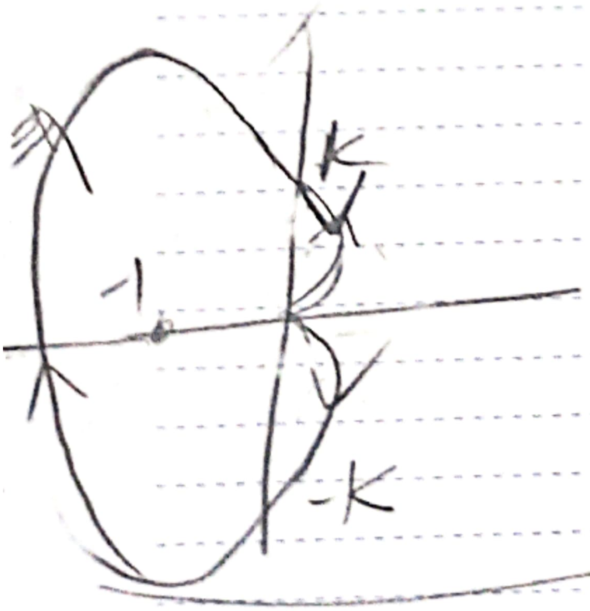
چون نه قطب صفر داریم و نه قطب مثبت در حول -1 دور زده

$0 = 0 + 0$

---

if $K<0$

نمودار را برعکس می‌کنیم داریم:

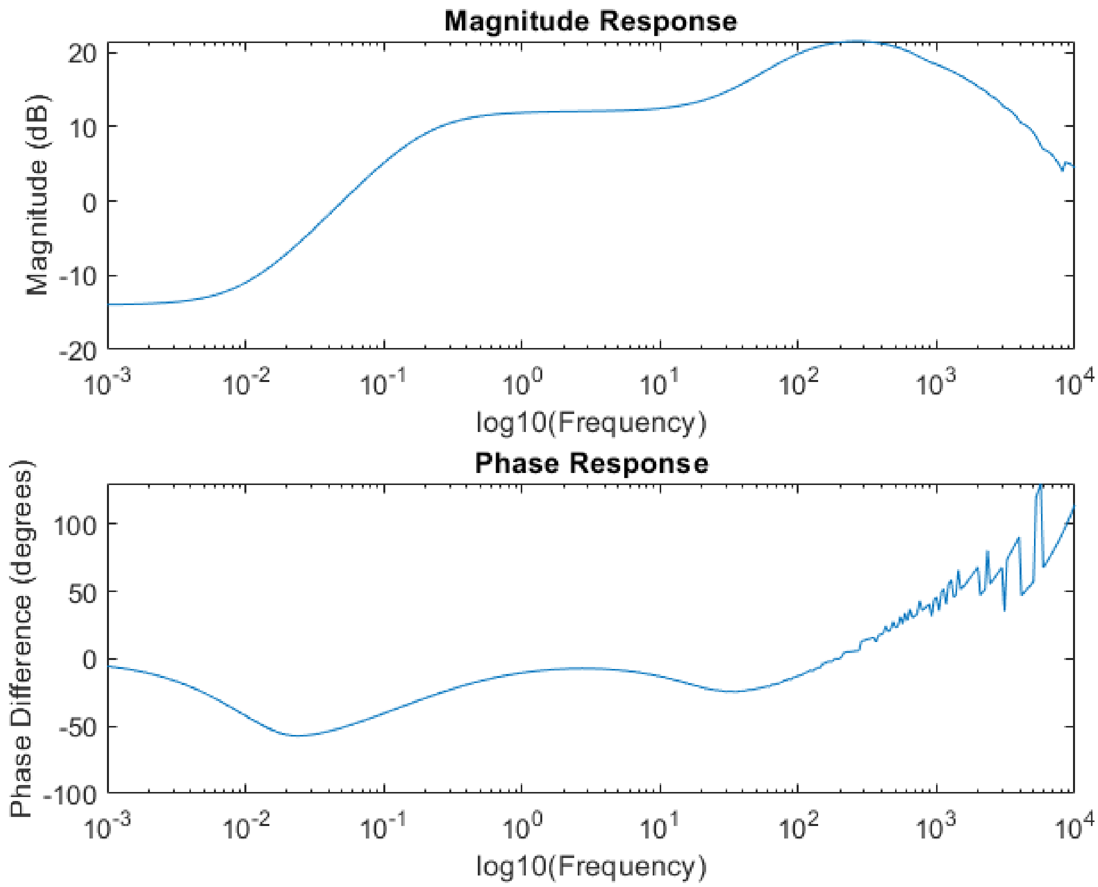


$1+0\neq0$

ناپایدار

پس شرط $\boxed{K>0}$

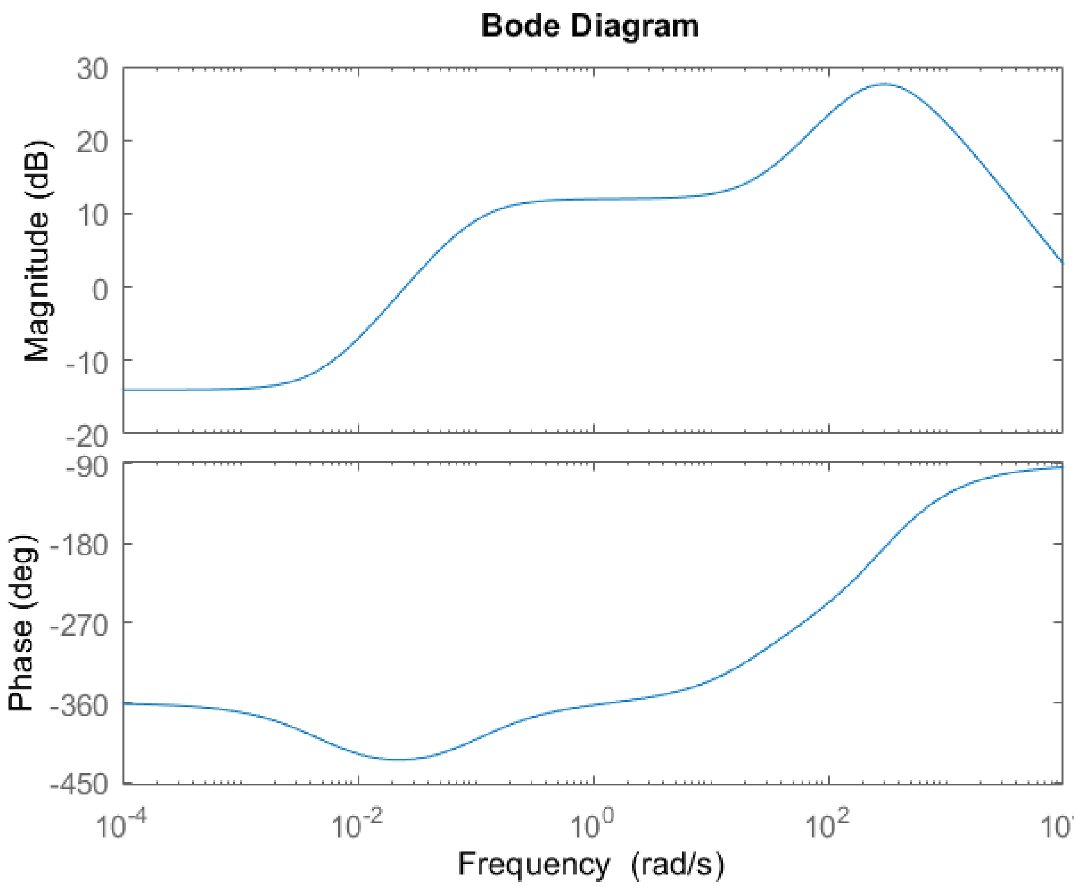
در این سوال با دادن ورودی سینوسی و با فرکانس های مختلف از یک هزارم تا هزار و به اندازه حداقل یک دوره تناوب سعی می کنیم که اختلاف فاز ورودی و خروجی از ماکس هر دو گرفته می شود و و نسبت حداکثری آن دو نسبت به یک دیگر اندازه را می یابیم و در نهایت نمودار بود آن را رسم می کنیم داریم:



طبق تحلیل سعی می کنیم با ۳ دسی بل کمتر نقاط رو بیابیم

۱- در ۰/۰۰۵ نامینیم صفر
۲- در ۰/۱ قطب نامینیم
۳- در ۱۵ صفر نامینمم
۴- در ۳۰۰ قطب نامینیم درجه دو داریم

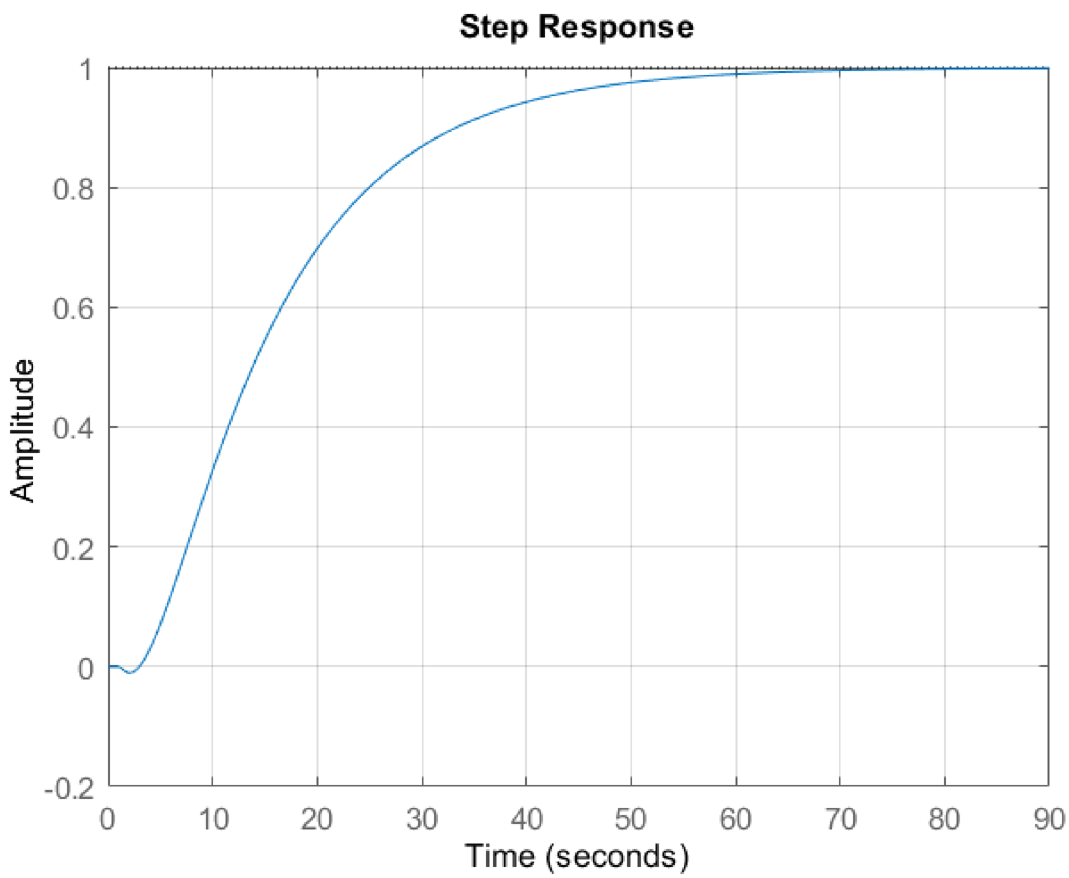
خروجی ما می شود:



که تقریبا یکسان است.

5

الف



Step Response
Amplitude
Time (seconds)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90

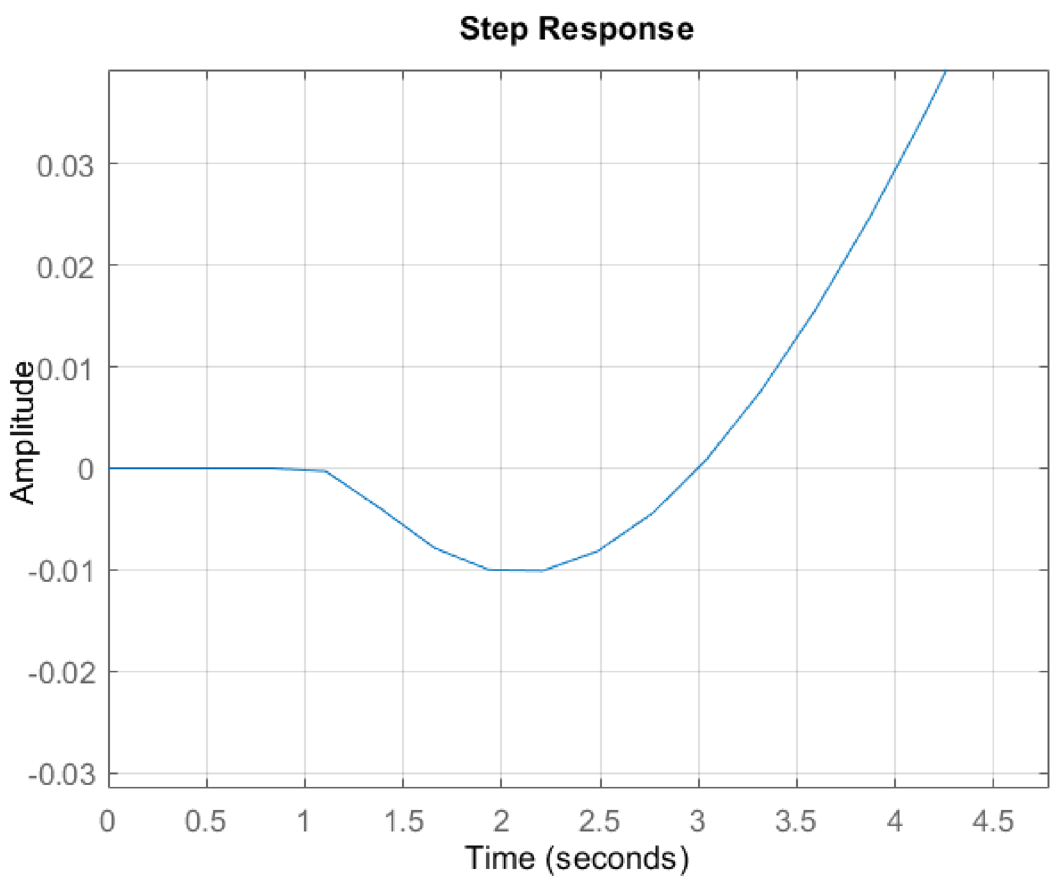
ب

فرم کلی مرتبه اول:

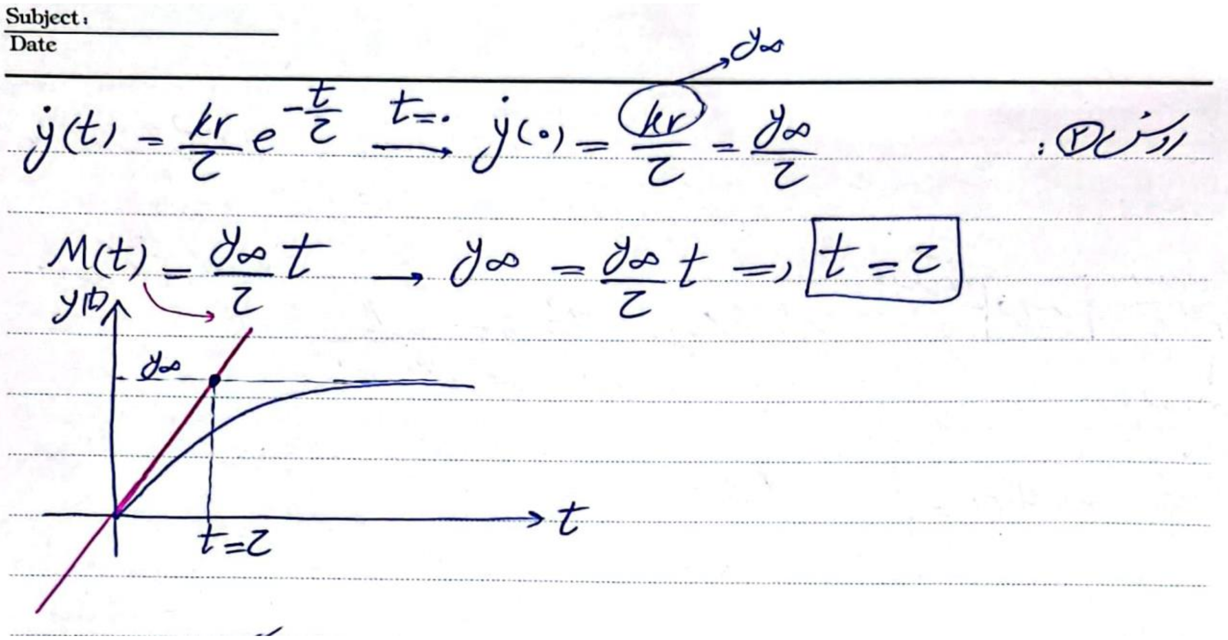
$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-\tau_d s}$$

$$k = y(\infty) = 1$$

با توجه به شکل می بینیم از حدود ۳ شروع می کند پس $\tau_d = 3$



روش بیشینه شیب :


Subject:
Date

روش ۲ :

$$\dot{y}(t) = \frac{kr}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \xrightarrow{t=0} \dot{y}(0) = \frac{kr}{\tau} = \frac{y_\infty}{\tau}$$

$kr \rightarrow y_\infty$

$$M(t) = \frac{y_\infty}{\tau} t \longrightarrow y_\infty = \frac{y_\infty}{\tau} t \Rightarrow \boxed{t = \tau}$$

طبق این روش بدست میاد:

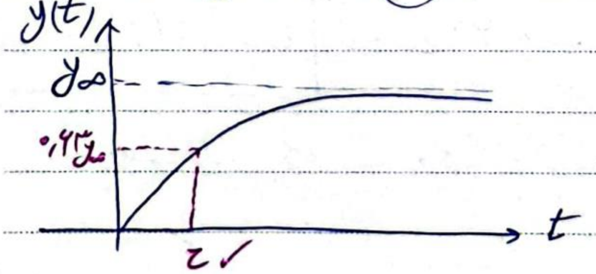
$$G(s) = \frac{k}{23s+1} e^{-3s}$$

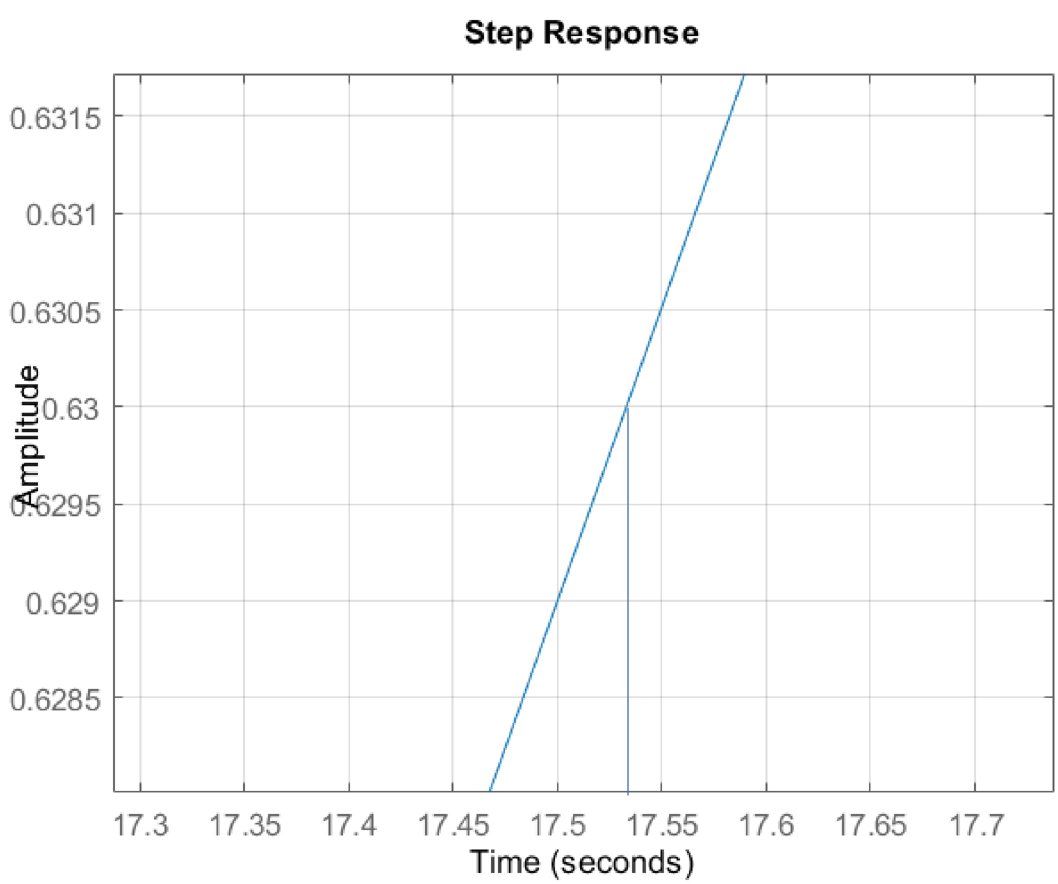
معیار تک نقطه:

بدست آوردن ثابت زمانی (τ):

روش ①

$$t=\tau \rightarrow y(\tau) = \overset{y_\infty}{kr}\,\overbrace{(1-e^{-1})}^{0.63} \rightarrow \boxed{y(\tau)=0.63\,y_\infty}$$





$$G(s)=\frac{k}{14.53s+1}e^{-3s}$$

که زمان تاخیر باید از آن حذف شود.

معیار دو نقطه:

روش ۳ به جای استفاده از $0.63 y_{ss}$ از نقطه $0.28 y_{ss}$ نیز استفاده می‌کنیم.

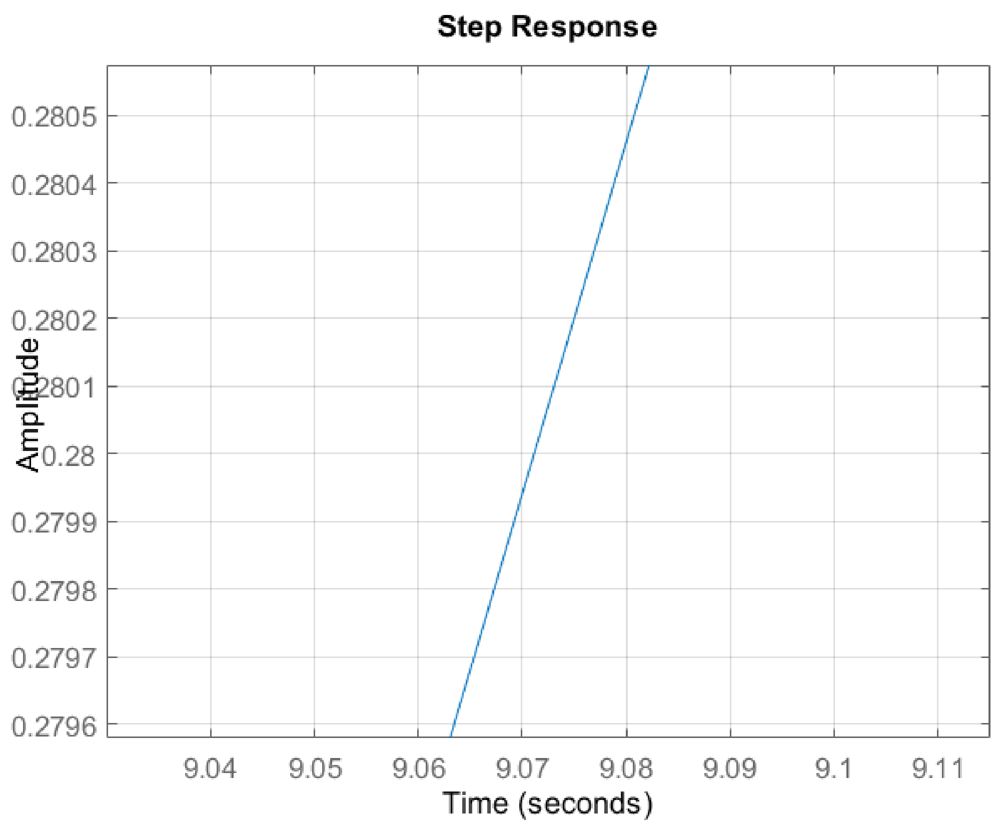
$$\boxed{\tau = t_{0.63}} \qquad t_{0.28} \Rightarrow 0.28\, y_{ss} = y_{ss}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\to 0.28 = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - 0.28 = 0.72$$

$$\to t = -(\ln 0.72)\,\tau = 0.33\tau$$

$$t_{0.63} - t_{0.28} = \tau - 0.33\tau = 0.66\tau \Rightarrow \boxed{\tau = 1.5\,(t_{0.63} - t_{0.28})}$$

از دو نقطه برای بدست آوردن τ استفاده کردیم.

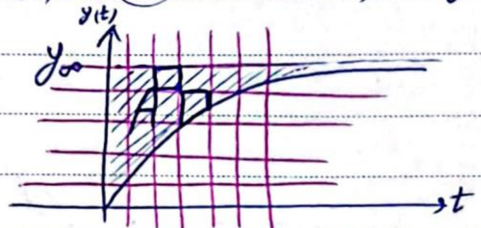


$$G(s) = \frac{k}{1.5(17.53 - 9.08)s + 1} e^{-3s} = \frac{k}{12.675s + 1} e^{-3s}$$

معیار متوسط زمان سکون:

زمان متوسط سکون (Average Residence time)

$$e(t) = \frac{-y(t) + y_\infty}{y_\infty} \quad , \quad y(t) = \overset{y_\infty}{kr}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad , y_\infty = kr$$



$$\boxed{T_{av} = \int_0^\infty e(t)\,dt}$$

زمان متوسط

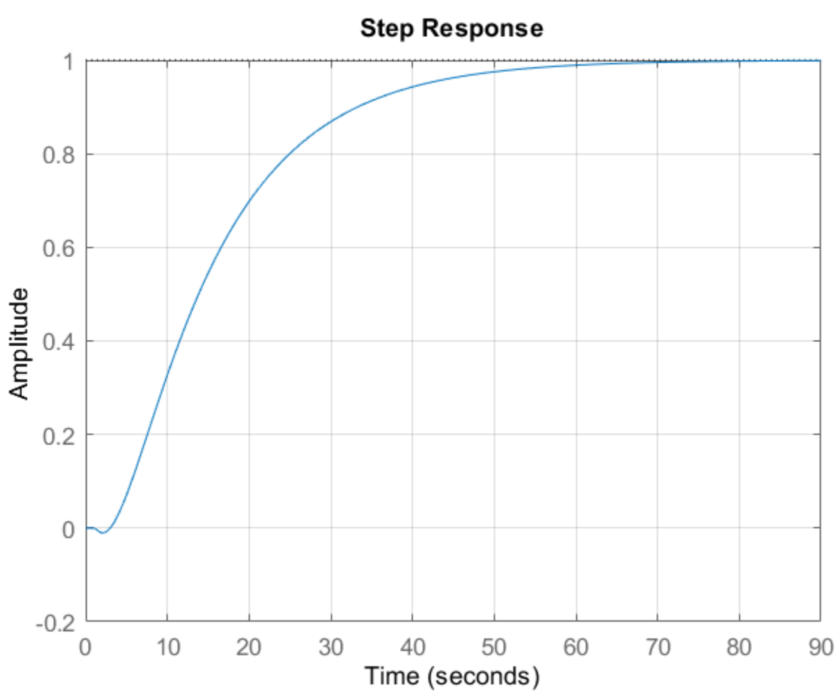
$$\boxed{T_{av} = \frac{A}{y_\infty}} = \frac{A}{kr} \quad (**)$$

$$\boxed{A = \left(n_f + \frac{n_h}{2}\right) A_0} \quad (*)$$

تعداد خانه‌های کامل

تعداد خانه‌های ناکامل

مساحت هر خانه کامل

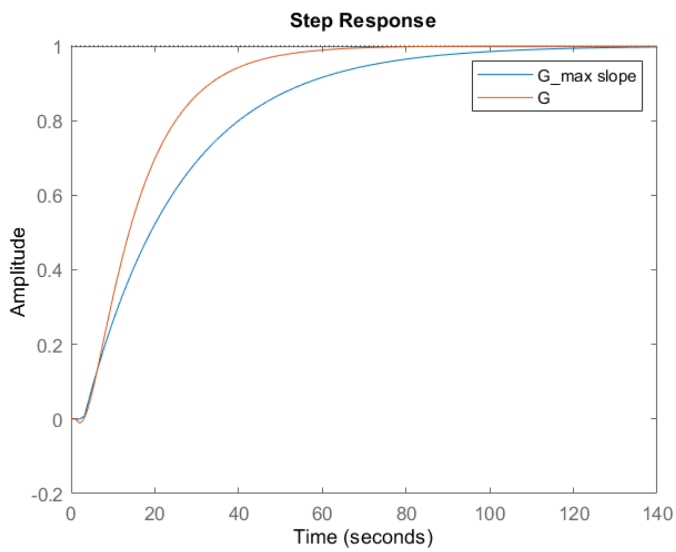


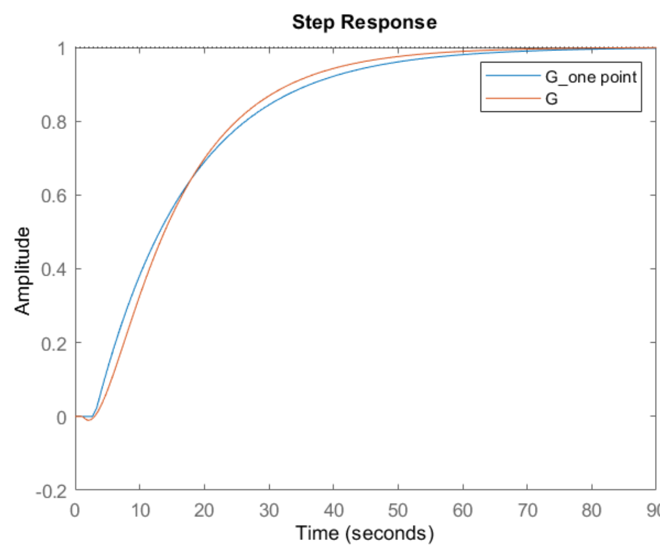
طبق عکس ٤ خانه کامل و ١٠ خانه ناقص و مساحت هر خانه ٢ می باشد داریم:

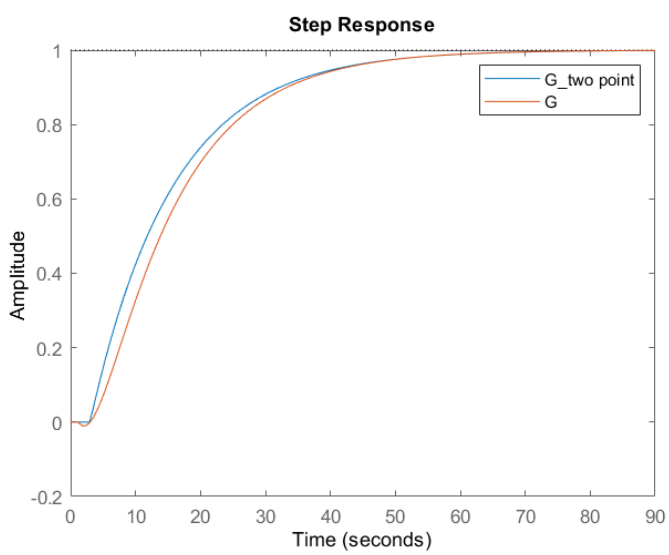
$$A = (4 + 5)2 = 18$$

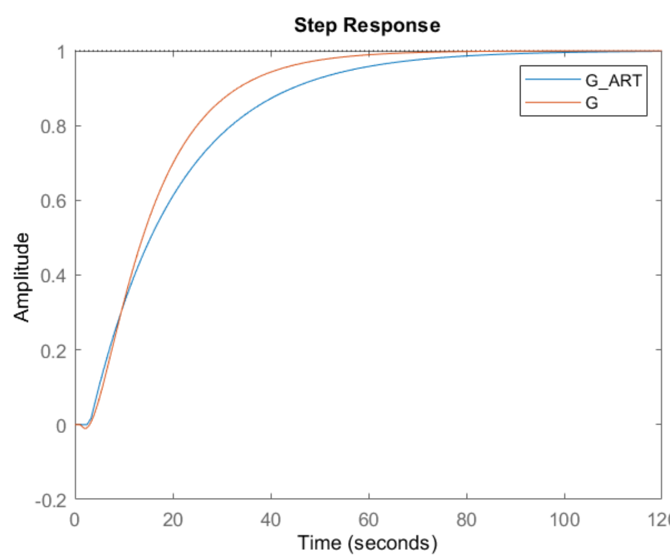
$$G(s) = \frac{k}{18s + 1} e^{-3s}$$

حال نتایج متلب را می بینیم:









ج)

Subject:

Date

$K = 1 \quad t_d = 3$

از قسمت قبل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} t_r = 3 \\ t_m = 23 \end{array}\right\} \Rightarrow K_s = \frac{1}{20} = 0.05$$

$$\lambda = \left(t_m - T_{ar}\right)\frac{K_s}{K} = (23 - 18)\frac{1}{20} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$Z_1 = \frac{\eta^{\frac{1}{1-\eta}}}{\frac{K_s}{K}} = \frac{0.25^{\frac{4}{3}}}{\frac{1}{20}} = 3.149 \simeq 3.15$$

$$Z_2 = \frac{Z_1}{2} = 12.6$$

$$\underbrace{T_{ar}}_{18} = t_d + \underbrace{Z_1}_{3.15} + \underbrace{Z_2}_{12.6} \Rightarrow 2.25$$

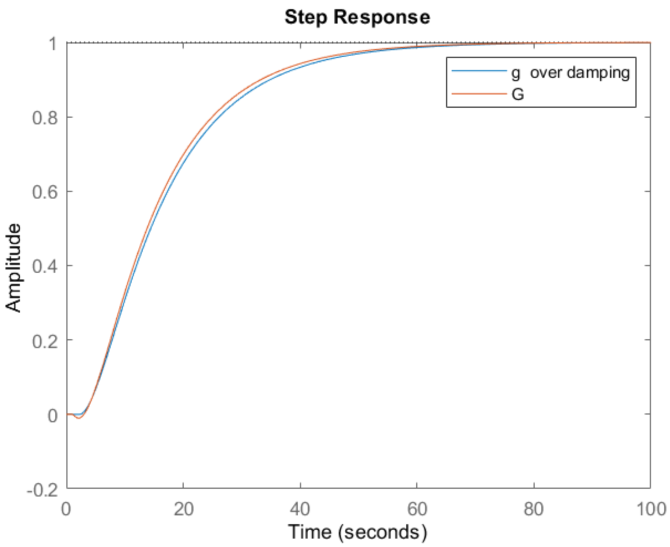
$$G(s) = \frac{e^{-2.25 s}}{(3.15 s+1)(12.6 s+1)}$$

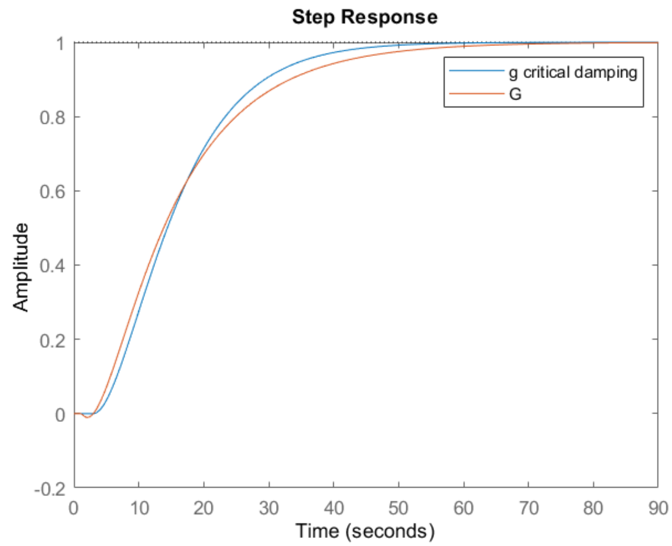
سیستم برابر

$$y(\underbrace{2Z + \overbrace{Z_d}^{3}}_{16.57}) = 0.6K = 0.6$$

$$Z = 6.785 \Rightarrow G(s) = \frac{e^{-3s}}{(6.785 s+1)^2}$$

PAPCO



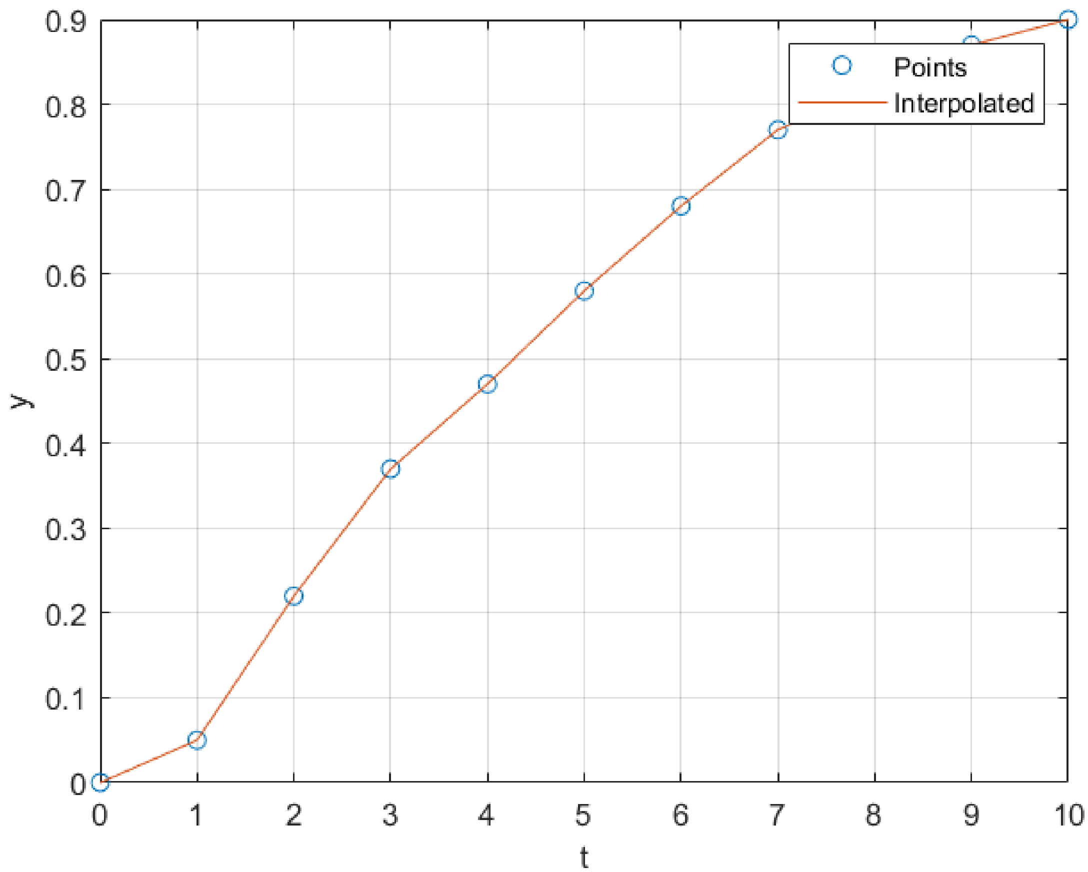


ج

با توجه به نتایج پایانی می بینیم که بیشترین خطا برای زمان سکون درجه یک هستش و اگر بتوان با کاغذ شطرنجی ریز تر اندازه گرفت نتایج بهتر و دقیقتر می شود بت مقایسه می فهمیم که تک نقطه برای مرتبه یک برای مرتبه یک ها بهترین عملکرد رو داشته و فوق میرا برا مرتبه دو بهترین عملکرد رو داشته به دلیل دو قطب مختلف انعطاف بیشتری نسبت به دیگری داشته.

```
err_max_slope = 0.0108
err_one_point = 4.6163e-04
err_two_point = 0.0011
err_ART = 0.0026
err_over_damping = 1.2575e-04
err_critical_damping = 5.1660e-04
```

۶



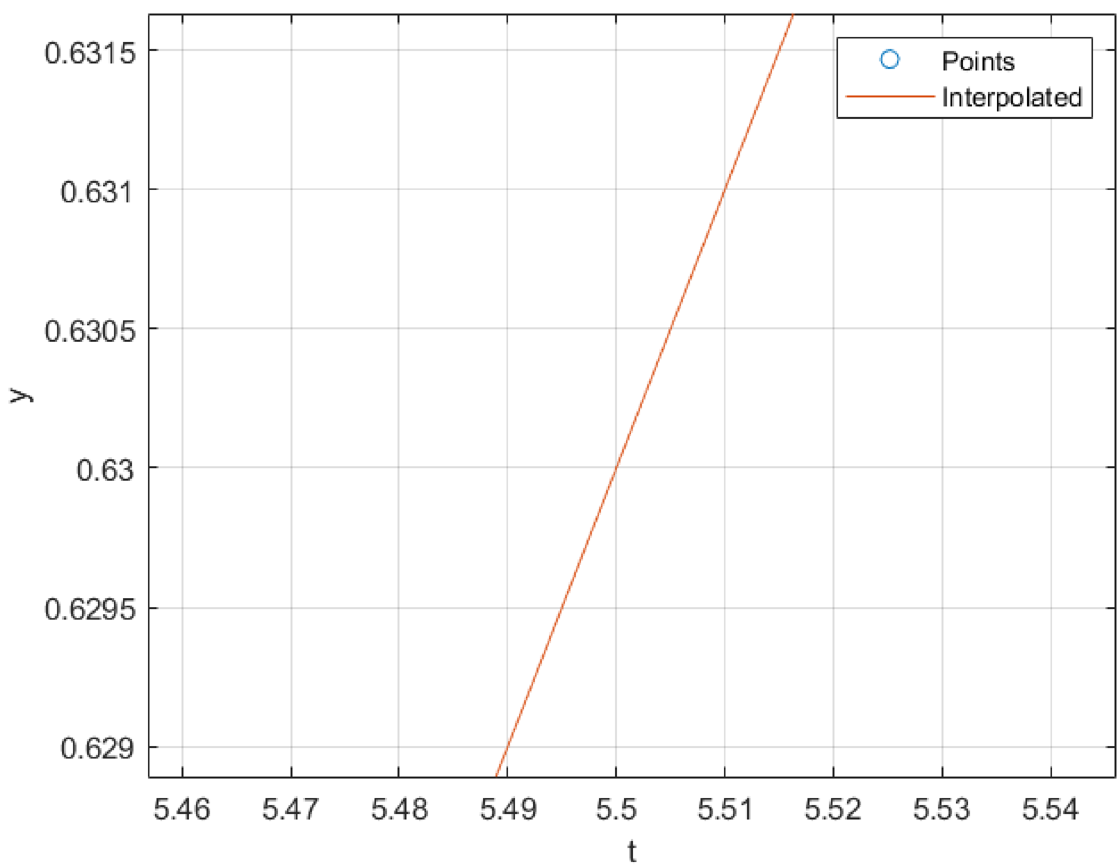
با درون یابی خطی داریم

فرم کلی مرتبه اول:

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

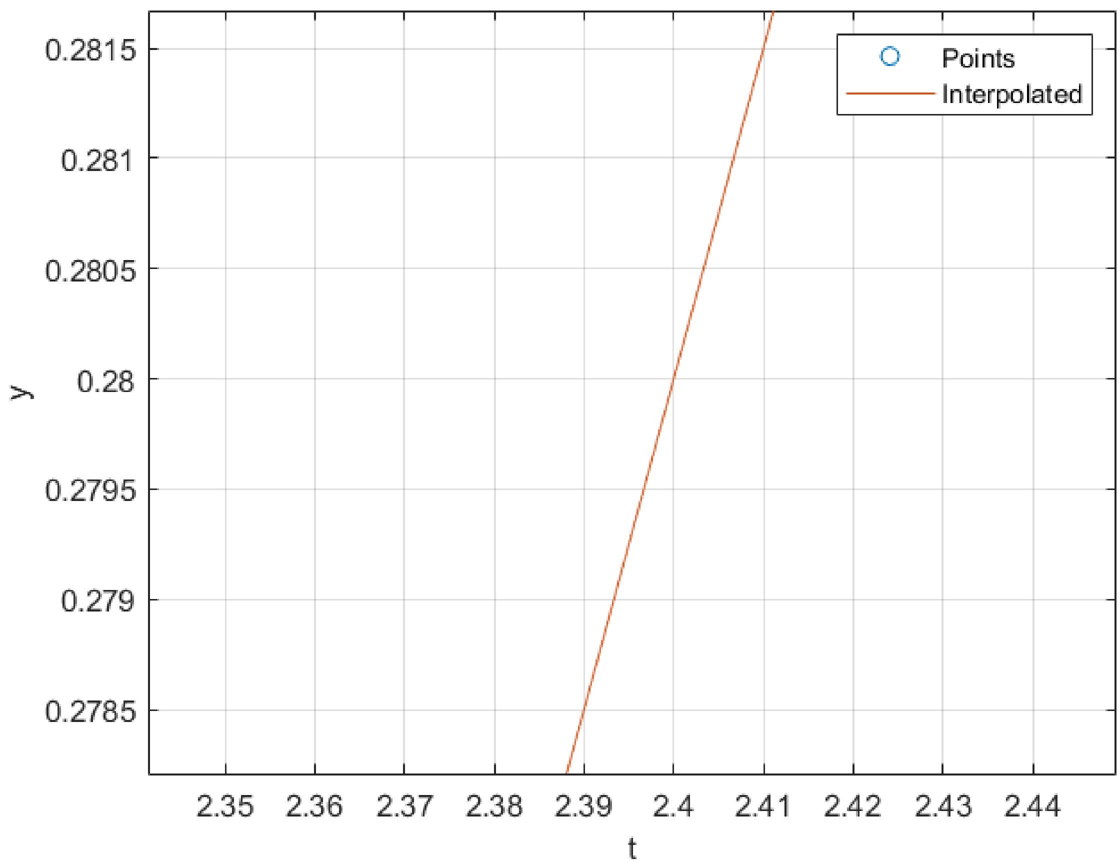
$$k = y(\infty) = 1$$

برای تک نقطه داریم :



$$G(s) = \frac{1}{5.5s + 1}$$

روش دو نقطه

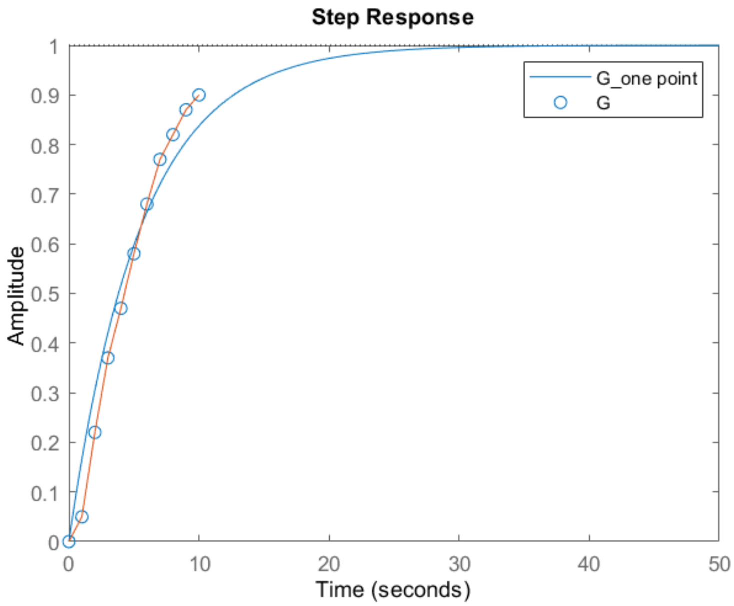


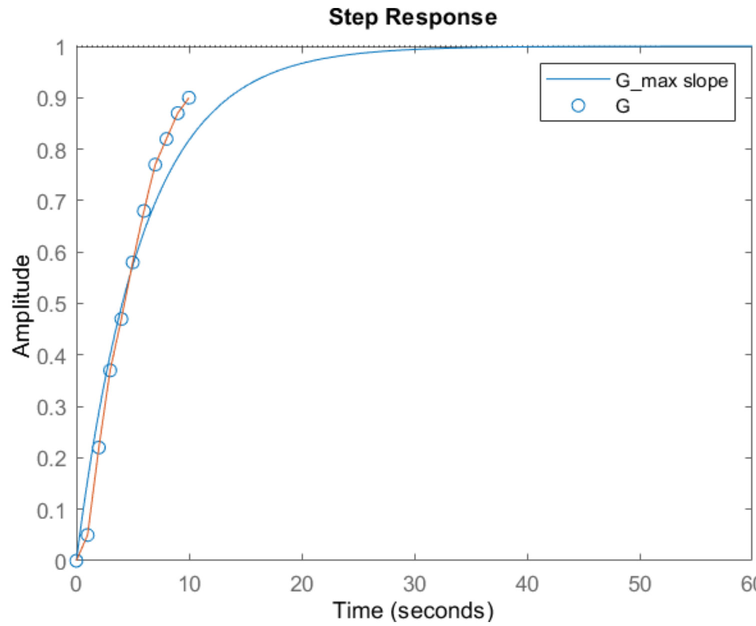
$$G(s) = \frac{k}{1.5(5.5 - 2.4)s + 1} = \frac{1}{4.65s + 1}$$

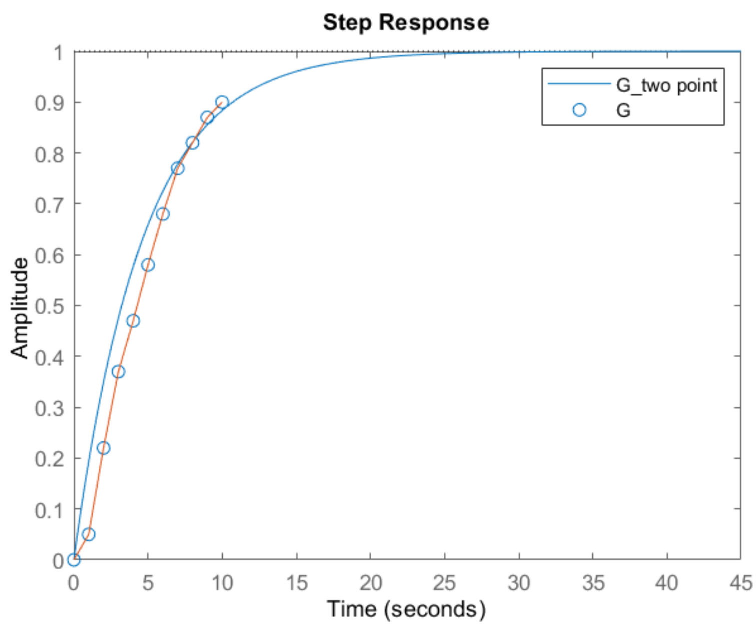
برای بیشینه شیپ

ماکسیمم شیپ رو به ازای نقاط داده شده بدست میاوریم و زمانی که مقدار بی نهایت میرسد را ثابت زمانی می نامیم داریم:

$$\frac{y\_inf}{\max slope} = \frac{1}{0.17} = 5.88$$


Step Response
G_one point
G
Amplitude
Time (seconds)


Step Response
G_max slope
G
Amplitude
Time (seconds)


Step Response
G_two point
G
Amplitude
Time (seconds)

ب

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1) \qquad , \qquad \frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) \quad (3)$$

گسسته سازی : $T_s = 1$

$$Z = e^{s} \Rightarrow Z = 1 + s + \cdots \Rightarrow \boxed{s = \frac{Z-1}{1}} \quad (2)$$

بسط تیلور ، نادیده می گیریم

$$(1)(2) \Rightarrow G(z) = \frac{K}{\tau Z - \tau + 1} = \frac{K Z^{-1}}{\tau - (\tau - 1) Z^{-1}} = \frac{\frac{K}{\tau} Z^{-1}}{1 + \frac{-\tau+1}{\tau} Z^{-1}}$$

$$\boxed{a_2 = \frac{K}{\tau}} \quad \boxed{a_1 = \frac{1-\tau}{\tau}} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} K = \tau a_2 \\ \boxed{\tau = \frac{1}{1-a_1}} \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{K = \frac{a_2}{1-a_1}}$$

$$(3) \Rightarrow \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{a_2 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \Rightarrow Y(z) + a_1 Z^{-1} Y(z) = a_2 Z^{-1} U(z)$$

تبدیل عکوس

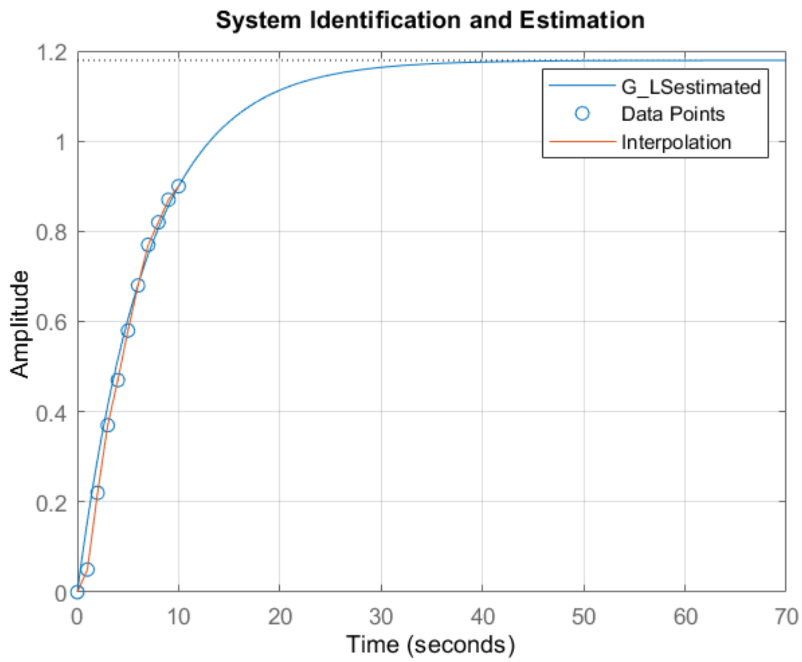
$$\Rightarrow y(t) = -a_1 y[t-1] + a_2 u[t-1]$$

$T_s = 1$

$$= \begin{bmatrix} -y[t-1] & u[t-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

$$Y = \underset{1\times 2}{\Phi} \underset{2\times 1}{\Theta} \xrightarrow{\times \Phi^T} \underset{1\times 2}{(\Phi^T Y)} = \underset{2\times 2}{(\Phi^T \Phi)} \underset{1\times 2}{\Theta} \xrightarrow{\times (\Phi^T \Phi)^{-1}} \boxed{\Theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y}$$

در نهایت داریم:



برای خطا به روش mse داریم:

```
err_MS = 0.0041
err_OP = 0.0036
err_tP = 0.0062
err_LS = 0.0021
```

همانطور که می بینید LS کمترین ارور را دارد همچنین اگر طبق LS پیش برویم می فهمیم که k=1.17 و ثابت زمانی ۶/۹۴ می شود
بعد از این دو روش یک نقطه و بیشترین شیب و در نهایت روش دو نقطه کمترین خطا را دارد.