



به نام خدا



دانشگاه تهران
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
سیستم های کنترل خطی

پروژه ۲

نام و نام خانوادگی	محمد مشرقی و مجتبی ابراهیمی
شماره دانشجویی	810199563 & 810199492
تاریخ ارسال گزارش	

Contents

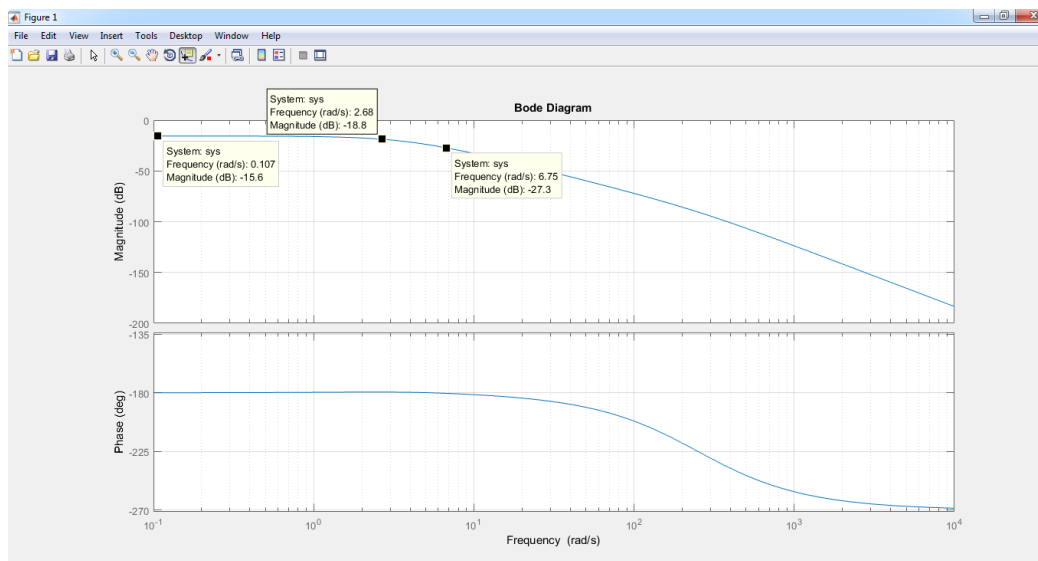
۳	۱- تحلیل Bode.....
۴	۲- تحلیل Nyquist.....
۶	۳- محاسبه کنترلر PID.....
۱۰	۴-.....
۱۲	۵- تست کنترلر.....

۱-تحلیل Bode

$$G(s) = \frac{666.4}{s^3 + 250.2s + 29.74s - 4033}$$

قطب های مخرج به ترتیب 3.925 , -4.109 , -250.017 هست که به دلیل یه قطب در سمت راست ناپایدار است.

خروجی شبیه ساز بصورت زیر است:



شکل ۱

مطابق تصویر مقادیر حد بهره، حد فاز و پهنای باند سیستم بصورت زیر است:

$$GM = 15.6 \quad \& \quad PM = \infty \quad \& \quad BW = 2.68$$

نتایج شبیه ساز نیز به صورت زیر است:

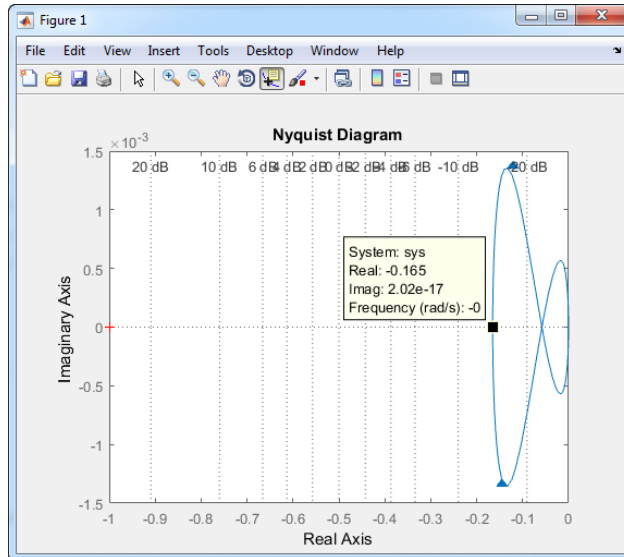
$$[Gm, Pm, Wcp, Wcg] = 6.0528 \quad Inf \quad 0 \quad NaN$$

$$\text{bandwidth(sys)} = 2.5785$$

$$20 \log(6.0528) \approx 15.64$$

۲- تحلیل Nyquist

نمودار نایکوئیست بصورت زیر می‌باشد:



۱- شکل ۲

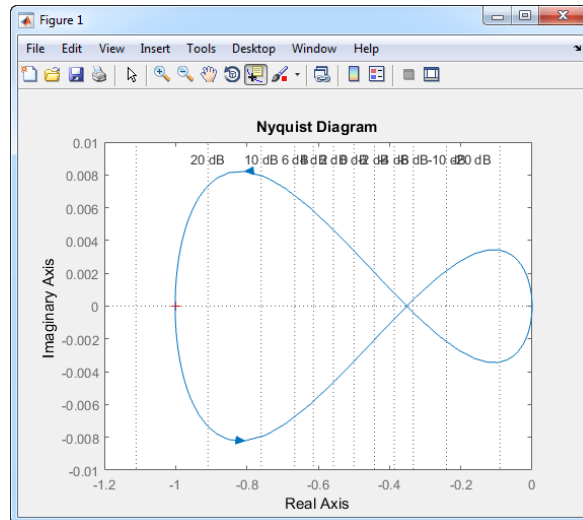
در رابطه با بررسی بهره سیستم میدانیم که افزایش K موجب گسترش در راستای شعاع می‌شود. از همین جهت ابتدای امر قطب‌های سیستم را پیدا می‌کنیم و سپس با احتساب نقطه -1 و تعداد دورهایی که دور آن زده شده است بازه مطلوب پایداری را پیدا می‌کنیم.

ریشه‌ها عبارتند از:

$$P_1 = -250.0165 \quad \& \quad P_2 = -4.1091 \quad \& \quad P_3 = 3.9256$$

در حالت عادی بیشترین فاصله برابر است با -0.165 حال با توجه به نقطه -1 داریم:

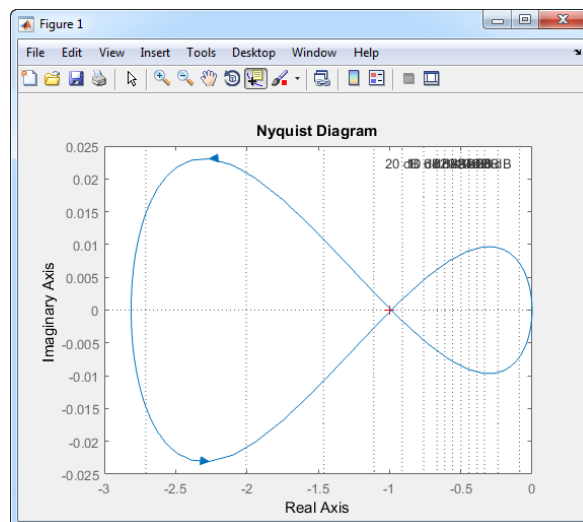
$$K_{min} = -\frac{1}{-0.165} = 6.06$$



شکل ۳

وقتی بهره از این مقدار بیشتر شود نقطه -1 را یکبار در جهت عکس عقربه‌های ساعت ($N = -1$) دور می‌زنیم. با توجه به رابطه $Z = P + N$ اکنون نیاز داریم تا بدانیم که به ازای چه مقدار بهره‌ای نقطه -1 وارد قسمت راست نمودار می‌شود از همین جهت ابتدا نقطه گره بین قسمت چپ و راست را پیدا کرده و سپس با توجه به آن حداکثر بهره را حساب می‌کنیم:

$$K_{max} = \frac{-1}{-0.05875} = 17.02$$



شکل ۴

بازه نهایی پایداری بصورت زیر خواهد بود:

$$6.06 < K < 17.02$$

۳- محاسبه کنترلر PID

برای حداکثر بالازدگی و حداکثر زمان نشست معادلات مربوط به هر یک را می‌نویسیم و داریم:

$$M_p < 0.35 \rightarrow \exp\left(-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) < 0.35 \rightarrow \zeta > \frac{\ln(0.35^{-1})}{\sqrt{\ln(0.35^{-1})^2 + \pi^2}} = 0.317$$

$$t_s \leq 2 \rightarrow t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \rightarrow \zeta\omega_n > 2$$

برای صفر شدن خطای ماندگار خروجی به پاسخ پله با توجه به رابطه زیر باید از کنترل کننده‌ای استفاده کنیم که در مخرج خود یک عبارت s داشته باشد. لذا پی بهتر از کنترل کننده PI؟

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + (G(0) = \text{const})(H(0) = \left(1 + \frac{1}{s}\right))}$$

اما برای ویژگی‌های زمانی نیز از کنترل کننده PD استفاده میکنیم. تنها نکته باقی در تعیین ضرایب این کنترل کننده می‌باشد. صرفاً نیاز به یک نقطه داریم. از اتخاذ مقدار $\zeta = 0.4$ شروع میکنیم. که مقدار $\omega_n > 4$ را نتیجه میدهد.

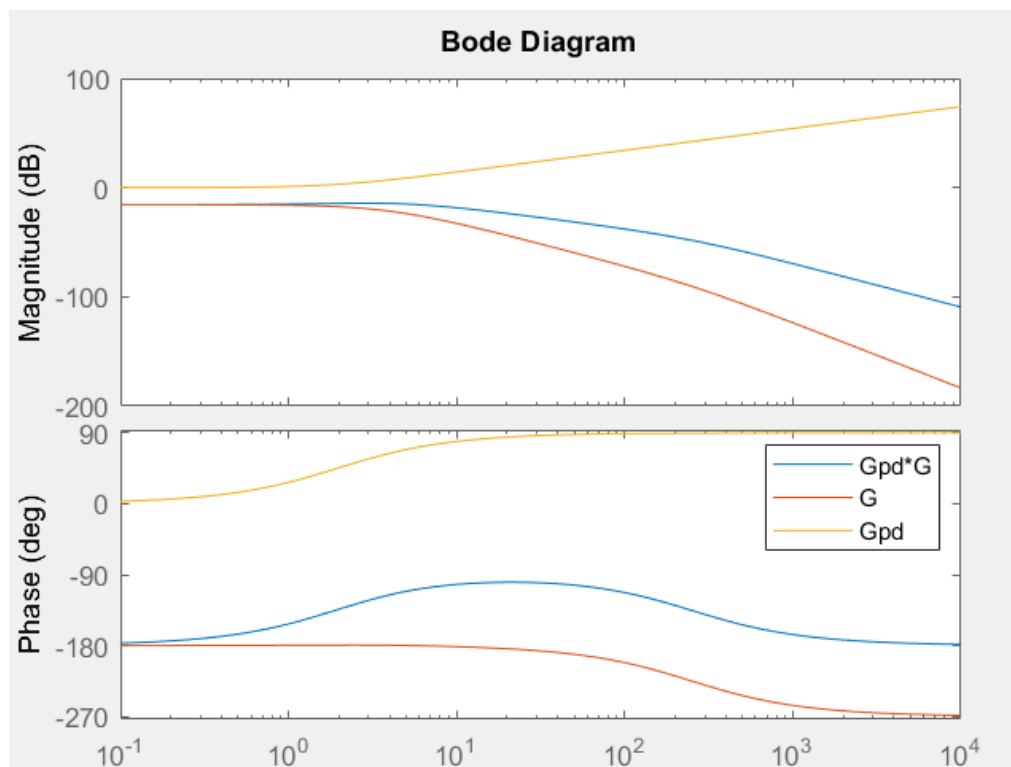
$$K\left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)G(s)$$

از آنجا که در حالت عادی فاز از 180- شروع می‌شود طبعاً انتخاب PD برای آنکه هم فاز را در ابتدا کمی بالاتر ببریم و روی ویژگی‌های زمانی سیستم تسلط پیدا کنیم مفید است از آن استفاده میکنیم.

حال با استفاده از متلب و تغییر مکرر اعداد داریم: $\zeta = 0.4$ و $\omega_n = 300$ با توجه مقدار زتا PM=40 می‌شود و با فرمول زیر $\omega_g = 294$ می‌شود

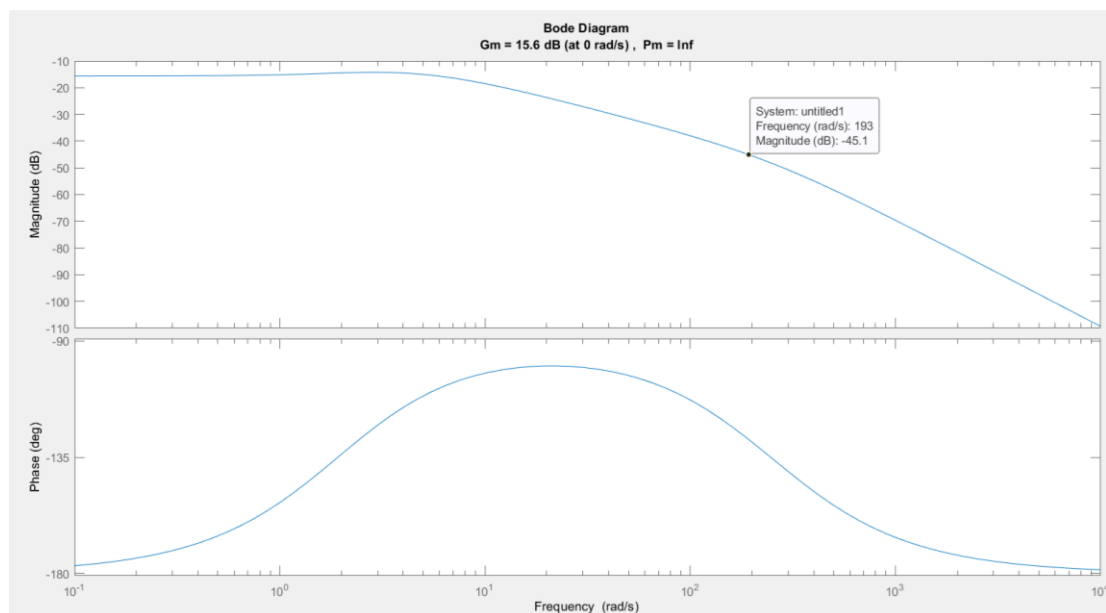
$$\omega_g = \omega_n \sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1 + 4\zeta^2}}$$

حال که ω_g پیدا شد برای کنترل آن صفر PD را دو دهه پایین تر از ω_g می‌گذاریم. (حدود 1.76)



شکل ۵

حال برای محاسبه K داریم:

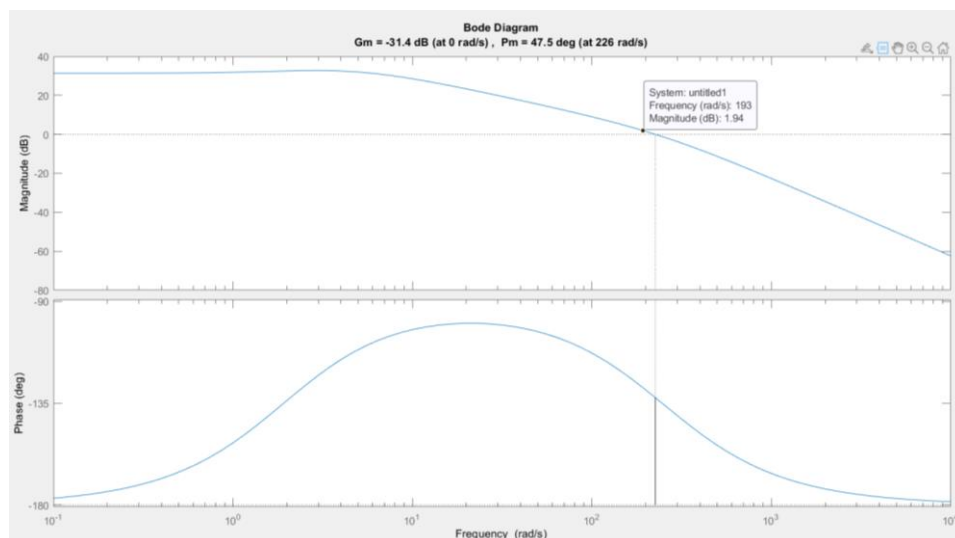


شکل ۶

$$PM = 54 \rightarrow k = 10^{\frac{54}{20}}$$

باید نقطه W_g باید در تابع $G_{pd}G$ باید یک شود یعنی صفر دسی بی پس K می شود حدود 500

نتیجه:



شکل ۷

با تقریب خوبی به صفر نزدیک شده.

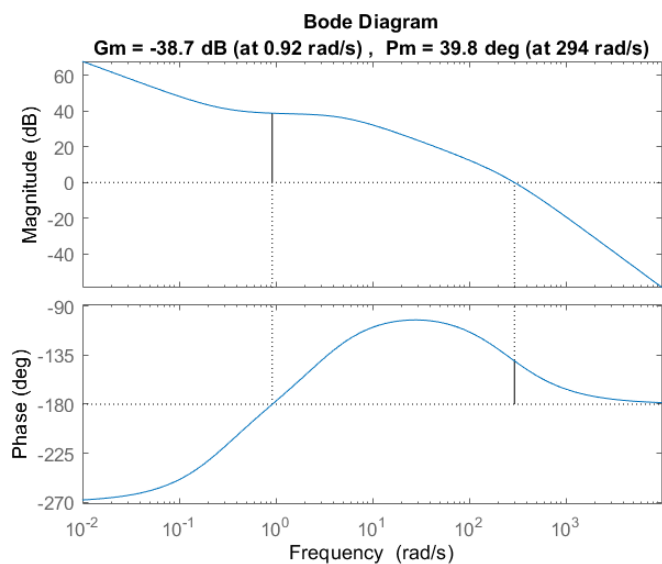
حال به سراغ کنترل کننده PI می رویم در اینجا چون می‌خواهیم صفر PI بر منحنی زیاد تاثیری نداشته باشد آن را به دهه کمتر از PD در نظر می‌گیریم یعنی سه دهه کمتر Wg یعنی حدود 0.176 داریم:

$$G_{pi} = \frac{s + 0.176}{s}$$

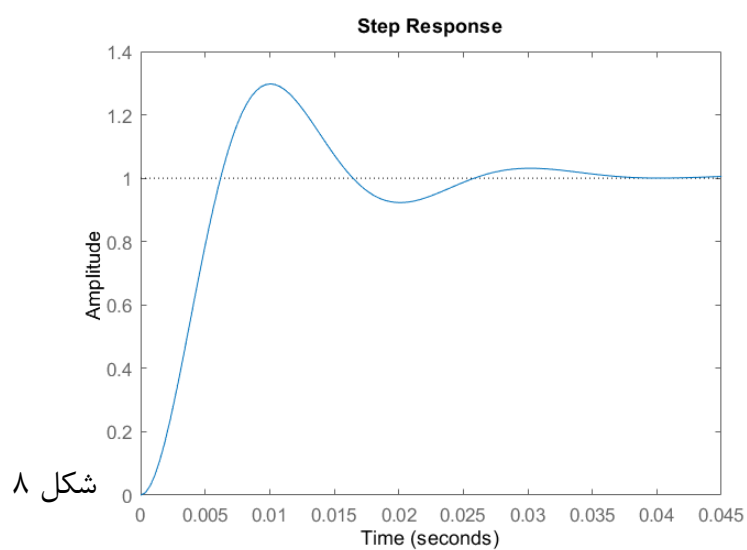
$$G_{pid} =$$

$$\frac{170.5 s^2 + 551.3 s + 147.4}{s}$$

Continuous-time transfer function.



حال برا نتیجه نهایی داریم:



ans = struct with fields:

RiseTime: 0.0042

SettlingTime: 0.0337

SettlingMin: 0.9231

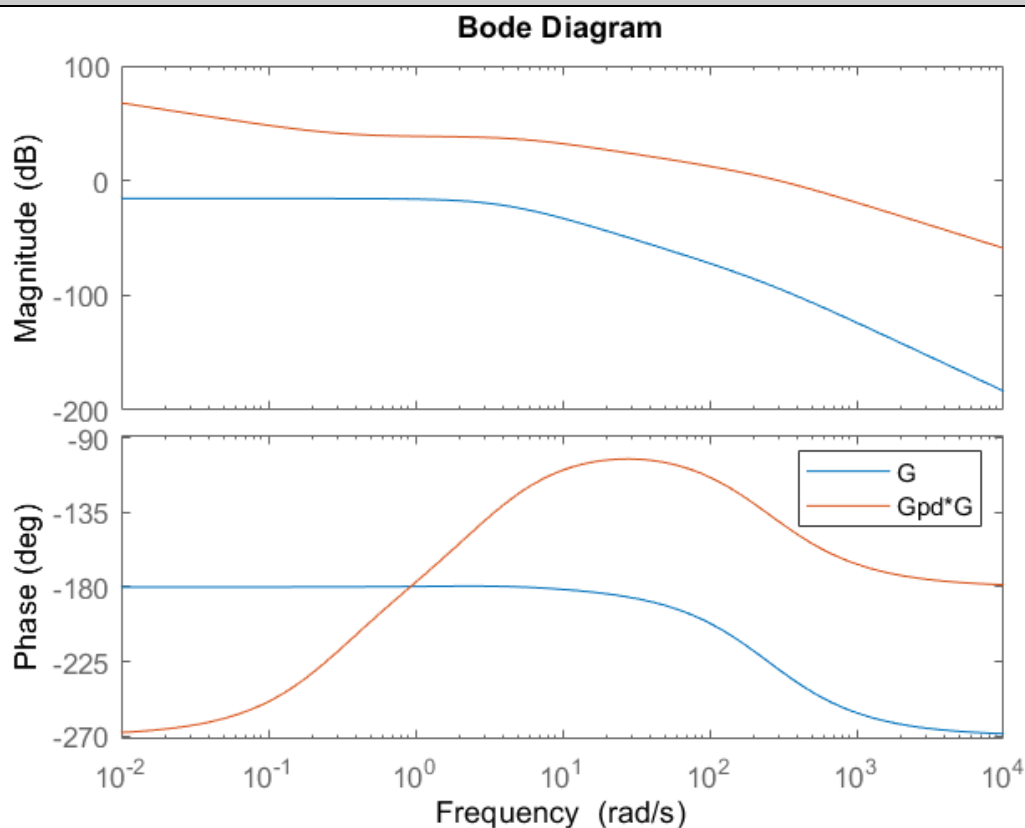
SettlingMax: 1.2976

Overshoot: 29.7641

Undershoot: 0

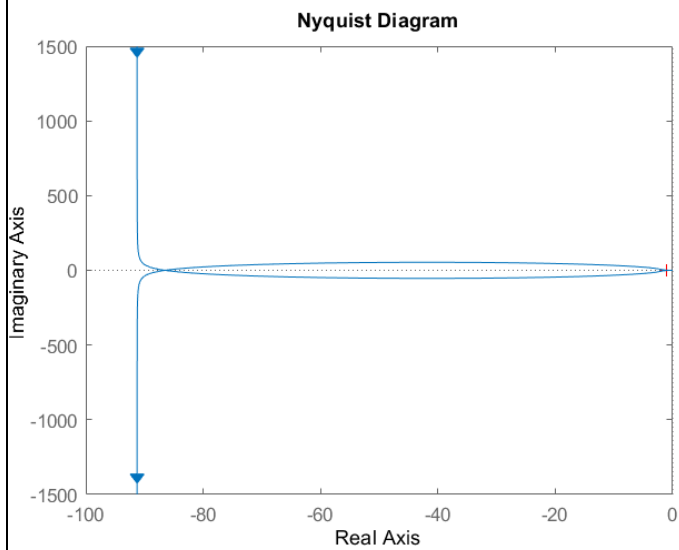
Peak: 1.2976

PeakTime: 0.0101

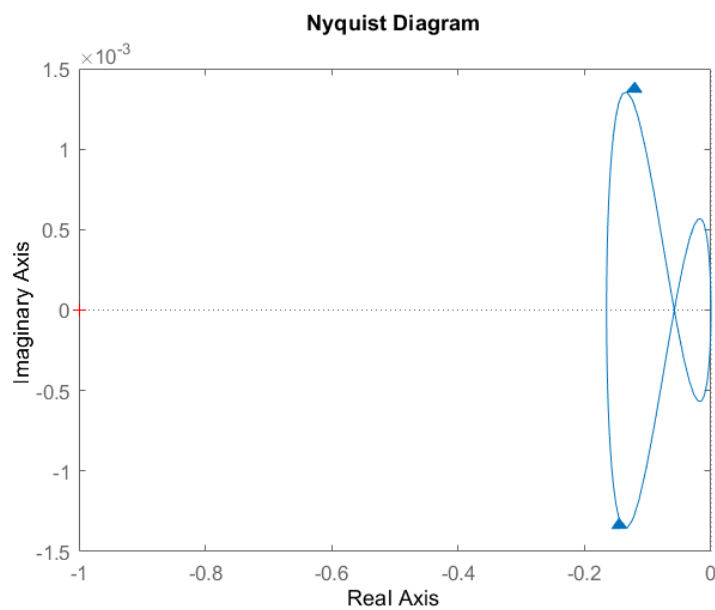


شکل ۸

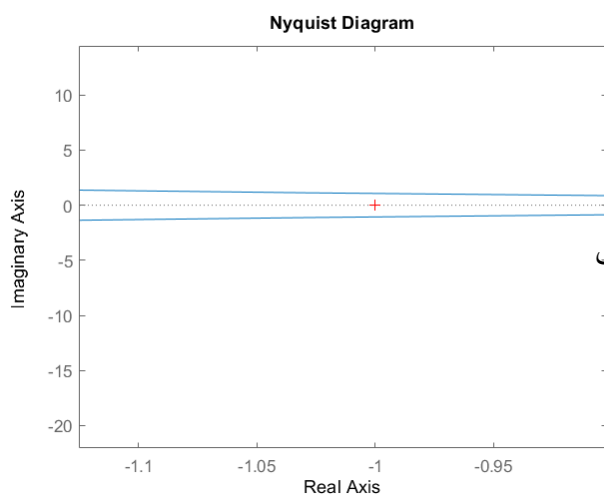
- با توجه به دو نمودار می فهمیم G سیستم مرتبه صفر است اما $G * G_{pid}$ سیستم مرتبه اول چون با شیب منفی ۲۰ درجه شروع شده که یعنی به خطای ماندگار پاسخ پله مورد نظر صفر می شود.
- همچنین تونستیم با کنترلر pid مقدار فاز مورد نظرمون را به فرکانس مورد نظر انتقال بدیم.
- با توجه به نمودار با استفاده از pid می شه فهمید که نمودار یه پیک زده و بعدش اروم اومده پایین.
- وقتی از pid استفاده کردیم به دلیل خاصیتش و تابع G در بی نهایت فاز به ۱۸۰ میل می کند.



Gpid*G



G(s)



Gpid*G zoom in x= -1

در اینجا چون منفی یک را پاد ساعتگرد چرخیده و

یک قطب در راست داریم پس میتوان گفت پایدار است.

حال با توجه به نمودار می فهمیم که حداقل مقدار

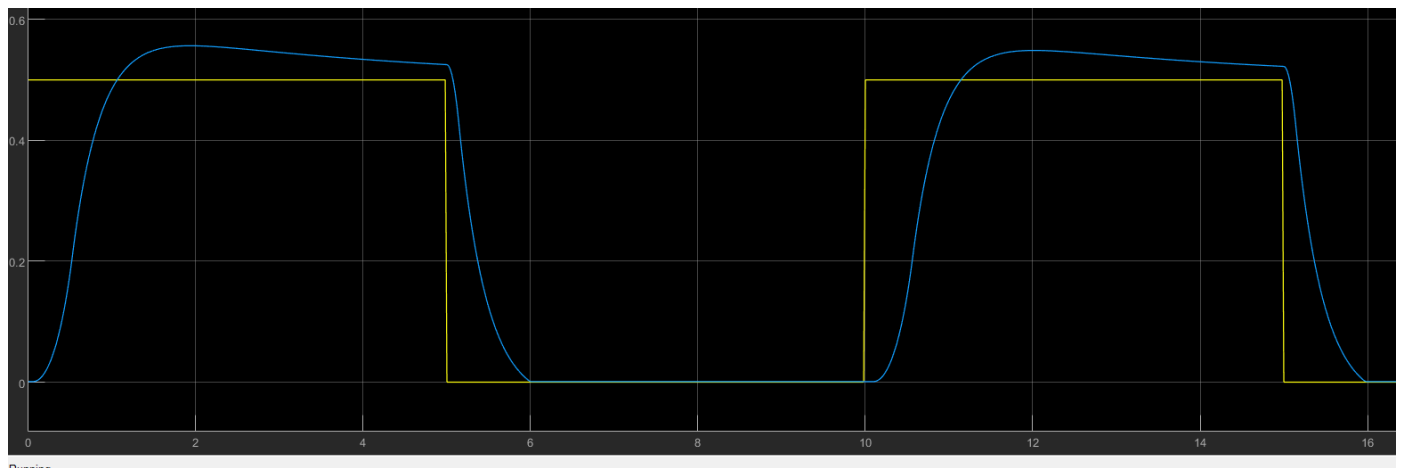
K برا پایدار حدود $0.01 = \frac{1}{90}$ که می توان گفت خیلی

خوب است.

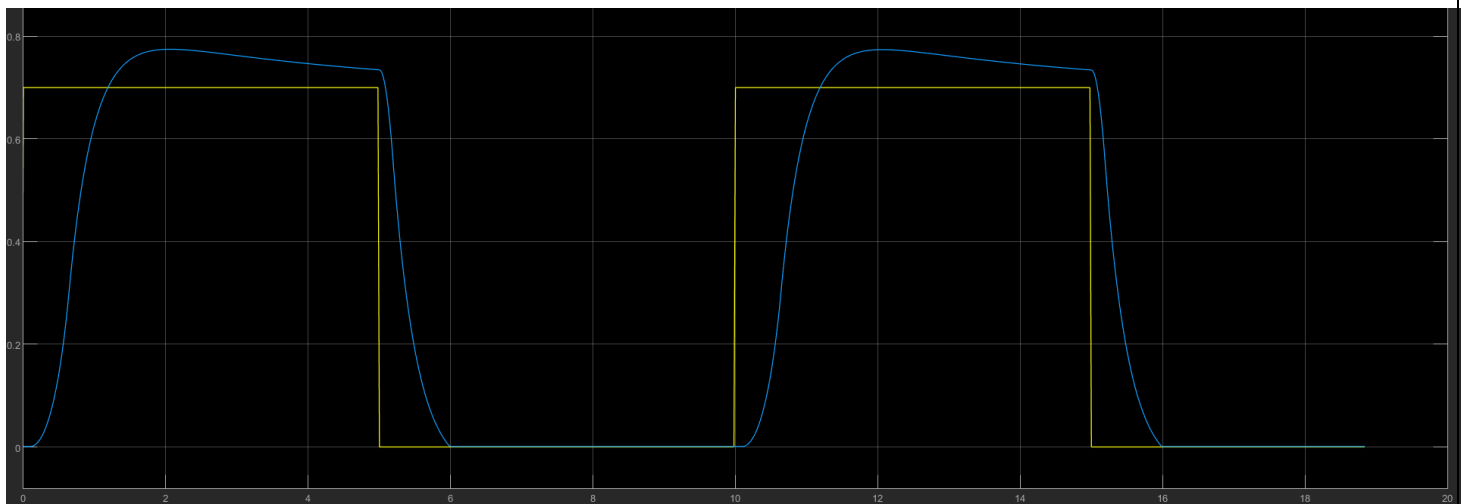
۵- تست کنترلر

در ابتدا به دلیل اینکه از تابع خود سوال استفاده کردیم مقدار جرم را نمی دانستیم
 $m=0.105$ و $y=0.5$ گذاشتیم

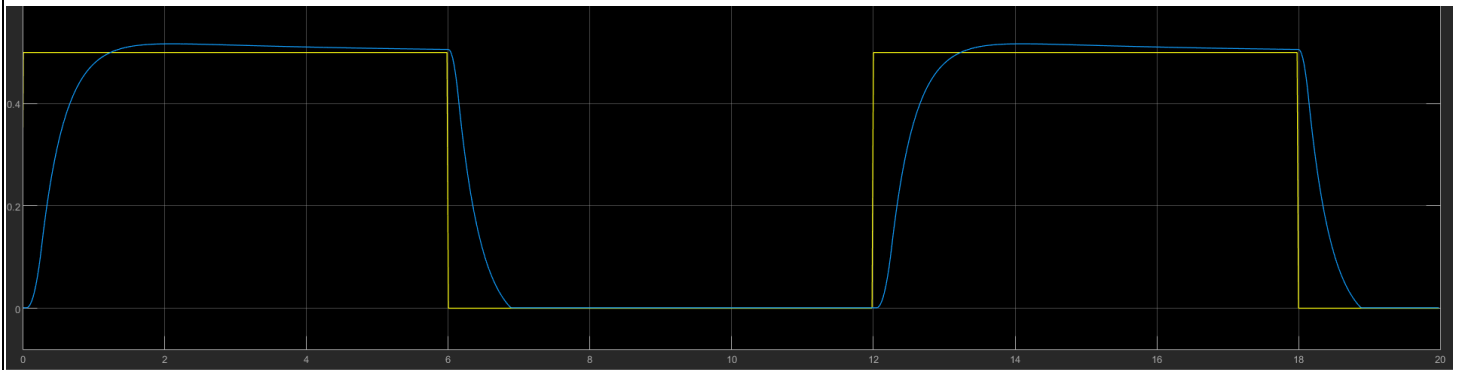
نتیجه:



حال برای $y = 0.7$ داریم:



حال برای $y = 0.5, m = 0.08$ داریم:



حال برا $y = 0.8$ داریم

