Vaja 1: Periodični diskretni signali in njihove značilne vrednosti

Vrednosti diskretnih signalov poznamo le v določenih trenutkih ($t \rightarrow n$). Diskretne signale obravnavamo lahko kot urejene nize števil $\{x_n\}$, signalne vektorje $\mathbf{x} = [x_{k-1}, x_k, \dots, x_0, x_1, \dots, x_m]$ ali funkcije indeksa n $x[n]$. Tudi v diskretnem prostoru je signal lahko periodičen, aperiodičen in naključen.

Značilne vrednosti periodičnih diskretnih signalov

Periodičen diskreten signal $x[n]$ je popolnoma določen s signalom v eni periodi. Če je perioda diskretnega signala N, dobimo njegove značilne vrednosti v skladu z naslednjimi izrazi:

srednja vrednost
$$\overline{x[n]} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n] \tag{1.1}$$

srednja moč
$$\overline{x^2[n]} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x^2[n] \tag{1.2}$$

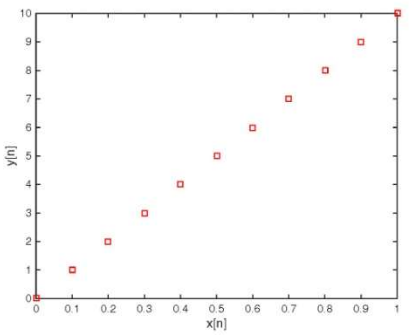
varianca
$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(x[n] - \overline{x[n]}\right)^2 \tag{1.3}$$

Nadalje, korelacija med dvema signaloma je merilo njune linearne podobnosti. Pri izračunu upoštevamo, da imata oba signala enako periodo N. Zaradi boljše interpretacije, korelacijo ponavadi normirano, t.j. delimo z kvadratnim korenom produkta srednjih moči obeh signalov.

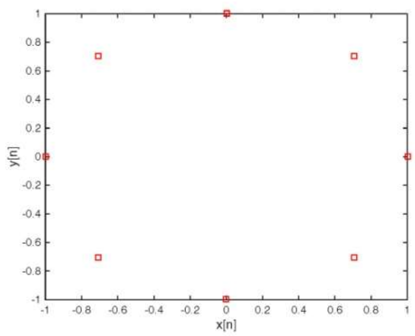
korelacija
$$R_{xy} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, y[n] \tag{1.4}$$

normirana korelacija
$$R_{xy\,n} = \frac{R_{xy}}{\sqrt{\overline{x^2[n]}\;\overline{y^2[n]}}} \tag{1.5}$$

Največjo absolutno vrednost normirane korelacije ($R_{xy\,n} = \pm 1$) dobimo, ko odvisnost med obema signaloma lahko popolnoma opišemo s premico skozi izhodišče koordinatnega sistema (nobeden izmed parov vzorcev ($x[n]$, $y[n]$) ne odstopa od te premice).



Slika 1.1: Primer medsebojne odvisnosti med signaloma $x[n]$ in $y[n]$, ki imata normirano korelacijo $R_{xy\,n}$=1.



Slika 1.2: Primer medsebojne odvisnosti med signaloma $x[n]$ in $y[n]$, ki imata normirano korelacijo $R_{xy\,n}$=0.

Korelacijska funkcija je merilo linearne podobnosti med dvema signaloma, ki upošteva časovno zamaknjenost med njima m. Avtokorelacijska funkcija je merilo linearne podobnosti signala s samim seboj in pove, koliko si je signal podoben ob različnih časovnih zamikih m.

korelacijska funkcija

$$\begin{aligned} R_{xy}[m] &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\,y[n+m] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\,y[(n+m) \bmod N] \end{aligned} \tag{1.6}$$

avtokorelacijska funkcija

$$\begin{aligned} R_{xx}[m] &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\,x[n+m] \\ &= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]\,x[(n+m) \bmod N] \end{aligned} \tag{1.7}$$

▪ Računanje korelacije med periodičnimi diskretnimi signali

Izračunajmo korelacijo in normirano korelacijo med naslednjimi pari periodičnih signalov ($N = 4$):

a)
$$x[n] = [1 \quad 2 \quad 3 \quad 4]$$
$$y[n] = [2 \quad 4 \quad 6 \quad 8]$$

b)
$$x[n] = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$
$$y[n] = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$$

▪ Računanje korelacijske funkcije med diskretnimi periodičnimi signali

Izračunajmo korelacijsko funkcijo med naslednjimi pari periodičnih signalov:

a)
$$x[n] = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$
$$y[n] = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$$

b)
$$x[n] = \sin(\frac{\pi}{2} n)$$
$$y[n] = \delta_4[n] = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

c)
$$x[n] = 2\sin(\frac{\pi}{2} n)$$
$$y[n] = 2\sin(\frac{\pi}{2} n)$$

d)
$$x[n] = 2\sin(\frac{\pi}{2} n)$$
$$y[n] = 2\cos(\frac{\pi}{2} n)$$

e)
$$x[n] = \sin(\frac{\pi}{2} n)$$
$$y[n] = \sin(\frac{\pi}{4} n)$$

▪ Delo v programskem okolju Matlab

Za delo z okoljem Matlab je priložena kratka datoteka s seznamom najbolj pogosto klicanih ukazov in funkcij.

Naloga 1.1: V okolju Matlab ustvarite funkcijo R=fnKorelacijskaFunkcija(x,y) za izračun korelacijske funkcije.

Naloga 1.2: Pravilnost delovanja funkcije R=fnKorelacijskaFunkcija(x,y) preverite z uporabo zgornjih primerov b)-e) in pripadajočih rezultatov.

Naloga 1.2.1: Prejšnjo nalogo ponovite na način, da za $x[n]$ vzamete $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{8}n\right)$.

Naloga 1.3: Z uporabo funkcije R=fnKorelacijskaFunkcija(x,y) izračunajte korelacijsko funkcijo med naslednjima signaloma - nizoma pravokotnih impulzov:

$$x[n] = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$
$$y[n] = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Kdaj je vrednost korelacijske funkcije za dani primer največja?

▪ Primer izpitne naloge

Podan je diskreten periodičen signal $x[n] = -2 - \sin\left(\frac{2\pi}{8}3n\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{8}4n\right)$.
Določite vrednosti v eni periodi in izrišite eno periodo signala.
Izračunajte korelacijsko funkcijo med podanim signalom in $y[n] = \cos(\pi n)$.