

# CORSO DI LABORATORIO II

TURNO 2A

GRUPPO 14

---

## Circuiti 2: sui circuiti in corrente impulsata

---

*Autori:*

## Contents

<b>Elenco delle figure</b>	<b>ii</b>
<b>1 Parte prima: circuiti resistore-condensatore e resistore-induttore</b>	<b>1</b>
1.1 Obiettivi . . . . .	1
1.2 Metodo . . . . .	1
1.3 Dati ed analisi . . . . .	1
1.4 Conclusioni . . . . .	2
<b>2 Parte seconda: circuiti resistore-induttore-condensatore</b>	<b>3</b>
2.1 Obiettivi . . . . .	3
2.2 Metodo . . . . .	3
2.3 Dati ed analisi . . . . .	3
2.4 Conclusioni . . . . .	5
<b>3 Approfondimento: ponte di Graetz</b>	<b>6</b>
<b>A Dati circuito RLC</b>	<b>7</b>

## List of Figures

1	Circuiti RC ed RL . . . . .	1
2	Grafici RC ed RL . . . . .	2
3	Circuito RLC . . . . .	3
4	Grafici RLC sotto-smorzato e criticamente smorzato . . . . .	4
5	Grafico RLC sovra-smorzato . . . . .	5
6	Schema ponte di Graetz . . . . .	6
7	Ponte di Graetz reale . . . . .	6

## 1 Parte prima: circuiti resistore-condensatore e resistore-induttore

### 1.1 Obiettivi

Si studia l'andamento della differenza di potenziale ai capi di un condensatore, e poi di un induttore, in serie con un resistore, entrambi sollecitati da un segnale ad onda quadra (Tektronix AFG1022). Si ricavano i valori delle grandezze fisiche che caratterizzano i due circuiti.

### 1.2 Metodo

Dopo aver calibrato le sonde dell'oscilloscopio, si misura la differenza di potenziale ai capi del condensatore (poi induttore) durante la fase di carica. Tramite i cursori dell'oscilloscopio (Tektronix TDS 1001C-EDU) si campiona la differenza di potenziale e la differenza dei tempi associata. Dai dati ottenuti si ricavano le grandezze fisiche caratteristiche del condensatore e dell'induttore tramite la costante di tempo,  $\tau$ . Si utilizza una resistenza molto minore di quella interna dell'oscilloscopio di circa  $1\text{ M}\Omega$ , ma la quale risulta comunque confrontabile a quella interna del generatore ed a quella intrinseca dell'induttore.

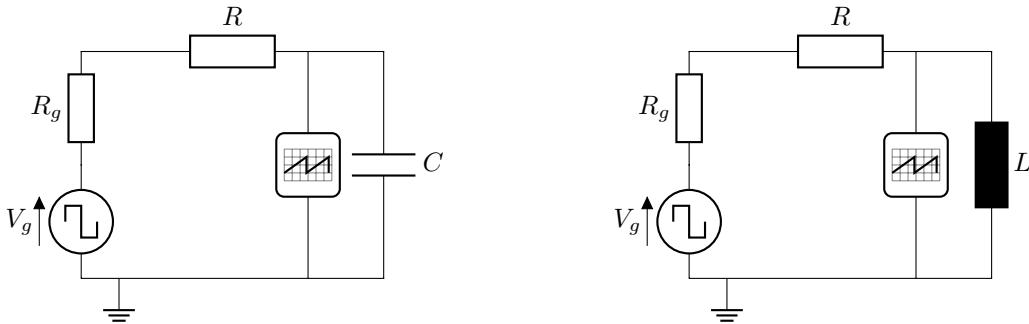


Figure 1: Schemi dei circuiti RC ed RL utilizzati per l'esperimento.

### 1.3 Dati ed analisi

Le misure ottenute sono:

RC		RL	
$t/\text{ms}$	d.d.p./V	$t/\mu\text{s}$	d.d.p./V
$12.0000 \pm 0.0007$	$2.00 \pm 0.18$	$12.000 \pm 0.002$	$1.78 \pm 0.04$
$24.0000 \pm 0.0014$	$3.8 \pm 0.2$	$24.000 \pm 0.003$	$1.54 \pm 0.03$
$34.000 \pm 0.002$	$5.2 \pm 0.2$	$40.000 \pm 0.004$	$1.28 \pm 0.03$
$52.000 \pm 0.003$	$7.5 \pm 0.3$	$52.000 \pm 0.004$	$1.10 \pm 0.02$
$66.000 \pm 0.004$	$8.8 \pm 0.3$	$60.000 \pm 0.005$	$1.00 \pm 0.02$
$84.000 \pm 0.005$	$10.5 \pm 0.3$	$80.000 \pm 0.006$	$0.80 \pm 0.02$
$104.000 \pm 0.006$	$11.9 \pm 0.4$	$108.000 \pm 0.008$	$0.600 \pm 0.016$
$120.000 \pm 0.007$	$13.0 \pm 0.4$	$136.000 \pm 0.009$	$0.440 \pm 0.013$
$136.000 \pm 0.008$	$13.8 \pm 0.4$	$176.000 \pm 0.012$	$0.320 \pm 0.011$
$160.000 \pm 0.009$	$14.9 \pm 0.4$	$220.000 \pm 0.014$	$0.220 \pm 0.010$
$184.000 \pm 0.011$	$15.9 \pm 0.4$	$252.000 \pm 0.016$	$0.180 \pm 0.009$
$212.000 \pm 0.012$	$16.9 \pm 0.4$	$288.000 \pm 0.018$	$0.160 \pm 0.009$
$236.000 \pm 0.014$	$17.4 \pm 0.4$	$316.00 \pm 0.02$	$0.140 \pm 0.008$
$290.000 \pm 0.017$	$18.2 \pm 0.5$	$356.00 \pm 0.02$	$0.120 \pm 0.008$
$336.000 \pm 0.019$	$18.8 \pm 0.5$	$412.00 \pm 0.03$	$0.120 \pm 0.008$
$400.00 \pm 0.02$	$19.1 \pm 0.5$	$468.00 \pm 0.03$	$0.120 \pm 0.008$
$438.00 \pm 0.03$	$19.3 \pm 0.5$	$484.00 \pm 0.03$	$0.120 \pm 0.008$
$462.00 \pm 0.03$	$19.4 \pm 0.5$		

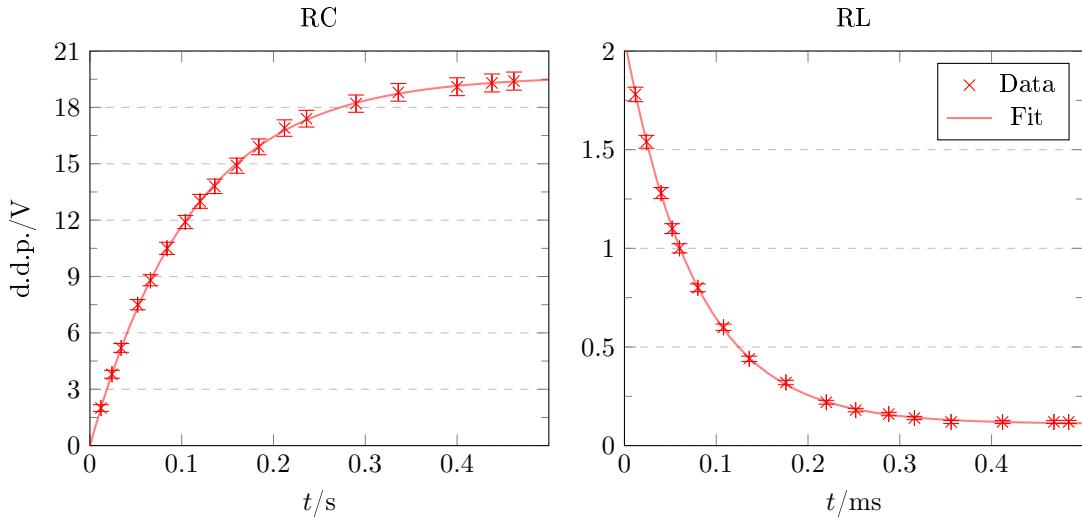


Figure 2: Grafici tensione-tempo dei dati raccolti nella fase di carica per un condensatore e per un induttore. RC:  $\chi^2 = 0.68$ , DoF = 18, p-value = 100%, RL:  $\chi^2 = 4.6$ , DoF = 17, p-value = 98%.

Si è utilizzata una resistenza  $R = (992 \pm 6) \Omega$ . Si è considerato anche l'effetto della resistenza interna del generatore  $R_g = 50 \Omega$  e si è misurata una resistenza intrinseca dell'induttore di  $R_L = (60 \pm 40) \Omega$ . I dati sono stati interpolati con le funzioni

$$V_C = V_g \left( 1 - \frac{2}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + A, \quad \tau_C = (R + R_g)C, \quad T = 1.25 \text{ s}$$

$$V_L = V_g \left[ \frac{2e^{-\frac{t}{\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} + \frac{R_L}{R_L + R_g + R} \left( 1 - \frac{2e^{-\frac{t}{\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} \right) \right] + A, \quad \tau_L = \frac{L}{R_L + R_g + R}, \quad T = 10 \text{ ms}$$

ottenendo due valori di  $\tau_C = (110 \pm 4) \text{ ms}$  ( $\chi^2 = 0.68$ , DoF = 18, p-value = 100%) e di  $\tau_L = (77.0 \pm 1.5) \mu\text{s}$  ( $\chi^2 = 4.6$ , DoF = 17, p-value = 98%). Da essi si misurano

$$C = (106 \pm 4) \mu\text{F}, \quad L = (85 \pm 3) \text{ mH}$$

Per ricavare le incertezze sulle misure si è consultato il manuale dell'oscilloscopio (tabelle 3-4). Si assume che il vero valore della misura si trovi all'interno dell'intervallo dell'incertezza ottenuta, distribuito secondo una funzione di densità di probabilità uniforme.

## 1.4 Conclusioni

La resistenza interna del generatore e la resistenza intrinseca dell'induttore perturbano in modo apprezzabile e rilevabile l'idealità del circuito. Risulta necessario tenere in considerazione i loro effetti.

Gli andamenti delle cadute di potenziale sul condensatore e sull'induttore sono in accordo con i modelli teorici ricavati. La misura della capacità del condensatore è compatibile con quanto dichiarato sul componente stesso. I valori di chi quadro e p-value suggeriscono una sovrastima delle incertezze dovuta all'utilizzo dell'accuratezza degli strumenti al posto della deviazione standard di misure ripetute. L'accuratezza così calcolata è il più grande errore sistematico degli strumenti, ma non è necessariamente l'incertezza statistica.

## 2 Parte seconda: circuiti resistore-induttore-condensatore

### 2.1 Obiettivi

Si studia l'andamento della differenza di potenziale ai capi di un resistore in un circuito RLC sollecitato da un'onda quadra.

### 2.2 Metodo

Si cambia il condensatore con uno da  $1 \mu\text{F}$  in quanto quello precedente non permette uno studio di tutti i regimi di risonanza di un circuito RLC.

Analogamente alla prima parte, si misura la caduta di potenziale sul resistore del circuito al fine di studiare i tre regimi di risonanza: sotto-smorzato, criticamente smorzato e sovra-smorzato. L'equazione differenziale che descrive il sistema è

$$\ddot{I}(t) + 2\gamma\dot{I}(t) + \omega_0^2 I(t) = 0, \quad \gamma \equiv \frac{R}{2L}, \quad \omega_0^2 \equiv \frac{1}{LC}$$

Da cui i tre regimi si ottengono rispettivamente per  $\gamma < \omega_0$ ,  $\gamma = \omega_0$  e  $\gamma > \omega_0$ .

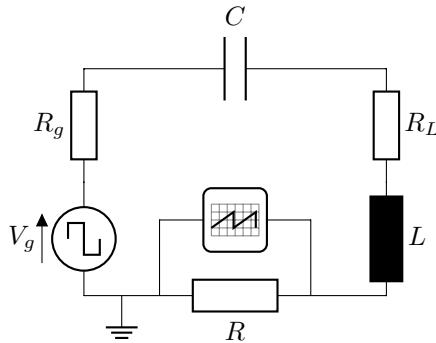


Figure 3: Schema del circuito RLC utilizzato.

### 2.3 Dati ed analisi

I valori delle resistenze utilizzate nei tre casi sono  $R = (10.0 \pm 0.3) \Omega$ ,  $R = (470 \pm 2) \Omega$  e  $R = (3000 \pm 17) \Omega$  rispettivamente. Il generatore ha tensione picco-picco  $V_g = 1 \text{ V}$  e resistenza  $R_g = 50 \Omega$ . La resistenza intrinseca dell'induttore è  $R_L = (60 \pm 40) \Omega$ . I dati raccolti sono riportati in appendice A.

**Regime sotto-smorzato.** Si interpolano le misure con l'equazione

$$V(t) = V_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi) + A, \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$$

I valori dei parametri sono ( $\chi^2 = 46.3$ , DoF = 33,  $p$ -value = 6%):

Parametro	Valore	Unità
$V_0$	$99.8 \pm 0.6$	mV
$\gamma$	$(1.216 \pm 0.005) \times 10^3$	$\text{s}^{-1}$
$\omega$	$(5.186 \pm 0.004) \times 10^3$	Hz
$\phi$	$0.026 \pm 0.004$	
$A$	$-2.88 \pm 0.04$	mV

Da ciò si ottiene la frequenza di risonanza propria del sistema

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + \gamma^2} = (5.327 \pm 0.004) \text{ kHz}$$

**Regime criticamente smorzato.** Tramite un'interpolazione secondo la formula

$$V(t) = V_0 te^{-\gamma t} + A, \quad \gamma = \omega_0$$

Si ricavano i valori ( $\chi^2 = 46.6$ , DoF = 25, p-value = 0.5%):

Parametro	Valore	Unità
$V_0$	$17.5 \pm 0.3$	V
$\gamma$	$(5.07 \pm 0.05) \times 10^3$	s <sup>-1</sup>
$A$	$0.045 \pm 0.007$	V

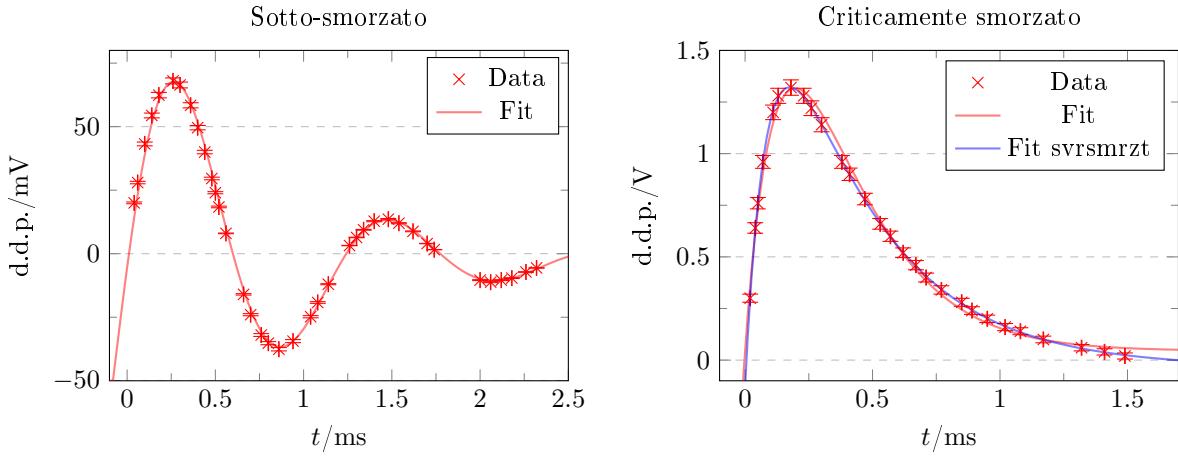


Figure 4: Grafici tensione-tempo dei regimi sotto-smorzato e criticamente smorzato.

**Regime sovra-smorzato.** L'interpolazione è avvenuta tramite

$$V(t) = Ae^{Bt} - Ce^{Dt} + E, \quad \omega^2 = \gamma^2 - \omega_0^2, \quad B = -\gamma + \omega, \quad D = -\gamma - \omega$$

Così da ottenere ( $\chi^2 = 1.27$ , DoF = 24, p-value = 100%):

Parametro	Valore	Unità
$A$	$2.13 \pm 0.02$	V
$B$	$(-0.373 \pm 0.014) \times 10^3$	s <sup>-1</sup>
$C$	$3.6 \pm 0.4$	V
$D$	$(-79 \pm 7) \times 10^3$	s <sup>-1</sup>
$E$	$-0.16 \pm 0.03$	V

Da cui

$$\omega_0 = \sqrt{\gamma^2 - \omega^2} = (5 \pm 36) \text{ kHz}$$

Inoltre, si nota che, interpolando i dati precedenti tramite la soluzione sovra-smorzata, si ottiene un migliore risultato ( $\chi^2 = 1$ , DoF = 23, p-value = 100%):

Parametro	Valore	Unità
$A$	$2.79 \pm 0.17$	V
$B$	$(-2.59 \pm 0.14) \times 10^3$	s <sup>-1</sup>
$C$	$2.88 \pm 0.16$	V
$D$	$(-11.1 \pm 0.8) \times 10^3$	s <sup>-1</sup>
$E$	$-0.034 \pm 0.017$	V

Pertanto

$$\omega_0 = \sqrt{\gamma^2 - \omega^2} = (5.36 \pm 0.14) \text{ kHz}$$

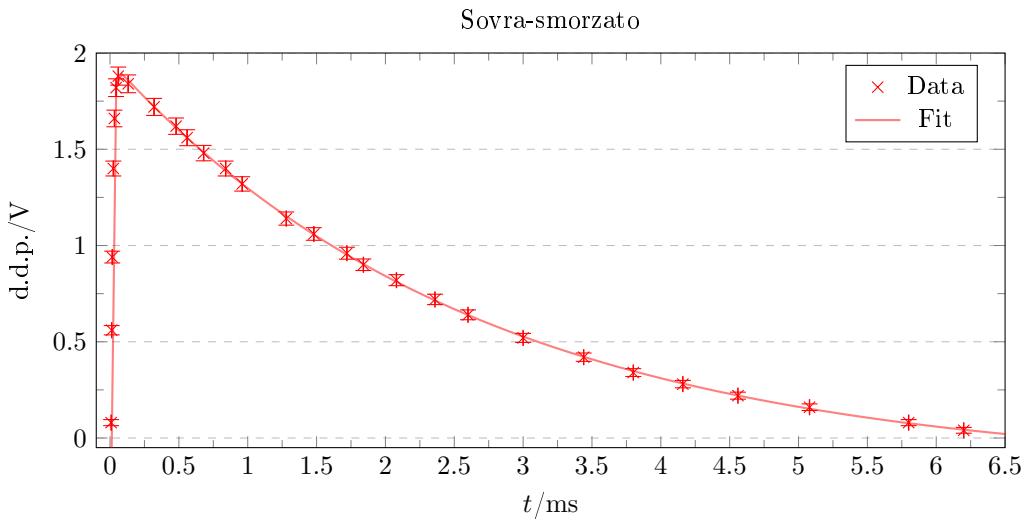


Figure 5: Grafico tensione-tempo del regime sovra-smorzato.

## 2.4 Conclusioni

Come si evince dai dati raccolti per il regime di smorzamento critico, si è incorrettamente sopravvalutata la resistenza di soglia. Infatti, tali dati sono in buon accordo con il regime sovra-smorzato.

Per quanto riguarda il regime sotto-smorzato, osservando il valore del  $p$ -value non si può trarre una conclusione certa sull'accordo dei dati con il modello teorico. Gli errori sono sottostimati: si è considerata solo l'accuratezza dello strumento, quando, invece, l'errore statistico non è trascurabile.

Nel caso di sovra-smorzamento, dai valori di  $\chi^2$  e  $p$ -value si nota che le incertezze sono sovrastimate. Questo perché, come nella prima parte dell'esperienza, si utilizza l'accuratezza dello strumento che domina sulle fluttuazioni statistiche, ed essa, essendo il più grande errore sistematico dovuto allo strumento, porta ad una naturale sovrastima.

### 3 Approfondimento: ponte di Graetz

Si è riprodotto il ponte di Graetz. Esso permette di convertire segnali da corrente alternata a corrente continua. La differenza di potenziale tra i terminali in figura risulta essere approssimativamente costante in quanto il ponte è costruito in modo tale da mantenere sempre in collegamento il polo positivo della corrente alternata con il polo positivo della corrente continua e medesimo per i poli negativi.

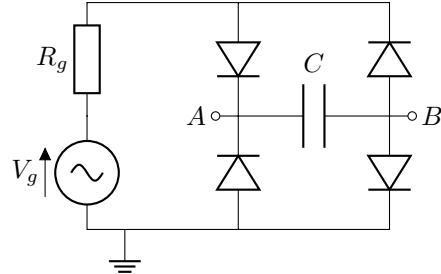


Figure 6: Schema del circuito utilizzato per riprodurre il ponte di Graetz.

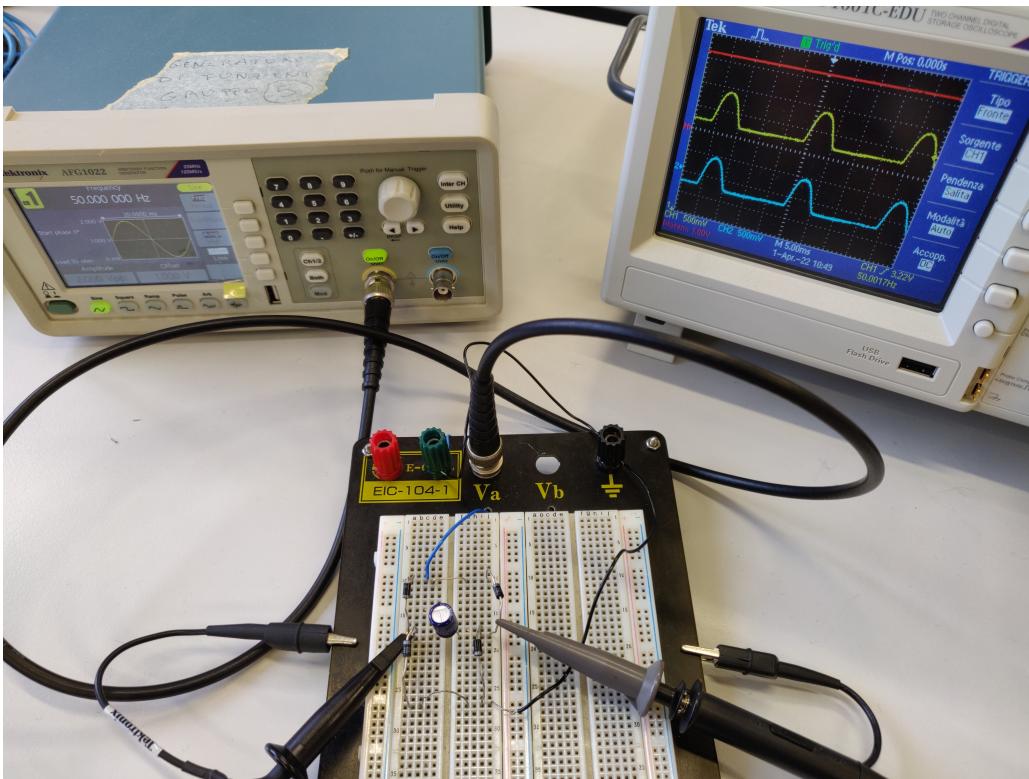


Figure 7: Ponte di Graetz. Il segnale giallo è il terminale  $A$ , il segnale azzurro è il terminale  $B$ , il segnale rosso è la differenza tra i due.

## A Dati circuito RLC

Sotto-smorzato		Criticamente smorzato		Sovra-smorzato	
$t/\text{ms}$	d.d.p./mV	$t/\text{ms}$	d.d.p./V	$t/\text{ms}$	d.d.p./V
0.0400 ± 0.0012	20.0 ± 0.3	0.0200 ± 0.0012	0.30 ± 0.02	0.0080 ± 0.0012	0.080 ± 0.016
0.0600 ± 0.0012	28.0 ± 0.5	0.0400 ± 0.0012	0.64 ± 0.03	0.0120 ± 0.0012	0.56 ± 0.02
0.1000 ± 0.0012	43.2 ± 0.7	0.0500 ± 0.0012	0.76 ± 0.03	0.0160 ± 0.0012	0.94 ± 0.03
0.1400 ± 0.0012	54.4 ± 0.9	0.0700 ± 0.0012	0.96 ± 0.03	0.0240 ± 0.0012	1.40 ± 0.04
0.1800 ± 0.0012	62.4 ± 1.1	0.1100 ± 0.0012	1.20 ± 0.04	0.0320 ± 0.0012	1.66 ± 0.04
0.2600 ± 0.0012	68.0 ± 1.2	0.1300 ± 0.0012	1.28 ± 0.04	0.0440 ± 0.0012	1.82 ± 0.05
0.3000 ± 0.0012	66.4 ± 1.2	0.1800 ± 0.0012	1.32 ± 0.04	0.0600 ± 0.0012	1.88 ± 0.05
0.3600 ± 0.0012	58.4 ± 1.0	0.2300 ± 0.0012	1.28 ± 0.04	0.1320 ± 0.0012	1.84 ± 0.05
0.4000 ± 0.0012	49.6 ± 0.9	0.2600 ± 0.0012	1.22 ± 0.04	0.3200 ± 0.0012	1.72 ± 0.04
0.4400 ± 0.0012	40.0 ± 0.7	0.3000 ± 0.0012	1.14 ± 0.03	0.4800 ± 0.0012	1.62 ± 0.04
0.4800 ± 0.0012	29.6 ± 0.5	0.3800 ± 0.0012	0.96 ± 0.03	0.5600 ± 0.0012	1.56 ± 0.04
0.5000 ± 0.0012	24.0 ± 0.4	0.4100 ± 0.0012	0.90 ± 0.03	0.6800 ± 0.0012	1.48 ± 0.04
0.5200 ± 0.0012	18.4 ± 0.3	0.4700 ± 0.0012	0.78 ± 0.03	0.8400 ± 0.0012	1.40 ± 0.04
0.5600 ± 0.0012	8.00 ± 0.14	0.5300 ± 0.0012	0.66 ± 0.03	0.9600 ± 0.0012	1.32 ± 0.04
0.6600 ± 0.0012	-16.0 ± 0.3	0.5700 ± 0.0012	0.60 ± 0.02	1.2800 ± 0.0012	1.14 ± 0.03
0.7000 ± 0.0012	-24.0 ± 0.4	0.6200 ± 0.0012	0.52 ± 0.02	1.4800 ± 0.0012	1.06 ± 0.03
0.7600 ± 0.0012	-32.0 ± 0.6	0.6700 ± 0.0012	0.46 ± 0.02	1.7200 ± 0.0013	0.96 ± 0.03
0.8000 ± 0.0012	-35.2 ± 0.6	0.7100 ± 0.0012	0.40 ± 0.02	1.8400 ± 0.0013	0.90 ± 0.03
0.8600 ± 0.0012	-37.6 ± 0.7	0.7700 ± 0.0012	0.34 ± 0.02	2.0800 ± 0.0013	0.82 ± 0.03
0.9400 ± 0.0012	-34.4 ± 0.6	0.8500 ± 0.0012	0.280 ± 0.019	2.3600 ± 0.0013	0.72 ± 0.03
1.0400 ± 0.0012	-24.8 ± 0.4	0.8900 ± 0.0012	0.240 ± 0.019	2.6000 ± 0.0013	0.64 ± 0.03
1.0800 ± 0.0012	-19.2 ± 0.3	0.9500 ± 0.0012	0.200 ± 0.018	3.0000 ± 0.0013	0.52 ± 0.02
1.1400 ± 0.0012	-12.0 ± 0.2	1.0200 ± 0.0012	0.160 ± 0.017	3.4400 ± 0.0014	0.42 ± 0.02
1.2600 ± 0.0012	3.20 ± 0.06	1.0800 ± 0.0012	0.140 ± 0.017	3.8000 ± 0.0014	0.34 ± 0.02
1.3000 ± 0.0012	6.40 ± 0.11	1.1700 ± 0.0012	0.100 ± 0.016	4.1600 ± 0.0014	0.280 ± 0.019
1.3400 ± 0.0012	9.40 ± 0.16	1.3200 ± 0.0012	0.060 ± 0.015	4.5600 ± 0.0014	0.220 ± 0.018
1.4000 ± 0.0012	12.8 ± 0.2	1.4100 ± 0.0012	0.040 ± 0.015	5.0800 ± 0.0014	0.160 ± 0.017
1.4800 ± 0.0012	13.6 ± 0.2	1.4900 ± 0.0012	0.020 ± 0.015	5.8000 ± 0.0015	0.080 ± 0.016
1.5400 ± 0.0012	12.0 ± 0.2			6.2000 ± 0.0015	0.040 ± 0.015
1.6200 ± 0.0012	8.80 ± 0.15				
1.7000 ± 0.0013	4.00 ± 0.07				
1.7400 ± 0.0013	1.60 ± 0.03				
2.0000 ± 0.0013	-10.40 ± 0.18				
2.0600 ± 0.0013	-11.20 ± 0.19				
2.1200 ± 0.0013	-10.40 ± 0.18				
2.1800 ± 0.0013	-9.60 ± 0.17				
2.2600 ± 0.0013	-7.20 ± 0.12				
2.3200 ± 0.0013	-5.60 ± 0.10				