

# Astrophysics Laboratory

6 novembre 2022

## Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Antenne e telescopi</b>	<b>8</b>
2.1	Figura d'antenna . . . . .	9
2.2	Antenne radio . . . . .	10
2.3	Telescopi . . . . .	11
2.3.1	Telescopi rifrattori . . . . .	11
2.3.2	Telescopi riflettori . . . . .	11
2.3.3	Telescopi compositi . . . . .	12
2.4	Montature . . . . .	13
2.5	Schermi . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Ricevitori e tecniche osservative</b>	<b>13</b>
3.1	Caratteristiche dei rivelatori . . . . .	13
3.2	Tipi di rivelatori . . . . .	14
3.3	Ricevitori radio . . . . .	15
3.4	Linee di trasmissione . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Sorgenti astrofisiche</b>	<b>22</b>
4.1	Il Sole . . . . .	23

## Lezione 1

gio 06 ott  
2022 10:30

### 1 Introduzione

Si studiano le tecniche e la strumentazione utilizzate nelle osservazioni astrofisiche:

- grandezze ed osservabili in astrofisica;
- antenne, telescopi, ottiche;
- sistemi di rivelazione;
- caratterizzazione e calibrazione di rivelatori;
- sorgenti di rumore e motivi di limitazione alle osservazioni;
- tecniche di estrazione del segnale;
- analisi dei dati;

Le lezioni fanno riferimento alle bande spettrali radio, microonde e raggi cosmici.

Si descrivono le caratteristiche di alcuni oggetti e sorgenti astronomici: Sole, Luna, galassia, Radiazione cosmica a microonde. Vengono introdotti i raggi cosmici, si studiano le loro proprietà e come si possono osservare.

**Grandezze ed osservabili astrofisiche.** Le osservazioni fatte a 2.5 GHz sono molto disturbate. Tale frequenza è usata in molte applicazioni (Wi-Fi, microonde) perché è una radiazione che penetra i materiali.

Diverse frequenze forniscono un'immagine diversa del cielo. Si fanno osservazioni a 1.4 GHz cioè la frequenza della radiazione di transizione iperfina dell'idrogeno. Si osservano anche radiazioni di Bremsstrahlung.

**Banda radio.** Le tecniche radio si possono usare fino a frequenze di 1 THz. Questo limite è dato dall'utilizzo di ricevitori coerenti: misurano il campo elettrico. Oltre una certa frequenza, un ricevitore coglie solamente una media temporale. Questi sono i rilevatori incoerenti, non misurano la fase, sebbene continuano a misurare l'ampiezza. Con un'antenna si può osservare un solo modo spaziale e quindi esse operano in regime diffrattivo: si ha una figura di diffrazione. Si ha una relazione tra apertura ed angolo di osservazione

$$A\Omega = \lambda^2$$

dove  $A$  è la superficie di osservazione e  $\Omega$  l'angolo solido. Queste due sono da intendersi come grandezze efficaci. Per ricevitori incoerenti, la relazione non è più valida, ma si ha

$$A\Omega \geq \lambda^2$$

si possono osservare più modi di radiazione.

**Brillanza.** Una sorgente è definita dalle caratteristiche della luce emessa e dalle sue proprietà geometriche. Un osservatore determina queste proprietà a partire da un sistema che ha una sua area sensibile  $dA$  ed un angolo solido  $d\Omega$  [r].

La brillantezza  $B$  (brightness) si definisce a partire dalla potenza ricevuta dalla sorgente

$$dW = B \cos \theta d\Omega dA d\nu$$

[r] Ricevendo  $N$  fotoni al secondo, allora il numero per unità di area, angolo solido e frequenza è

$$n = \frac{dN}{dA d\Omega d\nu} \implies B(\nu) = n(\nu)h\nu$$

La potenza per unità di frequenza  $w$  è

$$dw = B \cos \theta d\Omega dA$$

Quando la brillantezza è uniforme si ha

$$w = \pi AB$$

Se è uniforme anche in banda spettrale, allora

$$W = \pi AB \Delta\nu = Nh\nu$$

**Flusso.** La densità di flusso  $S$  è

$$S = \int_{\Omega_{\text{sorg}}} B(\theta, \phi) d\Omega$$

La densità di flusso si esprime in Jansky

$$1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$$

Per passare al flusso bisogna integrare rispetto la frequenza

$$S' = \int_{\Omega_{\text{sorg}}} \int_{\nu} B(\theta, \phi) d\Omega d\nu = \int_{\Omega_{\text{sorg}}} B'(\theta, \phi) d\Omega$$

**Flusso osservato.** Un'antenna ha diversa efficienza in base alla direzione di osservazione. Sia  $P_n(\theta, \phi)$  la risposta angolare normalizzata. Si definisce l'angolo solido dell'antenna

$$\Omega_A = \int P_n(\theta, \phi) d\Omega$$

Bisogna confrontare tale quantità con l'angolo solido della sorgente per studiare vari fenomeni osservativi. La densità di flusso osservata è

$$S_o = \int B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) d\Omega$$

Per una sorgente puntiforme  $\Omega_s \ll \Omega_A$  si ha

$$P_n \approx P_0 \approx 1, \quad S_o \approx P_0 \int_{\Omega_s} B(\theta, \phi) d\Omega \approx S$$

Si cattura tutto il flusso che arriva dalla sorgente. Aumentando la superficie di raccolta del telescopio, si restringe l'angolo solido perché  $A\Omega = \lambda^2$ , ma il flusso è identico.

Per una sorgente estesa  $\Omega_A \ll \Omega_s$  si ha

$$S_o \approx B(\theta, \phi) \int P_n(\theta, \phi) d\Omega \approx B(\theta, \phi) \Omega_A$$

in quanto la brillantezza è, in approssimazione, costante. Il flusso osservato è inferiore al flusso della sorgente ( $S \approx B\Omega_s$ ):

$$S_o \approx B(\theta, \phi) \Omega_A \approx S \frac{\Omega_A}{\Omega_s} \ll S$$

In questo caso, aumentando la superficie di raccolta (l'angolo solido diminuisce), la potenza osservata rimane costante ( $W = SA$ ), ma il flusso osservato diminuisce.

**Brillantezza osservata.** La brillantezza apparente è legata al flusso osservato

$$B_o = \frac{S_o}{\Omega_A}$$

La brillantezza media è intrinseca alla sorgente

$$B_m = \frac{S}{\Omega_s}$$

Per una sorgente estesa si ha

$$B_o = \frac{S_o}{\Omega_A} \approx \frac{\Omega_A}{\Omega_s} \frac{S}{\Omega_A} = \frac{S}{\Omega_s} = B_m$$

Per la sorgente puntiforme si ha

$$B_o = \frac{S_o}{\Omega_A} = \frac{S}{\Omega_A} = \frac{\Omega_s}{\Omega_A} B_m \ll B_m$$

**Corpo nero.** Tutti i corpi emettono radiazione elettromagnetica. Un buon assorbitore è anche un buon emettitore (per Kirchhoff). Un assorbitore perfetto è il corpo nero. In natura esistono corpi neri quasi ideali in un intervallo limitato di frequenze. Per costruire un corpo nero si può utilizzare la cavità di corpo nero. Tale cavità si utilizza per la calibrazione degli strumenti.

**Lezione 2**mer 12 ott  
2022 10:30

La brillantezza di un corpo nero per unità di banda spettrale è

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^x - 1} = 2h\nu \frac{\nu^2}{c^2} n, \quad x = \frac{h\nu}{k_B T}$$

cioè la legge di Planck. Sono presenti diversi termini:

- l'energia del fotone,  $h\nu$ ;
- densità spaziale di modi,  $\frac{\nu^2}{c^2}$ ;
- numero di occupazione,  $n = \frac{1}{e^x - 1}$ ;
- stati di polarizzazione, 2.

In funzione della lunghezza d'onda si ha

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^x - 1}$$

Si ricorda che bisogna considerare anche il differenziale. Infatti

$$B' = \int B_\nu d\nu = \int B_\lambda d\lambda$$

La temperatura è l'unico parametro del corpo nero, essa determina univocamente la brillantezza.

Per una sorgente che irraggia su di un angolo solido  $\Omega_s$ , la densità di energia è

$$U_\nu = \frac{1}{c} \int_{\Omega_s} B_\nu d\Omega = \frac{2h\nu^3 \Omega_s}{c^3} \frac{1}{e^x - 1}$$

La brillantezza integrata su tutto lo spettro è data dalla legge di Stefan-Boltzmann

$$B' = \int_0^\infty B_\nu d\nu = \int_0^\infty B_\lambda d\lambda = \sigma T^4$$

Il picco di radiazione si sposta in funzione della temperatura secondo la legge di Wien

$$T\lambda_{\max}(B_\nu) = 5.1 \text{ K mm}, \quad T\lambda_{\max}(B_\lambda) = 2.9 \text{ K mm}$$

Il valore è diverso nei due casi perché la brillantezza è scritta in modo diverso. In base alla temperatura si può determinare il picco di emissione.

Risulta utile osservare i casi limite della legge di Planck. L'approssimazione di Rayleigh-Jeans si ha per basse frequenze,  $h\nu \ll k_B T$ , da cui

$$B_\nu \approx 2 \frac{\nu^2}{c^2} k_B T = \frac{2k_B T}{\lambda^2}$$

che è quadratica nella frequenza. L'approssimazione di Wien è  $h\nu \gg k_B T$  e si ha per alte frequenze:

$$B_\nu \approx 2 \frac{h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$$

che decade esponenzialmente.

**Flusso da un corpo nero.** La densità di flusso in frequenza è

$$S_\nu = \frac{2h\nu^3\Omega_s}{c^2} \frac{1}{e^x - 1}$$

Nell'approssimazione di Rayleigh-Jeans si ha

$$S_\nu = 2\frac{\nu^2}{c^2}k_B T\Omega_s = \frac{2k_B T}{\lambda^2}\Omega_s$$

in caso di temperatura non uniforme si ha

$$S_\nu = \frac{2k}{\lambda^2} \int_{\Omega_s} T(\theta, \phi) d\Omega$$

Nell'approssimazione di Wien segue

$$S_\nu = 2\frac{h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} \Omega_s$$

**Temperatura di brillantezza.** La temperatura di brillantezza è la temperatura che compare nell'approssimazione di Rayleigh-Jeans

$$B_\nu(\theta, \phi) = \frac{2k_B}{\lambda^2} T_B = 2k_B \frac{\nu^2}{c^2} T_B$$

La potenza che colpisce una superficie  $A$  in un angolo  $\Omega$  nella banda  $\Delta\nu$  è

$$W \approx \frac{2k_B}{\lambda^2} T_B \Delta\nu A\Omega = 2k_B \frac{\nu^2}{c^2} T_B \Delta\nu A\Omega$$

Per un sistema radio coerente si ha  $A\Omega = \lambda^2$  ed una sola polarizzazione. Dunque

$$W = k_B T_B \Delta\nu$$

Questa relazione è indipendente dal sistema che si sta utilizzando.

La temperatura di brillantezza coincide con la temperatura termodinamica  $T_0$  di corpo nero solamente nella regione di R-J:  $T_B \approx T_0$  per  $h\nu \ll k_B T$  (più o meno intorno a 1 GHz). In generale si ha

$$T_B = \frac{h\nu}{k_B} \frac{1}{e^x - 1}$$

**Temperatura apparente.** La temperatura apparente è associata al flusso o alla brillantezza misurati

$$S_o = \int B P_n d\Omega = \frac{2k_B}{\lambda^2} \int T_B P_n d\Omega$$

$$T_A = \frac{\int T_B P_n d\Omega}{\int P_n d\Omega} = \frac{1}{\Omega_A} \int T_B P_n d\Omega$$

La seconda quantità è la temperatura d'antenna. Esso è quanto misurato in termini di temperatura di brillantezza.

Per una sorgente puntiforme  $\Omega_s \ll \Omega_A$  si ha

$$T_A \approx \frac{\Omega_s}{\Omega_A} T_B$$

Per una sorgente estesa  $\Omega_A \ll \Omega_s$  si ha

$$T_A \approx T_B$$

**Esempi di corpo nero.** Alcuni esempi sono

- la radiazione cosmica a microonde  $T_0 = (2.725 \pm 0.001) \text{ K}$ ;
- Le stelle  $T = 5800 \text{ K}$ ; la radiazione è un po' distorta a causa del percorso che i fotoni devono compiere per fuggire dalla superficie, inoltre ci sono varie regioni a temperature diverse. Si hanno anche delle righe di assorbimento dovute alla corona solare.

**Assorbimento e profondità ottica.** Si consideri un flusso che viaggia attraverso un mezzo assorbente. Il decremento di flusso a causa di un assorbimento è dato da

$$dS = -S\alpha dx$$

con  $\alpha$  costante di attenuazione e  $dx$  lunghezza del percorso. Per  $\alpha$  costante si ha

$$S(x) = S_s e^{-\alpha x} = S_s e^{-\tau}$$

con  $\tau = \alpha x$  è la profondità ottica. Analogamente, per la brillantezza

$$B(x) = B_s e^{-\alpha x} = B_s e^{-\tau}$$

Un mezzo è otticamente sottile se  $\tau \ll 1$ , mentre è otticamente spesso se  $\tau \gg 1$ .

**Nube assorbente.** Una nube di gas e polveri nel mezzo interstellare è un caso tipico di mezzo assorbente. La costante di attenuazione è legata alla densità del mezzo ed al coefficiente di assorbimento:

$$\alpha = K\rho$$

La profondità ottica è

$$\tau = \int_0^{x_c} K\rho dx$$

dove  $c$  sta per “cloud”. Per un mezzo omogeneo si ha

$$\tau = K\rho x_c$$

**Emissione di una nube.** La potenza emessa da un volume unitario con densità  $\rho$  e coefficiente di emissione  $j$  è

$$dw = j\rho dV$$

La densità di flusso osservata a distanza  $r$  è

$$dS = \frac{dw}{4\pi r^2} = \frac{j\rho dV}{4\pi r^2}$$

Considerando un volume  $dV = r^2 dr d\Omega$ , la brillantezza infinitesima è

$$dB = d_\Omega S = \frac{j\rho dV}{4\pi r^2 d\Omega} = \frac{j\rho dr}{4\pi}$$

Per uno spessore finito  $[r]$

**Nube in auto-assorbimento.** La radiazione emessa dalla nube è anche auto-assorbita dal fattore  $e^{-\tau}$ :

$$dB = \frac{j\rho dr}{4\pi} e^{-\tau} \implies \frac{Bj}{4\pi K} \int_0^{r_c} e^{-\tau} K\rho dr = \frac{j}{4\pi K} \int_0^{\tau_c} e^{-\tau} d\tau = \frac{j}{4\pi K} (1 - e^{-\tau_c}) = B_c (1 - e^{-\tau_c})$$

Per  $\tau \gg 1$  la brillantezza della nube è  $B_c$ . Per la temperatura di brillantezza si ha

$$T_B = T_c (1 - e^{-\tau_c})$$

**Sorgente vista attraverso una nube.** Ponendo una sorgente dietro una nube assorbente, si ha

$$dB = -Bk\rho dr + \frac{j\rho}{4\pi}e^{-\tau}dr = -Bd\tau + \frac{j}{4\pi K}e^{-\tau}d\tau$$

La brillantezza osservata è

$$B = B_s e^{-\tau_c} +$$

[r] La temperatura di brillantezza osservata è

$$T_B = T_s e^{-\tau_c} + T_c(1 - e^{-\tau_c})$$

Per una nube sottile si ha  $T_B \approx T_s$ . Per una nube spessa si ha  $T_B \approx T_c$ .

**Atmosfera terrestre.** L'atmosfera terrestre si comporta come un mezzo assorbente che a sua volta emette radiazione termica con emissività  $\varepsilon < 1$ . La trasparenza atmosferica è funzione della frequenza. Le bande spettrali in cui l'atmosfera è trasparente sono il visibile ed il radio, quelle in cui è opaca sono gli UV, gli X ed i gamma; per gli infrarossi e le microonde si hanno finestre di trasparenza. Le molecole che contribuiscono all'assorbimento sono l'acqua, l'ossigeno, l'ozono, l'anidride carbonica, il monossido di carbonio, etc. L'azoto molecolare, la sostanza più presente, non assorbe radiazione perché non ha momento di dipolo elettrico né magnetico.

Per ridurre l'impatto dell'atmosfera occorre scegliere siti osservativi in alta montagna ed in luoghi secchi dove il vapore acqueo è minimo. Si possono usare anche palloni stratosferici, ma in alcune bande di frequenza occorre utilizzare satelliti.

L'emissione e la trasparenza atmosferica sono dipendenti dallo spessore ottico  $\tau$ . La trasparenza è definita come il rapporto tra segnale osservato e segnale intrinseco di una sorgente

$$T(\nu) = \frac{B_o}{B_s} = e^{-\tau(\nu)}$$

L'emissione atmosferica può essere schematizzata come un corpo nero la cui emissività è variabile con la frequenza

$$B_{\text{atm}}(\nu) = (1 - e^{-\tau(\nu)})B_{\text{BB}}$$

Lo spessore ottico dipende dalla direzione di osservazione. Questo è minimo quando si osserva lo zenith. In approssimazione di strati piani e paralleli, si ha dipendenza dall'angolo zenitale  $z$ :

$$\tau(z) = \frac{\tau_0}{\cos z} = \tau_0 \sec z$$

L'atmosfera limita le osservazioni astronomiche a causa dell'inquinamento elettromagnetico antropico. In banda ottica, la luce diffusa limita la sensibilità. In banda radio, le interferenze dovute ai vari dispositivi elettronici limitano le frequenze utili.

Un'altra limitazione proviene dalla turbolenza atmosferica. La luce attraversa masse d'aria di densità diversa e non percorre una traiettoria rettilinea. L'immagine si muove sul piano focale e risulta meno nitida: si ha il fenomeno di seeing atmosferico che limita la risoluzione angolare a circa 1 arcsec. Bisogna correggere attivamente questo effetto. Si misura la fase dell'onda incidente e si deforma un elemento ottico che corregge il fronte d'onda rendendolo piano.

I siti osservativi sono scelti in modo tale da limitare la turbolenza atmosferica (magari dovuta al vento).

**Sistemi di coordinate.** Si possono utilizzare le coordinate locali o alt-azimutali. Le coordinate sono:

- l'altezza  $h$  è la distanza angolare dell'astro dall'orizzonte;
- l'azimuth  $A$  è la distanza angolare tra il meridiano locale (tipicamente il nord) e il meridiano passante per l'astro.

Questo sistema varia nel tempo e con la posizione dell'osservatore.

Esistono anche le coordinate equatoriali celesti:

- la declinazione  $\delta$  la distanza angolare dall'equatore celeste (che è l'estensione dell'equatore della Terra sulla volta celeste);
- l'ascensione retta  $\alpha$  è la distanza angolare tra il punto  $\gamma$  o d'ariete e l'intersezione del cerchio orario dell'astro con l'equatore celeste.

Infine, esistono le coordinate galattiche. Il riferimento è il piano galattico e il sole è al centro:

- la longitudine galattica  $l$  è la distanza angolare tra il centro galattico e l'intersezione del meridiano galattico con il piano;
- la latitudine galattica  $b$  è la distanza angolare dal piano galattico celeste.

Per convertire tra le coordinate equatoriali e le coordinate alt-azimutali bisogna conoscere alcune grandezze accessorie che includono il tempo e la posizione dell'osservatore. Le grandezze usate sono

- l'angolo orario  $H$  è la distanza angolare tra il punto di mezzogiorno  $M$  e l'intersezione del meridiano celeste passante per l'astro con l'equatore celeste;
- il tempo siderale locale (LST) è l'ascensione retta che sta passando in quel momento sul meridiano locale;
- la latitudine geografica  $\varphi$ .

Per convertire coordinate equatoriali in coordinate galattiche bisogna operare una rotazione rigida.

## Lezione 3

gio 13 ott  
2022 10:30

## 2 Antenne e telescopi

Un radiotelescopio è un sistema in grado di ricevere e misurare le onde radio che interagiscono con l'antenna. L'antenna è l'elemento che raccoglie le onde elettromagnetiche dall'esterno e le traduce in una grandezza che può essere rivelata. L'antenna è la regione di transizione tra lo spazio libero e la regione di onde guidate (in guida o in cavo). La sua funzione è assicurare che non ci siano perdite nella transizione. L'antenna definisce la regione di spazio da cui la radiazione viene raccolta. Essa delimita l'intervallo spettrale della radiazione che può essere rivelata. Il teorema di reciprocità afferma che l'antenna si comporta nello stesso modo in assorbimento ed in emissione.

**Teorema di Nyquist.** Un resistore è un assorbitore di potenza elettrica e costituisce l'equivalente elettrico di un corpo nero alla temperatura termodinamica  $T$  con un singolo modo spaziale ed un singolo grado di polarizzazione. A causa del moto termico degli elettroni di conduzione, il valore quadratico medio della corrente  $\langle I^2 \rangle$  è diverso da zero.

La potenza che il resistore è in grado di scambiare (emettere o assorbire) è detta potenza di rumore=

$$W d\nu = \frac{h\nu}{e^x - 1} d\nu$$

In approssimazione di R-J si ha

$$W d\nu = k_B T d\nu$$

La potenza risulta costante con la frequenza e si parla di rumore bianco.



**Teorema d'antenna.** Si consideri ad un resistore a temperatura  $T$  connesso ad un'antenna. Un'antenna ideale è in grado di irradiare tutta la potenza trasferita dal resistore:

$$W_{\text{out}} d\nu = k_B T d\nu$$

Si ponga l'antenna in una cavità isoterma con pareti assorbenti a temperatura  $T$ . L'antenna riceve dall'ambiente una potenza

$$W_{\text{in}} d\nu = \frac{1}{2} A \Omega B_\nu(T) d\nu = A \Omega \frac{\nu^2}{c^2} k_B T d\nu$$

In quanto si è in equilibrio termodinamico, la potenza in ingresso è uguale alla potenza in uscita. Dunque

$$k_B T = A \Omega \frac{\nu^2}{c^2} k_B T = A \frac{\Omega}{\lambda^2} k_B T \implies A \Omega = \lambda^2$$

Una relazione analoga si ottiene considerando l'angolo corrispondente al primo minimo di diffrazione per un foro circolare

$$\sin \theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

La superficie  $A$  è una superficie efficace le cui dimensioni sono paragonabili alla superficie fisica dell'antenna.

## 2.1 Figura d'antenna.

**Definizione.** L'angolo solido dell'antenna è

$$\Omega_A = \int P_n(\theta, \varphi) d\Omega$$

L'angolo solido del lobo principale:

$$\Omega_M = \int_{\text{lobo princ}} P_n(\theta, \varphi) d\Omega$$

L'angolo solido dei lobi laterali:

$$\Omega_m = \Omega_A - \Omega_M = \int_{\text{lobi lat}} P_n(\theta, \varphi) d\Omega$$

Il profilo d'antenna non è una gaussiana, ma è simile ad una figura di diffrazione: un picco centrale ed altri picchi secondari ai lati.

**Definizione.** L'angolo in cui la risposta si riduce a metà del massimo:

$$P_n(\theta_{\text{HPBW}}) = \frac{1}{2} P_n(0) = \frac{1}{2}$$

Il primo angolo in cui la risposta assume un valore nullo:

$$P_n(\theta_{\text{BWFN}}) = 0$$

**Definizione.** La direttività è il numero massimo di oggetti che possono essere risolti in un angolo solido di  $4\pi$ :

$$D = \frac{4\pi}{\int P_n(\theta, \varphi) d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

**Definizione.** Il guadagno direttivo è

$$G(\theta, \varphi) = D P_n(\theta, \varphi)$$

**Definizione.** L'efficienza del fascio è il rapporto tra angolo solido sotteso dal lobo principale ed angolo solido totale:

$$\varepsilon_M = \frac{\Omega_M}{\Omega_A}$$

**Definizione.** Il fattore di dispersione è il rapporto tra angolo solido sotteso dai lobi laterali ed angolo solido totale

$$\varepsilon_m = \frac{\Omega_m}{\Omega_A}$$

**Definizione.** L'efficienza dell'apertura è il rapporto tra apertura efficace ed apertura fisica dell'antenna

$$\varepsilon_A = \frac{A_e}{A_p}$$

**Osservazione.** Per antenne e radiotelescopi ad apertura circolare, la figura d'antenna è a simmetria cilindrica cioè funzione solo della distanza  $\theta$  rispetto all'asse del fascio. Per antenne con aperture rettangolari è possibile definire due assi principali e descrivere la figura di antenna attraverso il profilo lungo i due piani principali.

Il lobo principale di una figura di diffrazione è bene approssimato da una gaussiana fino ad un certo angolo.

## 2.2 Antenne radio

**Dipolo.** Un filo lungo  $L$  può essere eccitato da un campo elettrico che oscilla nella direzione del filo. Si pone

$$L = \frac{n\lambda}{2}$$

Si studia il campo prodotto da una carica che oscilla lungo il filo e si applica il teorema di reciprocità

$$P_n = \frac{\cos^2 \left[ \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin^2 \theta}$$

Il dipolo si utilizza a distanza  $D$  da uno schermo riflettente. Per cui

$$p_n = \frac{\cos^2 \left[ \frac{\pi}{2} \cos \theta \right]}{\sin^2 \theta} \sin^2 \left[ \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \varphi \right]$$

Un dipolo

- è utilizzato per osservare direttamente e per raccogliere la radiazione al fuoco di un telescopio;
- è in grado di ricevere la radiazione dallo spazio e trasferirla al ricevitore attraverso un cavo RF;
- ha bassa direttività;
- ha una illuminazione non isotropa;
- può essere usato al fuoco di un telescopio con un rapporto focale basso  $\frac{f}{D} \approx 0.25$ .
- La risposta angolare non risulta simmetrica rispetto all'asse ottico del telescopio.

**Horn.** L'antenna horn è una guida che si allarga gradatamente in modo da consentire alle onde radio di avere una transizione morbida tra lo spazio libero e la regione in guida.

Un horn rettangolare si costruisce in modo che  $\frac{\lambda}{2} < l_x < \lambda$  così da trasferire tutta la potenza in un singolo modo. [immagine] Le dimensioni  $L_x$  dell'apertura determinano le proprietà di diffrazione.

Per un horn circolare, il diametro del lato ricettivo dev'essere  $\frac{\lambda}{2} < d < \lambda$ .

## 2.3 Telescopi

Il telescopio è un sistema ottica in grado di formare una immagine da un oggetto posto a grande distanza. Una delle qualità di un telescopio è la capacità di raccogliere e concentrare la radiazione. Per aumentare la sensibilità del sistema è necessario concentrare la maggior quantità possibile di radiazione proveniente da una sorgente. Per poter studiare i dettagli della distribuzione di luce che si osserva occorre avere una adeguata qualità dell'immagine. L'intervallo di lunghezze d'onda che è possibile osservare con un telescopio è limitato dalle dimensioni del telescopio. Per la lunghezza d'onda massima risulta:

$$\lambda_{\max} < D$$

La lunghezza d'onda minima è fissata dalle imprecisioni della superficie del telescopio. Sia  $\varepsilon$  la rugosità RMS. L'errore di fase risulta essere

$$\delta = 4\pi \frac{\varepsilon}{\lambda}$$

Si lavora fino ad una lunghezza d'onda limite  $\lambda_{\min} = 20\varepsilon$ . Le dimensioni dell'apertura  $D$  del telescopio sono determinanti per la risoluzione angolare. L'angolo  $\theta_{\text{HPBW}}$  che definisce l'ampiezza a mezza altezza (half power beam width), dovuto al fenomeno di diffrazione, risulta essere

$$\theta_{\text{HPBW}} \approx \frac{\lambda}{D}$$

Questo angolo, per un telescopio di focale equivalente  $f_{\text{eq}}$ , corrisponde ad una dimensione dell'immagine sul piano focale data da

$$X_{\text{HPBW}} = f_{\text{eq}} \theta_{\text{HPBW}} \approx \lambda \frac{f_{\text{eq}}}{D}$$

### 2.3.1 Telescopi rifrattori

Il telescopio rifrattore è stato il primo telescopio utilizzato per osservazioni astronomiche da Galileo. Esso è costituito da una coppia di lenti: un obiettivo ed un oculare. L'obiettivo è una lente di focale lunga. Si definisce l'ingrandimento angolare come il rapporto tra l'angolo  $\beta$  sotteso dall'immagine dell'oculare e l'angolo  $\alpha$  sotteso dalla sorgente

$$M = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_c}{f_{\text{eye}}}$$

Per aumentare l'ingrandimento bisogna aumentare la focale  $f_C$  dell'obbiettivo e quindi allungare il telescopio.

I grandi telescopi sono dei riflettori a causa delle difficoltà a costruire lenti di diametro maggiore alle decine di centimetri. I rifrattori sono affetti da problemi di trasparenza del materiale attraversato dalla radiazione che causa una perdita di flusso, e da problemi di aberrazione cromatica, ovvero una variazione dell'indice di rifrazione in base alla lunghezza d'onda. Per mitigare l'aberrazione si usano sistemi acromatici formati da più lenti.

### 2.3.2 Telescopi riflettori

I telescopi utilizzati negli osservatori sono telescopi a riflessione. Le perdite per assorbimento sono basse: gli specchi offrono una elevata riflettività in tutto lo spettro elettromagnetico, dalla banda radio fino alla banda ottica, al limite con il vicino ultravioletto. In particolare nell'infrarosso, la trasparenza del materiale con cui tipicamente vengono prodotte le lenti non può competere. Le proprietà di riflessione degli specchi non dipendono, in prima approssimazione, dalla lunghezza d'onda. Pertanto le ottiche sono esenti dall'aberrazione cromatica. Gli specchi possono raggiungere dimensioni molto superiori a confronto con le lenti. Questo significa poter costruire telescopi di grande apertura con i quali poter raccogliere un grande flusso di fotoni. Inoltre per la costruzione degli specchi è possibile scegliere vari

materiali a seconda delle esigenze.

L'uso degli specchi consente anche di disegnare dei sistemi più compatti. Di contro, le lenti consentono di disegnare dei sistemi che si sviluppano lungo un solo asse ottico, evitando le complicazioni geometriche derivanti dalle riflessioni fuori asse degli specchi.

I riflettori vengono usati per trasformare un fronte d'onda piano in uno sferico. La radiazione proveniente da una distanza infinita e una direzione ben definita viene concentrata in un punto. Si possono usare riflettori singoli: in tal caso si pone il sistema che raccoglie la radiazione, un feed o i rivelatori, al fuoco dello specchio. Generalmente si tratta di uno specchio parabolico. Uno specchio parabolico trasforma un fronte d'onda piano perpendicolare all'asse ottico in un'onda sferica concentrata nel fuoco della parabola. I sistemi più usati sono combinazioni di due specchi, in cui feed o rivelatori vengono posti al fuoco del sistema. Le combinazioni più frequenti sono: sistemi Cassegrain e Gregoriani.

Il telescopio a singolo riflettore più usato è il paraboloide. La parabola è la superficie che coniuga un punto a distanza infinita (le sorgenti astronomiche) con un punto a distanza finita (il punto focale della curva). La superficie si ricava dalla rotazione della parabola intorno all'asse di simmetria ( $z$ ). L'equazione, con l'origine nel vertice, è:

$$z = \frac{1}{R}(x^2 + y^2)$$

dove  $R$  rappresenta il valore del raggio di curvatura nel vertice. La distanza focale  $f$  è legata al raggio secondo

$$f = \frac{R}{2}$$

L'unico altro parametro che definisce le proprietà dello specchio parabolico in asse è il diametro di apertura  $D$ .

Lo svantaggio di questo sistema è che per raccogliere la radiazione nel fuoco non si può evitare di oscurare una parte della superficie. Per questo scopo spesso si utilizza una porzione di superficie fuori asse e la radiazione viene raccolta in una direzione che risulta ruotata rispetto alla direzione di incidenza. L'angolo di deviazione può essere scelto in maniera arbitraria. Un esempio particolare è quello in cui le due direzioni formano un angolo  $\alpha = 90^\circ$ . Se si fissa come origine il punto di incidenza dell'asse ottico con la superficie dello specchio, l'equazione risulta:

$$z = 4\sqrt{2}f + x - 4\sqrt{2}\sqrt{f^2 + \frac{fx}{2\sqrt{2}} - \frac{y^2}{16}}$$

Le proprietà ottiche della parabola derivano dalla definizione geometrica della superficie. In particolare risulta che i raggi che si propagano parallelamente alla direzione dell'asse ottico convergono, senza aberrazioni, nel punto focale. Quindi una sorgente che viene osservata in asse forma un'immagine non distorta. Se ci si sposta di poco da tale direzione si hanno delle immagini debolmente aberrate. Le aberrazioni diventano più importanti per angoli grandi rispetto all'asse ottico e per valori piccoli del rapporto focale  $f_{\#} = \frac{f}{D}$ , ovvero quando  $D$  è grande. Tale rapporto è una misura dell'angolo di convergenza dei raggi. Le proprietà ottiche del sistema sono molto sensibili al rapporto focale.

## Lezione 4

### 2.3.3 Telescopi composti

I telescopi a due specchi sono più frequentemente utilizzati rispetto a riflettori singoli. Uno dei vantaggi è la compattezza, ovvero il minore spazio occupato a parità di lunghezza focale. Le superfici che si usano sono quasi sempre superfici di secondo grado: paraboloidi, ellissoidi, iperboloidi. Infatti queste superfici coniugano tra loro due punti detti fuochi.

Nel telescopio Cassegrain, il fuoco primario (del primo specchio) produce un'immagine virtuale, mentre il fuoco del secondo specchio (fuoco Cassegrain) produce un'immagine reale. Nel telescopio Gregoriano, sia il fuoco primario che il secondario producono immagini reali. Questo perché gli specchi secondari sono divergente e convergente rispettivamente. Un telescopio Newtoniano cambia solamente la direzione del fascio.

gio 20 ott  
2022 10:30

## 2.4 Montature

**Montatura alt-azimutale.** Ha un asse di rotazione orizzontale che consente di posizionare l'altezza corretta sull'orizzonte ed un asse di rotazione verticale che consente di posizionare l'azimuth. È il sistema concettualmente più semplice. L'inseguimento delle sorgenti avviene attraverso la combinazione dei due movimenti. Questo sistema ottico è riferito al luogo di osservazione: risulta perfetto per le coordinate alt-azimuthali.

**Montatura equatoriale.** Ha un asse di rotazione polare che consente di posizionare l'ascensione retta ed un asse di rotazione di declinazione che consente di posizionare la declinazione. L'asse polare punta verso il polo celeste ed ha quindi una inclinazione diversa a seconda della latitudine. Questo sistema è particolarmente indicato per inseguire un oggetto, infatti basta un solo movimento di rotazione intorno all'asse polare.

## 2.5 Schermi

La necessità di schermare la radiazione non voluta è presente nella banda ottica. La luce visibile che proviene da direzioni adiacenti all'asse ottico viene evitata utilizzando uno schermo le cui pareti sono nere e assorbenti.

In banda infrarossa e sub-millimetrica la necessità di una buona schermatura è ancora maggiore. Infatti tutti gli oggetti emettono radiazione termica che, a temperatura ambiente ha il suo massimo nella banda IR. Spesso l'emissione termica ambientale è di gran lunga superiore al segnale celeste che si vuole ricercare. A frequenze IR gli schermi che si utilizzano sono completamente riflettenti e quindi sono dei cattivi emettitori. La loro superficie è rivolta in modo tale da riflettere nella direzione del detector la radiazione proveniente dal cielo. Le superfici degli specchi stessi emettono radiazione. È necessario che le emissioni ambientali non producano un segnale spurio: devono essere ridotte al minimo e devono essere stabili nel tempo.

## 3 Ricevitori e tecniche osservative

### 3.1 Caratteristiche dei rivelatori

Si vedono alcune caratteristiche

- La responsività è il rapporto tra potenza in ingresso ( $P$ ) e segnale elettrico in uscita ( $S$ ). La responsività si misura in  $VW^{-1}$  ed è funzione della frequenza ( $\nu$ ). Un segnale debole è tanto più facile da rivelare, quanto maggiore è la responsività, a parità di rumore

$$S = R(\nu)P$$

- La responsività per i ricevitori radio si indica anche come guadagno. Il guadagno  $G$  si misura in  $V/K$ , o in  $ADU/K$

$$S = G(\nu)T$$

dove  $T$  è una temperatura equivalente di brillantezza (potenza) del segnale.

- Il NEP (noise equivalent power) è la potenza di rumore equivalente alle fluttuazioni del sistema. Esso è una misura della sensibilità del rivelatore:

$$NEP = \frac{\sqrt{\langle \Delta S^2 \rangle}}{R}$$

- Per i radiometri si usa anche il NET (noise equivalent temperature), considerando la temperatura di brillantezza al posto della potenza:

$$NET = \frac{\sqrt{\langle \Delta S^2 \rangle}}{G}$$

- L'intervallo dinamico è il rapporto tra il massimo livello di segnale che può essere misurato, in regime lineare, e il minimo segnale rivelabile. Normalmente un rivelatore riesce a coprire diversi ordini di grandezza.
- Il tempo di risposta è il minimo intervallo di tempo in cui il rivelatore è in grado di seguire le variazioni di potenza in ingresso. È un parametro molto importante nelle misure di fenomeni ad elevata variabilità temporale. Questo parametro limita la frequenza di campionamento.
- La risposta spettrale è l'intervallo di frequenze in cui il rivelatore è sensibile. Uno stesso rivelatore sensibile in una banda molto ampia può essere utilizzato a diverse frequenze. È un parametro molto importante in caso si voglia fare spettroscopia.
- La linearità è la proporzionalità tra potenza radiativa osservata e segnale elettrico in uscita. È una caratteristica comoda per un rivelatore anche se può non essere essenziale se si calibra la relazione tra potenza in ingresso e segnale in uscita in tutto l'intervallo dinamico.
- L'efficienza quantica è la frazione di fotoni che viene convertita in un segnale rivelabile, ovvero rappresenta l'inverso del numero minimo di fotoni necessari a produrre un segnale rivelabile. È un parametro importante per i rivelatori quantici.
- La matrice di rivelatori determina il numero di zone di cielo indipendenti che si osservano contemporaneamente. È un parametro importante per molti rivelatori il cui scopo è fare imaging del cielo: se il numero di pixels è  $\gg 1$  il rivelatore può facilmente produrre immagini.

### 3.2 Tipi di rivelatori

**Rivelatori quantici.** Ogni singolo fotone arrivando sul rivelatore produce un effetto misurabile. L'energia del singolo fotone deve essere sufficiente a far transire un elettrone tra due diversi livelli energetici. Ci sono diverse possibilità:

- viene emesso un fotoelettrone;
- un elettrone passa in banda di conduzione.

Un esempio sono i charge coupled devices (CDDs). Sono mosaici di rivelatori a stato solido a fotoconduzione. Ogni pixel del CCD ha un condensatore di integrazione ove viene accumulata la carica generata dai fotoni incidenti. La carica accumulata viene letta attraverso un sistema di trasferimento sequenziale ad un unico transistor di uscita. La zona fotosensibile è (ad es.) un cristallo di silicio drogato  $p$  con una struttura che è un condensatore metallo-ossido-semiconduttore (MOS). I fotoni assorbiti nella regione vicina all'ossido formano coppie elettrone - lacuna. Le cariche si accumulano nella regione prossima all'elettrodo. Il trasferimento di carica avviene in più tempi: la carica viene spostata lungo tutti i pixel di una riga, in fondo a cui si trova il sistema di lettura.

**Rivelatori termici.** I fotoni cedono energia al rivelatore sotto forma di calore. Il rivelatore è quindi sensibile all'effetto integrato di più fotoni. L'energia termica assorbita modifica alcune proprietà che inducono un segnale misurabile. Ad esempio la resistività di alcuni materiali varia con la temperatura. Questi rivelatori sono molto utilizzati nella banda delle microonde.

Un esempio sono i bolometri. I rivelatori termici hanno la capacità di essere sensibili a fotoni di energia molto bassa. Se l'energia dei fotoni diminuisce è ancora più importante ridurre il rumore termico del rivelatore. Si utilizzano infatti rivelatori raffreddati a temperature criogeniche: da 77 K ( $N_2$  liquido) a 0.1 K ( $^3He$  liquido). I bolometri si usano per rivelare fotoni di lunghezza d'onda  $1\mu m \leq \lambda \leq 3mm$ . Si utilizzano delle resistenze il cui valore dipende fortemente dalla temperatura. L'elemento sensibile, che possiede una certa capacità termica  $C$ , è legato ad un riferimento di temperatura attraverso una conducibilità termica  $G$ . Il bolometro viene inoltre inserito in un circuito di polarizzazione. La radiazione che colpisce il bolometro tende a farne aumentare la temperatura, facendo variare la resistenza e quindi la tensione misurata ai capi del bolometro stesso.

**Rivelatori coerenti.** Sono sensibili al campo elettrico incidente (ricevitori radio). Misurano intensità e fase del segnale incidente. La frequenza deve essere sufficientemente bassa da consentire ai componenti elettronici (amplificatori, filtri, etc.) di seguire le oscillazioni del campo elettrico.

## Lezione 5

Nei circuiti elettrici possono nascere delle capacità parassite che mandano in cortocircuito il sistema.

mer 26 ott  
2022 10:30

### 3.3 Ricevitori radio

**Ricevitore diretto.** Il ricevitore più semplice comprende i seguenti elementi:

- Amplificatore: un transistor funzionante a RF.
- Filtro: un circuito LC risonante passa-banda (BP).
- Detector: un diodo a legge quadratica (il segnale in uscita è proporzionale alla potenza del segnale in ingresso), esso trasforma il segnale in corrente continua.
- Integratore: un circuito RC cioè un filtro passa-basso (LP), si stabilizza il segnale in corrente continua, si può stabilire il tempo caratteristico del ricevitore.

[immagine]

**Ricevitore total power.** Il Detector è un diodo a legge quadratica, ovvero la corrente in uscita è proporzionale al quadrato della differenza di potenziale in ingresso:

$$i_{\text{out}} \propto V_{\text{in}}^2$$

La tensione in uscita è proporzionale alla potenza in ingresso e quindi alla temperatura di antenna:

$$V_{\text{out}} = R_{\text{load}} i_{\text{out}} \propto V_{\text{in}}^2 \propto W_{\text{in}} \propto T_A$$

Un diodo è una giunzione p-n. La legge tensione-corrente è approssimabile dalla legge di Shockley che è anch'essa approssimabile da una legge quadratica. Un diodo obbliga la corrente a fluire in una sola direzione: si ha solamente la semi-onda positiva di un segnale alternato. L'integrazione esegue proprio una integrazione temporale fino al tempo definito dalla costante caratteristica del circuito.

**Ricevitore supereterodina** Il ricevitore supereterodina è ancora un Total Power:

- Sezione RF: Amplificatore e Filtro in banda RF (radio frequency).
- Sezione IF: Amplificatore e Filtro in banda IF (intermediate frequency)
- Sezione DC: Detector e Integratore.
- Oscillatore Locale: Sorgente alla frequenza  $\nu_0$ .
- Mixer: Elemento non-lineare in grado di combinare campi elettrici di diversa frequenza: segnale RF ( $\nu_{\text{RF}}$ ) e segnale del LO ( $\nu_0$ ).

[immagine] Dopo aver combinato la frequenza osservata con l'oscillatore locale, si studia il segnale attraverso il mixer cercando frequenze più basse di quelle del segnale in ingresso dall'antenna. Dopo il mixer sono presenti segnali con varie combinazioni di frequenze: tra questi ci sono le frequenze somma e differenza tra  $\nu_{\text{RF}}$  e  $\nu_0$ . Il segnale che interessa è quello alla frequenza differenza, che è più facile da processare nei passi successivi.

**Esempio.** Si consideri un mixer quadratico:

$$I = \alpha E^2$$

Il segnale in ingresso è composto dalla somma del segnale dell'antenna ( $E_{\text{RF}}$ ) e dell'oscillatore locale ( $E_{\text{LO}}$ ):

$$I = \alpha [E_{\text{RF}} \sin(\omega_{\text{RF}} t + \varphi_{\text{RF}}) + E_{\text{LO}} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)]^2$$

Sviluppando il quadrato [r] calcoli

Interessa solamente l'ultimo termine perché si trova ad una frequenza inferiore a quella in ingresso dall'antenna. Si può selezionare tale frequenza tramite un filtro. Bisogna mantenere costante l'oscillatore locale sia in frequenza che ampiezza perché la frequenza filtrata è la stessa, però la differenza del segnale si muove. [r]

Un tipo di ricevitore è il ricevitore Double-Side Band (DSB): se il segnale RF non viene filtrato, dopo la conversione si ha un segnale proveniente da due diverse bande:

$$\nu_{\text{RF}} = \nu_0 \pm \nu_{\text{IF}}$$

Un altro tipo è il ricevitore Single-Side Band (SSB): se si vuole avere una frequenza ed una banda ben definita, bisogna filtrare il segnale RF ed escludere una delle due bande simmetriche intorno a  $\nu_0$ . La banda del segnale IF risulta la stessa del segnale RF:

$$\Delta \nu_{\text{IF}} = \Delta \nu_{\text{RF}}$$

**Temperatura di rumore.** La potenza in ingresso sull'antenna e la potenza di rumore del ricevitore sono

$$W_{\text{NA}} = k T_A \Delta \nu, \quad W_{\text{NR}} = k T_R \Delta \nu, \quad W_{\text{sys}} = W_{\text{NA}} + W_{\text{NR}} = k(T_A + T_R) \Delta \nu$$

dove "A" è antenna, "R" è ricevitore e "N" è noise. La temperatura di rumore del sistema è

$$T_{\text{sys}} = T_A + T_R, \quad V_{\text{out}} = G T_{\text{sys}} = G' W_{\text{sys}}$$

Il segnale minimo rivelabile è

$$\Delta T_{\text{min}} = \frac{T_{\text{sys}}}{\sqrt{\tau \Delta \nu}}$$

dove  $\tau$  è il tempo di integrazione: il massimo è tempo su cui si media l'osservazione, mentre il minimo è il tempo caratteristico dell'integratore.

**Rumore di un attenuatore.** Tutti gli elementi del ricevitore contribuiscono alla temperatura di rumore del sistema: gli elementi passivi, in quanto attenuano ed emettono segnale termico; gli elementi attivi (gli amplificatori) per via della potenza elettrica di alimentazione che dissipano. Un attenuatore può essere semplicemente un cavo o un connettore che trasferisce il segnale allo stadio successivo del ricevitore.

$$W d\nu = (1 - e^{-\tau}) k T d\nu$$

Questa è l'emissione di un assorbitore di opacità  $\tau$  alla temperatura termodinamica  $T$ . La temperatura  $T_N$  di rumore dell'attenuatore è

$$W d\nu = k T_N d\nu, \quad T_N = (1 - e^{-\tau}) T$$

**Rumore di una catena di amplificazione.** Normalmente si utilizzano diversi amplificatori in cascata fino a circa ottanta, cento decibel. Il guadagno totale è

$$G = \prod_{i=1}^n G_i$$



Ogni stadio contribuisce con una temperatura  $T_{S,i}$ . La potenza di rumore in ingresso è

$$W_0 = kT_A\Delta\nu$$

La potenza di rumore allo stadio  $i$  è

$$W_i = (W_{i-1} + kT_{S,i}\Delta\nu)G_i$$

La definizione di temperatura di rumore totale del sistema con un guadagno  $G$  è data da

$$W_n = k(T_A + T_R)\Delta\nu \prod_i^n G_i$$

La temperatura di rumore totale del sistema risulta essere

$$T_R = T_{S,1} + \frac{T_{S,2}}{G_1} + \frac{T_{S,3}}{G_1G_2} + \dots + \frac{T_{S,n}}{G_1G_2 \dots G_{n-1}}$$

I primi stadi ed i componenti di front-end contribuiscono maggiormente alla temperatura di rumore. Si utilizzano amplificatori di testa a basso rumore e talvolta raffreddati a temperature criogeniche.

**Stabilità del ricevitore.** La stabilità del ricevitore è importante poiché variazioni di guadagno o della temperatura di rumore del ricevitore possono generare dei segnali indistinguibili da una reale variazione della temperatura di antenna

$$W = Gk(T_A + T_R)\Delta\nu, \quad W + \Delta W_G = (G + \Delta G)k(T_A + T_R)\Delta\nu$$

così come

$$W + \Delta W_{TR} = Gk(T_A + T_R + \Delta T_R)\Delta\nu, \quad W + \Delta W_{TA} = Gk(T_A + \Delta T_A + T_R)\Delta\nu$$

Per le variazioni del guadagno si ha una variazione del segnale misurato

$$\Delta T_G = T_{\text{sys}} \frac{\Delta G}{G}, \quad \Delta T = T_{\text{sys}} \sqrt{\frac{1}{\tau \Delta\nu} + \left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2}$$

In genere, maggiore è il tempo di integrazione il primo addendo diminuisce, ma il secondo aumenta. Esiste un intervallo ottimale in cui entrambi sono piccoli.

**Calibrazione di un ricevitore.** Il segnale rivelato da un ricevitore viene normalmente calibrato attraverso alcune sorgenti note. La migliore calibrazione si ha quando vengono inclusi anche antenne e riflettori. Se il fascio d'antenna è noto e sufficientemente piccolo, è possibile utilizzare delle sorgenti celesti note e brillanti. In generale non è possibile fare questo ed è necessario ricorrere ad una sorgente di calibrazione artificiale. Spesso queste sorgenti non sono in grado di includere nella procedura l'horn e le ottiche. Le sorgenti di calibrazione sono assorbitori che simulano un corpo nero alla frequenza di lavoro del radiometro. Nella regione delle microonde si utilizzano dei materiali la cui superficie è molto assorbente. A lunghezze d'onda maggiori le sorgenti di calibrazione più utilizzate sono dei resistori con impedenza adattata. Non è possibile effettuare la calibrazione dell'ottica.

**Tecniche di calibrazione.** Si utilizzano due sorgenti di calibrazione a due diverse temperature, in modo da poter determinare sia il guadagno  $G$  che lo zero  $T_R$  della scala

$$V_1 = G(T_1 + T_R), \quad V_2 = G(T_2 + T_R) \implies G = \frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1}, \quad T_R = V_1 - GT_1$$

In questo modo si caratterizza tutto il sistema tra le due sorgenti. Se sono presenti altri componenti, bisogna correggere la calibrazione. Per il segnale del cielo si ha

$$V_A = G(T_A + T_R), \quad T_A = T_1 + \frac{V_A - V_1}{G}$$

Il vantaggio della seconda formula è l'assenza della temperatura di rumore. Se la differenza in voltaggio è piccola, allora una variazione di  $G$  incide poco sulla variazione di  $T_A$ . Per minimizzare l'effetto della indeterminazione del guadagno è bene che la temperatura di riferimento sia il più possibile vicina alla temperatura del cielo:  $T_1 \sim T_A$ .

**Ricevitore differenziale.** Ricevitore Dicke: si ha in uscita alternativamente il segnale dell'antenna e di una sorgente di riferimento:

$$V_{\text{out}} = G(T_A - T_{\text{ref}})$$

La sorgente di riferimento può essere una sorgente di calibrazione artificiale o una sorgente astronomica (una seconda antenna). Si possono fare delle variazioni molto veloci tra l'osservazione del cielo e la temperatura di riferimento. In questo modo ci si può rendere conto se tutto l'apparato subisce variazioni.[immagine]

Nel primo caso si può avere un riferimento assoluto. Nel secondo caso è possibile minimizzare l'incertezza dovuta al guadagno poiché  $T_{\text{ref}} - T_A$ . Instabilità e variazioni lente sono eliminate. La temperatura minima rivelabile è adesso aumentata poiché il tempo di integrazione sul cielo si è dimezzato

$$\Delta T_{\text{min}} = \sqrt{2} \frac{T_{\text{sys}}}{\sqrt{\tau \Delta \nu}}$$

**Demodulazione sincrona.** Si modula il segnale  $s(t)$  con una funzione di riferimento sinusoidale  $r(t)$ :

$$s(t) = V_s \cos(\omega_m t + \varphi), \quad r(t) = \cos(\omega_m t + \varphi)$$

Il rumore è distribuito a tutte le frequenze

$$v(t) = s(t) + n(t), \quad n(t) = \int V_n(\omega) \cos(\omega t) d\omega$$

La demodulazione sincrona consiste nel prodotto tra il segnale  $v(t)$  ed il riferimento  $r(t)$  e poi integrarlo in un tempo molto lungo rispetto al periodo di modulazione:

$$x(t) = \int v(t)r(t) dt$$

Sopravvive solo la parte di segnale modulata ed in fase con il riferimento. Il rumore viene ridotto notevolmente poiché la sua potenza è distribuita su tutto lo spettro. Si utilizza una frequenza di modulazione abbastanza alta da evitare la coda del rumore  $\frac{1}{f}$ , ovvero le variazioni a lungo termine. [immagine]

**Spettro di rumore.** Tipico spettro di rumore composto da una componente a bassa frequenza che tiene conto delle variazioni a lungo termine del sistema: il rumore  $\frac{1}{f}$ ; e da una componente piatta che contiene in ugual misura tutte le componenti in frequenza: il rumore bianco. Integrare per tanto tempo, significa campionare frequenze minori e quindi si lavora con regime di rumore più alto. [immagine]

**Ricevitore a correlazione.** Nel ricevitore a correlazione il segnale di uscita è proporzionale al prodotto in fase dei due ingressi. Dopo l'integrazione sopravvive solo la parte correlata del segnale. Questo schema è utilizzato ad esempio negli interferometri. Si abbate il rumore che

proviene dai ricevitori perché si correlano solo i segnali che provengono dall'antenna. La temperatura minima rivelabile dipende dalla differenza di fase  $\varphi$  tra i due segnali

$$\Delta T_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2} \cos \varphi} \frac{T_{\text{sys}}}{\sqrt{\tau \Delta \nu}}$$

Il segnale che si osserva dalle due antenne di un interferometro è

$$U_1 \sim E \cos(\omega t), \quad U_2 \sim E \cos(\omega(t - \tau))$$

dove  $\tau$  è il ritardo geometrico. Per un Interferometro a Correlazione il segnale in uscita è dato dal prodotto tra i due segnali singoli, integrato nel tempo:

$$R(\tau) \sim \frac{1}{2} E^2 \cos(\omega \tau)$$

## Lezione 6

Per un Interferometro a Potenza totale il segnale in uscita conserva anche la potenza totale della sorgente, oltre alla parte correlata:

gio 27 ott  
2022 10:30

$$R(\tau) \sim 2E^2(1 + \cos(\omega \tau))$$

**Ricevitori millimetrici.** I radiometri a frequenze maggiori di 100 GHz sono via via sempre più rumorosi. Il problema viene risolto abbassando la frequenza subito in ingresso. Si utilizza uno schema in cui il primo elemento della catena di rivelazione è costituito da un mixer realizzato con una giunzione SIS (Superconduttore-Isolante-Superconduttore). In un superconduttore, gli elettroni si accoppiano a due a due (coppie di Cooper) diventando dei bosoni e non più fermioni, così si ha un fluido coerente che scorre. In tal modo si evita l'uso di un amplificatore RF in testa che sarebbe eccessivamente rumoroso. I SIS sono invece raffreddati a temperatura criogenica e pertanto sono intrinsecamente migliori. Inoltre essi hanno una caratteristica altamente non lineare e quindi sono molto efficienti nella conversione a bassa frequenza. Ad alte tensioni si ha un comportamento ohmico, al di sotto si ha una caratteristica tensione-corrente non lineare.

Un ulteriore vantaggio nell'uso dei SIS è che è possibile utilizzare un Oscillatore Locale di bassa potenza. Con la tecnologia attuale questo schema di radiometro funziona fino a frequenze di circa 1 THz. La tecnologia utilizzata per la produzione delle giunzioni SIS è quella della fotolitografia: su un substrato rigido (quarzo) vengono depositati i diversi strati di metallo superconduttore (niobio) e di isolante (ossido di alluminio). La geometria viene definita attraverso l'uso di maschere che determinano la superficie da esporre per impressionare il materiale da rimuovere (fotoresist).

**Ricevitore multicanale.** I ricevitori visti in precedenza si utilizzano per fare radiometria (o fotometria). Essi hanno una banda larga:

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} \sim 10^{-1} - 10^{-2}$$

Il ricevitore multicanale si utilizza invece per fare spettroscopia. I singoli canali possono essere molto stretti. Si hanno normalmente  $N = 102 \sim 104$  canali nella banda  $\Delta \nu$ :  $\delta \nu \sim \frac{\Delta \nu}{N}$

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} \sim 10^{-3} - 10^{-6}$$

[immagine] Il multiplexer prende una banda larga e la divide in tante bande più piccole. Questo sistema ha bisogno di un canale per ogni segnale rivelato: si può osservare contemporaneamente ogni canale.

**Ricevitore digitale.** Il ricevitore digitale sfrutta un principio diverso:

- il segnale osservato in una determinata banda di frequenza ( $\Delta\nu$ ) viene campionato in modo molto veloce, in modo tale da avere almeno due campioni per ogni oscillazione a tutte le frequenze ( $\nu$ ) osservate.
- il segnale viene quindi digitalizzato e registrato da un convertitore analogico-digitale (ADC).
- infine i segnali vengono processati da un Digital Signal Processor (DSP), che ad esempio ne fa la trasformata di Fourier.

Allo scopo di non perdere informazione ed evitare di generare dei segnali “fantasma” occorre rispettare alcuni criteri:

- Serve utilizzare un filtro passa-banda per rigettare le frequenze esterne alla banda di osservazione ( $\Delta\nu$ ).
- La frequenza di campionamento ( $\nu_s$ ) non deve essere inferiore a due volte la massima frequenza ( $\nu$ ) della radiazione osservata:  $\nu_s < 2\nu$  o, in alternativa, deve risultare  $\nu_s < 2\Delta\nu$  (teorema del campionamento o teorema di Nyquist-Shannon).

Il ricevitore digitale consente, attraverso il DSP, di ottenere lo spettro in frequenza  $[X(f)]$  della radiazione osservata, per mezzo della trasformata di Fourier del segnale campionato  $[x(t)]$ :

$$X(f) = \int_{\mathbb{R}} x(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad x(t) = \int_{\mathbb{R}} X(f) e^{j2\pi ft} df$$

### 3.4 Linee di trasmissione

Si definisce linea di trasmissione un sistema in grado di trasmettere un segnale elettrico. Questa è costituita in genere da una coppia di conduttori. Il concetto di linea di trasmissione può essere esteso anche ad una guida d'onda o a un sistema ottico, formato da lenti e specchi. Ogni linea di trasmissione presenta una impedenza caratteristica definita dalla costante dielettrica e dalla permeabilità magnetica del materiale. Si considera un modello ad elementi distribuiti: una resistenza  $R$  in serie ed una conduttanza  $G$  in parallelo, che tengono conto delle perdite dissipative; una induttanza  $L$  in serie ed una capacità  $C$  in parallelo, che tengono conto dell'accoppiamento reattivo. Queste quantità sono definite per unità di lunghezza  $\Delta x$ . [immagine]

Si definisce Impedenza caratteristica  $Z_0$  di una linea l'impedenza che, quando è inserita come carico alla sua uscita, risulta uguale all'impedenza vista in ingresso [immagine]

$$Z_1 = (R + j\omega L)\delta x, \quad Z_2 = \frac{1}{G + j\omega C}\delta x$$

Dunque

$$\begin{aligned} Z_{\text{in}} = Z_0 &= \frac{1}{2}Z_1 + \left[ \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{\frac{1}{2}Z_1 + Z_0} \right]^{-1} \\ Z_0 &= \sqrt{\frac{1}{4}Z_1^2 + Z_2Z_1} \\ Z_0 &= \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C} + (R + j\omega L)^2 \frac{1}{4}(\delta x)^2} \end{aligned}$$

Nel limite  $\delta \rightarrow 0$  si ottiene

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

Chiudendo in qualsiasi punto la linea, si osserva sempre l'impedenza caratteristica. Per una linea non dissipativa si ha  $R \ll \omega L$  e  $G \ll \omega C$ :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

L'impedenza caratteristica risulta essere reale nei seguenti casi

$$R = G = 0, \quad \frac{R}{L} = \frac{G}{C}$$

Nel primo caso la linea è non-dissipativa, nel secondo si ha una linea bilanciata. Un segnale in tensione o in corrente può essere scritto come

$$\frac{V(x)}{V_0} = e^{-\gamma x}, \quad \gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

I segnali si propagano seguendo l'equazione delle onde con velocità

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

Si può scrivere

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega \sqrt{LC}$$

dove  $\beta$  è la costante di fase. Il parametro  $\alpha$  è la costante di attenuazione

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d, \quad \alpha_c = \frac{R}{2Z_0}, \quad \alpha_d = \frac{1}{2}GZ_0$$

dove  $\alpha_c$  indica le perdite resistive mentre  $\alpha_d$  indica la conduzione del dielettrico. Scrivendo le equazioni che legano corrente e tensione in una linea non-dissipativa si ottiene l'equazione delle onde la cui soluzione generale prevede un'onda progressiva ed una regressiva:

$$V(x, t) = V_1 \left( t - \frac{v}{x} \right) + V_2 \left( t + \frac{v}{x} \right) = V_i + V_r, \quad I(x, t) = \frac{V(x, t)}{Z_0} = I_i + I_r$$

Si chiuda la linea con un carico resistivo  $Z_L = R_L$ . Si valutano i segnali ai capi del carico come somma delle onde progressiva e regressiva, introducendo un coefficiente di riflessione  $\rho$ :

$$V_L = V_i + V_r = V_i + \rho V_i = V_i(1 + \rho), \quad I_L = I_i + I_r = I_i(1 - \rho)$$

La corrente regressiva ha segno negativo perché scorre in senso opposto. Considerando

$$Z_L = \frac{V_L}{I_L}, \quad Z_0 = \frac{V_i}{I_i}$$

Si ottiene

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \implies \rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

La linea è adattata, ovvero  $\rho = 0$ , se e solo se  $Z_L = Z_0$ . In questo caso non si hanno riflessioni né onde stazionarie, e le ampiezze dei segnali sono costanti in tutta la linea. Una resistenza pari all'impedenza caratteristica della linea è in grado di assorbire tutta la potenza della linea. Viceversa, tutta la potenza emessa dalla resistenza riesce a propagarsi sulla linea.

Quando  $Z_L \neq Z_0$  la linea risulta disadatta, ovvero  $\rho \neq 0$ . In questo caso si hanno riflessioni e onde stazionarie. Il massimo disadattamento si ha in caso di linea aperta:

$$Z_L = \infty, \quad \rho = 1$$

la tensione raddoppia rispetto a quella in ingresso. Oppure in caso di corto circuito

$$Z_L = 0, \quad \rho = -1$$

Un carico resistivo è in grado di assorbire completamente i segnali elettrici solo se è adattato alla linea di trasmissione. In tal caso non vi sono riflessioni e il carico si comporta come un corpo nero. Analogamente la potenza emessa da un carico (resistore) può essere trasferita completamente da una linea solo se il carico è adattato. Le situazioni più critiche per l'adattamento di una linea si hanno alla transizione tra due linee con caratteristiche diverse, ad esempio tra cavo e guida d'onda, o tra due cavi o due guide con geometria diversa. Capacità e induttanza di una linea dipendono dalla geometria dei conduttori e dal dielettrico utilizzati. Per un cavo coassiale si ha

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{B}{A}, \quad C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{B}{A}}$$

con  $\mu = \mu_0\mu_r$  e  $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ . Dunque, per conduttore non dissipativo, si ha

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 60 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \ln \frac{B}{A}$$

I cavi coassiali utilizzati in laboratorio hanno, in genere, una impedenza caratteristica pari a  $Z_0 = 50 \Omega$ . In genere  $\mu_r = 1$  e si agisce su  $\varepsilon_r$ .

## 4 Sorgenti astrofisiche

**Emissione di una stella.** La luce che ci giunge dalle stelle è radiazione termica, ovvero radiazione di Corpo Nero. Infatti la distribuzione segue un andamento secondo Planck per gran parte dello spettro. Questo andamento è il risultato del fatto che la stella è una struttura in equilibrio termodinamico. La temperatura della distribuzione non è costante con la frequenza. Questo è dovuto al fatto che l'opacità dell'atmosfera è funzione della frequenza. In definitiva al variare della lunghezza d'onda cambia il raggio della sfera di ultimo scattering e quindi la temperatura della superficie osservata.

**Tipi spettrali.** La suddivisione in tipi spettrali identifica la temperatura superficiale della stella. La classificazione spettrale più utilizzata è quella di Harvard. Le stelle sono individuate dagli spettri misurati, sia del continuo che delle righe.

- Tipo W - Stelle Wolf-Rayet. Bande di emissione di H e He.
- Tipo O - Stelle molto calde. Righe di atomi più volte ionizzati (He II, C III, O III, N III). Continuo UV. Temperatura 30.000K.
- Tipo B - Stelle blu. Righe di He I e H. Temperatura 13,000-20,000K. Esempi: Rigel (Orione).
- Tipo A - Righe di H (Balmer), Mg II, Si II. Temperatura 10,000K. Esempi: Sirio, Vega, Altair.
- Tipo F - Stelle gialle. Righe di Ca II e metalli ionizzati. Temperatura 7,000-9,000K. Esempi: Procyon.
- Tipo G - Stelle gialle. Spettro Solare. Righe di Ca II e metalli neutri. Temperatura 6,000K. Esempi: Sole.
- Tipo K - Stelle rosse. Righe di metalli neutri. Temperatura 4,000K. Esempi: Arturo, Aldebaran.
- Tipo M - Stelle rosse. Righe di molecole CN, CH. Temperatura 3,000K. Esempi: Betelgeuse.
- Tipo R-N - Stelle rosse-arancio. Righe molecolari di composti del Carbonio. Temperatura 2,300-2,600K.

[r] formatting

**Classi di luminosità.** La luminosità è suddivisa in Classi. In ordine decrescente di luminosità si passa dalle Super-Giganti alle Sub-Nane:

- Classe I - Super-Giganti.
- Classe II - Giganti Luminose.
- Classe III - Giganti.
- Classe IV - Sub-Giganti.
- Classe V - Sequenza Principale (Sub-Nane).

La magnitudo ( $m$ ), legata alla luminosità ( $l$ ), è definita da:

$$m = -2.5 \log_{10} l + \text{cost}$$

**Ammassi stellari.** Negli ammassi aperti sono presenti solo nel disco galattico e comprendono la popolazione di stelle vicine al Sole. Gli Ammassi Aperti contengono  $10^2 - 10^3$  stelle. Si trovano nelle zone dove sono presenti nubi e gas. Sono sistemi poco legati gravitazionalmente. Si osservano in prevalenza giganti blu. Sono ricche di elementi pesanti (metalli). Rappresentano la testimonianza di Strutture Giovani: età di circa 100 Myr. Costituiscono la Popolazione I.

Gli ammassi globulari sono presenti nell'alone della galassia e spesso a grande distanza dal disco. Gli Ammassi Globulari contengono  $10^4 - 10^5$  stelle. Si trovano in zone dove non c'è presenza di materia diffusa. Sono sistemi molto legati gravitazionalmente (virializzati). Si osservano in prevalenza giganti rosse. Sono povere di elementi pesanti (metalli). Rappresentano la testimonianza di Strutture Anziane: età di circa 1 Gyr. Costituiscono la Popolazione II.

## 4.1 Il Sole

**Core centrale.** Il Sole produce al suo interno l'energia che poi irraggia attraverso la superficie e che giunge anche sulla Terra. L'energia viene prodotta attraverso le reazioni di fusione nucleare che portano ad ottenere, attraverso una serie di reazioni intermedie, un nucleo di elio a partire da quattro protoni (o nuclei di Idrogeno):



L'energia prodotta è ottenuta dal deficit di massa  $\Delta m$  della reazione. L'energia prodotta viene poi trasportata verso l'esterno attraverso meccanismi di trasporto radiativo (nella zona più interna) e convettivo (nella zona più esterna).

**Fotosfera.** I fotoni prodotti dalle reazioni nucleari subiscono innumerevoli interazioni prima di emergere dalla superficie del Sole. Questo processo porta alla termalizzazione del sistema. Lo strato dove la densità decresce in maniera decisa rappresenta anche la superficie di ultimo scattering dei fotoni solari. Questa superficie (più propriamente è uno strato) si indica col nome di fotosfera. Essa segna la transizione tra l'interno del sole ove si ha  $\tau \gg 1$  e l'atmosfera solare in cui  $\tau \ll 1$ . Lo spettro risultante quindi è quello di un corpo nero alla temperatura della fotosfera. Tutte le deviazioni da questo spettro sono dovute ad interazioni con l'atmosfera solare

$$L_{\odot} = 4\pi r^2 \sigma T_{\text{eff}}^4, \quad T_{\text{eff}} = (5777.0 \pm 2.5) \text{ K}$$

La gran parte dell'energia emessa è contenuta nella banda visibile. Il picco della distribuzione cade tra i 400 nm e i 700 nm.

**Spettro ottico e atmosfera.** Il gas residuo esterno alla fotosfera rappresenta l'atmosfera solare. I fotoni uscenti qui possono interagire con gli atomi o le molecole ed essere assorbiti: si ha quindi una riga di assorbimento. Infatti i fotoni vengono poi riemessi alla stessa frequenza ma vengono ridistribuiti in modo isotropo, mentre i fotoni assorbiti sono soprattutto quelli diretti radialmente. In definitiva si misura uno spettro di corpo nero con delle righe di assorbimento. La posizione delle righe dipende dalle specie chimiche presenti in atmosfera e dalla temperatura a cui si trovano: atomi ionizzati o neutri, molecole.

**Spettro UV e X.** A lunghezze d'onda inferiori a 400 nm la temperatura equivalente di corpo nero è inferiore a quella ottica. In particolare per  $150 \text{ nm} < \lambda < 300 \text{ nm}$  si ha ancora uno spettro termico con temperatura media di 4700 K. Per  $\lambda < 150 \text{ nm}$ , lo spettro è dominato dalle righe di emissione: la più intensa è la Lyman  $\alpha$  dell'H a  $\lambda = 121.57 \text{ nm}$  essa corrisponde al salto energetico dallo stato fondamentale alla ionizzazione. Questa regione dello spettro risulta variabile nel tempo. Gli strati più esterni della cromosfera e la corona emettono anche in banda X. L'emissione qui è estremamente variabile ed è legata all'attività solare.

**Spettro IR.** In banda Infrarossa l'emissione solare segue l'approssimazione di Rayleigh-Jeans dello spettro di Planck. Gli strati di fotosfera osservati sono più esterni e quindi più freddi della banda ottica. Al crescere della lunghezza d'onda la temperatura di corpo nero tende quindi a diminuire. Poi entrando nella cromosfera la temperatura riprende ad aumentare. Si ha un caratteristico minimo prima di una successiva risalita:

$$\begin{aligned}\lambda = 10 \mu\text{m} &\rightarrow T = 5000 \text{ K} \\ \lambda = 100 \mu\text{m} &\rightarrow T = 4000 \text{ K} \\ \lambda = 1 \text{ mm} &\rightarrow T = 6000 \text{ K}\end{aligned}$$

**La corona.** A partire dalle zone più esterne della cromosfera e soprattutto nella corona si ha un repentino aumento della temperatura che passa da circa  $6 \times 10^3 \text{ K}$  fino a circa  $10^6 \text{ K}$ . In questa zona il gas risulta completamente ionizzato e la densità del plasma è  $N_e \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$ . L'emissione radio del sole è il risultato del bremsstrahlung termico in atmosfera. La Corona è opaca in banda radio. La quota a cui questo accade è funzione della frequenza  $\nu$ , legata alla frequenza di plasma  $\nu_p$ , a sua volta legata alla densità del plasma  $N_e$ :

$$\nu \sim \nu_p = 0.008 N_e \text{ (MHz)}$$

La profondità ottica  $\tau$  in questo gas di plasma cresce all'aumentare della lunghezza d'onda. Essa è trascurabile in ottico e diventa maggiore di uno nelle microonde.

Questo è il motivo per cui la corona risulta molto brillante in banda radio, mentre è praticamente trasparente in infrarosso e visibile. L'indice di rifrazione stesso varia con la frequenza in funzione della frequenza di plasma:

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu_p}{\nu}\right)^2}$$

[immagine] Osservando le estremità del sole, il disco, si osserva un aumento di temperatura in banda radio.

**Banda radio.** Il Sole (come le Stelle non peculiari) emette radiazione di Corpo Nero alla temperatura a cui si trova la sua fotosfera:

$$S_\nu = 2k \frac{\nu^2}{c^2} T_B \Omega_S$$

La temperatura del Sole (come per le altre stelle) è funzione della distanza dal centro: si ha un minimo di Temperatura nel punto più esterno dove si ha ionizzazione completa. Frequenze diverse sondano profondità differenti e quindi misurano temperature differenti. Le stelle (e il Sole)



hanno inoltre una emissione variabile che dipende dall'attività stellare (solare). In definitiva in banda radio si ha una corona molto brillante ( $T \sim 10^6$  K) che sovrasta una fotosfera più fredda (T6-103 K) ma più densa. La brillantezza misurata dipende quindi dalla profondità ottica che la radiazione vede attraversando la corona: questa è funzione della frequenza  $\nu$  che a sua volta dipende dalla densità del plasma Ne.

Accanto all'emissione costante esistono delle componenti di emissione variabile che dipendono dall'attività magnetica del sole. Esiste una componente lentamente variabile legata al ciclo magnetico solare di 11 anni. Questa è correlata alla presenza di strutture quali macchie solari e buchi coronali, visibili in periodi di elevata attività solare, assenti nelle fasi di minimo.

Componenti rapidamente variabili, sono legate a tempeste magnetiche, espulsione di materiale dalla superficie, fenomeni legati all'attività solare. Risultano molto più frequenti nelle fasi di massima attività solare e quasi assenti in periodi di minimo.