Astrophysics Laboratory

14 ottobre 2022

Indice

Lezione 1

gio 06 ott 2022 10:30

1 Introduzione

Si studiano le tecniche e la strumentazione utilizzate nelle osservazioni astrofisiche:

- grandezze ed osservabili in astrofisica;
- antenne, telescopi, ottiche;
- sistemi di rivelazione;
- caratterizzazione e calibrazione di rivelatori;
- sorgenti di rumore e motivi di limitazione alle osservazioni;
- tecniche di estrazione del segnale;
- analisi dei dati;

Le lezioni fanno riferimento alle bande spettrali radio, microonde e raggi cosmici.
Si descrivono le caratteristiche di alcuni oggetti e sorgenti astronomici: Sole, Luna, galassia, Radiazione cosmica a microonde. Vengono introdotti i raggi cosmici, si studiano le loro proprietà e come si possono osservare.

Grandezze ed osservabili astrofisiche. Le osservazioni fatte a 2.5 GHz sono molto disturbate. Tale frequenza è usata in molte applicazioni (Wi-Fi, microonde) perché è una radiazione che penetra i materiali.
Diverse frequenze forniscono un'immagine diversa del cielo. Si fanno osservazioni a 1.4 GHz cioè la frequenza della radiazione di transizione iperfina dell'idrogeno. Si osservano anche radiazioni di Bremsstrahlung.

Banda radio. Le tecniche radio si possono usare fino a frequenze di 1 THz. Questo limite è dato dall'utilizzo di ricevitori coerenti: misurano il campo elettrico. Oltre una certa frequenza, un ricevitore coglie solamente una media temporale. Questi sono i rilevatori incoerenti, non misurano la fase, sebbene continuano a misurare l'ampiezza. Con un'antenna si può osservare un solo modo spaziale e quindi esse operano in regime diffrattivo: si ha una figura di diffrazione. Si ha una relazione tra apertura ed angolo di osservazione

$$A\Omega = \lambda^2$$

dove A è la superficie di osservazione e Ω l'angolo solido. Queste due sono da intendersi come grandezze efficaci. Per ricevitori incoerenti, la relazione non è più valida, ma si ha

$$A\Omega \geq \lambda^2$$

si possono osservare più modi di radiazione.

Brillanza. Una sorgente è definita dalle caratteristiche della luce emessa e dalle sue proprietà geometriche. Un osservatore determina queste proprietà a partire da un sistema che ha una sua area sensibile $\mathrm{d}A$ ed un angolo solido $\mathrm{d}\Omega$ [r].
La brillanza B (brightness) si definisce a partire dalla potenza ricevuta dalla sorgente

$$\mathrm{d}W = B\cos\theta\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}A\,\mathrm{d}\nu$$

[r] Ricevendo N fotoni al secondo, allora il numero per unità di area, angolo solido e frequenza è

$$n = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}A\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}\nu} \implies B(\nu) = n(\nu)h\nu$$

La potenza per unità di frequenza w è

$$\mathrm{d}w = B\cos\theta\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}A$$

Quando la brillanza è uniforme si ha

$$w = \pi AB$$

Se è uniforme anche in banda spettrale, allora

$$W = \pi AB\Delta\nu = Nh\nu$$

Flusso. La densità di flusso S è

$$S = \int_{\Omega_{\text{sorg}}} B(\theta,\phi)\,\mathrm{d}\Omega$$

La densità di flusso si esprime in Jansky

$$1\,\mathrm{Jy} = 10^{-26}\,\mathrm{Wm^{-2}Hz^{-1}}$$

Per passare al flusso bisogna integrare rispetto la frequenza

$$S' = \int_{\Omega_{\text{sorg}}}\int_{\nu} B(\theta,\phi)\,\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}\nu = \int_{\Omega_{\text{sorg}}} B'(\theta,\phi)\,\mathrm{d}\Omega$$

Flusso osservato. Un'antenna ha diversa efficienza in base alla direzione di osservazione. Sia $P_n(\theta,\phi)$ la risposta angolare normalizzata. Si definisce l'angolo solido dell'antenna

$$\Omega_A = \int P_n(\theta,\phi)\,\mathrm{d}\Omega$$

Bisogna confrontare tale quantità con l'angolo solido della sorgente per studiare vari fenomeni osservativi. La densità di flusso osservata è

$$S_o = \int B(\theta, \phi) P_n(\theta, \phi) \, \mathrm{d}\Omega$$

Per una sorgente puntiforme $\Omega_s \ll \Omega_A$ si ha

$$P_n \approx P_0 \approx 1, \quad S_o \approx P_0 \int_{\Omega_s} B(\theta, \phi) \, \mathrm{d}\Omega \approx S$$

Si cattura tutto il flusso che arriva dalla sorgente. Aumentando la superficie di raccolta del telescopio, si restringe l'angolo solido perché $A\Omega = \lambda^2$, ma il flusso è identico.
Per una sorgente estesa $\Omega_A \ll \Omega_s$ si ha

$$S_o \approx B(\theta, \phi) \int P_n(\theta, \phi) \, \mathrm{d}\Omega \approx B(\theta, \phi) \Omega_A$$

in quanto la brillanza è, in approssimazione, costante. Il flusso osservato è inferiore al flusso della sorgente ($S \approx B\Omega_s$):

$$S_o \approx B(\theta, \phi) \Omega_A \approx S \frac{\Omega_A}{\Omega_s} \ll S$$

In questo caso, aumentando la superficie di raccolta (l'angolo solido diminuisce), la potenza osservata rimane costante ($W = SA$), ma il flusso osservato diminuisce.

Brillanza osservata. La brillanza apparente è legata al flusso osservato

$$B_o = \frac{S_o}{\Omega_A}$$

La brillanza media è intrinseca alla sorgente

$$B_m = \frac{S}{\Omega_s}$$

Per una sorgente estesa si ha

$$B_o = \frac{S_o}{\Omega_A} \approx \frac{\Omega_A}{\Omega_s} \frac{S}{\Omega_A} = \frac{S}{\Omega_s} = B_m$$

Per la sorgente puntiforme si ha

$$B_o = \frac{S_o}{\Omega_A} = \frac{S}{\Omega_A} = \frac{\Omega_s}{\Omega_A} B_m \ll B_m$$

Corpo nero. Tutti i corpi emettono radiazione elettromagnetica. Un buon assorbitore è anche un buon emettitore (per Kirchhoff). Un assorbitore perfetto è il corpo nero. In natura esistono corpi neri quasi ideali in un intervallo limitato di frequenze. Per costruire un corpo nero si può utilizzare la cavità di corpo nero. Tale cavità si utilizza per la calibrazione degli strumenti.

Lezione 2

mer 12 ott 2022 10:30

La brillanza di un corpo nero per unità di banda spettrale è

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2 r} \frac{1}{e^x - 1} = 2h\nu \frac{\nu^2}{c^2} n, \quad x = \frac{h\nu}{k_B T}$$

cioè la legge di Placnk. Sono presenti diversi termini:

- l'energia del fotone, $h\nu$;

- densità spaziale di modi, $\frac{\nu^2}{c^2}$;
- numero di occupazione, $n = \frac{1}{e^x - 1}$;
- stati di polarizzazione, 2.

In funzione della lunghezza d'onda si ha

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^x - 1}$$

Si ricorda che bisogna considerare anche il differenziale. Infatti

$$B' = \int B_v \, \mathrm{d}\nu = \int B_\lambda \, \mathrm{d}\lambda$$

La temperatura è l'unico parametro del corpo nero, essa determina univocamente la brillanza.

Per una sorgente che irraggia su di un angolo solido Ω_s, la densità di energia è

$$U_\nu = \frac{1}{c} \int_{\Omega_s} B_\nu \, \mathrm{d}\Omega = \frac{2h\nu^3 \Omega_s}{c^3} \frac{1}{e^x - 1}$$

La brillanza integrata su tutto lo spettro è data dalla legge di Stefan-Boltzmann

$$B' = \int_0^\infty B_\nu \, \mathrm{d}\nu = \int_0^\infty B_\lambda \, \mathrm{d}\lambda = \sigma T^4$$

Il picco di radiazione si sposta in funzione della temperatura secondo la legge di Wien

$$T\lambda_{\max}(B_\nu) = 5.1 \, \mathrm{K\,mm}, \quad T\lambda_{\max}(B_\lambda) = 2.9 \, \mathrm{K\,mm}$$

Il valore è diverso nei due casi perché la brillanza è scritta in modo diverso. In base alla temperatura si può determinare il picco di emissione.
Risulta utile osservare i casi limite della legge di Planck. L'approssimazione di Rayleigh-Jeans si ha per basse frequenze, $h\nu \ll k_B T$, da cui

$$B_\nu \approx 2 \frac{\nu^2}{c^2} k_B T = \frac{2k_B T}{\lambda^2}$$

che è quadratica nella frequenza. L'approssimazione di Wien è $h\nu \gg k_B T$ e si ha per alte frequenza:

$$B_\nu \approx 2 \frac{h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}}$$

che decade esponenzialmente.

Flusso da un corpo nero. La densità di flusso in frequenza è

$$S_\nu = \frac{2h\nu^3 \Omega_s}{c^2} \frac{1}{e^x - 1}$$

Nell'approssimazione di Rayleigh-Jeans si ha

$$S_\nu = 2 \frac{\nu^2}{c^2} k_B T \Omega_s = \frac{2k_B T}{\lambda^2} \Omega_s$$

in caso di temperatura non uniforme si ha

$$S_\nu = \frac{2k}{\lambda^2} \int_{\Omega_s} T(\theta, \phi) \, \mathrm{d}\Omega$$

Nell'approssimazione di Wien segue

$$S_\nu = 2 \frac{h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} \Omega_s$$

Temperatura di brillanza. La temperatura di brillanza è la temperatura che compare nell'approssimazione di Rayleigh-Jeans

$$B_\nu(\theta, \phi) = \frac{2k_B}{\lambda^2} T_B = 2k_B \frac{\nu^2}{c^2} T_B$$

La potenza che colpisce una superficie A in un angolo Ω nella banda $\Delta\nu$ è

$$W \approx \frac{2k_B}{\overline{\lambda}^2} T_B \Delta\nu \, A\Omega = 2k_B \frac{\overline{\nu}^2}{c^2} T_B \Delta\nu \, A\Omega$$

Per un sistema radio coerente si ha $A\Omega = \lambda^2$ ed una sola polarizzazione. Dunque

$$W = k_B T_B \Delta\nu$$

Questa relazione è indipendente dal sistema che si sta utilizzando.
La temperatura di brillanza coincide con la temperatura termodinamica T_0 di corpo nero solamente nella regione di R-J: $T_B \approx T_0$ per $h\nu \ll k_B T$ (più o meno intorno a $1\,\mathrm{GHz}$). In generale si ha

$$T_B = \frac{h\nu}{k_B} \frac{1}{e^x - 1}$$

Temperatura apparente. La temperatura apparente è associata al flusso o alla brillanza misurati

$$S_o = \int B P_n \, \mathrm{d}\Omega = \frac{2k_B}{\lambda^2} \int T_B P_n \, \mathrm{d}\Omega$$

$$T_A = \frac{\int T_B P_n \, \mathrm{d}\Omega}{\int P_n \, \mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{\Omega_A} \int T_B P_n \, \mathrm{d}\Omega$$

La seconda quantità è la temperatura d'antenna. Esso è quanto misurato in termini di temperatura di brillanza.
Per una sorgente puntiforme $\Omega_s \ll \Omega_A$ si ha

$$T_A \approx \frac{\Omega_s}{\Omega_A} T_B$$

Per una sorgente estesa $\Omega_A \ll \Omega_s$ si ha

$$T_A \approx T_B$$

Esempi di corpo nero. Alcuni esempi sono

- la radiazione cosmica a microonde $T_0 = (2.725 \pm 0.001)\,\mathrm{K}$;
- Le stelle $T = 5800\,\mathrm{K}$; la radiazione è un po' distorta a causa del percorso che i fotoni devono compiere per fuggire dalla superficie, inoltre ci sono varie regioni a temperature diverse. Si hanno anche delle righe di assorbimento dovute alla corona solare.

Assorbimento e profondità ottica. Si consideri un flusso che viaggia attraverso un mezzo assorbente. Il decremento di flusso a causa di un assorbimento è dato da

$$\mathrm{d}S = -S\alpha \, \mathrm{d}x$$

con α costante di attenuazione e $\mathrm{d}x$ lunghezza del percorso. Per α costante si ha

$$S(x) = S_s e^{-\alpha x} = S_s e^{-\tau}$$

con $\tau = \alpha x$ è la profondità ottica. Analogamente, per la brillanza

$$B(x) = B_s e^{-\alpha x} = B_s e^{-\tau}$$

Un mezzo è otticamente sottile se $\tau \ll 1$, mentre è otticamente spesso se $\tau \gg 1$.

Nube assorbente. Una nube di gas e polveri nel mezzo interstellare è un caso tipico di mezzo assorbente. La costante di attenuazione è legata alla densità del mezzo ed al coefficiente di assorbimento:

$$\alpha = K\rho$$

La profondità ottica è

$$\tau = \int_0^{x_c} K\rho \, \mathrm{d}x$$

dove c sta per "cloud". Per un mezzo omogeneo si ha

$$\tau = K\rho x_c$$

Emissione di una nube. La potenza emessa da un volume unitario con densità ρ e coefficiente di emissione j è

$$\mathrm{d}w = j\rho \, \mathrm{d}V$$

La densità di flusso osservata a distanza r è

$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}w}{4\pi r^2} = \frac{j\rho \, \mathrm{d}V}{4\pi r^2}$$

Considerando un volume $\mathrm{d}V = r^2 \, \mathrm{d}r \, \mathrm{d}\Omega$, la brillanza infinitesima è

$$\mathrm{d}B = \mathrm{d}_\Omega S = \frac{j\rho \, \mathrm{d}V}{4\pi r^2 \, \mathrm{d}\Omega} = \frac{j\rho \, \mathrm{d}r}{4\pi}$$

Per uno spessore finito [r]

Nube in auto-assorbimento. La radiazione emessa dalla nube è anche auto-assorbita dal fattore $e^{-\tau}$:

$$\mathrm{d}B = \frac{j\rho \, \mathrm{d}r}{4\pi} e^{-\tau} \implies \frac{Bj}{4\pi K} \int_0^{\tau_c} e^{-\tau} K\rho \, \mathrm{d}r = \frac{j}{4\pi K} \int_0^{\tau_c} e^{-\tau} \, \mathrm{d}\tau = \frac{j}{4\pi K}(1 - e^{-\tau_c}) = B_c(1 - e^{-\tau_c})$$

Per $\tau \gg 1$ la brillanza della nube è B_c. Per la temperatura di brillanza si ha

$$T_B = T_c(1 - e^{-\tau_c})$$

Sorgente vista attraverso una nube. Ponendo una sorgente dietro una nube assorbente, si ha

$$\mathrm{d}B = -Bk\rho \, \mathrm{d}r + \frac{j\rho}{4\pi} e^{-\tau} \, \mathrm{d}r = -B \, \mathrm{d}\tau + \frac{j}{4\pi K} e^{-\tau} \, \mathrm{d}\tau$$

La brillanza osservata è

$$B = B_s e^{-\tau_c} +$$

[r] La temperatura di brillanza osservata è

$$T_B = T_s e^{-\tau_c} + T_c(1 - e^{-\tau_c})$$

Per una nube sottile si ha $T_B \approx T_s$. Per una nube spessa si ha $T_B \approx T_c$.

Atmosfera terreste. L'atmosfera terrestre si comporta come un mezzo assorbitole che a sua volta emette radiazione termica con emissività $\varepsilon < 1$. La trasparenza atmosferica è funzione della frequenza. Le bande spettrali in cui l'atmosfera è trasparente sono il visibile ed il radio, quelle in cui è opaca sono gli UV, gli X ed i gamma; per gli infrarossi e le microonde si hanno finestre di trasparenza. Le molecole che contribuiscono all'assorbimento sono l'acqua, l'ossigeno, l'ozono, l'anidride carbonica, il monossido di carbonio, etc. L'azoto molecolare, la sostanza più presente, non assorbe radiazione perché non ha momento di dipolo elettrico né magnetico.
Per ridurre l'impatto dell'atmosfera occorre scegliere siti osservativi in alta montagna ed in luoghi

secchi dove il vapore acqueo è minimo. Si possono usare anche palloni stratosferici, ma in alcune bande di frequenza occorre utilizzare satelliti.
L'emissione e la trasparenza atmosferica sono dipendenti dallo spessore ottico τ. La trasparenza è definita come il rapporto tra segnale osservato e segnale intrinseco di una sorgente

$$T(\nu) = \frac{B_o}{B_s} = e^{-\tau(\nu)}$$

L'emissione atmosferica può essere schematizzata come un corpo nero la cui emissività è variabile con la frequenza

$$B_{\text{atm}}(\nu) = (1 - e^{-\tau(\nu)})B_{\text{BB}}$$

Lo spessore ottico dipende dalla direzione di osservazione. Questo è minimo quando si osserva lo zenith. In approssimazione di strati piani e paralleli, si ha dipendenza dall'angolo zenitale z:

$$\tau(z) = \frac{\tau_0}{\cos z} = \tau_0 \sec z$$

L'atmosfera limita le osservazioni astronomiche a causa dell'inquinamento elettromagnetico antropico. In banda ottica, la luce diffusa limita la sensibilità. In banda radio, le interferenze dovute ai ari dispositivi elettronici limitano le frequenze utili.
Un'altra limitazione proviene dalla turbolenza atmosferica. La luce attraversa masse d'aria di densità diversa e non percorre una traiettoria rettilinea. L'immagine si muove sul piano focale e risulta meno nitida: si ha il fenomeno di seeing atmosferico che limita la risoluzione angolare a circa 1 arcsec. Bisogna correggere attivamente questo effetto. Si misura la fase dell'onda incidente e si deforma un elemento ottico che corregge il fronte d'onda rendendolo piano.
I siti osservativi sono scelti in modo tale da limitare la turbolenza atmosferica (magari dovuta al vento).

Sistemi di coordinate. Si possono utilizzare le coordinate locali o alt-azimutali. Le coordinate sono:

- l'altezza h è la distanza angolare dell'astro dall'orizzonte;
- l'azimuth A è la distanza angolare tra il meridiano locale (tipicamente il nord) e il meridiano passante per l'astro.

Questo sistema varia nel tempo e con la posizione dell'osservatore.
Esistono anche le coordinate equatoriali celesti:

- la declinazione δ la distanza angolare dall'equatore celeste (che è l'estensione dell'equatore della Terra sulla volta celeste);
- l'ascensione retta α è la distanza angolare tra il punto γ o d'ariete e l'intersezione del cerchio orario dell'astro con l'equatore celeste.

Infine, esistono le coordinate galattiche. Il riferimento è il piano galattico e il sole è al centro:

- la longitudine galattica l è la distanza angolare tra il centro galattico e l'intersezione del meridiano galattico con il piano;
- la latitudine galattica b è la distanza angolare dal piano galattico celeste.

Per convertire tra le coordinate equatoriali e le coordinate alt-azimutali bisogna conoscere alcune grandezze accessorie che includono il tempo e la posizione dell'osservatore. Le grandezze usato sono

- l'angolo orario H è la distanza angolare tra il punto di mezzocielo M e l'intersezione del meridiano celeste passante per l'astro con l'equatore celeste;
- il tempo siderale locale (LST) è l'ascensione retta che sta passando in quel momento sul meridiano locale;

- la latitudine geografica φ.

Per convertire coordinate equatoriali in coordinate galattiche bisogna operare una rotazione rigida.

Lezione 3

gio 13 ott 2022 10:30

2 Antenne e telescopi

Un radiotelescopio è un sistema in grado di ricevere e misurare le onde radio he interagiscono con l'antenna. L'antenna è l'elemento che raccoglie le onde elettromagnetiche dall'esterno e le traduzione in una grandezza che può essere rivelata. L'antenna è la regione di transizione tra lo spazio libero e la regione di onde guidate (in guida o in cavo). La sua funzione è assicurare che non ci siano perdite nella transizione. L'antenna definisce la regione di spazio da cui la radiazione viene raccolta. Essa delimita l'intervallo spettrale della radiazione che può essere rivelata. Il teorema di reciprocità afferma che l'antenna si comporta nello stesso modo in assorbimento ed in emissione.

Teorema di Nyquist. Un resistore è un assorbitore di potenza elettrica e costituisce l'equivalente elettrico di un corpo nero alla temperatura termodinamica T con un singolo modo spaziale ed un singolo grado di polarizzazione. A causa del moto termico degli elettroni di conduzione, il valore quadratico medio della corrente $\left\langle I^2 \right\rangle$ è diverso da zero.
La potenza che il resistore è in grado di scambiare (emettere o assorbire) è detta potenza di rumore=

$$W \,\mathrm{d}\nu = \frac{h\nu}{e^x - 1} \,\mathrm{d}\nu$$

In approssimazione di R-J si ha

$$W \,\mathrm{d}\nu = k_B T \,\mathrm{d}\nu$$

La potenza risulta costante con la frequenza e si parla di rumore bianco.

Teorema d'antenna. Si consideri ad un resistore a temperatura T connesso ad un'antenna. Un'antenna ideale è in grado di irraggiare tutta la potenza trasferita dal resistore:

$$W_{\text{out}} \,\mathrm{d}\nu = k_B T \,\mathrm{d}\nu$$

Si ponga l'antenna in una cavità isoterma con parenti assorbenti a temperatura T. L'antenna riceve dall'ambiente una potenza

$$W_{\text{in}} \,\mathrm{d}\nu = \frac{1}{2} A\Omega B_\nu(T) \,\mathrm{d}\nu = A\Omega \frac{\nu^2}{c^2} k_B T \,\mathrm{d}\nu$$

In quanto si è in equilibrio termodinamico, la potenza in ingresso è uguale alla potenza in uscita. Dunque

$$k_B T = A\Omega \frac{\nu^2}{c^2} k_B T = A \frac{\Omega}{\lambda^2} k_B T \implies A\Omega = \lambda^2$$

Una relazione analoga si ottiene considerando l'angolo corrispondente al primo minimo di diffrazione per un foro circolare

$$\sin\theta \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

La superficie A è una superficie efficace le cui dimensioni sono paragonabili alla superficie fisica dell'antenna.

2.1 Figura d'antenna.

Definizione. L'angolo solido dell'antenna è

$$\Omega_A = \int P_n(\theta, \varphi)\, \mathrm{d}\Omega$$

L'angolo solido del lobo principale:

$$\Omega_M = \int_{\text{lobo princ}} P_n(\theta, \varphi)\, \mathrm{d}\Omega$$

L'angolo solido dei lobi laterali:

$$\Omega_m = \Omega_A - \Omega_M = \int_{\text{lobi lat}} P_n(\theta, \varphi)\, \mathrm{d}\Omega$$

Il profilo d'antenna non è una gaussiana, ma è simile ad una figura di diffrazione: un picco centrale ed altri picchi secondari ai lati.

Definizione. L'angolo in cui la riposta si riduce a metà del massimo:

$$P_n(\theta_{\text{HPBW}}) = \frac{1}{2} P_n(0) = \frac{1}{2}$$

Il primo angolo in cui la risposta assume un valore nullo:

$$P_n(\theta_{\text{BWFN}}) = 0$$

Definizione. La direttività è il numero massimo di oggetti che possono essere risolti in un angolo solido di 4π:

$$D = \frac{4\pi}{\int P_n(\theta, \varphi)\, \mathrm{d}\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_A}$$

Definizione. Il guadagno direttivo è

$$G(\theta, \varphi) = D P_n(\theta, \varphi)$$

Definizione. L'efficienza del fascio è il rapporto tra angolo solido sotteso dal lobo principale ed angolo solido totale:

$$\varepsilon_M = \frac{\Omega_M}{\Omega_A}$$

Definizione. Il fattore di dispersione è il rapporto tra angolo solido sotteso dai lobi laterali ed angolo solido totale

$$\varepsilon_m = \frac{\Omega_m}{\Omega_A}$$

Definizione. L'efficienza dell'apertura è il rapporto tra apertura efficace ed apertura fisica dell'antenna

$$\varepsilon_A = \frac{A_e}{A_p}$$

Osservazione. Per antenne e radiotelescopi ad apertura circolare, la figura d'antenna è a simmetria cilindrica cioè funzione solo della distanza θ rispetto all'asse del fascio. Per antenne con aperture rettangolari è possibile definire due assi principali e descrivere la figura di antenna attraverso il profilo lungo i due piani principali.
Il lobo principale di una figura di diffrazione è bene approssimato da una gaussiana fino ad un ceto angolo.

2.2 Antenne radio

Dipolo. Un filo lungo L può essere eccitato da un campo elettrico che oscilla nella direzione del filo. Si pone

$$L = \frac{n\lambda}{2}$$

Si studia il campo prodotto da una carica che oscilla lungo il filo e si applica il teorema di reciprocità

$$P_n = \frac{\cos^2\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin^2\theta}$$

Il dipolo si utilizza a distanza D da uno schermo riflettente. Per cui

$$p_n = \frac{\cos^2\left[\frac{\pi}{2}\cos\theta\right]}{\sin^2\theta}\sin^2\left[\frac{2\pi}{\lambda}D\sin\varphi\right]$$

Un dipolo

- è utilizzato per osservare direttamente e per raccogliere la radiazione al fuoco di un telescopio;
- è in grado di ricevere la radiazione dallo spazio e trasferirla al ricevitore attraverso un cavo RF;
- ha bassa direttività;
- ha una illuminazione non isotropa;
- può essere usato al fuoco di un telescopio con un rapporto focale basso $\frac{f}{D} approx 0.25$.
- La risposta angolare non risulta simmetrica rispetto all'asse ottico del telescopio.

Horn. L'antenna horn è una guida che si allarga gradatamente in modo da consentire alle onde radio di avere una transizione morbida tra lo spazio libero e la regione in guida.
Un horn rettangolare si costruisce in modo che $\frac{\lambda}{2} < l_x < \lambda$ così da trasferire tutta la potenza in un singolo modo. [immagine] Le dimensioni L_x dell'apertura determinano le proprietà di diffrazione.
Per un horn circolare, il diametro del lato ricettivo dev'essere $\frac{\lambda}{2} < d < \lambda$.

2.3 Telescopi

Il telescopio è un sistema ottica in grado di formare una immagine da un oggetto posto a grande distanza. Una delle qualità di un telescopio è la capacità di raccogliere e concentrare la radiazione. Per aumentare la sensibilità del sistema è necessario concentrare la maggior quantità possibile di radiazione proveniente da una sorgente. Per poter studiare i dettagli della distribuzione di luce che si osserva occorre avere una adeguata qualità dell'immagine. L'intervallo di lunghezze d'onda che è possibile osservare con un telescopio è limitato dalle dimensioni del telescopio. Per la lunghezza d'onda massima risulta:

$$\lambda_{\max} < D$$

La lunghezza d'onda minima è fissata dalle imprecisioni della superficie del telescopio. Sia ε la rugosità RMS. L'errore di fase risulta essere

$$\delta = 4\pi\frac{\varepsilon}{\lambda}$$

Si lavora fino ad una lunghezza d'onda limite $\lambda_{\min} = 20\varepsilon$. Le dimensioni dell'apertura D del telescopio sono determinanti per la risoluzione angolare. L'angolo θ_{HPBW} che definisce l'ampiezza a mezza altezza (half power beam width), dovuto al fenomeno di diffrazione, risulta essere

$$\theta_{\mathrm{HPBW}} \approx \frac{\lambda}{D}$$

Questo angolo, per un telescopio di focale equivalente f_{eq}, corrisponde ad una dimensione dell'immagine sul piano focale data da

$$X_{\text{HPBW}} = f_{\text{eq}}\theta_{\text{HPBW}} \approx \lambda\frac{f_{\text{eq}}}{D}$$

2.3.1 Telescopi rifrattori

Il telescopio rifrattore è stato il primo telescopio utilizzato per osservazioni astronomiche da Galileo. Esso è costituito da una coppia di lenti: un obiettivo ed un oculare. L'obiettivo è una lente di focale lunga. Si definisce l'ingrandimento angolare come il rapporto tra l'angolo β sotteso dall'immagine dell'oculare e l'angolo α sotteso dalla sorgente

$$M = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_c}{f_{\text{eye}}}$$

Per aumentare l'ingrandimento bisogna aumentare la focale f_C dell'obbiettivo e quindi allungare il telescopio.
I grandi telescopi sono dei riflettori a causa delle difficoltà a costruire lenti di diametro maggiore alle decine di centimetri. I rifrattori sono affetti da problemi di trasparenza del materiale attraversato dalla radiazione che causa una perdita di flusso, e da problemi di aberrazione cromatica, ovvero una variazione dell'indice di rifrazione in base alla lunghezza d'onda. Per mitigare l'aberrazione si usano sistemi acromatici formati da più lenti.

2.3.2 Telescopi riflettori

I telescopi utilizzati negli osservatori sono telescopi a riflessione. Le perdite per assorbimento sono basse: gli specchi offrono una elevata riflettività in tutto lo spettro elettromagnetico, dalla banda radio fino alla banda ottica, al limite con il vicino ultravioletto. In particolare nell'infrarosso, la trasparenza del materiale con cui tipicamente vengono prodotte le lenti non può competere. Le proprietà di riflessione degli specchi non dipendono, in prima approssimazione, dalla lunghezza d'onda. Pertanto le ottiche sono esenti dall'aberrazione cromatica. Gli specchi possono raggiungere dimensioni molto superiori a confronto con le lenti. Questo significa poter costruire telescopi di grande apertura con i quali poter raccogliere un grande flusso di fotoni. Inoltre per la costruzione degli specchi è possibile scegliere vari materiali a seconda delle esigenze.
L'uso degli specchi consente anche di disegnare dei sistemi più compatti. Di contro, le lenti consentono di disegnare dei sistemi che si sviluppano lungo un solo asse ottico, evitando le complicazioni geometriche derivanti dalle riflessioni fuori asse degli specchi.
I riflettori vengono usati per trasformare un fronte d'onda piano in uno sferico. La radiazione proveniente da una distanza infinita e una direzione ben definita viene concentrata in un punto. Si possono usare riflettori singoli: in tal caso si pone il sistema che raccoglie la radiazione, un feed o i rivelatori, al fuoco dello specchio. Generalmente si tratta di uno specchio parabolico. I sistemi più usati sono combinazioni di due specchi, in cui feed o rivelatori vengono posti al fuoco del sistema. Le combinazioni più frequenti sono: sistemi Cassegrain e Gregoriani.
Il telescopio a singolo riflettore più usato è il paraboloide. La parabola è la superficie che coniuga un punto a distanza infinita (le sorgenti astronomiche) con un punto a distanza finita (il punto focale della curva). La superficie si ricava dalla rotazione della parabola intorno all'asse di simmetria (z). L'equazione, con l'origine nel vertice, è:

$$z = \frac{1}{R}(x^2 + y^2)$$

dove R rappresenta il valore del raggio di curvatura nel vertice. La distanza focale f è legata al raggio secondo

$$f = \frac{R}{2}$$

L'unico altro parametro che definisce le proprietà dello specchio parabolico in asse è il diametro di apertura D.
Lo svantaggio di questo sistema è che per raccogliere la radiazione nel fuoco non si può evitare di oscurare una parte della superficie. Per questo scopo spesso si utilizza una porzione di superficie fuori asse e la radiazione viene raccolta in una direzione che risulta ruotata rispetto alla direzione di incidenza. L'angolo di deviazione può essere scelto in maniera arbitraria. Un esempio particolare è quello in cui le due direzioni formano un angolo $\alpha = 90°$. Se si fissa come origine il punto di incidenza dell'asse ottico con la superficie dello specchio, l'equazione risulta:

$$z = 4\sqrt{2}f + x - 4\sqrt{2}\sqrt{f^2 + \frac{fx}{2\sqrt{2}} - \frac{y^2}{16}}$$