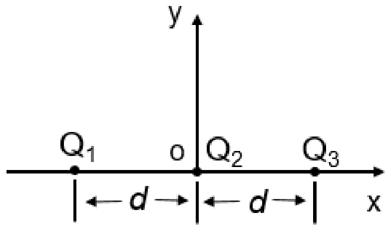
一、(15 分)

如右图所示，有三个点电荷 $Q_1$、$Q_2$ 和 $Q_3$ 沿一条直线等间距分布（间距为 $d$），且 $Q_1=Q_3=q$。已知其中任一点电荷所受合力均为零。




（1）求电荷 $Q_1$ 对电荷 $Q_3$ 作用力的大小与方向；

（2）求 $Q_2$ 的带电量；

（3）求在固定 $Q_1$、$Q_3$ 的情况下，将 $Q_2$ 从点 O 移动到无穷远处的过程中电场力所做的功。

参考解答：

(1)$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$(5分)

电荷$Q_1$对电荷$Q_3$的作用力的大小：

$$f = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(2d)^2} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 d^2}$$

排斥作用，方向向右（x轴正方向）。

(2)$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$(5分)

为了使$Q_3$受力平衡，需要$Q_2$对其施加向左的作用力:

$$f' = -f = -\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 d^2} = \frac{qQ_2}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$$

所以：

$$Q_2 = -\frac{q}{4}$$

(3)$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$(5分)

在$Q_1$，$Q_3$存在时，应用电势的叠加原理，o点的电势为：

$$U_o = 2\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 d}$$

将$Q_2$从o点移动到无穷远处，电场力做功等于$Q_2$在o点的电势能：

$$W = Q_2U_o = -\frac{q}{4}\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 d} = -\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 d}$$

二、(15 分)

强度为 $I_0$ 的自然光垂直入射，通过若干个理想偏振片。

（1）若该自然光通过一个偏振片，求透射光的光强；

（2）若通过两个偏振方向相交 $60^o$ 角的偏振片，求透射光的光强；

（3）若在这两个相交 $60^o$ 角的偏振片之间再插入另一偏振片，使它的方向与前两个偏振片均成 $30^o$ 角，则透射光的光强变为多少？

参考解答：

(1)·····························(5分)

自然光通过一个偏振片后：

$$I = I_0/2$$

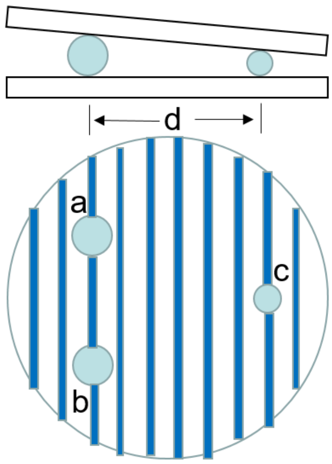
(2)·····························(5分)

$$I = \frac{I_0}{2}\cos^2(60^o) = \frac{I_0}{2} * \frac{1}{4} = \frac{I_0}{8}$$

(3)·····························(5分)

$$I = \frac{I_0}{2}\cos^2(30^o)\cos^2(30^o) = \frac{I_0}{2} * \frac{3}{4} * \frac{3}{4} = \frac{9I_0}{32}$$

三、(15 分)




如右图所示，将符合标准的轴承钢珠 a、b 和较小的待测钢珠 c 一起放在两块较厚的平板玻璃之间，从正上方垂直入射波长 580 nm 的光，得到如图中所示的干涉条纹。

（1）从 c 点处到 a 点处，光程差增加了多少？

（2）问钢珠 c 的直径比标准少多少？

参考解答：

(1)·····························(7分)

由图可见，从c点处到a点处经历了6个条纹宽度，所以

$$\delta = 6\lambda = 6 \times 580\,nm = 3480\,nm$$

(2)·····························(8分)

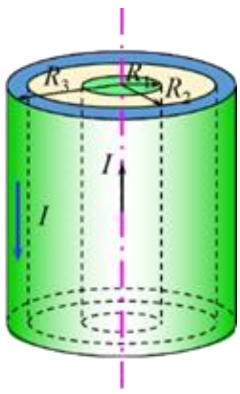
$$\delta = 2n\Delta e$$

$$\Delta e = \delta/2 = 3480/2 = 1740\,nm$$

钢珠c的直径比标准少1740 nm.

四、(15 分)

同轴电缆的内导体圆柱半径为 $R_1$，外导体圆筒内外半径分别为 $R_2$、 $R_3$（如



右图），电缆载有电流 I（电流面密度在内导体和外导体中都是均匀的），

（1）求内导体的电流面密度；

（2）求 $r < R_1$ 空间内磁感应强度的大小；

（3）求内外导体之间（$R_1 < r < R_2$）空间内磁感应强度的大小；

（4）求 $r > R_3$ 空间内磁感应强度的大小。

参考解答：

同轴电缆电流分布具有轴对称性，磁力线以电缆轴线为对称轴的同心圆，利用环路定理

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$ (4 分)

（1）内导体的电流面密度: $\sigma = \frac{I}{\pi R_1^2}$ (2 分)

（2）$r < R_1$,

$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \sigma \pi r^2 = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2}$ (2 分)

$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}$ (1 分)

（3）$R_1 < r < R_2$,

$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$ (2 分)

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (1 分)

（4）$r > R_3$,

$B \cdot 2\pi r = \mu_0 (I - I)$ (2 分)

$B = 0$ (1 分)

五、(15 分)

波长为 600 nm 的单色光垂直入射在一光栅上，第二级主极大出现在 $\sin\theta=0.20$ 处。试问：

（1）光栅上两缝的间距（光栅常数）是多少？

（2）若光栅上狭缝的宽度是光栅常数的 1/4，求哪些级主极大会出现缺级现象？

（3）若光栅上狭缝的宽度是光栅常数的 1/4，求在屏幕上可以呈现的全部主极大的级数（提示：衍射角 θ 在-90$^{o}$ 到 90$^{o}$ 范围内，不包含-90$^{o}$ 和 90$^{o}$）。

参考解答：

(1)$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$(5分)

由光栅公式：

$$d\sin\theta = k\lambda$$

光栅常数d:

$$\begin{aligned} d &= 2\lambda/\sin\theta \\ &= 2\times 600/0.2 = 6000\,nm. \end{aligned}$$

(2)$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$(5分)

$$\begin{aligned} d\sin\theta &= k\lambda \\ a\sin\theta &= k'\lambda. \end{aligned}$$

$$\frac{d}{a} = 4 = \frac{k}{k'}$$
$$k = 4k'$$

缺级的主极大：$k = \pm 4, \pm 8, ...$

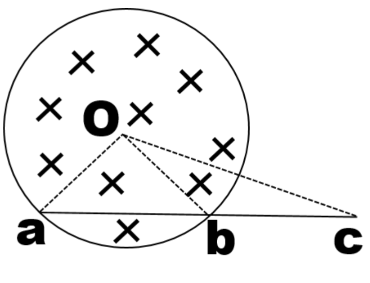
(3)$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$(5分)

$$\begin{aligned} \sin\theta &= k\lambda/d = 0.1\times k \\ -1 &< \sin\theta < 1 \\ -10 &< k < 10 \end{aligned}$$

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 9$$

六、(15 分)

磁感应强度为 $\bar{B}$ 的均匀磁场充满一半径为 $R$ 的圆柱形空间，$\bar{B}$ 的方向与圆柱轴线平行。一金属杆放在右图中 **a-c** 的位置，杆长为 $2R$，其中一半位于磁场内、另一半在磁场外。当 $\dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}>0$ 时，求：杆中的感应电动势的大小和方向。




参考解答：

∵ $$\varepsilon_{ac}=\varepsilon_{ab}+\varepsilon_{bc}$$ (3 分)

∵ 变化的磁场在 aO，bO, cO 处产生的电场与其垂直

∴ $$\varepsilon_{ab}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{abO}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[-\frac{\sqrt{3}}{4}R^2B]=\frac{\sqrt{3}R^2}{4}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$ (3 分)

$$\varepsilon_{bc}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{bcO}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[-\frac{\pi R^2}{12}B]=\frac{\pi R^2}{12}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$ (3 分)

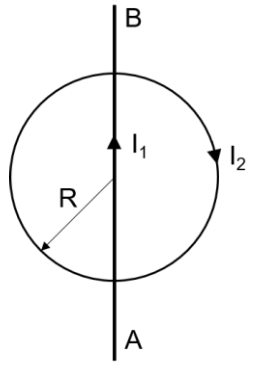
∴ $$\varepsilon_{ac}=[\frac{\sqrt{3}R^2}{4}+\frac{\pi R^2}{12}]\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$ (3 分)

∵ $$\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}>0,$$

∴ $\varepsilon_{ac}>0$ 即 $\varepsilon$ 从 $a\to c$ (3 分)

七、(10 分)

半径为 R 的平面圆形线圈中载有电流 $I_2$，另一无限长直导线 AB 中载有电流 $I_1$，设 AB 通过圆心，并和圆形线圈在同一平面内，如右图所示，求圆形线圈所受的磁力（安培力）的合力。



参考解答：

可以判断左右两半圆所受安培力的合力都是向右方向，（2 分）

且大小相等。

取角度为 $\theta$ 处电流元 $I_2 dl = I_2 R d\theta$, 磁场大小为

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R \sin\theta}$$ （3 分）

该电流元所受安培力如图所示:

$$df = I_2 dl B = \frac{I_2 d\theta \mu_0 I_1}{2\pi \sin\theta}$$ （2 分）

安培力的合力为：

$$\begin{aligned} F &= 2\int_0^{\pi} df \sin\theta \\ &= 2\int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \sin\theta} \sin\theta d\theta \\ &= 2\int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} d\theta \\ &= \mu_0 I_1 I_2 \end{aligned}$$ （3 分）