# 厦门大学《大学物理》B1 课程
# 期中试题·答案

考试日期：2016.4　　信息学院自律督导部整理

一、（14 分）

一质点在 $xoy$ 平面上运动，运动方程为 $x=2t$，$y=19-2t^2$，式中 $t$ 以 $s$ 计，$x,y$ 以 $m$ 计。求：

（1）质点的轨道方程；

（2）在 $t=1s$ 至 $t=2s$ 时间内质点的位移；

（3）任意时刻质点的速度矢量 $\vec{v}(t)$，及加速度矢量 $\vec{a}(t)$；

解：（1）质点的轨道方程：$y=19-\dfrac{x^2}{2}$　；　（4分）

（2）$\because \vec{r}_1=2\vec{i}+17\vec{j}$　，$\vec{r}_2=4\vec{i}+11\vec{j}$　，$\therefore \Delta\vec{r}=2\vec{i}-6\vec{j}(m)$　；　（1+1+2=4分）

（3）$\vec{v}(t)=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=2\vec{i}-4t\vec{j}(m/s)$　；　（3分）

$$\vec{a}(t)=\frac{d\vec{v}}{dt}=-4\vec{j}(m/s^2)$$　。　（3分）

二、（14 分）

一质点质量为 $m$，以初速度 $v_0$ 做直线运动，所受阻力与其速度成正比 $f=-kv$，其中 $k$ 为常量，当质点的速度减为 $v_0/n$ 时（$n>1$），求：

（1）质点速度由 $v_0$ 减为 $v_0/n$ 时所经历的时间；

（2）质点所能经过的最大路程 $x_{\max}$。

解：（1）质点动力学方程：$-kv=m\dfrac{dv}{dt}$　，　（3 分）

$\therefore \int_0^t dt=-\dfrac{m}{k}\int_{v_0}^{v_0/n}\dfrac{dv}{v}$　$\Rightarrow$　解得：$t=\dfrac{m}{k}\ln n$　；　（4 分）

（2）$\because -kv = m\frac{dv}{dt}\cdot\frac{dx}{dx} = mv\frac{dv}{dx}$ ，　　（3 分）

$\therefore \int_0^x dx = -\frac{m}{k}\int_{v_0}^{v_0/n} dv \quad \Rightarrow$ 　解得：$x_{\max} = \frac{mv_0}{k}(1-\frac{1}{n})$ 　　（4 分）

三、（15 分）

一质量为 $m = 2kg$ 的质点在 $xoy$ 平面内作圆周运动，圆的半径 $R = 2m$。在自然坐标系中，质点的轨道方程为 $s = 0.5\pi t^2$。求：

（1）$t = 1\ (s)$ 时质点的动量 $\vec{P}$；

（2）$t = 1\ (s)$ 时质点相对圆心的角动量的大小 $L_0$；

（3）在 $t = 0$ 至 $t = \sqrt{2}\ (s)$ 时间内质点所受合外力的冲量的大小 $I$；

解：（1）$\because \vec{v}(t) = \frac{ds}{dt}\vec{\tau} = \pi t\vec{\tau}(m/s)$ ，

$\therefore \vec{P} = m\vec{v} = 2\pi t\vec{\tau}(kg\cdot m/s)$ ，$\vec{P}_{t=1} = 2\pi\vec{\tau}(kg\cdot m/s)$ ；　　（2+3=5 分）

（2）$\because \vec{L} = \vec{r}\times\vec{P}$ ，$\therefore L = mRv$ ，

$\therefore L_{t=1} = mRv_{t=1} = 4\pi(kg\cdot m^2/s)$ ；（2+3=5 分）

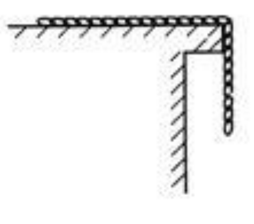
（方向垂直于圆平面，与 $\vec{r},\vec{P}$ 构成右螺旋关系）

（3）$\because \vec{P}_{t=0} = 0$ ，$\vec{P}_{t=\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\pi$ ，

$\therefore I = |\Delta\vec{P}| = |\vec{P}_2 - \vec{P}_1| = 2\sqrt{2}\pi(kg\cdot m/s) = 2\sqrt{2}\pi(N\cdot s)$ 。（1+1+3=5 分）

四、（15 分）

一质量为 $m$，长为 $l$ 的均质柔绳放在水平桌面上，桌面的静摩擦系数和动摩擦系数均为 $\mu$，求：



（1）绳的下垂长度 $l_0$ 至少要多大才能开始滑动?

（2）从下垂长度为 $l_0$ 开始滑动后，绳全部离开桌面时的速度（用 $l$ 表示）。

解：（1）垂下部分重力大小：$mg\dfrac{l_0}{l}$

未垂下部分所受静摩擦力：$f=\mu mg\dfrac{l-l_0}{l}$ ，（2 分）

当 $\mu mg\dfrac{l-l_0}{l}\le mg\dfrac{l_0}{l}$ 时，（2 分）

即当 $l_0\ge\dfrac{\mu}{1+\mu}l$ 时，绳子开始滑动。（3 分）

（2）下落过程中，摩擦力做功：

$$W_f=\int_{l_0}^{l}-\mu mg\frac{l-x}{l}dx=-\mu mg\frac{(l-l_0)^2}{2l}$$ ，（2 分）

下落过程中，重力做功：

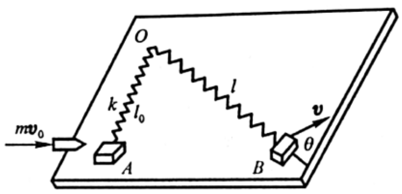
$$W_g=\int_{l_0}^{l}mg\frac{x}{l}dx=mg\frac{l^2-l_0{}^2}{2l}$$ （2 分）

动能定理：$W_f+W_g=\Delta E_k$ ，有：

$$-\mu mg\frac{(l-l_0)^2}{2l}+mg\frac{l^2-l_0^2}{2l}=\frac{1}{2}mv^2-0$$ （2 分）

得：$v=\sqrt{\dfrac{g}{l}[(l^2-l_0^2)-\mu(l-l_0)^2]}=\sqrt{\dfrac{gl}{1+\mu}}$ 。（2 分）

五、（14 分）




在光滑的水平面上，有一劲度系数为 $k$ 的轻弹簧，一端固定于 $O$ 点，另一端点联结一质量为 $M$ 的木块，处于静止状态。一质量为 $m$ 的子弹，以速度 $v_0$ 沿与弹簧垂直的方向射入木块，与之一起运动，如图所示。设木块由最初的 $A$ 点运动到 $B$ 点，弹簧的长度由原长的 $l_0$ 变成 $l$，求 $B$ 点处木块速度的大小和方位角 $\theta$。

解：a. 子弹入射过程：

动量守恒：$mv_0=(m+M)V$（2 分）

b. $m,M$ 由 $A\to B$ 过程：

系统机械能守恒：$\dfrac{1}{2}(m+M)V^2+0=\dfrac{1}{2}(m+M)v^2+\dfrac{1}{2}k(l-l_0)^2$（3 分）

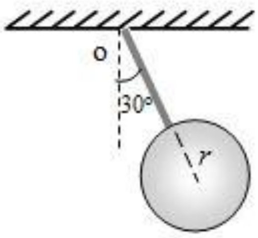
及角动量守恒：$l_0(m+M)V=l(m+M)v\sin\theta$ ，

即：$l_0 m v_0 = l(m+M) v \sin\theta$ （3 分）

求得：$v = \dfrac{1}{\mathrm{m+M}}\sqrt{m^2 v_0{}^2 - k(m+M)(l-l_0)^2}$ （3 分）

$$\sin\theta = \frac{l_0 m v_0}{l\sqrt{m^2 v_0{}^2 - k(m+M)(l-l_0)^2}}$$ （3 分）

六、 （14 分）




一钟摆可以在竖直平面内摆动。已知摆锤的质量为$m$，半径为$r$，摆杆的质量也为$m$，长度为$2r$。将钟摆拉离平衡位置至与竖直方向成$30^0$角，后由静止释放。求：

（1） 钟摆相对转轴$O$的转动惯量$J_0$；

（2） 钟摆由初始位置摆动到竖直位置的过程中重力矩所做的功。

解：（1）摆杆的转动惯量：$J_1 = \dfrac{1}{3}m(2r)^2 = \dfrac{4}{3}mr^2$ ， （3 分）

摆锤的转动惯量：$J_2 = \dfrac{1}{2}mr^2 + m(3r)^2 = \dfrac{19}{2}mr^2$ ， （3 分）

$\therefore$ 钟摆的转动惯量：$J = J_1 + J_2 = \dfrac{65}{6}mr^2$ ； （2 分）

（2）重力矩做功：

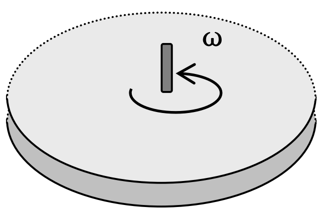
$$W = W_1 + W_2 = -\Delta E_{p1} - \Delta E_{p2}$$
$$= mgr(1-\cos 30^0) + 3mgr(1-\cos 30^0) = mgr(2-\sqrt{3})$$ 。

（3+3+1=7 分）

或：$W_1 = -\int_{\frac{\pi}{6}}^{0} mgr\sin\theta d\theta = (1-\dfrac{\sqrt{3}}{2})mgr$ ， $W_2 = -\int_{\frac{\pi}{6}}^{0} 3mgr\sin\theta d\theta = 3(1-\dfrac{\sqrt{3}}{2})mgr$ ，

$\therefore W = W_1 + W_2 = 2mgr(2-\sqrt{3})$

七、 （14 分）




质量为$m$，半径为$R$的均质圆盘放在粗糙的水平面上，圆盘与桌面的摩擦系数为$\mu$。开始时圆盘以角速度$\omega_0$绕竖直轴旋转，

（1） 求桌面对圆盘的摩擦力矩的大小；

（2） 当圆盘静止时，圆盘转过了多少圈？

解：（1）圆盘上取一细圆环，该圆环所受摩擦矩：

$$dM = -r \cdot \mu g dm = -2\pi\mu g\sigma r^2 dr \quad ,$$ （3 分）

圆盘所受摩擦矩：$M = \int_0^R -2\pi\mu g\sigma r^2 dr = -\frac{2}{3}\pi\mu g\sigma R^3 = -\frac{2}{3}\mu mgR$ ；（4 分）

（2）$\because M = J\alpha = J\frac{d\omega}{dt}\cdot\frac{d\theta}{d\theta} = J\frac{\omega d\omega}{d\theta}$ ，（2 分）

$$\therefore \int_0^\theta d\theta = \frac{J}{M}\int_{\omega_0}^0 \omega d\omega \quad \Rightarrow \quad \therefore \theta = -\frac{1}{2}\frac{J}{M}\omega_0^2 = -\frac{3}{8}\frac{R\omega_0^2}{\mu g}$$ ，（3 分）

其中：$J = \frac{1}{2}mR^2$

圆盘转过的圈数：$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{3}{16\pi}\frac{R\omega_0^2}{\mu g}$ 。（2 分）