Ch-5单项选择题

1. 已知三阶矩阵 A 的特征值为-1,0,1. 矩阵

$B = A^3 - 4A^2$, 则 $\det(B+4E)=$ (　　　　).

(A) 15　　(B) -15　　(C) 4　　(D) -4

2. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 的非零特征值是(　　　　).

(A) -2　　(B) 2　　(C) 4　　(D) -4

3. 设$\alpha=(1,-1,2)^T$是矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & b & a \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix}$的一个特征向量，则 a, b 的值为（　　　　）.

(A) 5,2　　(B) -3,1　　(C) 1,-3　　(D) -1,3

4. 设 A,B 都是 n 阶矩阵，且$P^{-1}AP=B$.若 A 的一个特征值为λ_0,对应于λ_0的特征向量为α,

则 B 的对应于λ_0的特征向量为（　　　　）.

(A) α　　(B) $P\alpha$　　(C) $P^{-1}\alpha$　　(D) $P^T\alpha$

5. 设λ_1,λ_2是矩阵 A 的两个不同的特征值,对应的特征向量分别为α_1,α_2,则$\alpha_1, A(\alpha_1+\alpha_2)$线性无关的充分必要条件是（　　　　　　）.

(A) $\lambda_1 = 0$　　　　(B) $\lambda_2 = 0$

(C) $\lambda_1 \neq 0$　　　　(D) $\lambda_2 \neq 0$

6. 设矩阵 A 与 B 相似,其中

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$$

则 a,b 的值分别为（　　　　　　）.

(A) 3,2　　(B) 3,5　　(C) -3,5　　(D) -3,-2

7. 设 4 阶矩阵 A 与 B 相似, A 的特征值为

$\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$, 则行列式 $\det(B^{-1}-E)=$ (　　　　).

(A) 24　　(B) -24　　(C) -32　　(D) 32

8. 下列矩阵中不能相似于对角矩阵的是 (　　　　).

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$　　(B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

9. 设 A,B 都是 n 阶矩阵,则下述结论中不正确的是（　　　　　）.

(A)若 $A\sim B$(A 相似于 B), 则 $A^T \sim B^T$

(B) 若 $A\sim B$, 且 A 可逆, 则 $A^{-1} \sim B^{-1}$

(C) 若 $A\sim B$, 且 A 可逆, 则 $A^* \sim B^*$

(D) 若 $A\sim B$, 且 A 可逆, 则 A,B 都相似于单位矩阵 E

10. 设 A,B 为 n 阶矩阵, 且 $A\sim B$, 则下述结论中不正确的是（　　　　　）.

(A) $r(A)=r(B)$

(B) $\det(A)=\det(B)$

(C) $\lambda E - A = \lambda E - B$

(D) $\det(\lambda E - A) = \det(\lambda E - B)$

11. 设二阶实对称矩阵 A 的特征值为 1, 2. 对应于特征值 1 的特征向量为 $\alpha_1=(1,-1)^T$，则矩阵 $A=$ (　　　　　　).

(A) $\begin{pmatrix} \frac{7}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$　　(B) $\begin{pmatrix} \frac{7}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

12. 设 $\alpha=(1,0,-1)^T$，矩阵 $A=\alpha\alpha^T$，若 n 为正整数，则 $\det(aE-A^n)=$ (　　　　　　).

(A) $a-2^n$　　(B) $a^2(a-2^n)$　　(C) a^2-2　　(D) 0

13.设 3 阶矩阵 A 的特征值为-2, -1, 2.矩阵 $B=A^3-3A^2+2E$，则 $\det B$=(　　　　).

(A) -4　　(B) -16　　(C) -36　　(D) -72

14.设 A 为 3 阶矩阵,满足 $\det(3A+2E)=0$, $\det(A-E)=0$, $\det(3E-2A)=0$, 则 $\det(A^*-E)=($　　　　$)$.

(A) $\dfrac{5}{3}$　(B) $\dfrac{2}{3}$　(C) $-\dfrac{2}{3}$　(D) $-\dfrac{5}{3}$

15.设 n 阶矩阵 A 可逆,α 是 A 的对应于特征值 λ 的特征向量,则下列结论中不正确的是(　　　　).

(A) α 是矩阵-2A 的对应于特征值 -2λ 的特征向量

(B) α 是矩阵 $\left(\dfrac{1}{2}A^2\right)^{-1}$ 的对应于特征值 $\dfrac{2}{\lambda^2}$ 的特征向量

(C) α 是矩阵 A^* 的对应于特征值 $\dfrac{\det A}{\lambda}$ 的特征向量

(D) α 是矩阵 A^{T} 的对应于特征值 λ 的特征向量

16.设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{pmatrix}$,则 A 的全部特征值为(　　　　　).

(A) 3, 3, -3　　(B)1, 1, 7　　(C) 3, 1, -1　　(D) 3, 1, 7

17.已知 $\lambda=2$ 是 3 阶矩阵 A 的一个特征值, α_1,α_2 是 A 的对应于 $\lambda=2$ 的特征向量.

若 $\alpha_1=(1,2,0)^T$, $\alpha_2=(1,0,1)^T$, 向量 $\beta=(-1,2,-2)^T$,

则 $A\beta=$(　　　　　).

(A) $(2,2,1)^T$　　(B) $(-1,2,-2)^T$

(C) $(-2,4,-4)^T$　　(D) $(-2,-4,4)^T$

18.设 λ_1,λ_2 是 n 阶矩阵 A 的特征值，α_1,α_2 分别是 A 的对应于特征值 λ_1,λ_2 的特征向量,则(　　　　　　).

(A)当 $\lambda_1=\lambda_2$ 时，α_1,α_2 必线性相关

(B) 当 $\lambda_1=\lambda_2$ 时，α_1,α_2 必线性无关

(C)当 $\lambda_1\neq\lambda_2$ 时，α_1,α_2 必线性相关

(D) 当 $\lambda_1\neq\lambda_2$ 时，α_1,α_2 必线性无关

19. n 阶矩阵 A 具有 n 个不同特征值是 A 与对角阵相似的(　　　　　　).

(A)充分必要条件

(B)充分但非必要条件

(C)必要但非充分条件

(D)既非充分也非必要条件

20.设矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$,则下述矩阵中与 A 相似的矩阵是(　　　　).

(A) $A_1=\begin{pmatrix}2&1&0\\0&2&1\\0&0&3\end{pmatrix}$

(B) $A_2=\begin{pmatrix}2&1&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$

(C) $A_3=\begin{pmatrix}2&0&1\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$

(D) $A_4=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&2&0\\1&1&3\end{pmatrix}$

21.设 A,B 均为 n 阶矩阵,且 $A\sim B$,则(　　　　).

(A) $\lambda E-A=\lambda E-B$

(B)A 与 B 有相同的特征值和特征向量

(C)A 与 B 都相似于一个对角矩阵

(D)对任意常数 t, 必有 $tE-A\sim tE-B$

22.设 3 阶矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$有 3 个线性无关的特征向量,则 $x=$(　　　　).

(A) -1　　(B) 0　　(C) 1　　(D) 2

23.设矩阵 $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$,矩阵 $A\sim B$,则

$r(E-A)+r(A-3E)=($　　　　　$)$.

(A) 7　　(B) 6　　(C) 5　　(D) 4