



厦门大学《微积分 I -1》课程期末试题

考试日期：2016 年 1 月 信息学院自律督导部



一、求下列不定积分（每小题 6 分，共 12 分）。

1. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

2. $\int \frac{1 + \sqrt[3]{x+1}}{1+x} dx$

二、求下列函数极限（每题 8 分，共 16 分）。

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\arctan \frac{1}{n} + \arctan \frac{2}{n} + \cdots + \arctan \frac{n}{n} \right)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(1 + \int_0^{\sin x} \sin t^2 dt \right)}{x^3}$

三、求下列定积分（每小题 8 分，共 16 分）。

1. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x(\sin x + \sqrt{1-x^2}) dx$

2. $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{(x-1)(3-x)}} dx$

五、(10 分) 设 $f(x) = \frac{1}{1+x^2} + \sqrt{1-x^2} \int_0^1 f(x) dx$ ，求 $\int_0^1 f(x) dx$

六、(10 分) 设函数 $y = y(x)$ 满足微分方程： $y'' - 4y' + 3y = xe^x$ ，且其图形在点 (0,1) 处的切线

与曲线： $y = x^2 - \frac{1}{4}x + 1$ 在该点的切线重合，求函数 $y = y(x)$ 。

七、(10 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上连续，且 $F(x) = \int_0^x (x-2t)f(t)dt$ 。证明：

1. 若 $f(x)$ 是偶函数，则 $F(x)$ 也是偶函数；

2. 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加，则 $F(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内单调减少。

八、(12 分) 设 $f(x), g(x)$ 在 $[-a, a]$ 上连续, $g(x)$ 为偶函数, $f(x)$ 满足条件 $f(x) + f(-x) = A$ (A 为常数)。

1. 证明 $\int_{-a}^a f(x)g(x)dx = A \int_0^a g(x)dx$;

2. 计算 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin^5 x| \arctan e^x dx$ 。