

第十一章

几何光学

§ 11-1 几何光学的基本定律

几何光学：是以光的基本实验定律为基础，并且运用几何学的方法就能研究和说明一些光学问题的学科。

研究对象：

- 光学成像
- 照明工程



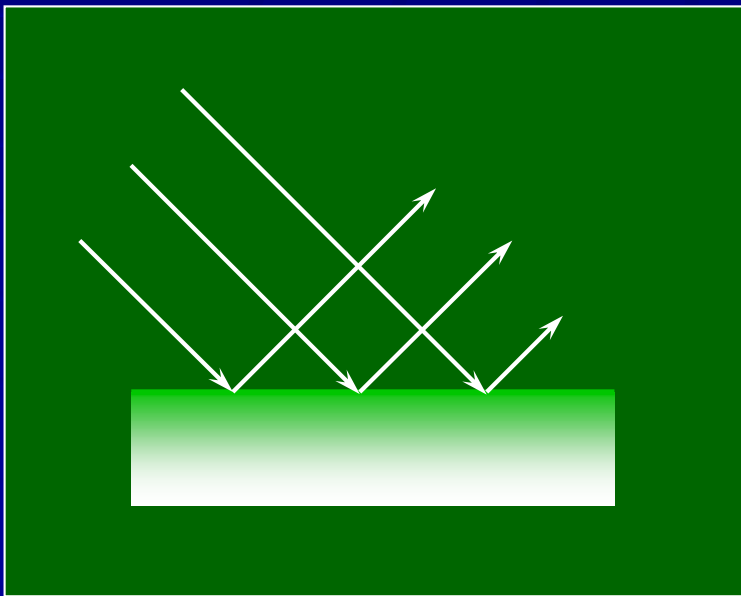
11-1-1 光的直线传播

光的直线传播定律：光在各向同性的均匀介质中沿直线传播。



11-1-2 光的反射

当光沿某一方向传播的过程中遇到两种介质的分界面时会发生一部分光被反射的现象。

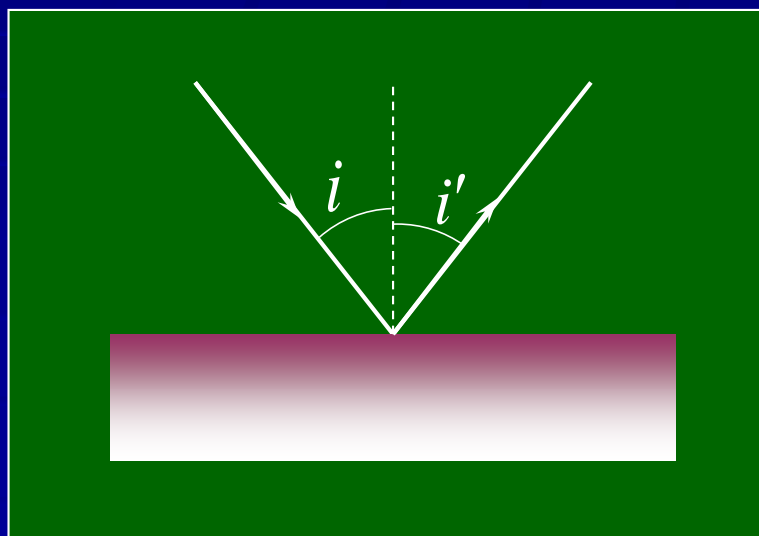
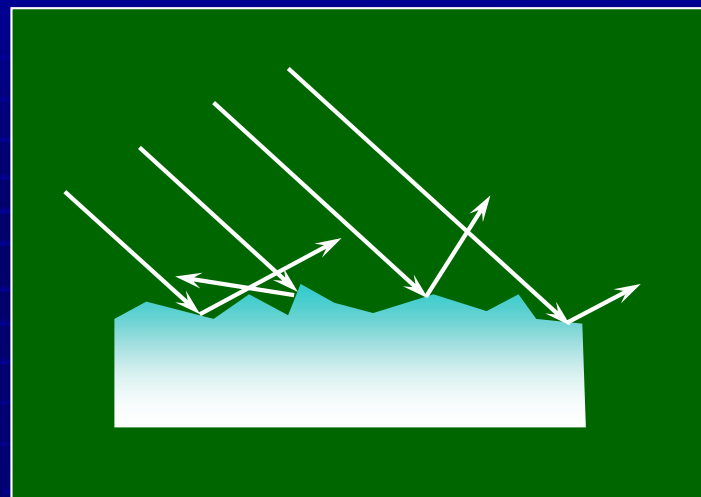


镜面反射：

界面光滑，反射光束中的各条光线相互平行，沿同一方向传播。

漫反射：

界面粗糙，反射光线可以有各种不同的传播方向。



反射定律： 反射光线总是位于入射面内，并且与入射光线分居在法线的两侧，入射角等于反射角。

$$i = i'$$

11-1-3 光的折射

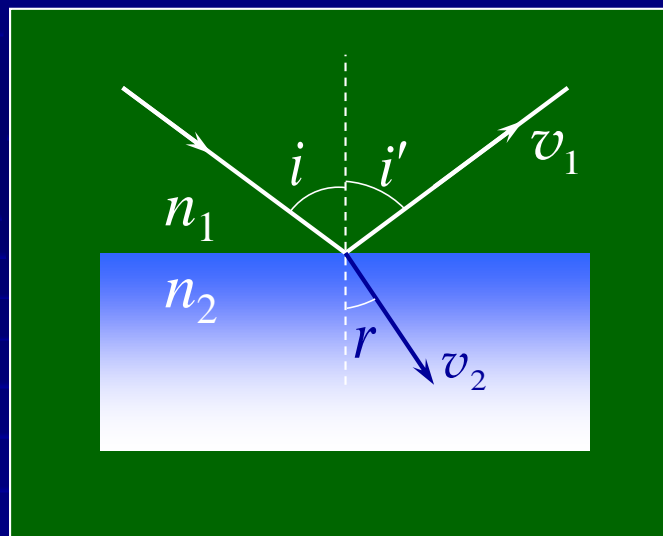
折射定律：

(1) 折射光线总是位于入射面内，并且与入射光线分居在法线的两侧；

(2) 入射角 i 的正弦与折射角 r 的正弦之比为一个常数

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}$$

n_{21} 称为第二种介质对第一种介质的相对折射率。



$$n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

绝对折射率：一种介质相对于真空的折射率 $n = c/v$ 。

几种介质的折射率

介 质	折 射 率	介 质	折 射 率
金 刚 石	2.42	水	1.33
玻 璃	1.50 ~ 1.75	酒 精	1.36
水 晶	1.54 ~ 1.56	乙 醚	1.35
岩 盐	1.54	水蒸气	1.026
冰	1.31	空 气	1.0003

设 $n_1 = \frac{c}{v_1}$ $n_2 = \frac{c}{v_2}$ $n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

设光的频率为 ν

$$v_1 = \nu \lambda_1 \quad , \quad v_2 = \nu \lambda_2 \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

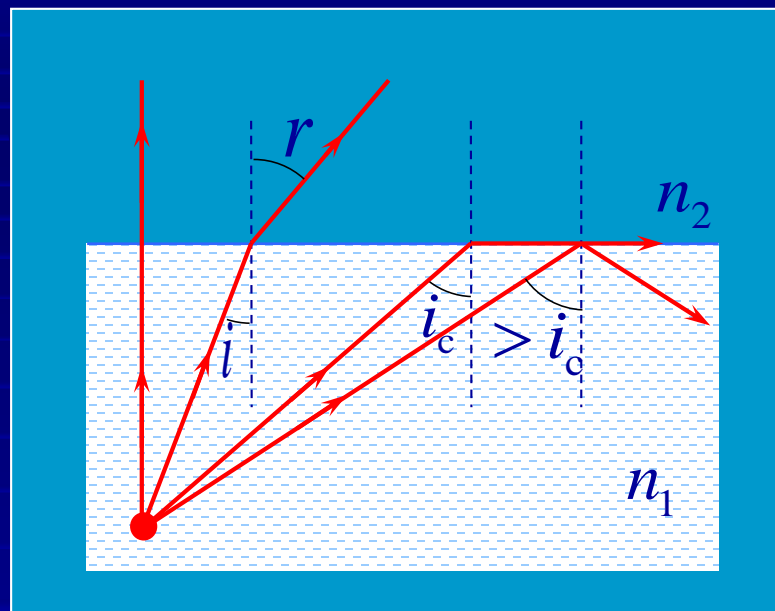
光路可逆性原理：如果光线逆着原反射光的方向入射，则其反射光必沿原入射光线的逆方向传播；如果光沿原折射光线的逆向入射，则其折射光线必沿原入射光线的逆向传播。

11-1-4 全反射

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

当 $n_1 > n_2$ 有 $i < r$

临界角 i_c ：相应于折射角为 90° 的入射角。



全反射：当入射角 i 大于临界角时，将不会出现折射光，入射光的能量全部反射回原来介质的现象。

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$$

§ 11-2 平面反射和平面折射成像

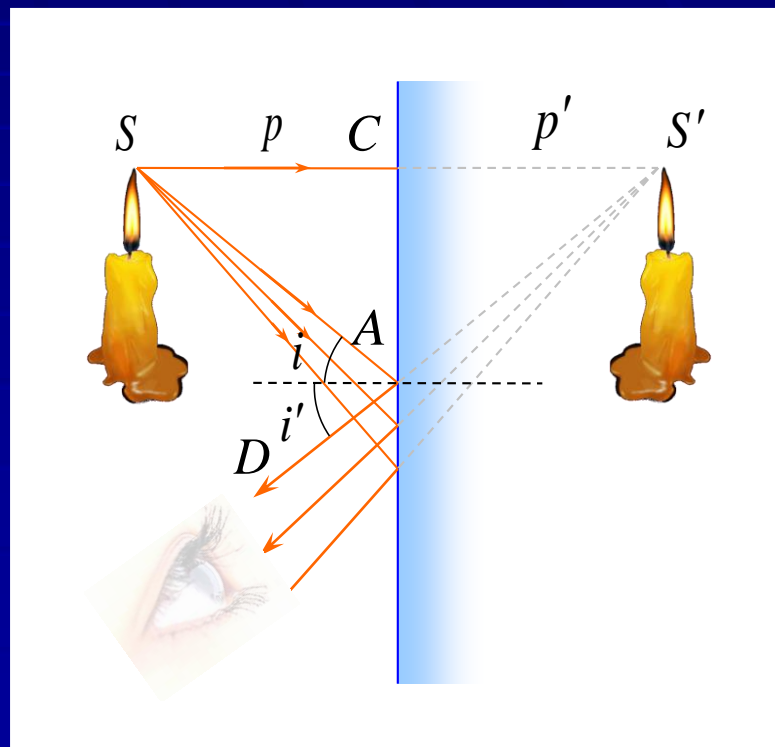
11-2-1 平面反射成像

$$\triangle SCA \cong \triangle S'CA$$

$$SC = S'C$$

结论：从点光源 S 发出的所有光线，不论其入射角的大小，经平面镜反射后，其反向延长线都将交于一点。

点 S' 为点 S 的像



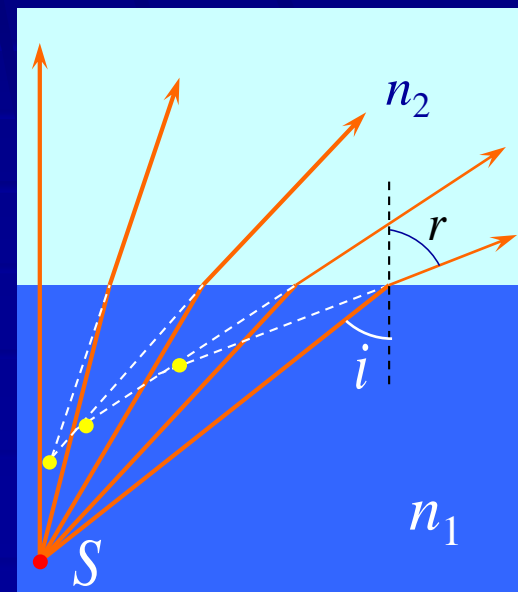
物距 (p) : 物点 S' 到镜面的距离。

像距 (p') : 像点 S' 到镜面的距离。

结论: 物体在平面镜中所成的虚像与物体本身的大小相等, 且物与像对称于平面镜。

11-2-2 平面折射成像

平面折射时, 各折射线
的反向延长线不交于同一点, 因此不具有同心性。这一现象称为**像散**。



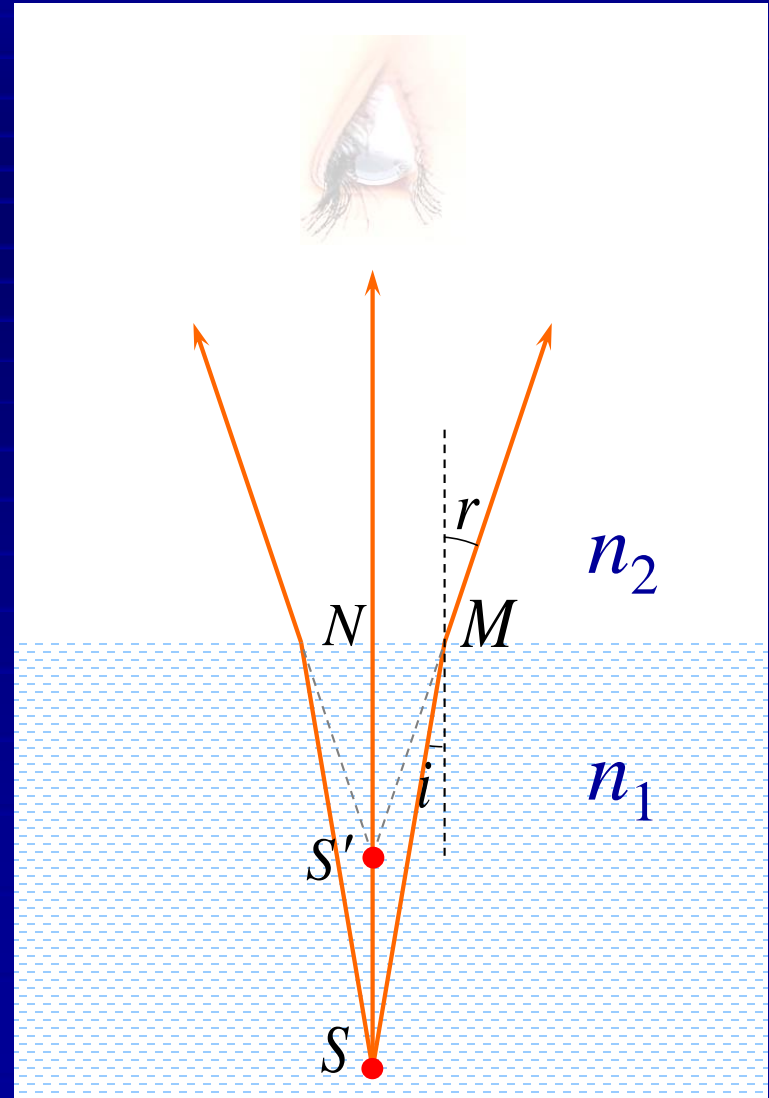
$$\sin i \approx \tan i = \frac{NM}{SN}$$

$$\sin r \approx \tan r = \frac{NM}{S'N}$$

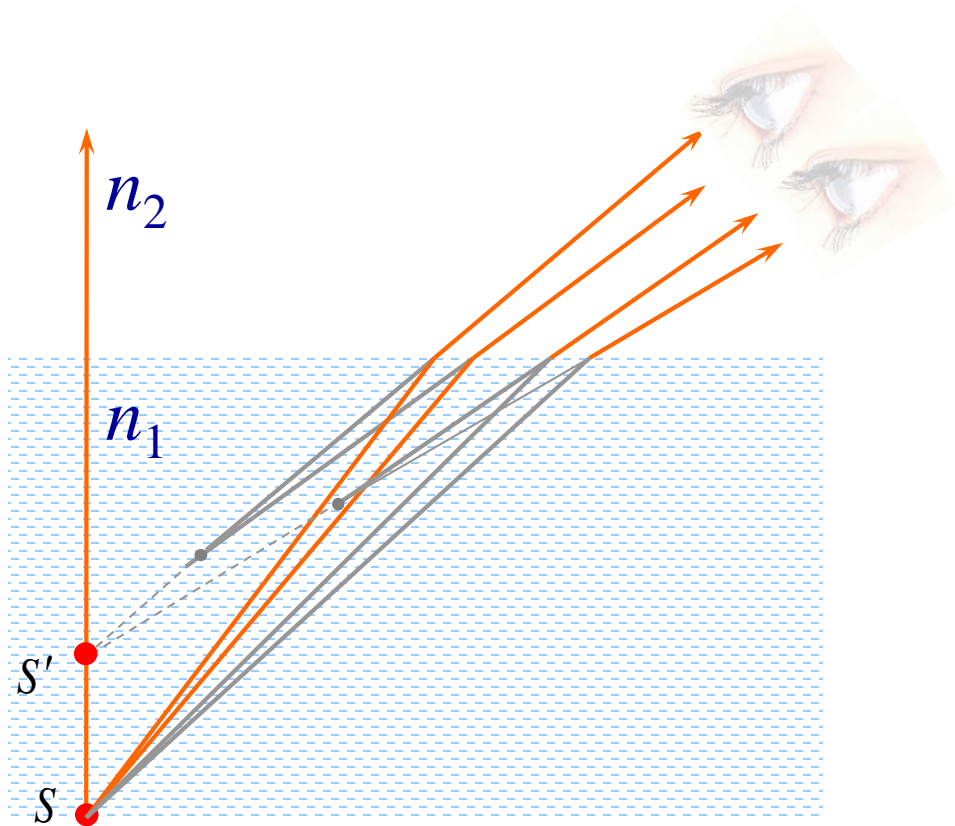
$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$S'N = \frac{n_2}{n_1} SN$$

$S'N$ 称为 S 的视深



沿任一折射线方向观察



§ 11-3 球面反射和球面折射成像

11-3-1 球面反射的成像公式

O 点为**镜顶**

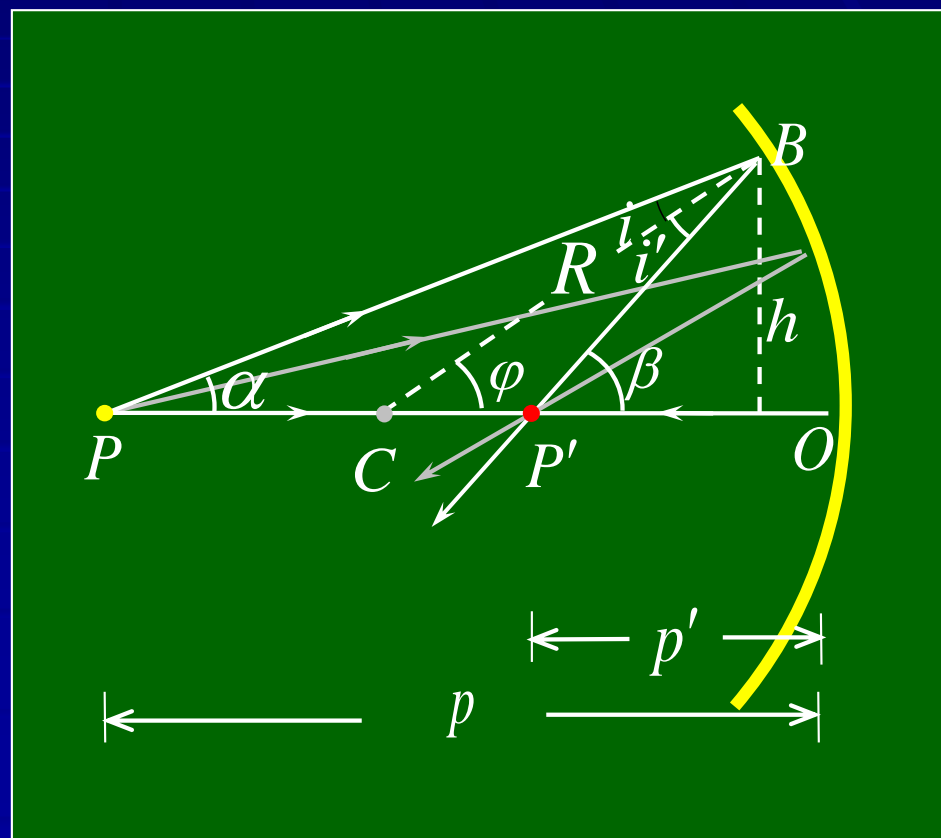
OP 为**主光轴**

$$\varphi = \alpha + i$$

$$\beta = \varphi + i'$$

$$\because i = i'$$

$$\therefore \alpha + \beta = 2\varphi$$



$$\alpha \approx \tan \alpha \approx \frac{h}{p} \quad \beta \approx \tan \beta \approx \frac{h}{p'} \quad \varphi \approx \tan \varphi \approx \frac{h}{R}$$

满足上述条件的光线称为**傍轴光线**。

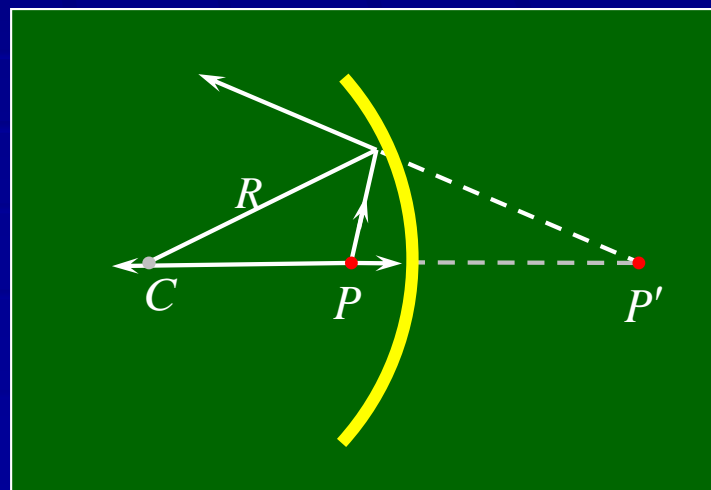
代入 $\alpha + \beta = 2\varphi$

物像关系式

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$$

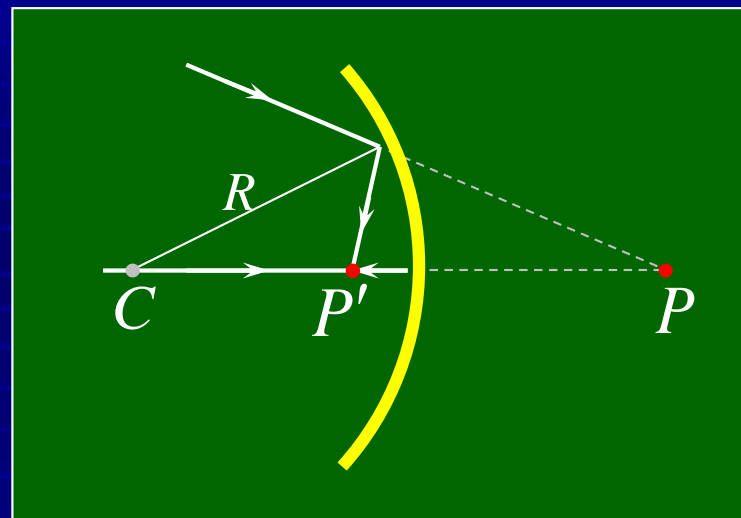
发散光入射凹镜： $p < R/2$

成虚像



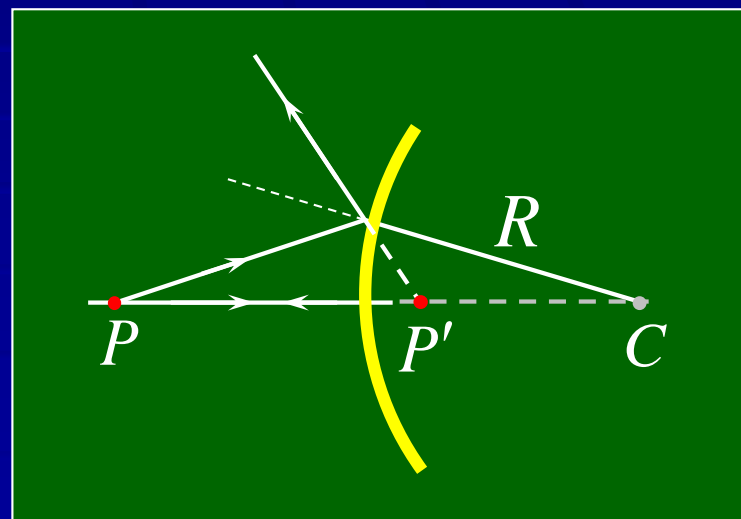
会聚光入射凹镜:

P 点为虚物点



发散光入射凸镜:

总是成虚像



符号法则：

- 物点在镜前时，物距为正；物点在镜后时，物距为负。
- 像点在镜前时，像距为正；像点在镜后时，物距为负。
- 凹面镜的曲率半径取正，凸面镜的曲率半径取负。
- **实正虚负**。

物点 P 在主光轴上离球面镜无穷远 ($p \rightarrow \infty$) 时, 入射光线可看做傍轴平行光线, 该物点的像点称为球面镜的**焦点**。

焦距 (f) : 球面镜顶点到焦点的距离。

球面镜焦距:
$$f = \frac{R}{2}$$

物像关系式:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

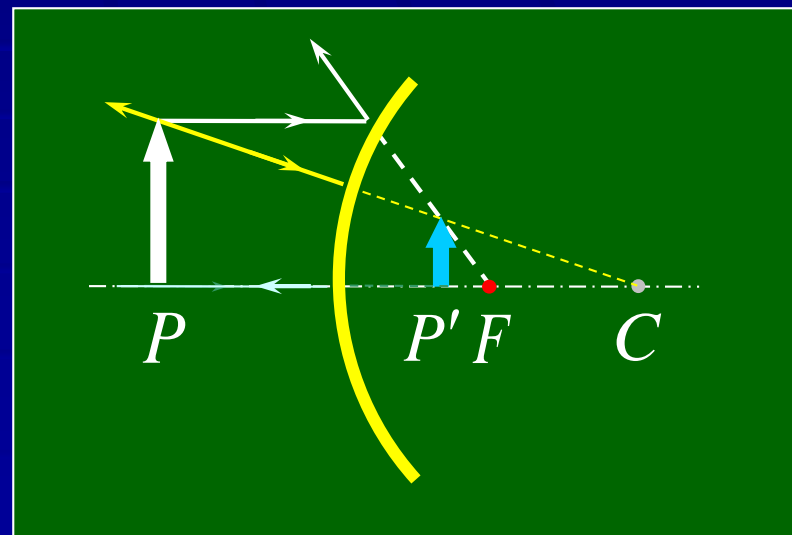
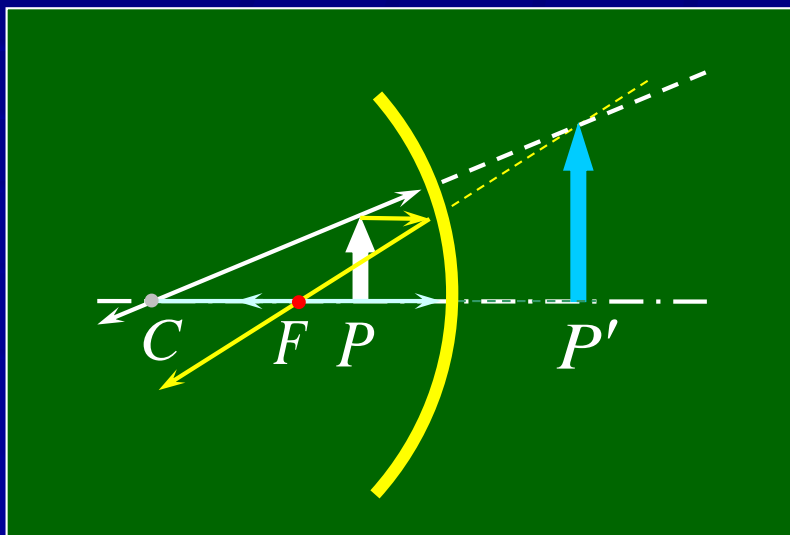
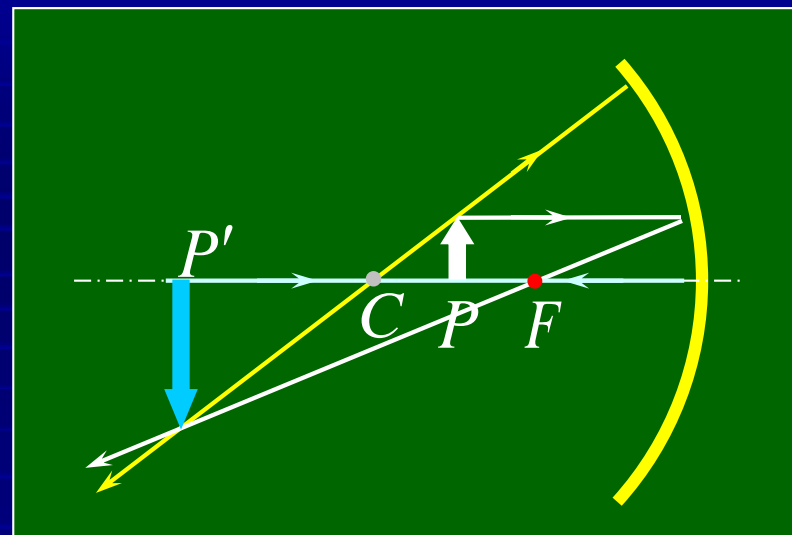
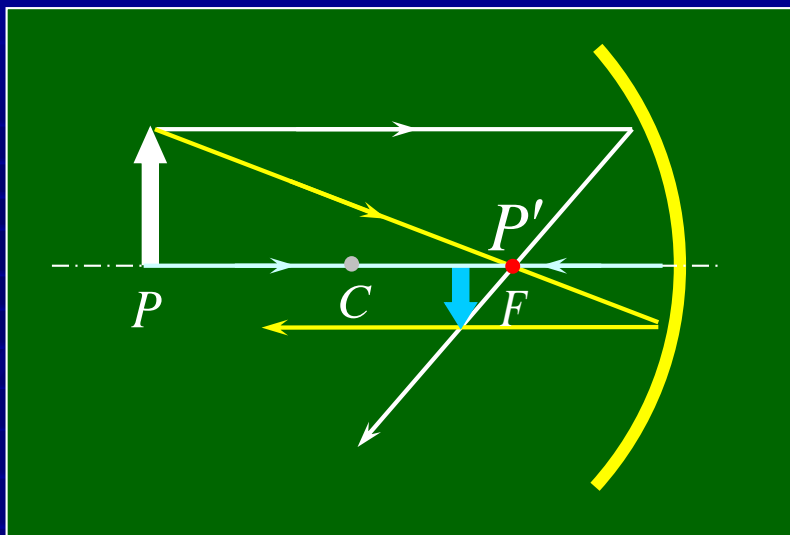
凹面镜, R 取正, 则 f 取正, 与实焦点相对应;

凸面镜, R 取负, 则 f 取负, 与虚焦点相对应。

11-3-2 球面镜成像的作图法

球面镜成像作图法的三条特殊光线：

- 平行于主光轴的傍轴入射光线经球面镜反射后过焦点 F ，或其反向延长线过焦点（根据焦点的定义）。
- 过焦点的入射光线经球面镜反射后，其反射光平行于主光轴（根据光路可逆性原理）。
- 过球面曲率中心 C 的光线（或它的延长线），经球面镜反射后按原路返回。



11-3-3 球面镜的横向放大率

设物体的高度为 y ，像高度为 y'

横向放大率：

$$m = \frac{y'}{y}$$

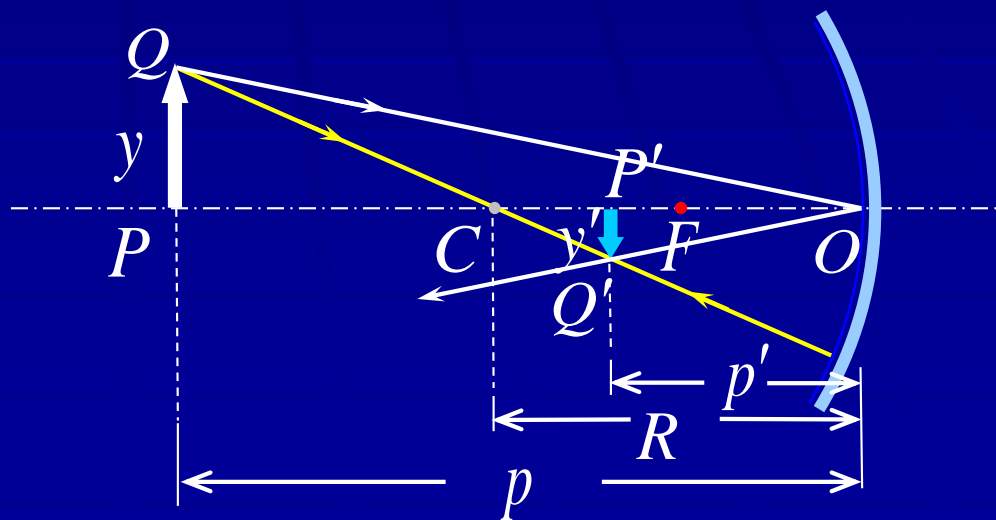
当 $m < 0$ 时，成倒立像；

当 $m > 0$ 时，成正立像。

$$\triangle QOP \cong \triangle Q'OP'$$

$$y'/y = p'/p$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{p'}{p}$$



例1 一凹面镜的曲率半径为 0.12m，物体位于镜顶前 0.04m 处，求：(1) 像的位置；(2) 横向放大率。

解： 已知 $R = 0.12 \text{ m}$ ， $p = 0.04 \text{ m}$

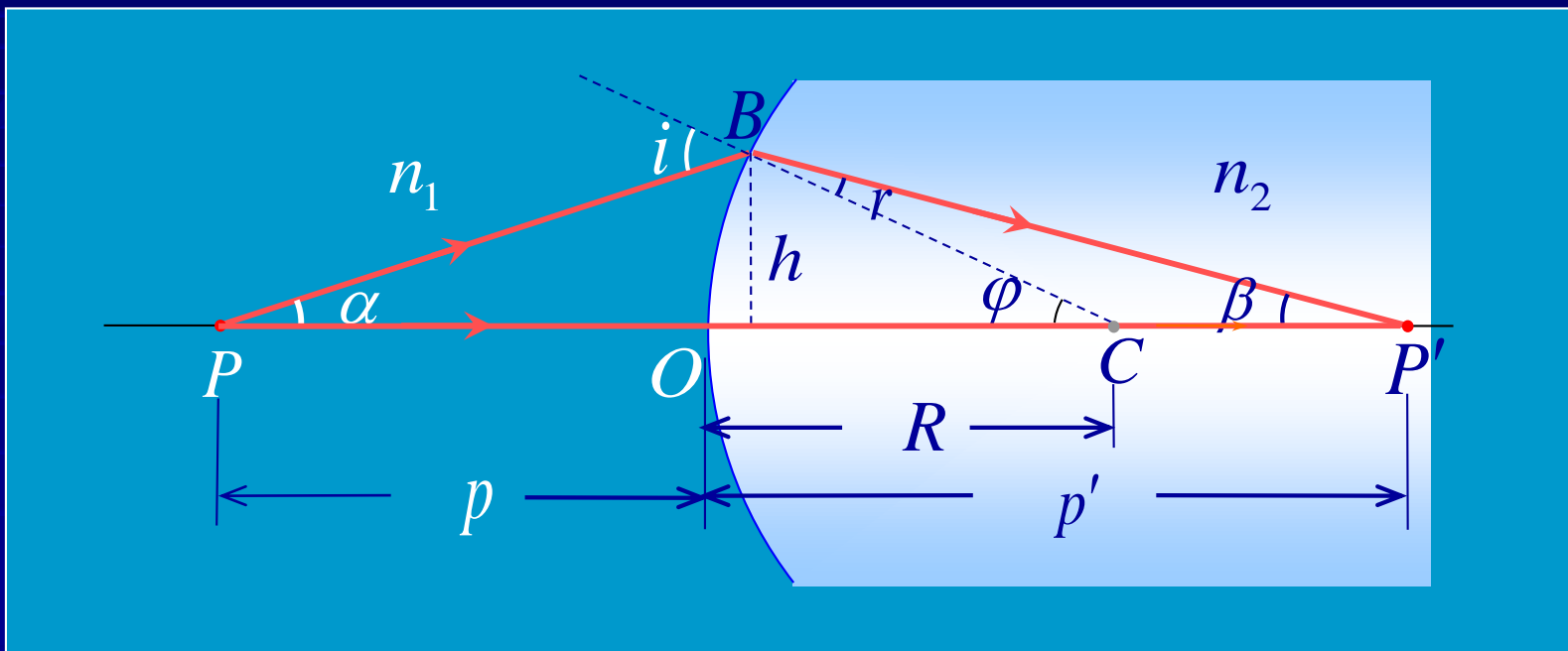
(1) 由物像关系式 $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R}$

$$\frac{1}{p'} = \frac{2}{R} - \frac{1}{p} = \frac{2}{0.12\text{m}} - \frac{1}{0.04\text{m}} = -\frac{1}{0.12\text{m}}$$

解得 $p' = -0.12\text{m}$ 虚像

(2) $m = -\frac{p'}{p} = -\frac{-0.12\text{m}}{0.04\text{m}} = 3$ 正立像

11-3-4 球面折射成像



$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$n_1 i = n_2 r$$

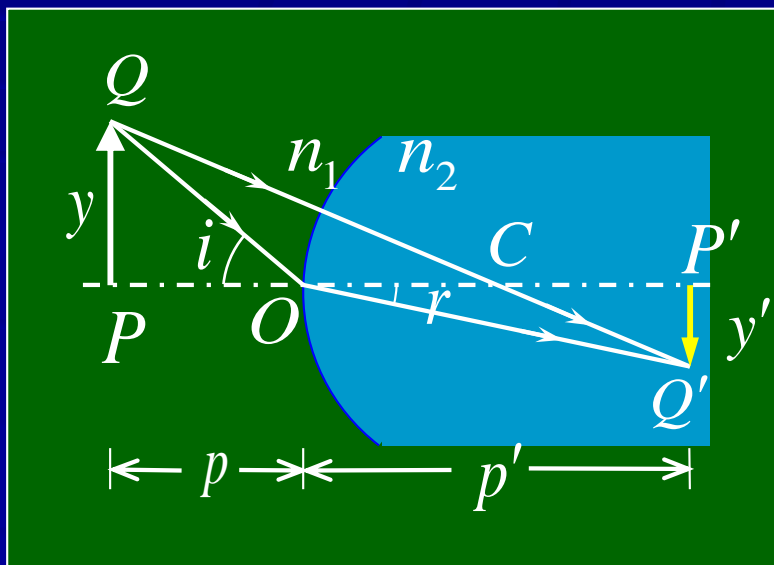
几何关系: $i = \alpha + \varphi$ $\varphi = r + \beta$

解得
$$n_1 \alpha + n_2 \beta = (n_2 - n_1) \varphi$$

$$\alpha \approx \tan \alpha \approx \frac{h}{p} \quad \beta \approx \tan \beta \approx \frac{h}{p'} \quad \varphi \approx \tan \varphi \approx \frac{h}{R}$$

球面折射物像公式:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$



$$\tan i = \frac{y}{p} \quad \tan r = \frac{-y'}{p'}$$

傍轴条件下:

$$\tan i \approx \sin i \quad \tan r \approx \sin r$$

由 $n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow n_1 \frac{y}{p} = -n_2 \frac{y'}{p'}$

球面折射成像的横向放大率:

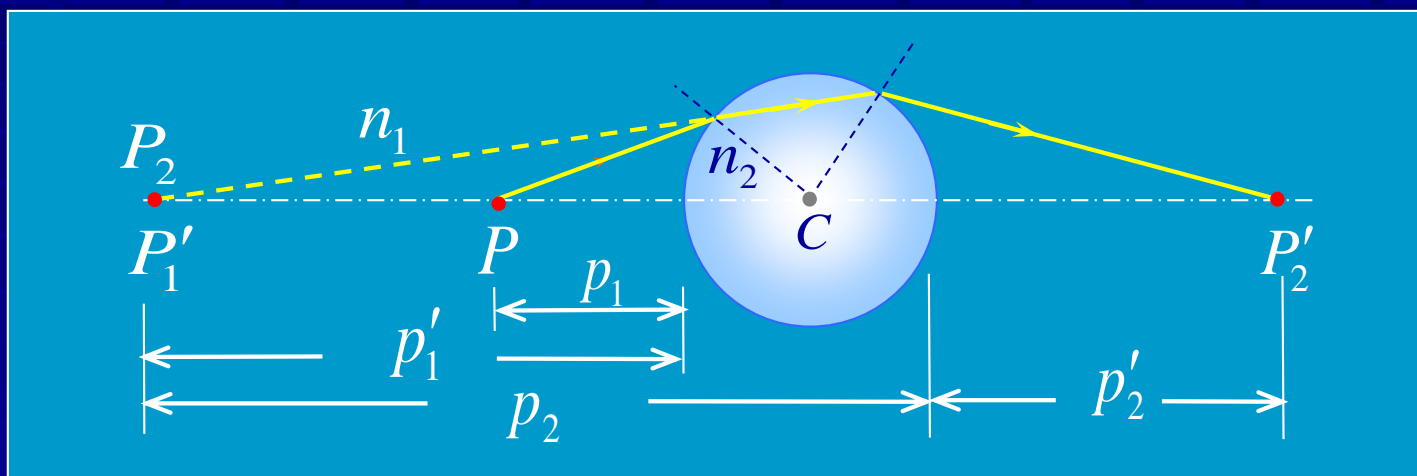
$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_1 p'}{n_2 p}$$

物距 p 和像距 p' 的正负可以用**实正虚负**来确定。

规定: 当物体面对凸面时, 曲率半径 R 为正; 当物体面对凹面时, 曲率半径 R 为负。

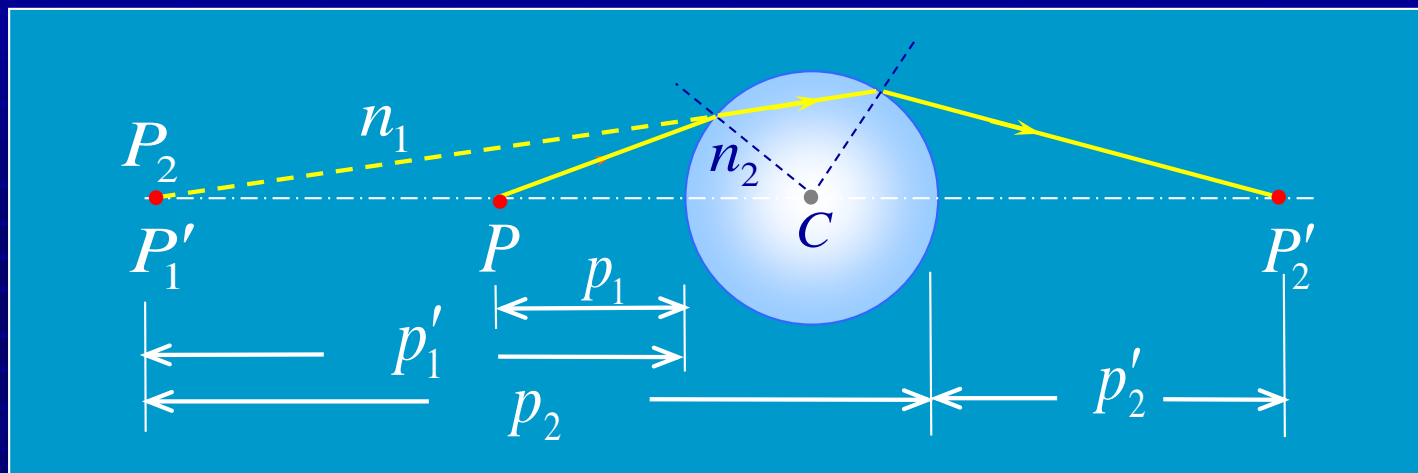
$$R \rightarrow \infty \text{ 时} \quad p' = -\frac{n_2}{n_1} p$$

例2 点光源 P 位于一玻璃球心点左侧25 cm处。已知玻璃球半径是10 cm，折射率为1.5，空气折射率近似为1，求像点的位置。



解： $p_1 = 15\text{cm}$ $R = 10\text{cm}$ $n_1 = 1$ $n_2 = 1.5$

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p'_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$



$$\frac{1}{p'_1} = \frac{1}{1.5} \left(\frac{1.5 - 1.0}{10\text{cm}} - \frac{1.0}{15\text{cm}} \right) = -\frac{1}{90\text{cm}}$$

虚像 P'_1 即为虚物点 P_2 $p_2 = 90\text{cm} + 20\text{cm} = 110\text{cm}$

$$\frac{n_2}{p_2} + \frac{n_1}{p'_2} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad \text{解得} \quad p'_2 = 27.5\text{cm}$$

§ 11-4 薄透镜成像

11-4-1 薄透镜的 成像公式

凸透镜：

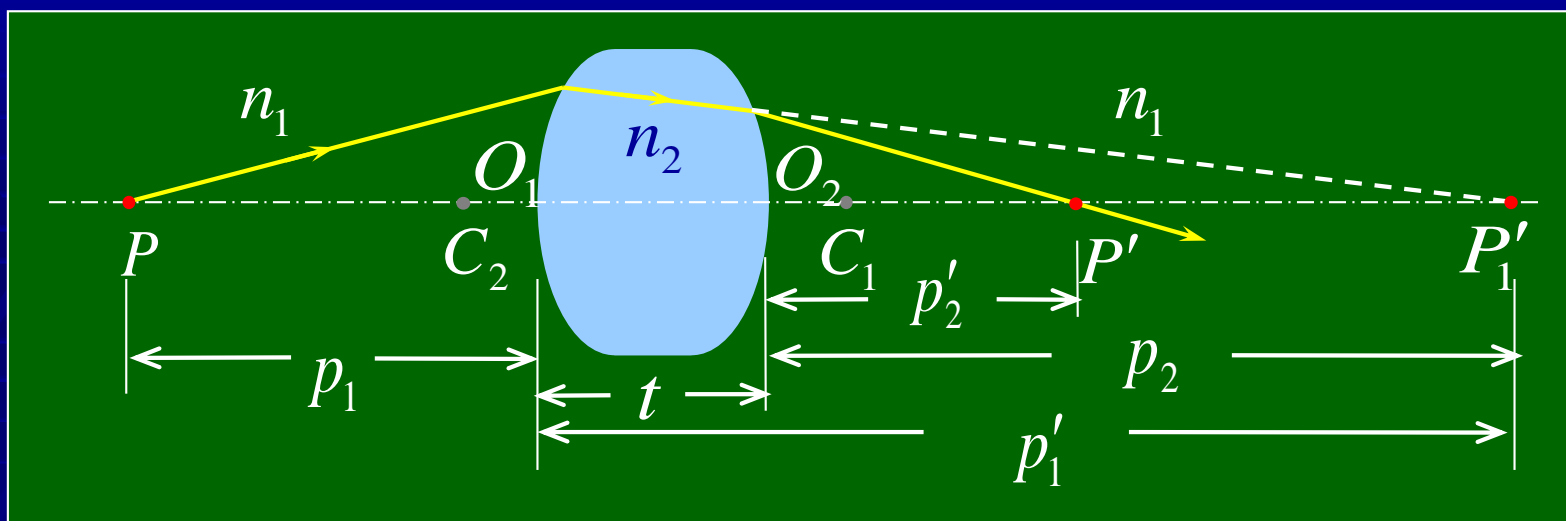
中间厚边缘薄的透镜。

凹透镜：

中间薄边缘厚的透镜。

薄透镜： 两个侧面的中心靠得很近的透镜。





光线在透镜的左侧面折射：

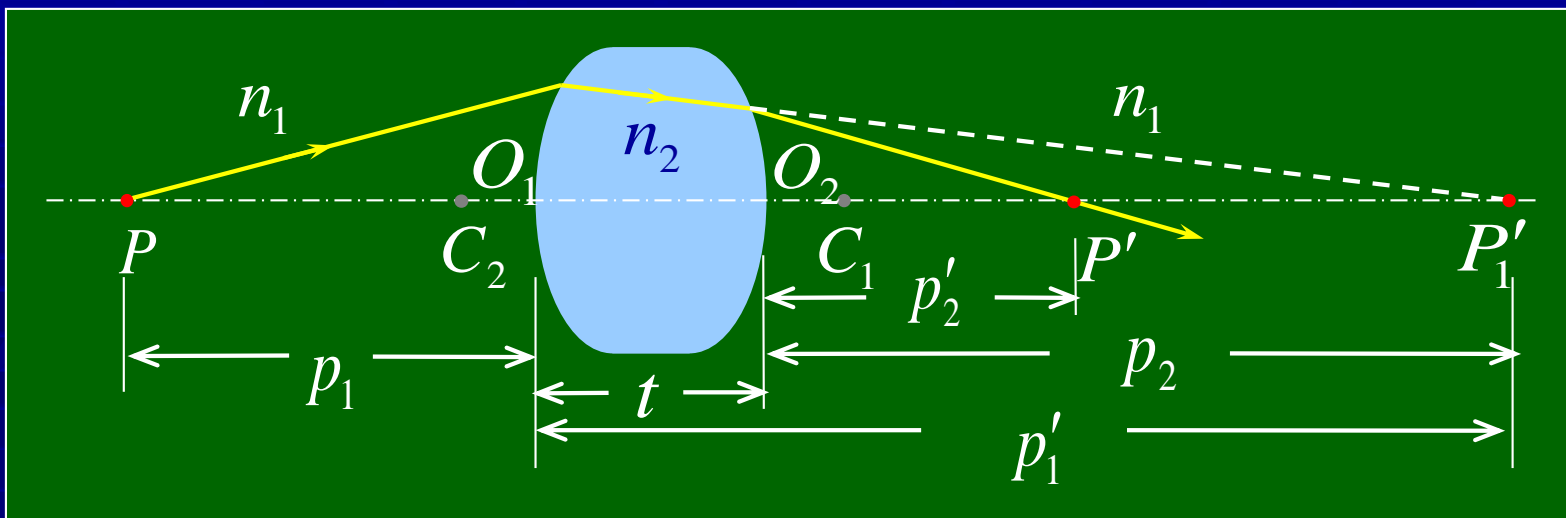
$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p_1'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1}$$

光线在透镜内右侧面入射：

$$\frac{n_2}{p_2} + \frac{n_1}{p_2'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

两式相加：

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_2}{p_1'} + \frac{n_2}{p_2} + \frac{n_1}{p_2'} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$



P'_1 为入射于右侧球面光线的一个虚物点

$$-p_2 = p'_1 - t \approx p'_1$$

$$\frac{n_1}{p_1} + \frac{n_1}{p'_2} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} + \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

薄透镜的物像公式:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

空气中薄透镜的物像公式：
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

在透镜左侧球面折射成像的横向放大率为

$$m_1 = \frac{y'_1}{y} = -\frac{n_1}{n_2} \frac{p'_1}{p_1} = -\frac{n_1}{n_2} \frac{p'_1}{p}$$

在透镜右侧球面折射成像的横向放大率为

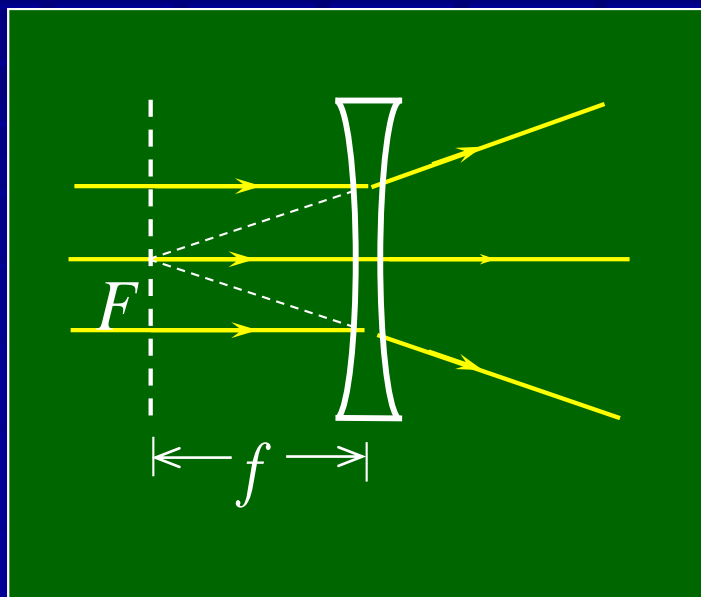
$$m_2 = \frac{y'_2}{y'_1} = -\frac{n_2}{n_1} \frac{p'_2}{p_2} = -\frac{n_2}{n_1} \frac{p'}{(-p'_1)} = \frac{n_2}{n_1} \frac{p'}{p'_1}$$

薄透镜的横向放大率：

$$m = m_1 \cdot m_2 = -\frac{p'}{p}$$

11-4-2 薄透镜焦点和焦距

薄透镜的焦点：一束平行于主光轴的平行光，经薄透镜折射后的会聚点或折射线反向延长线的会聚点称为焦点，焦点位于光轴上。



薄透镜的焦距：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

凸透镜的焦距 f 为 正（实焦点）

凹透镜的焦距 f 为 负（虚焦点）

空气中薄透镜的焦距：

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

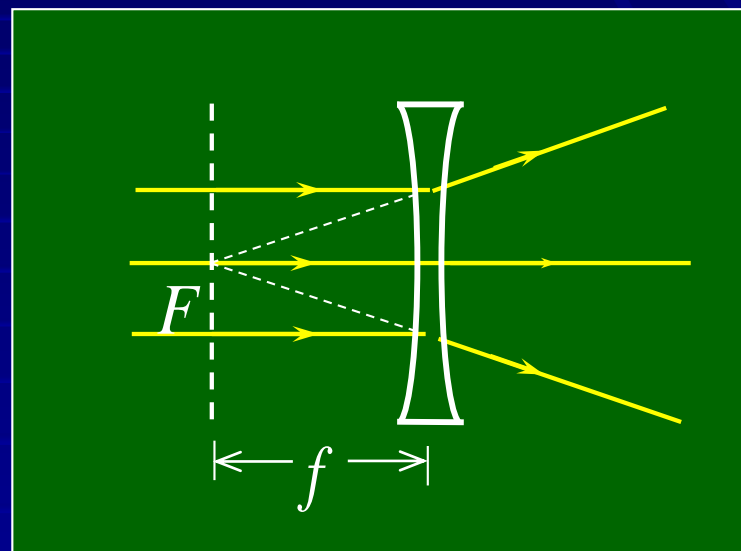
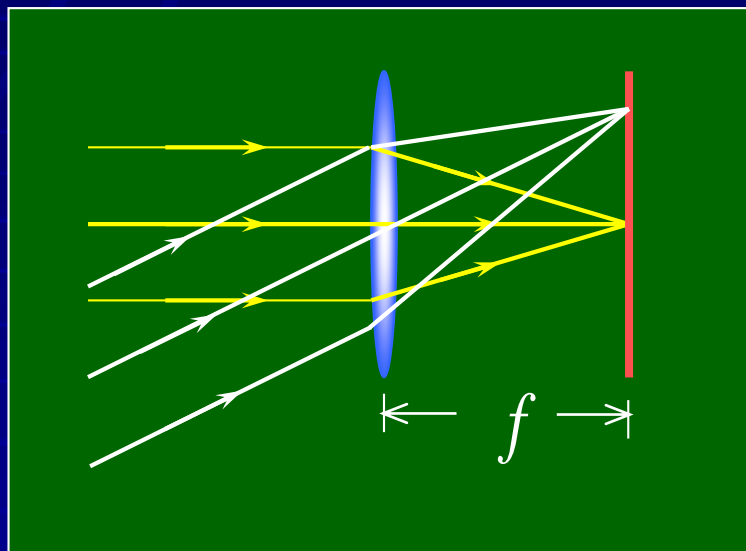
$(1/R_1 - 1/R_2) > 0$ 为凸透镜。

$(1/R_1 - 1/R_2) < 0$ 为凹透镜。

薄透镜的物像公式：

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

焦面：过焦点且垂直于光轴的平面。（傍轴平行光与光轴有一个夹角，则经透镜会聚于焦面上的一点）



光焦度： $\Phi = \frac{n_1}{f}$

空气中的光焦度： $\Phi = \frac{1}{f}$

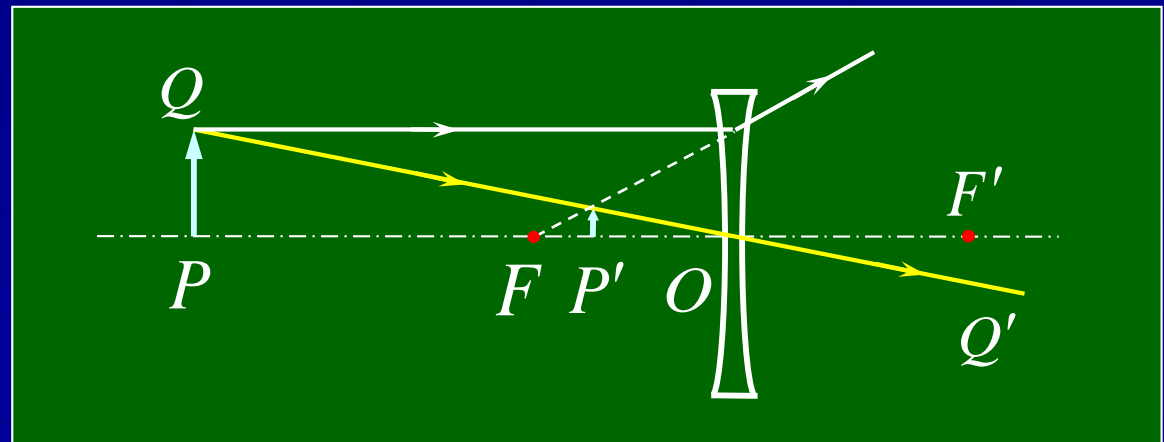
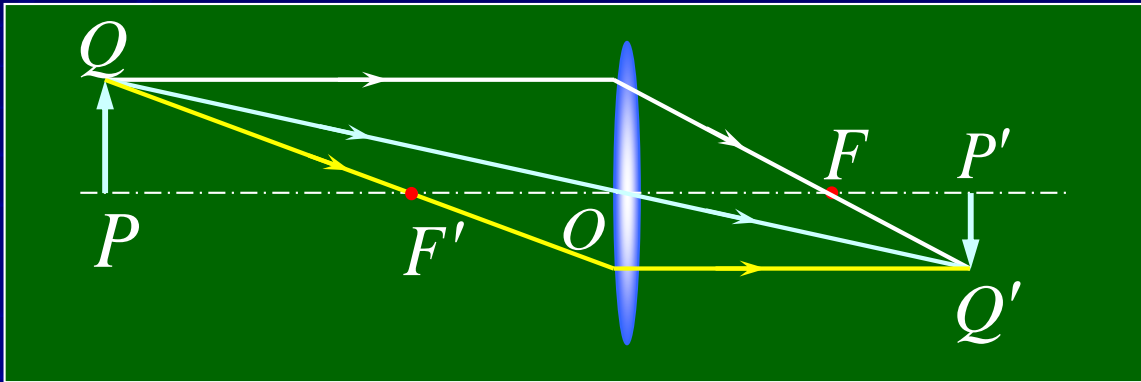
单位：屈光度（D）， $1\text{ D} = 1\text{ m}^{-1}$

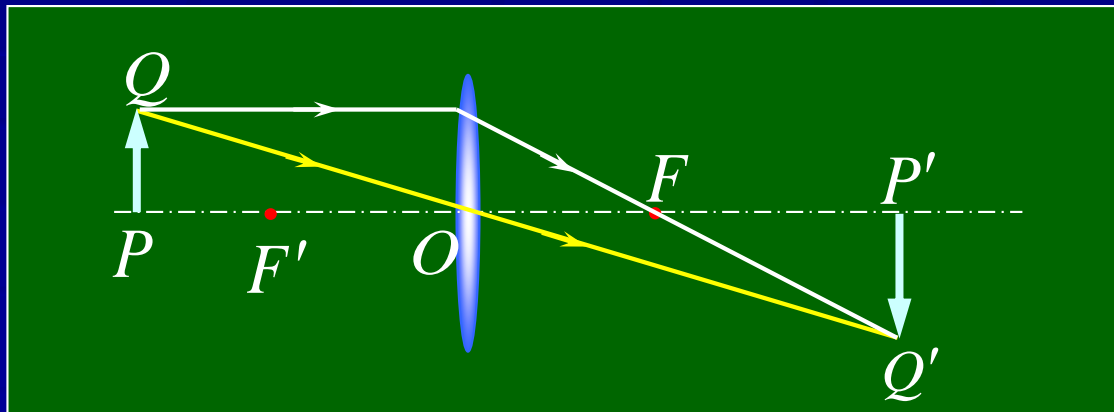
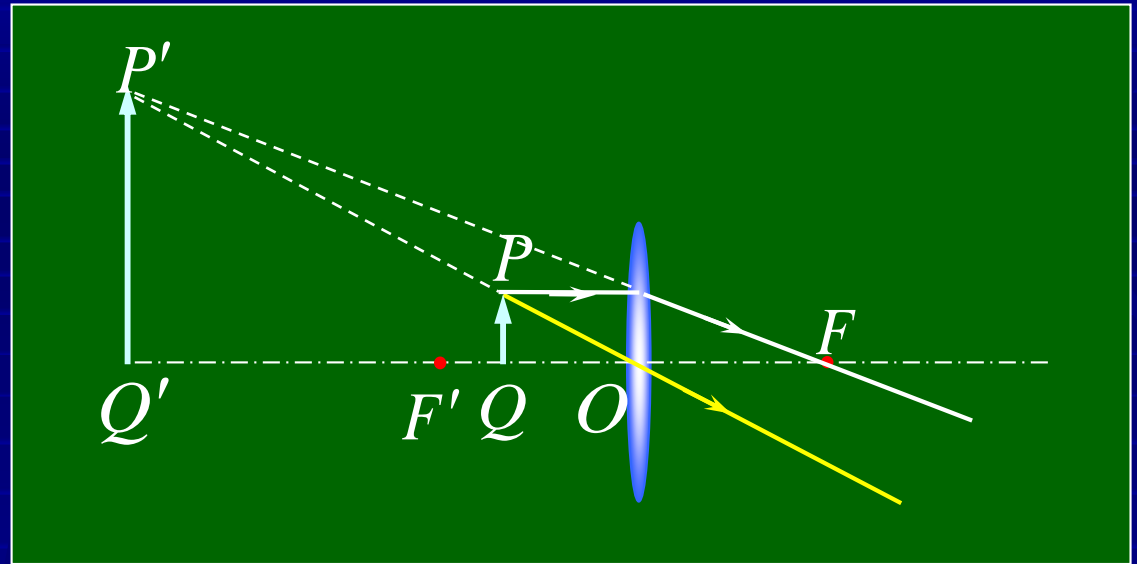
11-4-3 薄透镜成像的作图法

薄透镜成像作图法的几条特殊光线：

- 与主光轴平行的入射光线，通过凸透镜后，折射光线过焦点；通过凹透镜后折射光线的反向延长线过焦点。
- 过焦点（或延长线过焦点）的入射光线，其折射光线与主光轴平行。
- 过薄透镜中心的入射光线，其折射光线无偏折地沿原方向出射。

- 与主光轴有一夹角的平行光线（即与相应的副光轴平行的光线），经透镜折射后交于副光轴与焦面的交点。





例3 一凸透镜的焦距为10.0 cm，如果已知物距分别为(1) 30.0 cm；(2) 5.00 cm。试计算这两种情况下的像距，并确定成像性质。

解：
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

(1)
$$\frac{1}{30.0\text{cm}} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{10.0\text{cm}} \quad p' = 15.0\text{cm} \quad \text{实像}$$

$$m = -\frac{p'}{p} = -\frac{15.0\text{cm}}{30.0\text{cm}} = -0.500 \quad \text{缩小倒立像}$$

$$(2) \quad \frac{1}{5.00 \text{ cm}} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{10.0 \text{ cm}}$$

$$p' = -10.0 \text{ cm} \quad \text{虚像}$$

$$m = -\frac{p'}{p} = -\frac{-10.0 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}} = 2.00$$

放大正立像

§ 11-5 光学仪器

11-5-1 照相机

照相机的构成：

(1) 镜头：



由多片透镜组合而成。

(2) **光圈**：位于镜头后或镜头的透镜组合之间的一个通光孔，可以随意开大或缩小。



光圈以其焦距与孔径之比来表示，称为 **f -数**

$$f\text{-数} = \frac{f}{D}$$

f -数变为原来的 $1/\sqrt{2}$ 倍，则感光片上的受照光强变为原来的2倍。

f -数的等级： 2 2.8 4 5.6 8 11 16 22

(3) 快门：控制光进入镜头时间长短的装置，它和光圈配合使用，一起来控制曝光量。

1/1000秒， 1/500秒， 1/250秒， 1/125秒，
1/60秒， 1/30秒， ...

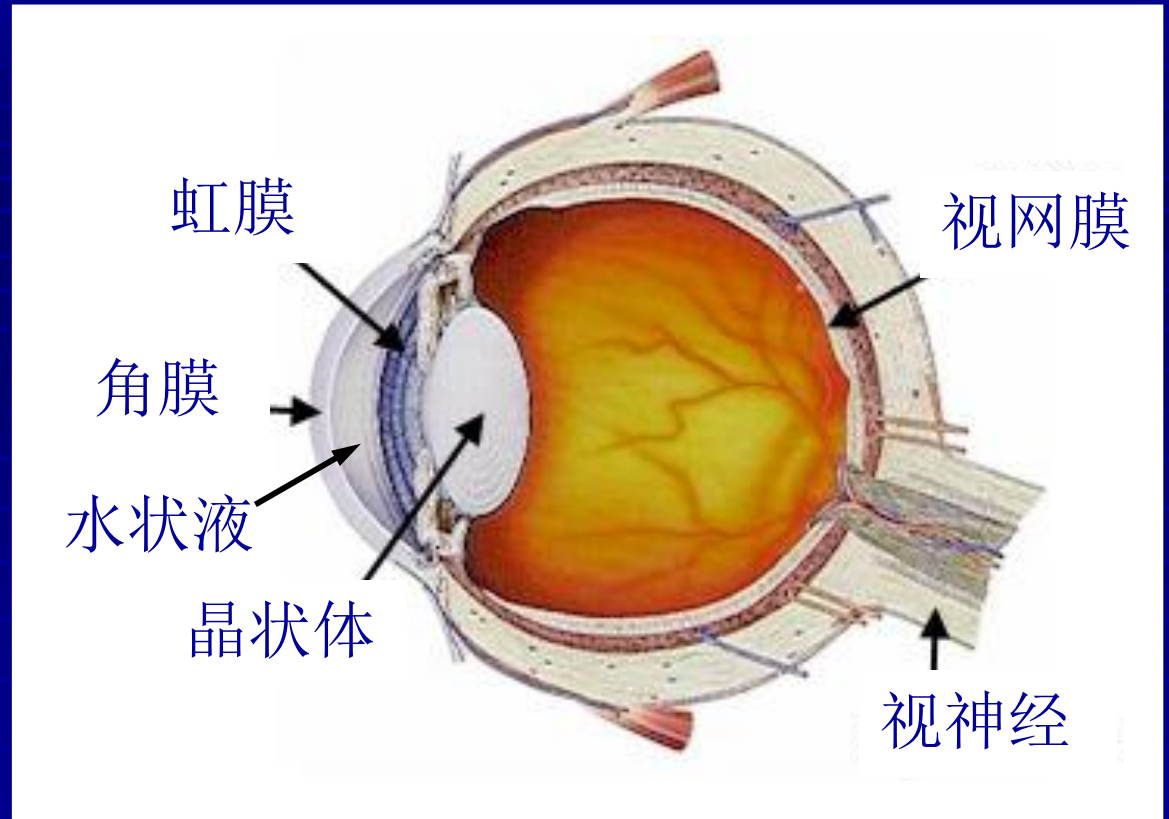
“光圈 - 快门”组合：

$f/4$ 和1/500秒、 $f/5.6$ 和1/250秒、 $f/8$ 和1/125秒等组合具有相同的曝光量。

(4) 暗箱：暗箱是照相机的机身部分。

11-5-2 眼睛

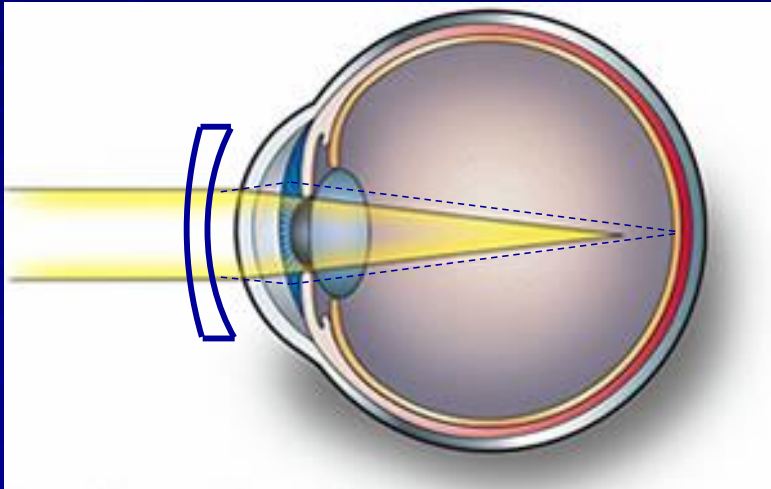
眼睛通过调节睫状肌来改变晶状体的焦距，使物体的像总能形成在视网膜上。



远点：睫状肌完全放松时能看清楚的点。

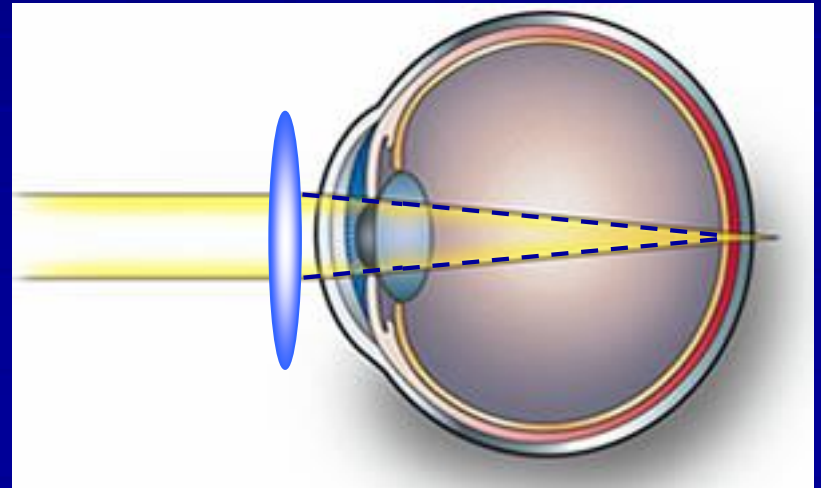
近点：睫状肌最紧张时能看清楚的点。

明视距离： 正常眼睛看25 cm远处的物体能看得清楚，又能较长时间不感觉疲劳。



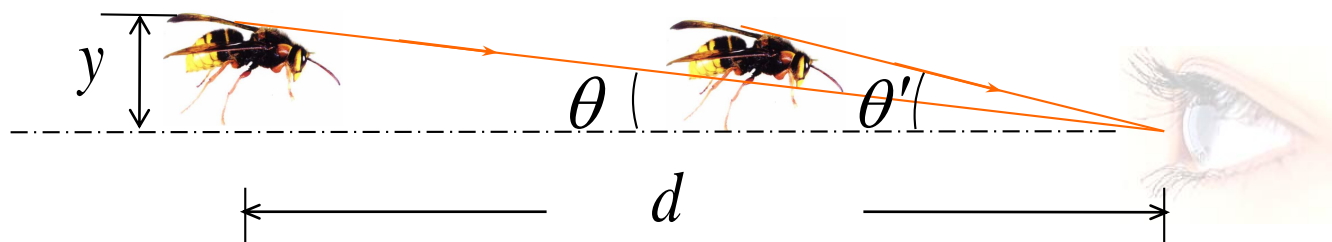
近视： 远处物体成像在视网膜前面一点。

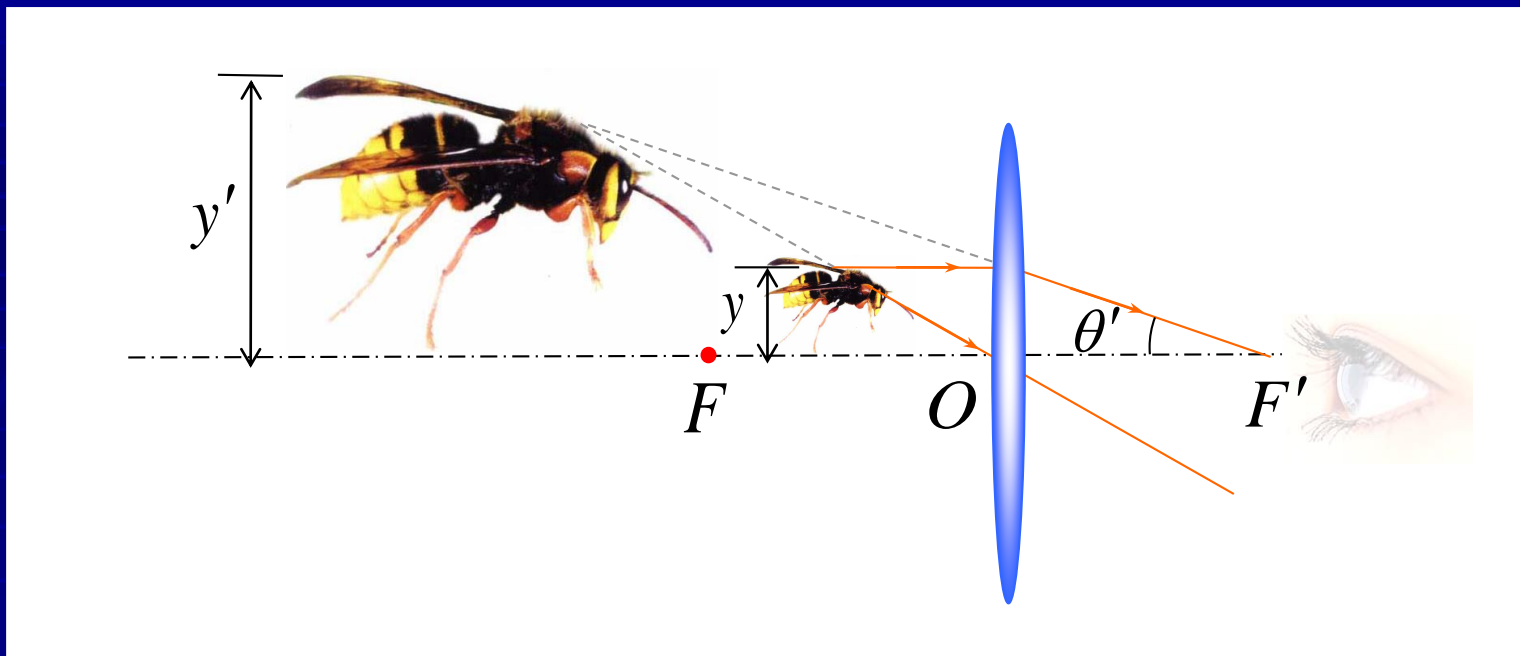
远视： 远处物体成像在视网膜后面一点。。



11-5-3 放大镜

放大镜：一片短焦距的凸透镜。





视角放大率：

$$M = \frac{\theta'}{\theta}$$

当眼睛位于放大镜的焦点附近时，像的视角为：

$$\theta' \approx \frac{y}{OF'} = \frac{y}{f}$$

眼睛在明视距离直接观察物体时的视角为：

$$\theta \approx \frac{y}{d} = \frac{y}{25 \text{ cm}}$$

视角放大率： $M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$

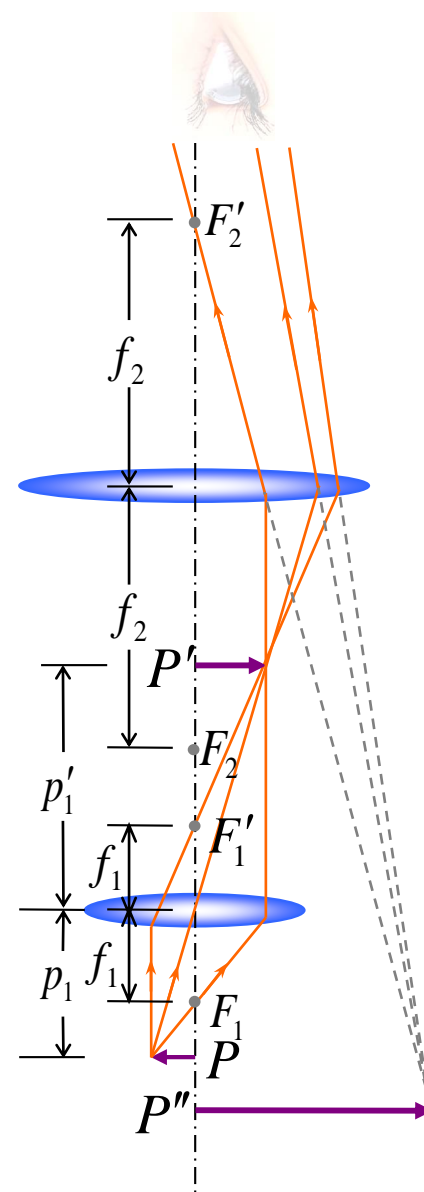
眼睛贴近放大镜时的视角放大率： $M = \frac{25 \text{ cm}}{f} + 1$

11-5-4 显微镜

显微镜的构成：

物镜：对着被观察物体的一组透镜，焦距 f_1 很短。

目镜：靠近观察者眼睛的一组透镜，焦距 f_2 稍长。



决定显微镜放大率的两个因素：

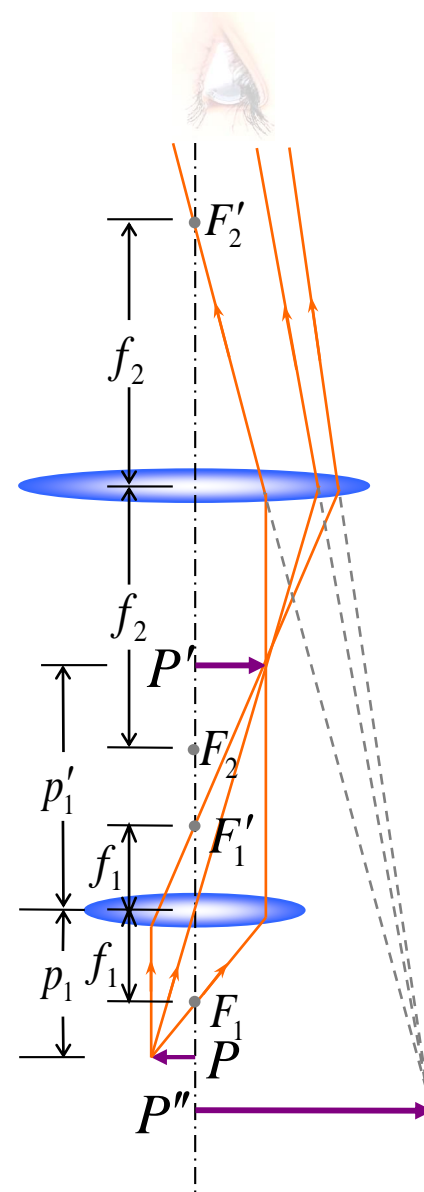
(1) 物镜的横向放大率 m_1 ，它决定了实像的大小；

(2) 目镜的视角放大率 M_2 。

$$m_1 = \frac{p'_1}{p_1}$$

$$\because p_1 \approx f_1 \quad \therefore m_1 = \frac{p'_1}{f_1}$$

$$M_2 = \frac{25}{f_2}$$



$$M = m_1 M_2 = -\frac{(25\text{ cm}) p'_1}{f_1 f_2} \quad (\text{焦距以cm为单位})$$

$$p'_1 \approx \text{镜筒长 } L$$

显微镜的放大率：

$$M = m_1 M_2 = -\frac{(25\text{ cm}) L}{f_1 f_2} \quad (\text{焦距以cm为单位})$$

例4 已知一显微镜的镜筒长 $L = 16 \text{ cm}$ ，物镜焦距为 1 cm ，目镜焦距为 2.5 cm ，试求显微镜的放大率。

解： 已知 $f_1 = 1 \text{ cm}$ ， $f_2 = 2.5 \text{ cm}$ ， $L = 16 \text{ cm}$

$$M = m_1 M_2 = -\frac{(25 \text{ cm})L}{f_1 f_2}$$
$$= \frac{25 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}}{1 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm}} = 160 \quad (\text{忽略负号})$$

$$m_1 = \frac{L}{f_1} = 16 \quad M_2 = \frac{25 \text{ cm}}{f_2} \quad M = m_1 M_2$$

11-5-5 望远镜

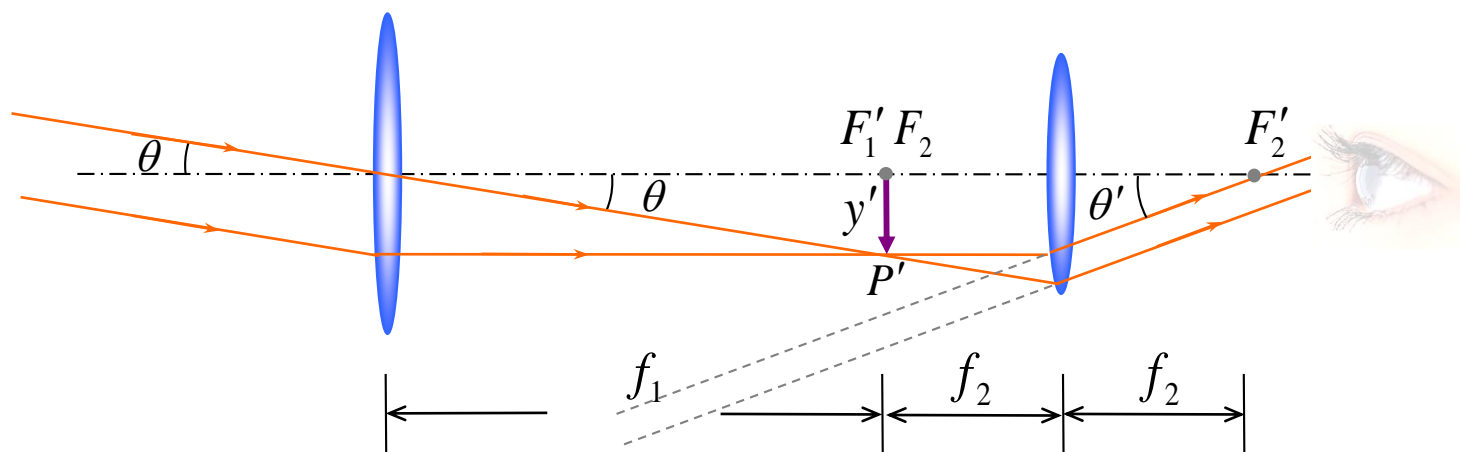
望远镜的构成：

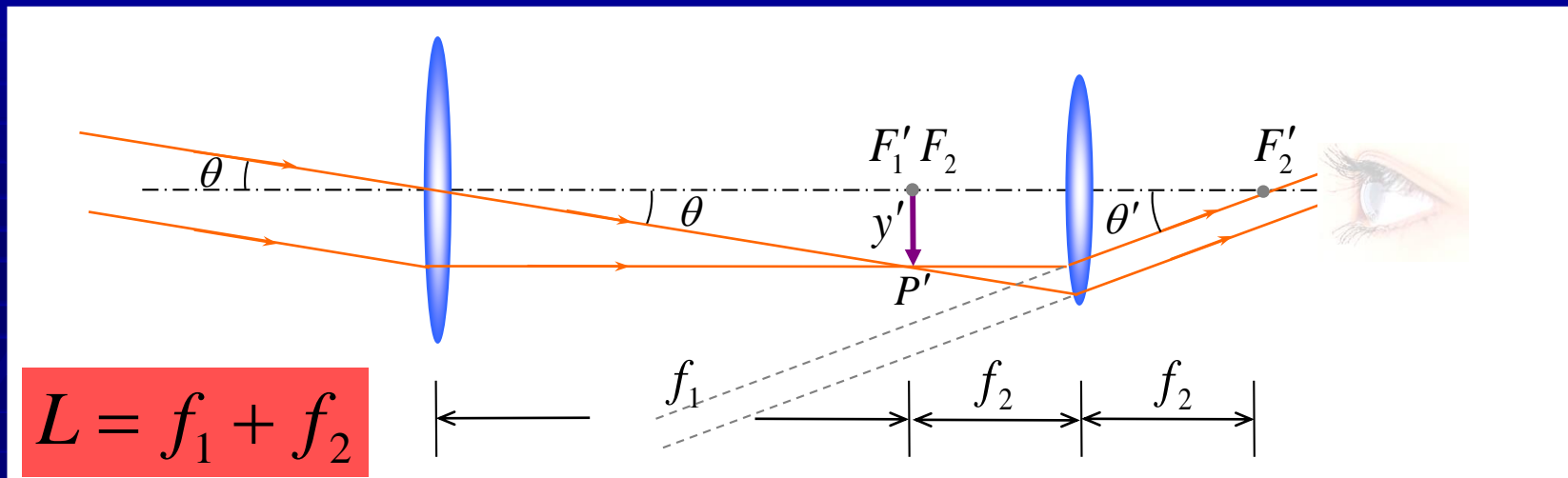
物镜（焦距 f_1 较长）

目镜（焦距 f_2 较短）



开普勒望远镜





放大虚像的视角: $\theta' \approx y' / f_2$

直接看远处该物体的视角: $\theta \approx -y' / f_1$

望远镜的放大率:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_1}{f_2}$$

倒立像

伽利略望远镜



物镜的焦点 F_1' 与目镜的焦点 F_2 重合

直接看远处该物体的视角: $\theta \approx -y'/f_1$

虚像对眼睛的视角: $\theta' \approx y'/f_2$

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_1}{f_2}$$

