



厦门大学《微积分 I-1》课程期末试卷

试卷类型：(理工类 A 卷) 考试日期 2020.01.08

五、(10 分) 求函数 $y = (x-5) \cdot x^{\frac{2}{3}}$ 的极值，以及其图形的凹凸区间和拐点。

解：由 $y' = \frac{5(x-2)}{3\sqrt[3]{x}}$ ，求得可疑极值点为 $x=0$ ， $x=2$ ；

由 $y'' = \frac{10(x+1)}{9\sqrt[3]{x^4}}$ ，求得可疑拐点为 $x=-1$ ， $x=0$ 。

注意到当 $x < 0$ 时， $y' > 0$ ；当 $0 < x < 2$ 时， $y' < 0$ ；当 $x > 2$ 时， $y' > 0$ 。因此由一阶判别

法，函数 $y = (x-5) \cdot x^{\frac{2}{3}}$ 在 $x=0$ 取到极大值 0，在 $x=2$ 取到极小值 $-3\sqrt[3]{4}$ 。

又注意到当 $x < -1$ 时， $y'' < 0$ ；当 $x > -1$ ， $x \neq 0$ 时， $y'' > 0$ ，所以其图形的凸区间为 $(-\infty, -1)$

凹区间为 $(-1, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 。因此 $(-1, -6)$ 为拐点。