|  |
| --- |
| **厦门大学第十五届“景润杯”数学竞赛试卷**  **（非数学类，20178. 6. 3）** |

**一、填空题（本题共10小题，每小题3分，总计30分）**

1． .

2． .

3． .

4.  .

5． .

6.  .

7. 函数的幂级数展开式为 .

8.设的二阶导数存在，且，，则 .

9. 设， .

10.  .

二、（本题6分）求极限.

三、（本题6分）设，讨论级数的敛散性.

四、（本题6分）计算定积分.

五、（本题6分）设曲线为球面与平面的交线，求.

六、（本题6分）设函数在上连续，在内二阶可导. 证明：存在，使得

.

七、（本题10分）设函数在上连续，且单调增加，证明：

，

其中，并由此证明.

八、（本题10分）设函数具有连续偏导数，且满足，，，求极限.

九、（本题10分）已知两条异面直线为和，求与此二直线相切的最小球面方程.

十、（本题10分）设是对全体实数有定义的函数，满足方程. 证明：如果是二次连续可微函数，则必是一个常数.