

$$H^*(n, m)$$

$$= \frac{1}{4l_{\text{ап}}^2} \int_{-\frac{t_{\text{экс}}}{2}}^{+\frac{t_{\text{экс}}}{2}} \int_{-\frac{l_{\text{ап}}}{2}+(n-1)l_{\text{ш}}}^{+\frac{l_{\text{ап}}}{2}+(n-1)l_{\text{ш}}} \int_{-\frac{l_{\text{ап}}}{2}+(m-1)l_{\text{ш}}}^{+\frac{l_{\text{ап}}}{2}+(m-1)l_{\text{ш}}} E'_{\text{оп}}(x, y, t, h, V) E'_{\text{об}}(t) dx dy dt$$

$t_{\text{экс}}$ – время экспонирования

$l_{\text{ап}}$ – ширина апертуры фотодиода

$l_{\text{ш}}$ – шаг дискретизации

h – высота полета

V – скорость летательного аппарата

Скорость перемещения оптического изображения относительно светочувствительной матрицы

$$V_{\text{изм}} = \frac{V \cdot f'}{h}$$

Ограничения:

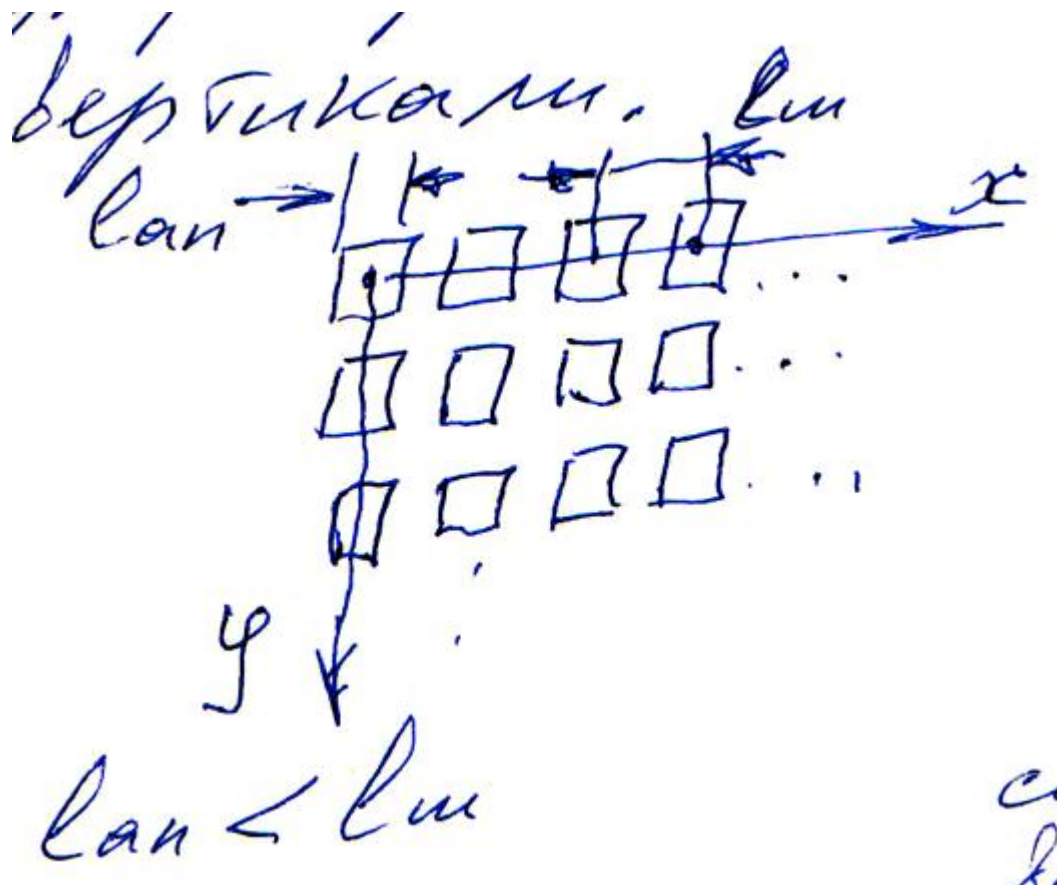
$$E'_{\text{об}}(t) = \frac{1}{t_{\text{экс}}}$$

$$\text{rect}(x) \begin{cases} 1 & \text{при } |t| < \frac{t_{\text{экс}}}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{при } |t| = \frac{t_{\text{экс}}}{2} \\ 0 & \text{при } |t| > \frac{t_{\text{экс}}}{2} \end{cases}$$

Система координат в плоскости светочувствительного слоя матрицы. Центр координат в центре апертуры левого верхнего фотодиода матрицы. Ось x – горизонтально вправо при взгляде со стороны объектива. Ось y – вертикально вниз при взгляде со стороны объектива.

Апертура – окно фотодиода, через которые свет проходит в фотодиод. В матрицах фото-, видео-, киноаппаратов апертура имеет форму квадрата.

Апертуры всех фотодиодов равны и регулярно расположены по горизонтали и вертикали.



n – номер пикселя по горизонтали

m – номер пикселя по вертикали

Ширина апертуры фотодиода $l_{ап}$.

Шаг дискретизации по пространственным координатам $l_{ш}$ – это расстояние между центрами апертур соседних горизонтальных или вертикальных фотодиодов.

Частота пространственной дискретизации $f_d = \frac{1}{l_{ш}}$. Единица измерения $\frac{1}{мм} = мм^{-1}$.

Дискретное значение освещенности на фотодиоде (n, m) :

$$E^*(n, m) = \frac{1}{4l_{\text{ап}}^2} \int_{-\frac{l_{\text{ап}}}{2} + nl_{\text{ш}} - l_{\text{ш}}}^{+\frac{l_{\text{ап}}}{2} + nl_{\text{ш}} - l_{\text{ш}}} \int_{-\frac{l_{\text{ап}}}{2} + ml_{\text{ш}} - l_{\text{ш}}}^{+\frac{l_{\text{ап}}}{2} + ml_{\text{ш}} - l_{\text{ш}}} E'_{\text{оп}}(x, y) dx dy$$

$E'_{\text{оп}}(x, y)$ – распределение освещенности, построенном объективом.

$E^*(n, m)$ – дискретные значения освещенности.

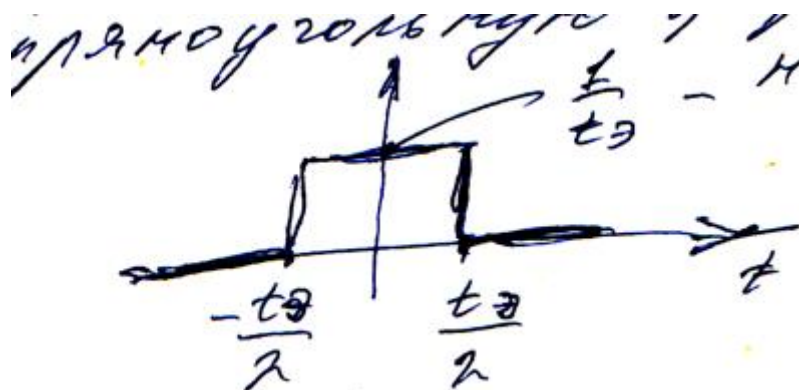
$$E^*(n, m) = \frac{1}{4l_{\text{ап}}^2} \int_{-\frac{l_{\text{ап}}}{2} + (n-1)l_{\text{ш}}}^{+\frac{l_{\text{ап}}}{2} + (n-1)l_{\text{ш}}} \int_{-\frac{l_{\text{ап}}}{2} + (m-1)l_{\text{ш}}}^{+\frac{l_{\text{ап}}}{2} + (m-1)l_{\text{ш}}} E'_{\text{оп}}(x, y) dx dy$$

$H(x, y)$ – экспозиция, это количество света, направляемого объективом в точку (x, y) кадра за время экспонирования $t_{\text{экс}}$, т.е. за время, в течении которого свет проходит в точку (x, y) на поверхности матрицы.

$$H(x, y) = \int_{-\frac{t_{\text{экс}}}{2}}^{+\frac{t_{\text{экс}}}{2}} E'_{\text{оп}}(x, y) E'_{\text{об}}(t) dt \quad (123123)$$

В общем случае, когда есть движение изображения относительно светочувствительного слоя, $E'_{\text{оп}}(x, y, t)$ в формуле (123123).

В большинстве случаев в цифровой аппаратуре характеристика обтюрации $E'_{\text{об}}(t)$ и имеет прямоугольную форму.



Нормирование: $\frac{1}{t_{\text{экс}}} \int_{-\frac{t_{\text{экс}}}{2}}^{+\frac{t_{\text{экс}}}{2}} E'_{\text{об}}(t) dt = 1$

Тогда (123123) преобразуется к виду:

$$H(x, y) = \frac{1}{t_{\text{экс}}} \int_{-\frac{t_{\text{экс}}}{2}}^{+\frac{t_{\text{экс}}}{2}} E'_{\text{оп}}(x, y, t) dt$$

Если $E'_{\text{оп}}(x, y, t) = E'(x, y)$, т.е. не зависит от времени, то ненормированная, абсолютная

$$H(x, y) = E'(x, y) \cdot t_{\text{экс}}$$

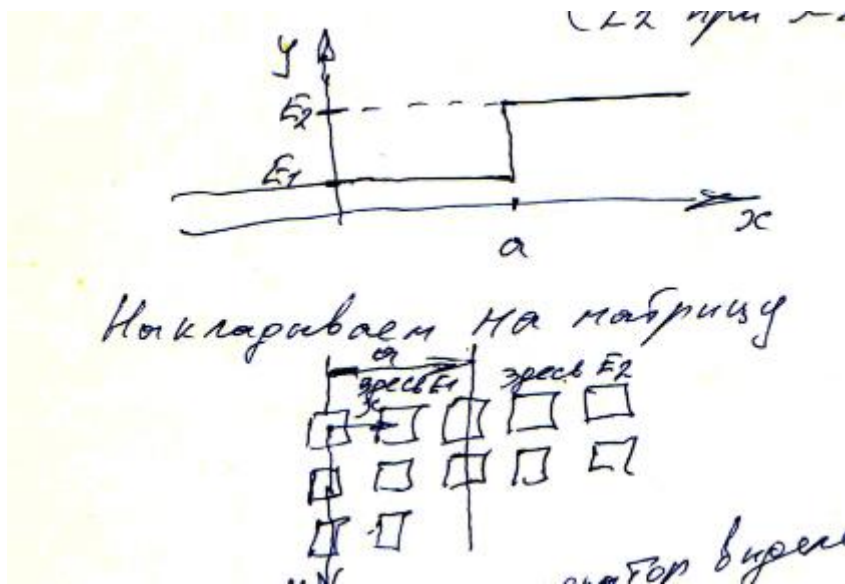
Задание 1 – Статический край

Пусть E

$$E'(x) = \begin{cases} E_1 & \text{при } x < a \\ E_2 & \text{при } x > a \end{cases}$$

$$E * (n) = \begin{cases} E_1 & \text{при } n < n_a \\ \frac{1}{l_{\text{ап}}} \left(\left(\frac{l_{\text{ап}}}{2} - (l_{\text{ш}} \cdot n_a - a) \right) E_1 + \left(\frac{l_{\text{ап}}}{2} + (l_{\text{ш}} \cdot n_a - a) \right) E_2 \right) & \text{при } n = n_a \\ E_2 & \text{при } n > n_a \end{cases}$$

$n_a = \left\lceil \frac{a + \frac{l_{ш}}{2}}{l_{ш}} \right\rceil$ – номер фотодиода, через который будет проходить граница перехода освещенностей.



Наносим на матрицу

Возьмем $\left\lceil \frac{a + \frac{l_{ш}}{2}}{l_{ш}} \right\rceil$ – оператор выделения целой части = n_a – номер фотодиода, через который будет проходить граница перехода освещенностей.

Тогда для n от 1 до $n_a - 1$, $E^* = E_1$; для $n > n_a + 1$ $E^* = E_2$.

Расчет нужен для фотодиода с номером n_a

Если $l_{ш} \cdot n_a - a > \frac{l_{ап}}{2}$, то $E^* = E_2$

Если $a - l_{ш} \cdot n_a > \frac{l_{ап}}{2}$, то $E^* = E_1$

Если $l_{ш} \cdot n_a - a < \frac{l_{ап}}{2}$, то $E^*(n_a) = \frac{1}{l_{ап}} \left[\left(\frac{l_{ап}}{2} - (l_{ш} \cdot n_a - a) \right) E_1 + (l_{ап} - (l_{ш} \cdot n_a - a)) E_2 \right]$

Если $a - l_{ш} \cdot n_a < \frac{l_{ап}}{2}$, то $E^*(n_a) = \frac{1}{l_{ап}} \left[\left(\frac{l_{ап}}{2} + (a - l_{ш} \cdot n_a) \right) E_1 + (l_{ап} - (a - l_{ш} \cdot n_a)) E_2 \right]$

Дополнение к задаче 1

1. Освещенность измеряется в люксах (лк). Измеряется значительно. Например, освещенность поверхности Земли от ночного неба $0,3 \cdot 10^{-3}$ лк, а днем от солнца $2 \cdot 10^4$ лк.
Поэтому целесообразно в программе перейти к относительным величинам. Например, в Photoshop в режиме gray яркость измеряется от 0 до 100. Поэтому примем, что max освещенность = 100%, а min = 0%. Тогда E_1 и E_2 в процентах вводим.
2. Как выводить результаты расчетов.
Достаточно выбрать для демонстрации фрагмент поля пикселей. Например 20 на 20 пикселей. Увеличенное, чтобы видеть на экране, например, в половину экрана. В каждом пикселе(квадрате) устанавливаем яркость равную $E^*(n, m)$, рассчитанную по формулам. Этого недостаточно. Похоже есть смысл еще выводить таблицу 20 на 20, в ячейках которой указывать $E^*(n, m)$. В таблице можно увидеть изменение в 1%, а на экране не всегда.
3. Если ограничиваем размеры фрагмента матрицы, то очевидно, что должно выполняться условие: $l_{ш} < a < 19l_{ш}$. Иначе расчет будет, а в визуализации ничего не увидим
4. $1 \text{ мкм} \leq l_{ш} \leq 10 \text{ мкм}$; $1 \text{ мкм} \leq l_{ап} \leq 10 \text{ мкм}$; $l_{ап} \leq l_{ш}$.

Корректировка задачи 1.

Если $l_{ш} \cdot n_a - a \geq \frac{l_{ап}}{2}$, то $E^* = E_2$

Если $l_{ш} \cdot n_a - a \leq -\frac{l_{ап}}{2}$, то $E^* = E_1$

Если $-\frac{l_{ап}}{2} < l_{ш} \cdot n_a - a < \frac{l_{ап}}{2}$, то $E^*(n_a) = \frac{1}{l_{ап}} \left[\left(\frac{l_{ап}}{2} - (l_{ш} \cdot n_a - a) \right) E_1 + \left(\frac{l_{ап}}{2} + (l_{ш} \cdot n_a - a) \right) E_2 \right]$

Задание 2 – Размытый край

Объектив размывает край из-за аберраций объектива и дифракции света на диафрагмах

Ширина размытия края $\Delta = b - a$

Если $\Delta = 0$, то уравнение сводится к заданию 1.

$$E(x) = \begin{cases} E_1 & \text{при } x \leq a \\ \frac{(x - a)(E_2 - E_1)}{b - a} + E_1 & \text{при } a < x < b \\ E_2 & \text{при } x \geq b \end{cases}$$

$$E * (n) = \begin{cases} E_1 & \text{при } n \leq n_a \\ \frac{(n - n_a)(E_2 - E_1)}{n_b - n_a} + E_1 & \text{при } n_a < n < n_b \\ E_2 & \text{при } n \geq n_b \end{cases}$$

$n_a = \left\lceil \frac{a + \frac{l_{\text{ш}}}{2}}{l_{\text{ш}}} \right\rceil$, $n_b = \left\lceil \frac{b + \frac{l_{\text{ш}}}{2}}{l_{\text{ш}}} \right\rceil$ – номера пикселей, на которые попадают точки перегиба функции $E(x)$.

a – координата вдоль оси x , где начинается изменение освещенности

b – координата вдоль оси x , где заканчивается изменение освещенности

Очень много разбивок интеграла на части.

Если больше трёх фотодиодов занимает полоса размытия, то в промежуточных фотодиодах проще — один интеграл.

Кружок нерезкости до 0,03 мм часто принимается допустимым. Это полоса в 30 мкм.

Реально много объектов в изображении в фотографии с большим размытием. Иногда с существенно большим.

1. Край размыт. Ширина размытия края $\Delta = b - a$

Функция кусочно-гладкая, как и в первом примере, из-за чего интервалы интегрирования приходится вводить.

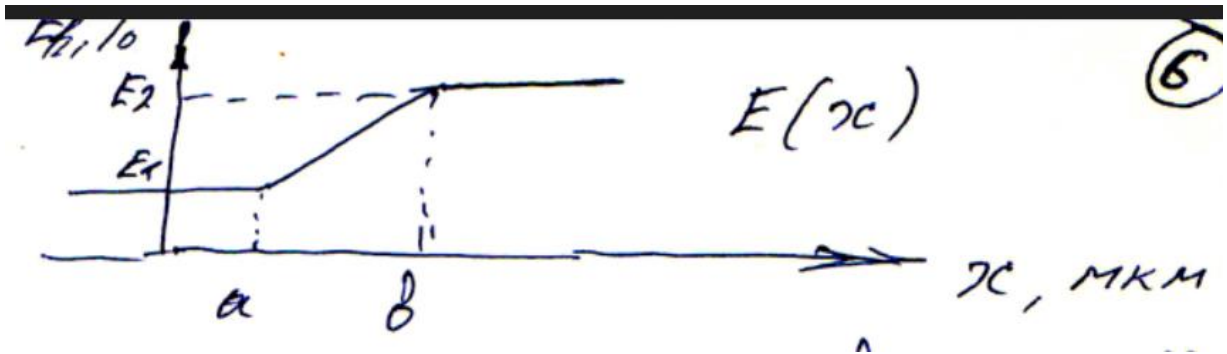
Если $\Delta = 0$, то уравнение вбросается в пример 1.

Если выводим 20 на 20 пикселей, то $0 \leq \Delta \leq 18 l_{\text{ш}} - a$.

Т.е. если $l_{\text{ш}} = 10$ мкм, $a = 70$ мкм, то $\Delta \leq 110$ мкм, т.е.

распространяется на 11 фотодиодов

Если рассматривать большие значения Δ , то большее количество пикселей. Но нового это ничего не даст.



2. $n_a = \left\lceil \frac{a + \frac{l_{\text{ш}}}{2}}{l_{\text{ш}}} \right\rceil$, $n_b = \left\lceil \frac{b + \frac{l_{\text{ш}}}{2}}{l_{\text{ш}}} \right\rceil$ – вычисляем номера пикселей, на которые попадают точки перегиба функции $E(x)$.

3. Зависимость $E(x)$

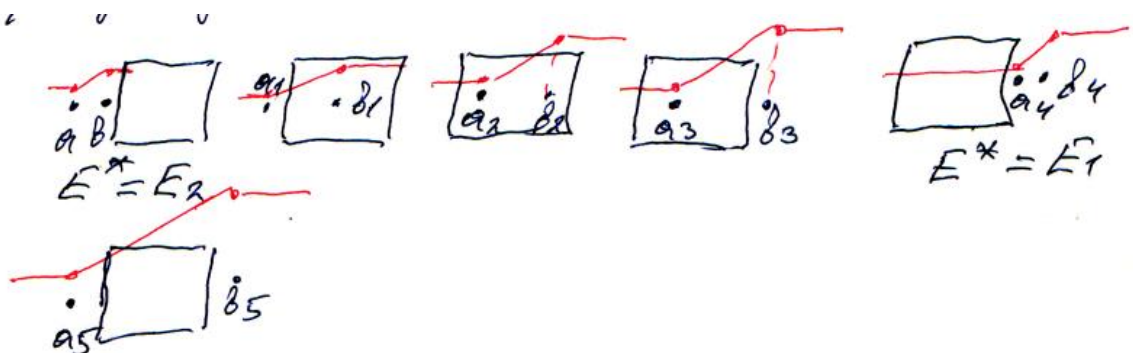
$$E(x) = \begin{cases} E_1 & \text{при } x \leq a \\ \frac{(x - a)(E_2 - E_1)}{b - a} + E_1 & \text{при } a < x < b \\ E_2 & \text{при } x \geq b \end{cases}$$

Аппроксимация на участке (a, b) линейная.

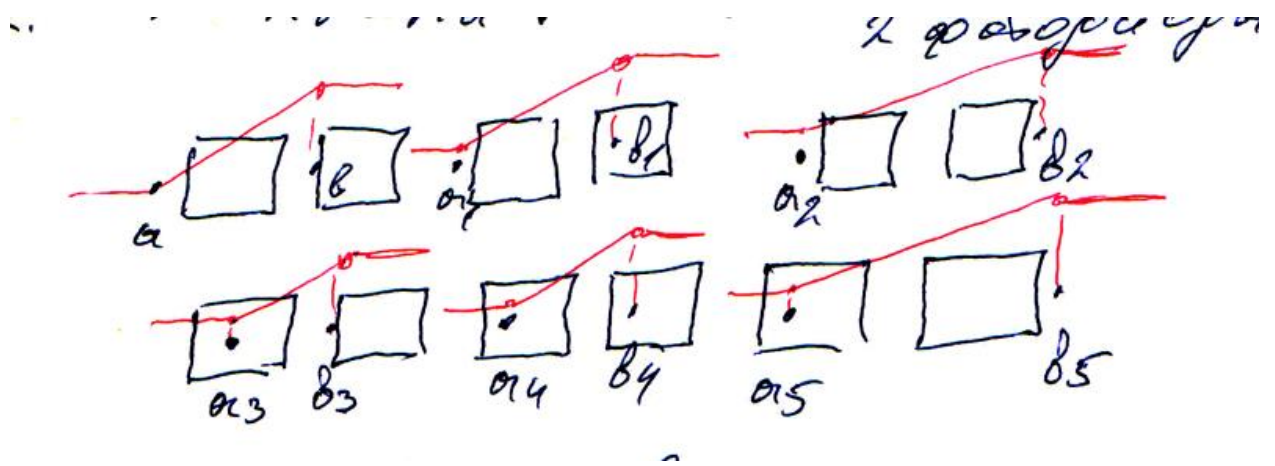
4. Поскольку из-за кусочно-гладкой функции и дискретизации, при которой $l_{\text{ап}} < l_{\text{ш}}$ придется считать в разных интервалах отдельно. n_a, n_b – количество горизонтальных пикселей, где измеряется E !

Пример 2 продолжение

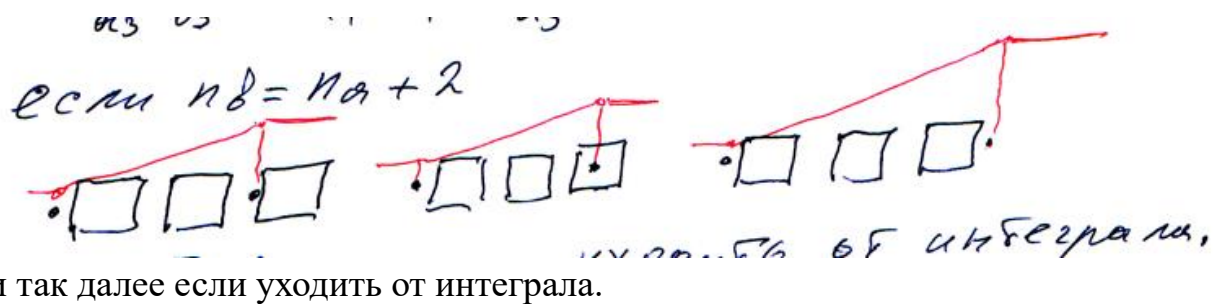
1. Если $n_b = n_a$, т.е. граница попадает на один фотодиод, то варианты:



2. Если $n_b = n_a + 1$, т.е. граница, размытая на 2 фотодиода



3. Если $n_b = n_a + 2$



Или интегралы разбивать на сумму интегралов. Задавая в них разные пределы интегрирования.

Если берем матрицу 20 на 20, то полоса может занимать до 18 фотодиодов

Задача 3 – Динамический край

Движение края происходит вдоль оси x со скоростью V (мм/с).

$t_{\text{эксп}} = \frac{1}{\text{shutter_speed}}$ - время экспонирования обратно пропорционально значению выдержки.

Начальное положение края в момент начала экспонирования $x = a$

Конечное положение края в момент окончания экспонирования $x = b$

$$b = a + V \cdot t_{\text{эксп}}$$

$$E(x) = \begin{cases} E_1 & \text{при } x \leq a \\ \frac{(x - a)(E_2 - E_1)}{b - a} + E_1 & \text{при } a < x < b \\ E_2 & \text{при } x \geq b \end{cases}$$

Если $V > 0$

То уравнение сводится к заданию 2

Если $V = 0$

То уравнение сводится к заданию 1

$$b = a + V * t_{\text{эксп}}$$

1. Зададим значения выдержки. Например 100
2. Время экспонирования обратно пропорционально значению выдержки.
 $t_{\text{эксп}} = \frac{1}{100}$ сек в этом примере.
3. Задать скорость движения изображения относительно слоя V (скорость) в мм\с. Например, если шаг фотодиодов 10 мкм, а $t_{\text{эксп}} = 0,01$ сек, то 1 фотодиод край пройдет при скорости $0,01 \backslash 0,01 = 1$ мм\с, а 5 фотодиодов $5 * 0,01 \backslash 0,01 = 5$ мм\с.
4. Пусть скорость постоянная во время экспонирования. Тогда можно задать значения a в момент начала экспонирования. И рассчитать значение в момент окончания экспонирования $b = a + V * t_{\text{эксп}}$
5. Пусть характеристика обтюрации прямо прямоугольная
6. Пусть экспозиция в результате меняется линейно
7. Тогда задаем a , $t_{\text{эксп}}$, V , рассчитываем b и при этих условиях и ограничениях переходим к задаче 2