

BUKU AJAR STATISTIKA DASAR



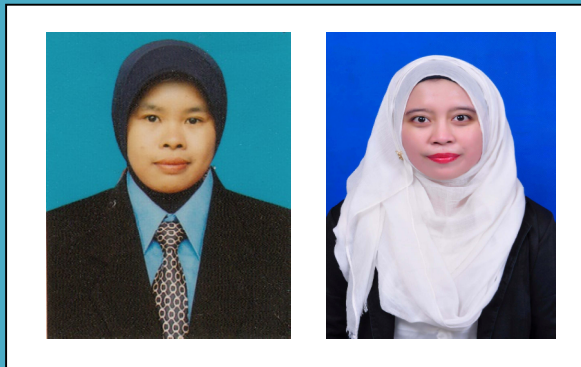
WIWIK SULISTIYOWATI, ST., M.T.
CINDY CAHYANING ASTUTI, S.Si., M.Si.



UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH SIDOARJO
2016

BUKU AJAR STATISTIKA DASAR

*Wiwik Sulistiyowati, S.T., M.T.
Cindy Cahyaning Astuti., S.Si., M.Si.*



UMSIDA PRESS

Jl. Mojopahit 666 B Sidoarjo



ISBN: 978-979-3401-39-3

BUKU AJAR

STATISTIKA DASAR

Wiwik Sulistiyowati, ST., M.T.
Cindy Cahyaning Astuti, S.Si., M.Si.



Sidoarjo, 2016

Diterbitkan atas Program Bantuan Penulisan dan Penerbitan Buku Ajar dan
Modul Praktikum Universitas Muhammadiyah Sidoarjo Tahun 2015/2016

BUKU AJAR

STATISTIKA DASAR

TIM PENULIS

Wiwik Sulistiyowati, ST., M.T.
Cindy Cahyaning Astuti, S.Si., M.Si.

Diterbitkan oleh



UMSIDA PRESS
Jl. Mojopahit 666 B Sidoarjo

ISBN: 978-979-3401-39-3

Copyright©2016.
Wiwik Sulistiyowati & Cindy Cahyaning Astuti.
All rights reserved.

KATA PENGANTAR

Dengan mengucapkan puji syukur Allhamdullillah, atas berkat rahmat Allah SWT, kami dapat menyelesaikan buku ajar dengan judul “**Statistik Dasar**”. Kami selaku tim penyusun mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu kami selama proses pelaksanaan penyusunan sampai dengan terselesainya buku ajar ini. Kami menyadari, dalam buku ajar yang kami susun masih banyak kekurangan, sehingga kami berharap pembaca dan pengguna dapat memberikan masukan/ kritik yang sifatnya membangun. Semoga apa yang kami hasilkan ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca dan mahasiswa.

Penyusun

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	v	
Daftar Isi.....	vi	
BAB 1 PENDAHULUAN		
1.1 Pengertian Statistik	1	
1.2 Jenis Statistik	1	
1.3 Elemen Dasar Statistik	2	
1.4 Tipe Data.....	2	
1.5 Skala Pengukuran Data.....	2	
1.6 Rangkuman.....	3	
1.7 Latihan	3	
Daftar Pustaka	4	
BAB 2 PENYAJIAN DATA		
2.1 Tabel atau Daftar	5	
2.2 Grafik atau Diagram	6	
2.3 Rangkuman.....	9	
2.4 Latihan	10	
Daftar Pustaka	10	
BAB 3 DISTRIBUSI FREKUENSI		
3.1 Pendahuluan	11	
3.2 Tahapan Pembuatan Tabel Frekuensi	12	
3.3 Frekuensi Relatif dan Frekuensi Kumulatif	14	
3.4 Contoh Soal.....	15	
3.5 Rangkuman.....	19	
3.6 Latihan	20	
Daftar Pustaka	21	
BAB 4 UKURAN, PEMUSATAN DAN PENYIMPANG DATA		
4.1 Pendahuluan	23	
4.2 Jenis Ukuran Pemusatan Data	24	
4.3 Jenis Ukuran Penyimpangan Data.....	28	
4.4 Contoh Soal.....	30	
4.5 Rangkuman.....	39	
4.6 Latihan	40	
Daftar Pustaka	41	
BAB 5 PROBABILITAS		43
5.1 Pendahuluan	43	
5.2 Konsep Probabilitas.....	43	
5.3 Gabungan dan Irisan.....	44	
5.4 Probabilitas Bersyarat.....	44	
5.5 Aturan Perkalian dan Peristiwa Independen.....	45	
5.6 Berbagai ATuran Perhitungan atau Pencacahan	45	
5.7 Rangkuman	48	
5.8 Latihan	49	

Daftar Pustaka.....	50
BAB 6 DISTRIBUSI NORMAL.....	51
6.1 Pendahuluan	51
6.2 Sifat-sifat Distribusi Normal.....	52
6.3 Penggunaan Distribusi Normal	53
6.4 Transformasi Distribusi Normal.....	54
6.5 Rangkuman	57
6.6 Latihan	58
Daftar Pustaka.....	59
BAB 7 HIPOTESA	61
7.1 Pendahuluan.....	61
7.2 Dua Jenis Kesalahan Hipotesa	62
7.3 Langkah-langkah Pengujian Hipotesa.....	62
7.4 Pengujian Hipotesa.....	63
7.5 Contoh Soal.....	66
7.6 Rangkuman	70
7.7 Latihan	71
Daftar Pustaka.....	72
BAB 8 REGRESI DAN KORELASI	73
8.1 Pendahuluan	73
8.2 Analisa Regresi Linier	74
8.3 Contoh Kasus	77
8.4 Rangkuman	81
8.5 Latihan	82
Daftar Pustaka.....	83
BAB 9 ANALISA RAGAM.....	85
9.1 Pendahuluan	85
9.2 ANALISA Ragam Satu Arah.....	86
9.3 Uji Homogenitas.....	91
9.4 Analisa Ragam Dua Arah	92
9.5 Rangkuman	100
9.6 Latihan	101
Daftar Pustaka.....	102
Biodata Penulis.....	103
Indeks.....	104
LAMPIRAN	
Lampiran 1. Tabel Distribusi Normal	
Lampiran 2. Tabel Distribusi F	

BAB 1

PENDAHULUAN

Peranan statistik dalam aktivitas sehari-hari telah banyak digunakan, baik untuk keperluan sehari-hari di rumah tangga atau keluarga. Salah satunya adalah dalam pembagian pos-pos pengeluaran. Selain itu statistik juga banyak digunakan dalam pemerintahan, industri dan dunia pendidikan. Misalkan untuk dunia pendidikan, statistika digunakan dalam menentukan nilai ketuntasan siswa, baik secara deskriptif maupun secara inferensi.

1.1 Pengertian Statistik

Santoso (2004) menyatakan bahwa statistika adalah ilmu yang berkaitan dengan data. Hal-hal yang tercakup dalam statistika adalah pengumpulan, klasifikasi, peringkasan, organisasi, analisis dan interpretasi informasi numerik. Sudjana (2005), menyampaikan bahwa statistik adalah menyatakan kumpulan data, bilangan maupun non bilangan yang disusun dalam tabel dan atau diagram, yang melukiskan atau menggambarkan suatu persoalan, lebih lanjut, sudjana (2005) menambahkan bahwa dengan statistika merupakan pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan data, pengolahan atau pengAnalisisannya dan penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data da penganalisisan yang dilakukan. Spiegel (2004) menyatakan bahwa statistik adalah disipin ilmu yang berhubungan dengan metode-metode ilmiah yang digunakan untuk mengumpulkan, mengolah, meramu, menyajikan dan mengAnalisis data, termasuk juga menarik kesimpulan yang benar dan membuat keputusan secara rasional berdasarkan Analisis-Analysis tadi. Sehingga dari beberapa ahli yang telah menjelaskan pengertian statistik maka dapat diartikan bahwa statistik adalah suatu ilmu yang digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan dengan menggunakan beberapa tahapan yaitu pengumpulan data, pengolahan data, Analisis data dan intepretasi data serta kesimpulan dan keputusan yang diambil berdasarkan Analisis yang telah dilakukan.

1.2 Jenis Statistik

Jenis statistik dibedakan menjadi dua, yaitu statistika deskriptif dan statistika inferensi.

- a. Statistika Deskriptif yaitu statistika yang menggunakan metode numerik dan grafik untuk mencari pola dalam suatu kumpulan data, meringkas informasi yang terkandung dalam kumpulan data, dan menghadirkan informasi dalam bentuk yang diinginkan (Santosa, 2004).

- b. Statistika Inferensi yaitu statistik yang menggunakan data sampel untuk membuat estimasi, keputusan, prediksi, dan generalisasi terhadap kumpulan data yang lebih besar (Santoso, 2004).

1.3 Elemen Dasar Statistika

Dalam pembelajaran statistik, terdapat elemen-elemen dasar statistika yaitu:

- a. Populasi adalah keseluruhan obyek yang akan diteliti.
Contoh : Seluruh mahasiswa Universitas Muhammadiyah Sidoarjo
- b. Sampel adalah bagian dari populasi.
Contoh : Mahasiswa Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Sidoarjo.
- c. Data adalah sesuatu yang diketahui meskipun belum tentu benar, dimana data dapat digunakan untuk menggambarkan suatu keadaan.
- d. Informasi adalah daya yang telah diolah.
- e. Variabel adalah karakteristik atau sifat dari unit individual populasi.

1.4 Tipe Data

Dalam ilmu statistik, data dibedakan menjadi dua tipe, yaitu:

- a. Data Kualitatif
Pengukuran yang tidak dapat diukur pada skala numerik, dan hanya dapat diklasifikasikan dalam salah satu grup atau kategori.
Contoh : jenis kelamin, tipe kendaraan
- b. Data Kuantitatif
Data yang dapat dikodekan dengan skala numerik. Terdapat dua jenis data kuantitatif, yaitu diskrit dan kontinu.
 - Diskrit merupakan hasil pencacahan
Contoh : banyaknya mahasiswa yang hadir kuliah, banyaknya sepeda motor yang parkir dihalaman parkir kampus 2.
 - Kontinu merupakan hasil pengukuran
Contoh : berat badan mahasiswa, jarak antara kampus 1 dan kampus 2.

1.5 Skala Pengukuran Data

Terdapat empat skala pengukuran data dalam statistik, yaitu:

- 1. Skala Nominal
Skala yang mempunyai sifat membedakan.

Contoh : Angka 1 menyatakan handphone merk ipod, angka 2 menyatakan handphone merk samsung, angka 3 menyatakan handphone merk lenovo.

2. Skala Ordinal

Skala yang mempunyai sifat membedakan dan mengurutkan.

Contoh: Dalam menyebarkan kuesioner, terdapat pembobotan untuk menggambarkan jawaban dari responden dalam memberikan penilaian kualitas pelayanan bank, dimana skala 1 menunjukkan sangat tidak baik, 2 menunjukkan tidak baik, 3 menunjukkan baik dan 4 menunjukkan sangat baik.

3. Skala Interval

Skala yang mempunyai sifat membedakan, mengurutkan, jarak antara nilai tetap dan mempunyai nilai nol yang tidak mutlak.

Contoh: Waktu tengah hari menunjukkan pukul 12.00, tengah malam menunjukkan pukul 00.00.

4. Skala Rasio

Skala yang mempunyai sifat membedakan, mengurutkan, jarak antar nilai tetap dan mempunyai nilai nol yang mutlak.

Contoh : Jumlah peserta rapat yang hadir adalah 50 orang.

1.6 Rangkuman

- Statistik maka dapat diartikan bahwa statistik adalah suatu ilmu yang digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan dengan menggunakan beberapa tahapan yaitu pengumpulan data, pengolahan data, Analisis data dan interpretasi data serta kesimpulan dan keputusan yang diambil berdasarkan Analisis yang telah dilakukan.
- Jenis Statistika ada dua yaitu statistik Deskriptif dan statistik inferensi
- Elemen Dasar Statistika adalah : populasi, sampel, data, informasi, dan variabel.
- Terdapat dua tipe data yaitu data kualitatif dan data kuantitatif.
- Terdapat 4 (empat) skala pengukuran, yaitu skala nominal, skala ordinal, skala interval dan skala rasio.

1.7 Soal Latihan

- Jelaskan pengertian statistik dan statistika!
- Statistika dibedakan menjadi dua, sebutkan dan berikan contohnya dalam aktivitas kehidupan sehari-hari!
- Jelaskan pengertian populasi dan sampel dan berikan contohnya!
- Jelaskan pengertian data kualitatif dan kuantitatif, sertakan contohnya!

Daftar Pustaka

- Martiningtyas, Nining (2011)., *Teori, Soal dan Pembahasan Statistika*. Jakarta :PT.Prestasi Pustakaraya.
- Santosa., R Gunawan., (2004).*Statistik*.Yogyakarta : Andi
- Spiegel, Murray R (2004)., *Statistik*. Jakarta:Erlangga
- Sudjana, (2005). *Metode Statistika*. Bandung:Tarsito
- Wibisono, Yusuf (2009). *Metode Statistik*. Yogyakarta:Gadjah Mada University Press.

BAB 2

PENYAJIAN DATA

Data hasil observasi, wawancara maupun penyebaran kuesioner yang telah dikumpulkan baik dari suatu populasi maupun sampel yang digunakan dalam pengolahan data dan Analisis yang digunakan sebagai pengambilan keputusan, maka perlu diatur dan disajikan dalam bentuk yang baik, jelas dan mudah dipahami.

Terdapat dua cara penyajian data yang sering digunakan yaitu tabel atau daftar dan grafik atau diagram.

2.1 Tabel atau Daftar

Secara umum, skema garis besar untuk sebuah tabel terdapat beberapa bagian (Sudjana, 2005), yaitu:

1. Judul Daftar
ditulis ditengah-tengah bagian teratas, dalam beberapa baris, semuanya dengan huruf besar.
2. Judul Kolom dan judul baris
ditulis dengan singkat dan jelas, bisa dalam beberapa baris dan usahakan jangan melakukan pemutusan kata.
3. Sel Daftar
tempat nilai-nilai data dituliskan.
4. Catatan
terdapat dibawah kiri sebagai catatan-catatan yang perlu diberikan atau ditambahkan.

Terdapat 3 (tiga) jenis tabel atau daftar, yaitu:

a. Daftar Baris Kolom

Pada perusahaan “X”, telah dilakukan transaksi pembelian barang-barang oleh unit A.

Pembelian barang-barang dalam ribuan unit dan jutaan rupiah pada tahun 2013-2015

Barang	2013		2014		2015	
	Banyak	Harga	Banyak	Harga	Banyak	Harga
A	8,3	234,4	12,7	307,8	11,0	290,4
B	10,8	81,4	9,4	80,5	13,0	92,0
Jumlah	19,1	315,8	22,1	388,3	24,0	382,4

Catatan : Data olahan

b. Daftar Kontingensi

Untuk data yang terdiri atas dua faktor atau dua variabel, dimana faktor yang satu terdiri atas b kategori dan lainnya terdiri atas k kategori, dapat dibuat daftar kontingensi berukuran $b \times k$ dengan b menyatakan baris dan k menyatakan kolom.

Banyak Murid Sekolah di Daerah A menurut Tingkat Sekolah dan Jenis Kelamin pada tahun 2013-2015

<div>Tingkat Sekolah</div> <div>Jenis Kelamin</div>	SD	SLTP	SLTA	Jumlah
Laki-laki	4.758	2.795	1.459	9.012
Perempuan	4.032	2.116	1.256	7.404
Jumlah	8,790	4.911	2.715	16.416

Catata : Data Olahan

c. Daftar Distribusi Frekuensi

Data kuantitatif yang dapat dibuat menjadi beberapa kelompok.

Daftar Mahasiswa Universitas Muhammadiyah Sidoarjo berdasarkan Umur pada tahun 2015

UMUR	BANYAK MAHASISWA
17-20	1.172
21-24	2.758
25-28	2.976
29-32	997
33-36	205
Jumlah	8.108

Catatan : Data Olahan

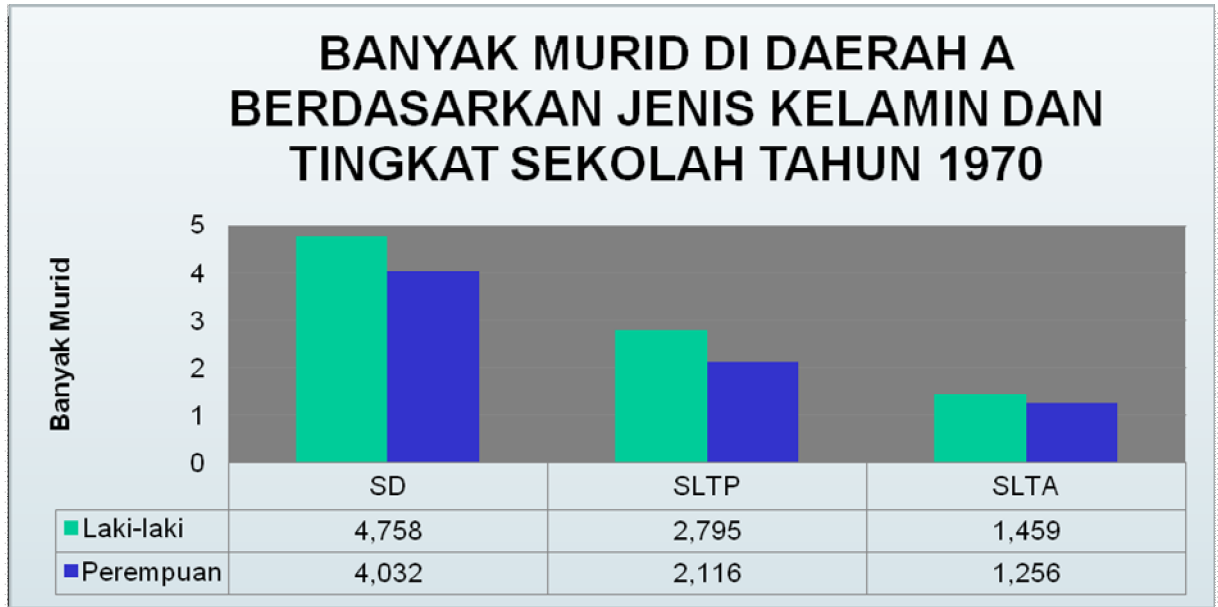
2.2 Grafik atau Diagram

Terdapat beberapa jenis diagram, yaitu:

1. Diagram Batang

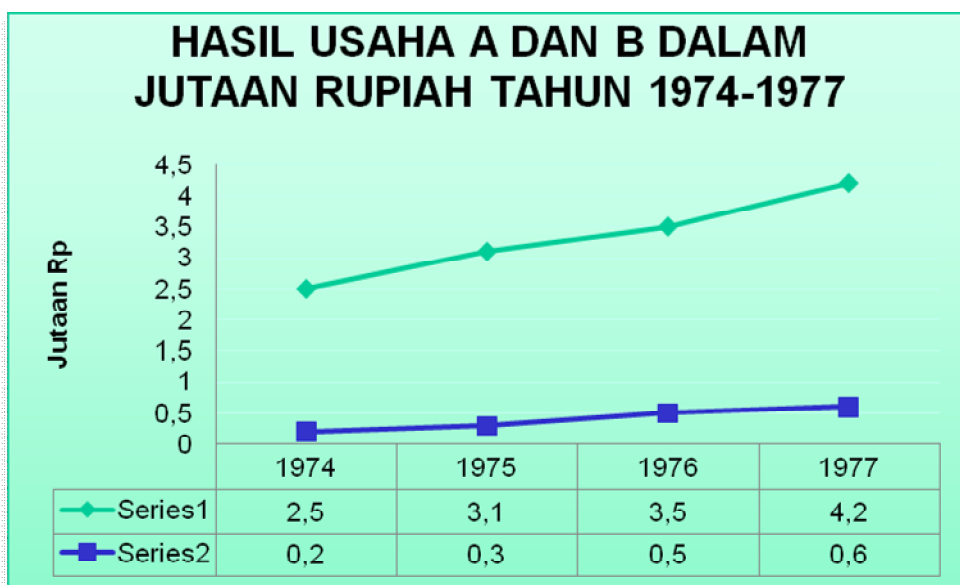
Data yang variabelnya berbentuk kategori atau atribut sangat tepat disajikan dalam diagram batang. Untuk menggambar diagram batang diperlukan sumbu datar dan sumbu tegak yang berpotongan tegak lurus. Kedua sumbunya dibagi menjadi

beberapa skala, tetapi tidak perlu sama skalanya. Jika diagram dibuat tegak, maka sumbu datar menyatakan atribut atau waktu, sedangkan sumbu tegak menyatakan kuantum atau nilai data.



2. Diagram Baris

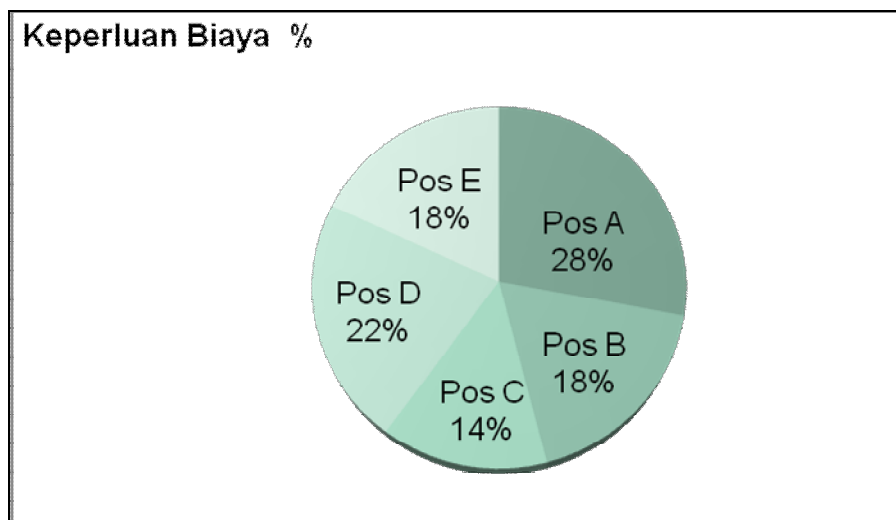
Untuk menggambarkan yang serba terus atau berkesinambungan. Diperlukan sumbu tegak dan sumbu datar yang saling tegak lurus. Sumbu datar menyatakan waktu, sedangkan sumbu tegaknya menyatakan kuantum data tiap waktu.



3. Diagram Lingkaran

Untuk membuat diagram lingkaran, gambarkan sebuah lingkaran, kemudian dibagi menjadi beberapa sektor. Tiap sektor melukiskan kategori data yang terlebih dahulu diubah kedalam derajat. Dianjurkan untuk pembagian mulai dari titik tertinggi lingkaran. Diagram ini digunakan untuk melukiskan data atribut.

Keperluan Biaya	
Untuk	%
Pos A	28
Pos B	18
Pos C	14
Pos D	22
Pos E	18
Jumlah	100

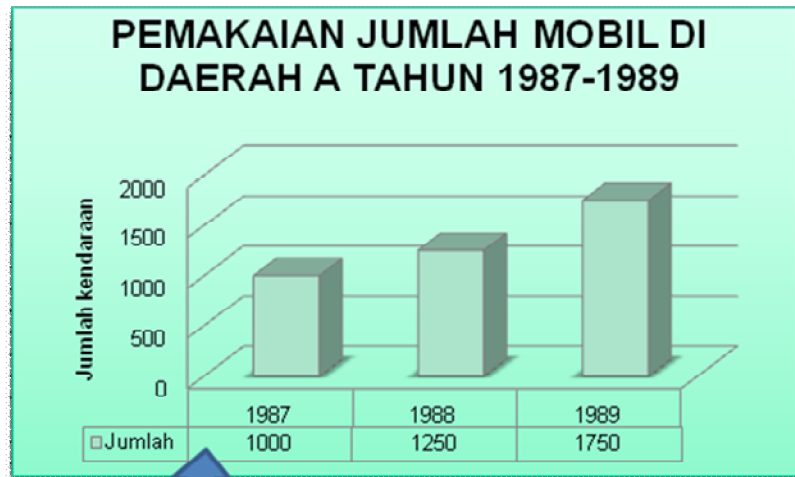


4. Diagram Lambang

Dipakai untuk mendapatkan gambaran kasar sesuatu hal dan sebagai alat visual bagi orang awam. Kesulitannya adalah menggambarkan bagian simbol untuk satuan yang tidak penuh.

Penggunaan Kendaraa Mobil di Daerah A

Tahun	Jumlah
1987	1000
1988	1250
1989	1750



5. Diagram Peta

Diagram ini disebut juga kartogram. Dalam pembuatannya digunakan peta geografis tempat data terjadi. Sehingga, diagram ini melukiskan keadaan dihubungkan dengan tempat kejadiannya. Contoh : Pembagian wilayah pelayanan PLN di Surabaya.



2.3 Rangkuman

1. Terdapat dua cara dalam menyajikan data yaitu dengan tabel atau daftar dan grafik atau diagram.
2. Terdapat 3 (tiga) jenis daftar, yaitu daftar baris dan kolom, daftar kontingensi, dan daftar frekuensi.
3. Terdapat 5 (lima) jenis diagram, yaitu diagram batang, diagram garis, diagram lingkaran, diagram lambang dan diagram peta.

2.4 Latihan

1. Terdapat data jumlah mahasiswa di sebuah perguruan tinggi. Diketahui bahwa 130 mahasiswa dari Fakultas Ekonomi, 150 dari Fakultas Teknik, 125 dari Fakultas Hukum, dan 126 berasal dari fakultas psikologi. Susunlah data tersebut dalam bentuk tabel dan diagram batang.

Daftar Pustaka

- Martiningtyas, Nining (2011)., *Teori, Soal dan Pembahasan Statistika.*, Jakarta :PT.Prestasi Pustakaraya.
- Sudjana, (2005)., *Metode Statistika.*, Bandung:Tarsito

BAB 3

DISTRIBUSI FREKUENSI

3.1 Pendahuluan

Tabel Frekuensi merupakan salah satu jenis penyajian data. Tabel Frekuensi adalah cara umum untuk menata atau menyusun data yang dimiliki dalam sebuah tabel yang menunjukkan sebaran atau distribusi frekuensi data dan tersusun atas frekuensi tiap-tiap kelas atau kategori yang telah ditetapkan. Frekuensi tiap kelas atau kategori menunjukkan banyaknya pengamatan dalam kelas yang sedang diamati. Untuk memperjelas uraian diatas, diberikan contoh tabel frekuensi sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1. Tabel Frekuensi nilai akhir matakuliah statistika dasar

Interval (Selang) Kelas	Frekuensi (f)
51-60	5
61-70	8
71-80	19
81-90	7
91-100	6
Total	45

Dengan mempelajari tabel frekuensi yang ditunjukkan dalam Tabel 3.1 paling tidak kita dapat mengetahui gambaran secara umum kemampuan mahasiswa terhadap matakuliah statistika dasar yang diberikan. Bentuk tabel frekuensi yang lain dapat ditunjukkan pada Tabel 3.2. sebagai berikut.

Tabel 3.2. Tabel Frekuensi banyaknya bola pada suatu kotak

Kelas	Frekuensi (f)
Bola Merah	16
Bola Biru	18
Bola Hijau	15
Bola Kuning	19
Bola Ungu	22
Total	90

Tabel 3.2 adalah tabel frekuensi dengan kelas bukan merupakan selang (interval) tetapi menunjukkan banyaknya sesuatu yang diamati. Bila dibandingkan Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 jelas terdapat perbedaan. Tabel 3.1 merupakan tabel frekuensi yang kelasnya merupakan selang (interval) sedangkan Tabel 3.2 merupakan tabel frekuensi yang kelasnya merupakan banyaknya sesuatu.

Pembuatan tabel frekuensi dengan kelas sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.2 tentu saja tidak sulit dilakukan, yaitu dengan cara menghitung berapa banyak pengamatan yang mempunyai nilai sesuai kelas yang telah ditentukan. Yang perlu dipelajari lebih lanjut adalah cara pembuatan tabel frekuensi apabila kelasnya merupakan selang sebagaimana dicontohkan pada Tabel 3.1. Pembahasan tentang tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pembuatan tabel frekuensi yang kelasnya merupakan selang adalah sebagai berikut.

3.2 Tahapan Pembuatan Tabel Frekuensi

a. Penentuan banyaknya selang kelas (k)

Banyaknya selang kelas tergantung pada jumlah pengamatan dalam data yang kita miliki. Pengamatan yang tidak terlalu banyak tentunya tidak memerlukan selang kelas yang banyak, begitu pula sebaliknya pengamatan yang banyak memerlukan selang kelas yang cukup memadai untuk mencakup semua data pengamatan yang dimiliki. Menurut Yitnosumarto (1990), persamaan yang digunakan untuk penentuan banyaknya selang kelas dinyatakan sebagaimana persamaan 3.1. sebagai berikut.

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

(3.1)

di mana :

k = banyaknya kelas

n = jumlah data

b. Penentuan selang dalam kelas (I)

Selang dalam kelas atau lebar kelas akan tergantung pada banyaknya kelas dan kisaran data atau disebut juga dengan *range*. Hal penting yang perlu diperhatikan dalam penentuan selang dalam kelas adalah semua selang dalam kelas harus memiliki lebar kelas yang sama. Untuk menentukan selang dalam kelas terlebih dahulu harus mengetahui banyak kelas (k) yang telah dihitung pada tahapan pertama. Menurut

Yitnosumarto (1990), persamaan yang digunakan untuk penentuan selang dalam kelas dinyatakan sebagaimana persamaan 3.2 sebagai berikut.

$$I = \frac{R}{k} \quad (3.2)$$

di mana :

R = *range* atau kisaran

k = banyaknya selang kelas

Range atau kisaran dapat diperoleh dari selisih antara nilai pengamatan tertinggi dengan nilai pengamatan terendah, menurut Yitnosumarto (1990), persamaan untuk menghitung kisaran dinyatakan pada persamaan 3.3 sebagai berikut.

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (3.3)$$

di mana :

X_{\max} = nilai pengamatan tertinggi

X_{\min} = nilai pengamatan terendah

c. Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

Batas kelas terendah untuk selang kelas pertama merupakan bagian penting untuk ditentukan. Pada umumnya batas kelas terendah dari selang kelas pertama ditentukan sedemikian rupa sehingga akan memudahkan kita untuk melihat perbedaan selang kelas pertama dengan selang kelas kedua dan seterusnya. Untuk menjelaskan hal ini akan dijelaskan uraian sebagai berikut.

Apabila kita mempunyai data antara 63 sampai dengan 97. Data tersebut merupakan hasil penilaian terhadap kemampuan dengan kisaran nilai 0 sampai dengan 100. Misalkan dengan lebar kelas 10, tentu saja akan memudahkan kita menentukan selang kelas 61-70, 71-80 dan seterusnya sampai dengan 91-100 dibandingkan dengan selang kelas 63-72, 73-82 dan 93-102. Mengapa demikian? Hal ini karena tidak mungkin terdapat nilai 102 untuk kisaran nilai 0-100. Namun apabila semua data pada pengamatan dapat masuk dalam kisaran nilai yang ada, kita dapat langsung menggunakan nilai pengamatan terendah berdasarkan data. Catatan penting lain untuk memudahkan pembuatan tabel frekuensi adalah data yang diamati harus diurutkan terlebih dahulu.

3.3 Frekuensi Relatif dan Frekuensi Kumulatif

Contoh tabel frekuensi sebagaimana ditunjukkan pada Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 dapat juga disertai dengan frekuensi relatif. Menurut Dajan (1991), frekuensi relatif dapat diartikan sebagai rasio antara frekuensi tiap-tiap kelas dengan frekuensi total atau banyaknya pengamatan secara keseluruhan. Frekuensi relatif dapat dinyatakan dalam bentuk proporsi terhadap frekuensi total dan dapat juga dinyatakan dalam bentuk presentase terhadap frekuensi total. Frekuensi relatif untuk Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 dapat dinyatakan sebagaimana Tabel 3.3 dan Tabel 3.4 berikut.

Tabel 3.3. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.1

Interval (Selang) Kelas	Frekuensi (f)	Frekuensi Relatif
51-60	5	$5/45 = 0,11$
61-70	8	$8/45 = 0,18$
71-80	19	$19/45 = 0,42$
81-90	7	$7/45 = 0,16$
91-100	6	$6/45 = 0,13$
Total	45	$45/45 = 1$

Tabel 3.4. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.2

Kelas	Frekuensi (f)	Frekuensi Relatif
Bola Merah	16	$16/90 = 0,18$
Bola Biru	18	$18/90 = 0,2$
Bola Hijau	15	$15/90 = 0,17$
Bola Kuning	19	$19/90 = 0,21$
Bola Ungu	22	$22/90 = 0,24$
Total	90	$90/90 = 1$

Apabila frekuensi relatif pada Tabel 3.3 dan tabel 3.4 diatas dinyatakan dalam persentase maka akan diperoleh frekuensi relatif berturut-turut untuk Tabel 3.3 adalah 11%, 18%, 42%, 16% dan 13% sedangkan frekuensi relatif berturut-turut untuk Tabel 3.4 adalah 18%, 20%, 17%, 21% dan 24%.

Selain frekuensi relatif, dalam penyajian data pada tabel frekuensi juga dikenal istilah frekuensi kumulatif. Frekuensi kumulatif didapatkan dengan menjumlahkan frekuensi demi frekuensi pada setiap kelas. Frekuensi kumulatif untuk Tabel 3.1 dan Tabel 3.2 dapat dinyatakan sebagaimana Tabel 3.3 dan Tabel 3.4 berikut.

Tabel 3.5. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.1

Interval (Selang) Kelas	Frekuensi (f)	Frekuensi Kumulatif
51-60	5	5
61-70	8	13
71-80	19	32
81-90	7	39
91-100	6	45
Total	45	

Tabel 3.6. Sebaran frekuensi dan frekuensi relatif data pada Tabel 3.2

Kelas	Frekuensi (f)	Frekuensi kumulatif
Bola Merah	16	16
Bola Biru	18	34
Bola Hijau	15	49
Bola Kuning	19	68
Bola Ungu	22	90
Total	90	

3.4 Contoh Soal

Untuk lebih memahami tentang uraian materi tabel frekuensi yang telah dijelaskan berikut ini diberikan contoh kasus pembuatan tabel frekuensi dengan kelas merupakan selang (interval).

1. Berikut ini adalah data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar. Data siswa tersebut disajikan lengkap pada Tabel 3.7 di bawah ini :

Tabel 3.7. Data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB

6	7	9	12	14	15	18	20	21	21
23	25	27	31	31	31	31	33	34	35

Buatlah tabel frekuensi, frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif berdasarkan data yang tersedia !

Sesuai dengan uraian yang telah dijelaskan terdapat tiga tahapan dalam pembuatan tabel frekuensi, yaitu :

- Penentuan banyaknya selang kelas (k)
- Penentuan selang dalam kelas (I)
- Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

Berdasarkan tiga tahapan pembuatan tabel frekuensi diatas maka akan kita buat tabel frekuensi dengan contoh kasus yang ada.

a. Penentuan banyaknya selang kelas (k)

Penentuan banyaknya selang kelas dihitung berdasarkan persamaan (3.1) yaitu sebagai berikut :

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

di mana :

k = banyaknya kelas

n = jumlah data

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa jumlah unit data yang diamati adalah 20 hari, sehingga pada contoh kasus ini n (jumlah data) adalah 20. Selanjutnya akan dihitung banyaknya selang kelas berdasarkan data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB menggunakan persamaan di atas sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\begin{aligned} k &= 1 + 3,3 \log n \\ &= 1 + 3,3 \log (20) = 5,2 \approx 5 \end{aligned}$$

b. Penentuan selang dalam kelas (I)

Penentuan selang dalam kelas dihitung berdasarkan persamaan 3.2. yaitu sebagai berikut :

$$I = \frac{R}{k}$$

di mana :

$$R = X_{\text{maks}} - X_{\text{min}}$$

k = banyaknya selang kelas

Untuk menghitung selang dalam kelas terlebih dahulu kita harus mengetahui *range* atau kisaran dari data yang kita miliki. Berdasarkan persamaan di atas, *range* atau kisaran diperoleh dengan menghitung selisih nilai pengamatan tertinggi dengan nilai pengamatan terendah. Nilai pengamatan tertinggi (X_{maks}) pada data adalah 35 sedangkan nilai pengamatan terendah (X_{min}) pada data adalah 6. Sehingga *range* atau kisaran data adalah $R = X_{\text{maks}} - X_{\text{min}} = 35 - 6 = 29$. Selanjutnya akan dihitung selang(interval) dalam kelas pada data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB menggunakan persamaan di atas sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\begin{aligned} I &= \frac{R}{k} \\ &= \frac{29}{5} = 5,8 \approx 6 \end{aligned}$$

c. Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama dapat langsung menggunakan nilai pengamatan terendah pada data, hal ini dikarenakan semua data pada pengamatan dapat masuk dalam kisaran nilai yang ada.

Setelah melakukan perhitungan pada tiga tahapan dalam pembuatan tabel frekuensi dihasilkan tabel frekuensi untuk data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB sebagaimana Tabel 3.8. sebagai berikut :

Tabel 3.8. Tabel frekuensi siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB

Selang (Interval) Kelas	Frekuensi (<i>f</i>)
6-11	3
12-17	3
18-23	5
24-29	2
30-35	7
Total	20

Selanjutnya setelah terbentuk tabel frekuensi data, akan kita hitung juga frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif data berdasarkan tabel frekuensi yang telah dibuat dan selengkapnya disajikan pada tabel 3.9 sebagai berikut.

Tabel 3.8. Tabel frekuensi siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB

Selang (Interval) Kelas	Frekuensi (<i>f</i>)	Frekuensi Relatif	Frekuensi Kumulatif
6-11	3	$3/20 = 0,15$ (15%)	3
12-17	3	$3/20 = 0,15$ (15%)	6
18-23	5	$5/20 = 0,25$ (25%)	11
24-29	2	$2/20 = 0,1$ (10%)	13
30-35	7	$7/20 = 0,35$ (35%)	20
Total	20	$20/20 = 1$ (100%)	

3.5 Rangkuman

- Tabel Frekuensi adalah cara umum untuk menata atau menyusun data yang dimiliki dalam sebuah tabel yang menunjukkan sebaran atau distribusi frekuensi data.
- Terdapat tiga tahapan dalam pembuatan tabel frekuensi, yaitu sebagai berikut:
 - a. Penentuan banyaknya selang kelas (k)

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

di mana :

k = banyaknya kelas

n = jumlah data

- b. Penentuan selang dalam kelas (I)

$$I = \frac{R}{k}$$

di mana :

R = range/ kisaran

k = banyaknya selang kelas

Range atau kisaran dapat diperoleh dari selisih antara nilai pengamatan tertinggi dengan nilai pengamatan terendah

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

di mana :

X_{\max} = nilai pengamatan tertinggi

X_{\min} = nilai pengamatan terendah

- c. Penentuan batas kelas terendah untuk kelas pertama

Batas kelas terendah untuk selang kelas pertama dapat langsung menggunakan nilai pengamatan terendah berdasarkan data apabila semua data dapat masuk dalam kisaran nilai yang ada

- Frekuensi relatif dapat adalah rasio antara frekuensi tiap-tiap kelas dengan frekuensi total atau banyaknya pengamatan secara keseluruhan sedangkan frekuensi kumulatif didapatkan dengan menjumlahkan frekuensi demi frekuensi pada setiap kelas.

3.6 Latihan

1. Buatlah tabel frekuensi, frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif berdasarkan data nilai UAS 30 mahasiswa pada matakuliah dasar-dasar pemrograman sebagai berikut :

75	73	69	63	85	60	67	76	78	89
91	74	77	73	78	77	69	84	64	79
75	72	71	67	66	81	87	75	76	78

2. Berikut ini merupakan tabel frekuensi jumlah siswa kelas 1 sampai dengan kelas 6 pada sebuah Sekolah Dasar :

Kelas	Frekuensi (f)
Kelas 1	34
Kelas 2	35
Kelas 3	29
Kelas 4	30
Kelas 5	33
Kelas 6	39
Total	200

Buatlah tabel frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif berdasarkan tabel frekuensi di atas !

3. Lakukan pengumpulan data dikelas, catat berat badan dan tinggi badan masing-masing mahasiswa. Selanjutnya buatlah tabel frekuensi, frekuensi relatif dan frekuensi kumulatif untuk data berat badan dan tinggi badan mahasiswa.

Daftar Pustaka

Dajan, Anto. (1991). *Pengantar Metode Statistik*. Jakarta: PT. Pustaka LP3ES.

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 4

UKURAN DAN PEMUSATAN DAN PENYIMPANGAN DATA

4.1 Pendahuluan

Ukuran pemusatan atau disebut dengan tendensi sentral adalah penjabaran data yang berulang atau berpusat pada nilai-nilai tertentu secara kuantitatif. Ukuran pemusatan adalah cara untuk mencari nilai tengah dari satu gugus data, yang telah diurutkan dari nilai yang terkecil sampai yang terbesar atau sebaliknya dari nilai terbesar sampai yang terkecil. Sedangkan ukuran penyimpangan data atau disebut juga ukuran dispersi adalah ukuran yang menyatakan seberapa jauh penyimpangan nilai-nilai data dari nilai pusatnya. Ukuran pemusatan dan penyimpangan data dibagi atas dua jenis, yaitu ukuran pemusatan dan penyimpangan data untuk data yang tidak dikelompokkan serta ukuran pemusatan dan penyimpangan data untuk data yang dikelompokkan. Data yang dikelompokkan adalah data yang sudah disajikan dalam tabel frekuensi seperti yang telah dibahas pada materi sebelumnya. Berikut ini adalah beberapa jenis ukuran pemusatan dan penyimpangan data.

Terdapat beberapa jenis ukuran pemusatan data adalah sebagai berikut :

1. Rata-rata (*mean*)
2. Median
3. Modus
4. Kuartil
5. Desil
6. Persentil

Terdapat beberapa ukuran penyimpangan data, yaitu:

1. Range atau kisaran
2. Ragam atau *variance*
3. Simpangan baku atau standart deviasi

Berikut ini akan diuraikan satu persatu ukuran pemusatan dan penyimpangan data baik untuk data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan.

4.2 Jenis- jenis Ukuran Pemusatan Data

Seperti yang telah disebutkan dibagian awal terdapat enam jenis ukuran pemusatan data yaitu rata-rata (*mean*), median, modus, kuartil, desil dan persentil. Berikut akan diuraikan lebih jelas tentang beberapa ukuran pemusatan tersebut baik untuk data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan.

4.2.1 Rata-rata (*mean*)

Rata-rata (*mean*) dapat didefinisikan sebagai jumlah seluruh nilai data dibagi dengan jumlah data yang digunakan. Menurut Supranto (2008), persamaan untuk menghitung nilai rata-rata data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.1 dan 4.2 sebagai berikut.

1. Data tidak dikelompokkan

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (4.1)$$

di mana :

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

n = banyaknya data

2. Data dikelompokkan

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad (4.2)$$

di mana :

$$i = 1, 2, 3, \dots, k$$

k = banyaknya kelas

4.2.2 Median

Median dapat didefinisikan sebagai nilai tengah yang memisahkan data yang tinggi dan data yang rendah. Menurut Supranto (2008), persamaan untuk menghitung median data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.3 dan 4.4 sebagai berikut.

1. Data tidak dikelompokkan

$$\begin{aligned} \text{untuk } n \text{ ganjil} &\rightarrow \text{Me} = X_{(n+1)/2} \\ \text{untuk } n \text{ genap} &\rightarrow \text{Me} = \frac{X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)}}{2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

di mana :

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

n = banyaknya data

2. Data dikelompokkan

$$\text{Me} = Bb + \frac{(0,5f_t - f_{sm})}{f_m} I \quad (4.4)$$

di mana :

Bb = batas kelas terendah, dimana terletak median yaitu pada frekuensi kumulatif ke- $\left(\frac{1}{2}n\right)$

f_t = frekuensi total

f_{sm} = total frekuensi sebelum median

f_m = frekuensi pada kelas yang mengandung median

I = Interval kelas

4.2.3 Modus

Modus dapat didefinisikan sebagai nilai yang paling sering muncul. Untuk menghitung nilai modus pada data tidak dikelompokkan tidak sulit yaitu dengan menghitung secara manual berapa banyak nilai pengamatan yang paling sering muncul, sedangkan untuk menghitung nilai modus pada data tidak dikelompokkan menurut Supranto (2008), dinyatakan sebagaimana persamaan 4.5 sebagai berikut.

1. Data dikelompokkan

$$Mo = Bb + \left(\frac{a}{a+b} \right) I$$

(4.5)

di mana :

Bb = batas bawah kelas dengan frekuensi tertinggi

a = selisih frekuensi tertinggi dengan frekuensi kelas sebelumnya

b = selisih frekuensi tertinggi dengan frekuensi kelas sesudahnya

I = interval kelas

4.2.4 Kuartil, Desil dan Persentil

4.2.4.1 Kuartil

Kuartil atau disebut perempatan, desil atau disebut persepuluhan dan persentil atau disebut perseratusan juga merupakan besaran yang digunakan untuk ukuran pemusatan data. Kuartil, desil dan persentil dapat dihitung untuk data yang dikelompokkan. Menurut Yitnosumarto (2010), persamaan untuk menghitung kuartil, desil dan persentil secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.6, 4.7 dan 4.8 sebagai berikut :

$$Kp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{4} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

(4.6)

di mana : p = 1, 2 atau 3 (yaitu perempatan ke-1, ke-2 atau ke-3)

Bb = batas bawah kelas terendah pada kelas dimana terletak kuartil ke-p

f_t = frekuensi total

f_{sp} = frekuensi kelas sebelum kelas kuartil

f_p = frekuensi kelas dimana terletak kuartil ke-p

I = interval kelas

4.2.4.2 Desil

$$Dp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{10} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I \quad (4.7)$$

di mana :

$p = 1, 2, 3, \dots, 10$

Bb = batas bawah kelas terendah pada kelas dimana terletak desil ke-p

f_t = frekuensi total

f_{sp} = frekuensi kelas sebelum kelas desil

f_p = frekuensi kelas dimana terletak desil ke-p

I = interval kelas

4.2.4.3 Persentil

$$Pp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{100} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I \quad (4.8)$$

di mana :

$p = 1, 2, 3, \dots, 100$

Bb = batas bawah kelas terendah pada kelas dimana terletak persentil ke-p

f_t = frekuensi total

f_{sp} = frekuensi kelas sebelum kelas persentil

f_p = frekuensi kelas dimana terletak persentil ke-p

I = interval kelas

4.3 Jenis-jenis Ukuran Penyimpangan Data

4.3.1 Range

Range atau kisaran data dapat didefinisikan sebagai interval yang memuat semua data. Range baik untuk data yang tidak dikelompokkan atau data yang dikelompokkan sangat mudah untuk dihitung yaitu dengan menghitung selisih antara nilai pengamatan tertinggi dengan nilai pengamatan terendah. Menurut walpole (1995), persamaan untuk menghitung *range* (kisaran) dinyatakan sebagaimana persamaan 4.9 sebagai berikut:

$$R = X_{\max} - X_{\min} \quad (4.9)$$

di mana :

X_{\max} = nilai pengamatan tertinggi

X_{\min} = nilai pengamatan terendah

4.3.2 . Ragam atau *Variance* dan Simpangan Baku atau Standart Deviasi

Ragam atau *Variance* dapat didefinisikan sebagai nilai yang menunjukkan seberapa jauh data menyimpang dari rata-ratanya. Persamaan untuk menghitung ragam (*variance*) data yang tidak dikelompokkan dan data yang dikelompokkan menurut walpole (1995), secara berurutan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.10 dan 4.11 sebagai berikut.

1. Data tidak dikelompokkan

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 / n \right)}{n - 1} \quad (4.10)$$

di mana :

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

n = banyaknya data

2. Data dikelompokkan

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2}{\sum_{i=1}^k f_i} \right)}{n-1} \quad (4.11)$$

di mana :

f_i = frekuensi setiap kelas

X_i = nilai tengah kelas

i = 1, 2, 3, ..., n

n = banyaknya data

Simpangan baku atau standart deviasi adalah akar dari ragam (*variance*). Sehingga untuk menghitung nilai sangat mudah yaitu dengan mengakarkan nilai ragam (*variance*).

4.4. Contoh Soal

Untuk lebih memahami tentang uraian materi ukuran pemusatan dan penyimpangan data yang telah dijelaskan berikut ini diberikan contoh kasus ukuran pemusatan dan penyebaran data. Contoh kasus yang digunakan sama dengan contoh kasus pada pembuatan tabel frekuensi yaitu data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar. Data siswa tersebut disajikan lengkap pada Tabel 4.1 di bawah ini :

Tabel 4.1 Data siswa yang hadir pada 20 hari terakhir di suatu LBB

6	7	9	12	14	15	18	20	21	21
23	25	27	31	31	31	31	33	34	35

Sesuai dengan uraian yang telah dijelaskan terdapat enam ukuran pemusatan data yaitu rata-rata, median, modus, kuartil, desil dan persentil sedangkan untuk ukuran penyimpangan data terdapat tiga jenis yaitu range, ragam atau *variance* dan simpangan baku atau standart deviasi. Sebagai contoh berikut ini akan dihitung ukuran pemusatan dan penyimpangan data baik untuk data dikelompokkan dan data tidak dikelompokkan.

Data tidak dikelompokkan

a. Ukuran pemusatan data

1. Rata-rata

Persamaan untuk menghitung nilai rata-rata data yang tidak dikelompokkan dan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.1 yaitu sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa :

$$n = 20$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 444$$

sehingga diperoleh nilai rata-rata adalah sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \frac{444}{20} = 22,2 \approx 22$$

2. Median

Persamaan untuk menghitung median data yang tidak dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.2 yaitu sebagai berikut :

<p>untuk n ganjil $\rightarrow \text{Me} = X_{(n+1)/2}$</p> <p>untuk n genap $\rightarrow \text{Me} = \frac{X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)}}{2}$</p>
--

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa jumlah data (n) adalah genap sehingga untuk menghitung median digunakan persamaan yang kedua.

$$\begin{aligned} \text{Me} &= \frac{X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)}}{2} \\ &= \frac{X_{(10)} + X_{(11)}}{2} = \frac{21 + 23}{2} = 22 \end{aligned}$$

2. Modus

Menghitung nilai modus pada data tidak dikelompokkan tidak sulit yaitu dengan menghitung secara manual berapa banyak nilai pengamatan yang paling sering muncul. Nilai yang paling sering muncul pada data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar adalah 31, sehingga modus untuk data tersebut adalah 31

b. Ukuran penyimpangan data

1. *Range* atau Kisaran

Persamaan untuk menghitung *range* (kisaran) dinyatakan sebagaimana persamaan 4.9 yaitu sebagai berikut:

$R = X_{\max} - X_{\min}$

di mana :

X_{maks} = nilai pengamatan tertinggi

X_{min} = nilai pengamatan terendah

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa :

$$X_{\text{maks}} = 35$$

$$X_{\text{min}} = 6$$

Sehingga nilai *range* atau kisaran data adalah

$$\begin{aligned} R &= X_{\text{maks}} - X_{\text{min}} \\ &= 35 - 6 = 29 \end{aligned}$$

2. Ragam atau *variance* dan simpangan baku atau standart deviasi

Persamaan untuk menghitung ragam (*variance*) dinyatakan sebagaimana persamaan 4.10 yaitu sebagai berikut:

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 / n \right)}{n - 1}$$

Berdasarkan data yang ada diketahui bahwa

$$\sum_{i=1}^n X_i = 444$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^2 = 11534$$

$$n = 20$$

Sehingga nilai ragam (*variance*) adalah

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 / n \right)}{n - 1} = \frac{11534 - ((444)^2 / 20)}{19} = 88,27$$

Simpangan baku atau standart deviasi adalah akar dari ragam (*variance*). Sehingga simpangan baku untuk data tersebut adalah

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 / n \right)}{n - 1}} = \sqrt{\frac{11534 - ((444)^2 / 20)}{19}} = 9,4$$

Data dikelompokkan

Data dikelompokkan adalah data yang sudah disajikan dalam tabel frekuensi, sehingga untuk menghitung ukuran pemusatan dan penyimpangan data dikelompokkan terlebih dahulu harus membentuk tabel frekuensi. Karena contoh kasus yang digunakan sama dengan contoh kasus pada pembahasan tabel frekuensi, sehingga kita dapat langsung menggunakan tabel frekuensi yang telah terbentuk dengan menambahkan beberapa komponen lain untuk menghitung ukuran pemusatan dan ukuran penyimpangan data yang dikelompokkan. Tabel frekuensi beserta komponen lain untuk data siswa yang hadir untuk mengikuti bimbingan belajar pada 20 hari terakhir di suatu Lembaga Bimbingan Belajar adalah sebagai berikut :

Interval	Frekuensi (f_i)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (X_i)	X_i^2	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75
12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75
18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5
30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

a. Ukuran pemusatan data

1. Rata-rata

Persamaan untuk menghitung nilai rata-rata data yang tidak dikelompokkan dan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.2 yaitu sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

$$\sum_{i=1}^k f_i X_i = 452$$

$$\sum_{i=1}^k f_i = 20$$

sehingga diperoleh nilai rata-rata adalah sebagai berikut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{\sum_{i=1}^k f_i} = \frac{452}{20} = 22,6 \approx 23$$

2. Median

Persamaan untuk menghitung median data dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.4 yaitu sebagai berikut :

$$Me = Bb + \frac{(0,5f_t - f_{sm})}{f_m} I$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Interval	Frekuensi (f_i)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (X_i)	X_i^2	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75
12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75
18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5
30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

$$Bb = 18$$

$$f_t = 20$$

$$f_{sm} = 6$$

$$f_m = 5$$

$$I = 6$$

sehingga diperoleh nilai median adalah sebagai berikut :

$$Me = 18 + \frac{(0,5(20) - 6)}{5} 6 = 18 + 4,8 = 22,8 \approx 23$$

3. Modus

Persamaan untuk menghitung modus data dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.5 yaitu sebagai berikut :

$$Mo = Bb + \left(\frac{a}{a+b} \right) I$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Interval	Frekuensi (f_i)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (X_i)	X_i^2	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75
12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75
18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5
30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

$$Bb = 30$$

$$a = 7 - 2$$

$$b = 7 - 0$$

$$I = 6$$

sehingga diperoleh nilai modus adalah sebagai berikut :

$$Mo = 30 + \left(\frac{(7-2)}{(7-2) + (7-0)} \right) 6 = 30 + \left(\frac{5}{12} \right) 6 = 32,5$$

4. Kuartil, Desil dan Persentil

Persamaan untuk menghitung kuartil, desil dan persentil data dikelompokkan dinyatakan berurutan sebagaimana persamaan 4.6, 4.7 dan 4.8 yaitu sebagai berikut :

Kuartil

$$Kp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{4} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

Desil

$$Dp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{10} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

Persentil

$$Pp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{100} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Kuartil

$$\begin{aligned} p &= 1 & f_{sp} &= 3 \\ Bb &= 12 & f_p &= 3 \\ f_t &= 20 & I &= 6 \end{aligned}$$

sehingga diperoleh nilai kuartil ke-1 adalah sebagai berikut :

$$K1 = 12 + \left(\frac{\frac{1}{4}(20) - 3}{3} \right) 6 = 16$$

Desil

$$\begin{aligned} p &= 1 & f_{sp} &= 0 \\ Bb &= 6 & f_p &= 3 \\ f_t &= 20 & I &= 6 \end{aligned}$$

sehingga diperoleh nilai desil ke-1 adalah sebagai berikut :

$$D1 = 6 + \left(\frac{\frac{1}{10}(20) - 0}{3} \right) 6 = 10$$

Persentil

$$p = 50 \quad f_{sp} = 3$$

$$Bb = 18 \quad f_p = 5$$

$$f_t = 20 \quad I = 6$$

sehingga diperoleh nilai persentil ke-50 adalah sebagai berikut :

$$P_{50} = 18 + \left(\frac{\frac{50}{100}(20) - 3}{5} \right) 6 = 26,4$$

b. Ukuran penyimpangan data

1. Ragam atau *variance*

Persamaan untuk menghitung ragam (*variance*) data dikelompokkan dinyatakan sebagaimana persamaan 4.11 yaitu sebagai berikut:

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2 / \sum_{i=1}^k f_i \right)}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}$$

Berdasarkan tabel frekuensi yang terbentuk diketahui bahwa :

Interval	Frekuensi (f_i)	Frekuensi Kumulatif	Nilai Tengah (X_i)	X_i^2	$f_i X_i$	$f_i X_i^2$
6-11	3	3	8,5	72,25	25,5	216,75
12-17	3	6	14,5	210,25	43,5	630,75
18-23	5	11	20,5	420,25	102,5	2101,3
24-29	2	15	26,5	702,25	53	1404,5
30-35	7	20	32,5	1056,25	227,5	7393,8
Jumlah	20				452	11747

$$\sum_{i=1}^k f_i X_i^2 = 11747$$

$$\sum_{i=1}^k f_i X_i = 452$$

$$\sum_{i=1}^k f_i = 20$$

Sehingga nilai ragam (*variance*) adalah :

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2 / \sum_{i=1}^k f_i \right)}{\sum_{i=1}^k f_i - 1} = \frac{(11.747 - (452)^2 / 20)}{19} = \frac{(11747 - 10215,2)}{19} = 80,62$$

Simpangan baku atau standart deviasi adalah akar dari ragam (*variance*). Sehingga simpangan baku untuk data tersebut adalah

$$s = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2 / \sum_{i=1}^k f_i \right)}{\sum_{i=1}^k f_i - 1}} = \sqrt{\frac{(11747 - 10215,2)}{19}} = 8,98$$

4.5 Rangkuman

- Terdapat dua jenis ukuran pemusatan dan penyimpangan data, yaitu untuk data dikelompokkan dan data tidak dikelompokkan. Data yang dikelompokkan adalah data yang sudah disajikan dalam tabel frekuensi.

- Ukuran Pemusatan data

Data tidak dikelompokkan

a. Rata-rata

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

b. Median

untuk n ganjil $\rightarrow Me = X_{(n+1)/2}$

untuk n genap $\rightarrow Me = \frac{X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)}}{2}$

c. Modus

Nilai yang paling sering muncul

Data tidak dikelompokkan

a. Rata-rata

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

b. Median

$$Me = Bb + \frac{(0,5 f_t - f_{sm})}{f_m} I$$

c. Modus

$$Mo = Bb + \left(\frac{a}{a+b} \right) I$$

d. Kuartil

$$Kp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{4} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

e. Desil

$$Dp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{10} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

f. Persentil

$$Pp = Bb + \left(\frac{\frac{p}{100} f_t - f_{sp}}{f_p} \right) I$$

- Ukuran Penyimpangan Data

Data tidak dikelompokkan

a. Range

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

b. Ragam

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 / n \right)}{n-1}$$

c. Simpangan Baku

$$s = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 / n \right)}{n-1}}$$

Data dikelompokkan

a. Range

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

b. Ragam

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2 / \sum_{i=1}^k f_i \right)}{n-1}$$

c. Simpangan Baku

$$s = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2 / \sum_{i=1}^k f_i \right)}{n-1}}$$

4.6 Latihan

1. Menggunakan soal yang sama pada bab tabel frekuensi yaitu data nilai UAS 30 mahasiswa pada matakuliah dasar-dasar pemrograman, hitunglah ukuran pemusatan dan penyimpangan data baik untuk data yang tidak dikelompokkan dan data dikelompokkan. Data disajikan pada tabel sebagai berikut :

75	73	69	63	85	60	67	76	78	89
91	74	77	73	78	77	69	84	64	79
75	72	71	67	66	81	87	75	76	78

2. Berikut ini merupakan tabel frekuensi berat badan 25 siswa kelas 6 sebuah Sekolah Dasar:

Kelas	Frekuensi (f)
30-34	4
35-39	9
40-44	6
45-49	4
50-55	2
Total	25

Hitunglah ukuran pemusatan dan penyebaran data untuk data dikelompokkan berdasarkan tabel frekuensi di atas !

3. Menggunakan hasil pengumpulan data berat badan dan tinggi badan dikelas pada bab tabel frekuensi, hitunglah ukuran pemusatan dan penyebaran data baik untuk data tidak dikelompokkan dan data dikelompokkan !

Daftar Pustaka

Supranto, J. (2008). *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jakarta : Erlangga.

Walpole, Ronald E. (1995). *Pengantar Statistika*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama.

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Halaman Ini Sengaja Dikosongkan

BAB 5

PROBABILITAS

5.1 Pendahuluan

Dalam statistika inferensi, probabilitas berperan penting. Wibisono (2009) menyatakan bahwa probabilitas adalah peluang atau kebolehhadian, yaitu peristiwa yang didefinisikan sebagai kemungkinan terjadinya suatu peristiwa (event). Contoh penggunaan probabilitas dalam aktivitas sehari-hari adalah seorang pedagang mempunyai 2 (dua) pilihan untuk membeli barang dagangannya. Jika dia membeli hari ini, harganya setiap kilo adalah Rp 10.000, namun jika membeli besok harganya akan naik 2 % setiap kilonya. Keputusannya adalah apakah pedagang tersebut akan membeli barang dagangannya sekarang atau esok hari?. Sehingga keputusan yang diambil oleh pedagang tersebut berhubungan dengan peluang untuk mendapatkan laba yang lebih banyak.

5.2 Konsep Probabilitas

Terdapat beberapa definisi dan pengertian yang berhubungan dengan konsep probabilitas, yaitu:

1. Eksperimen (Percobaan) adalah aksi/proses pengamatan yang membeawa kita kepada satu hasil yang tidak dapat diprediksi dengan pasti.
2. Titik Sampel adalah hasil yang paling mendasar dari suatu eksperimen.
3. Peristiwa adalah kumpulan khusus/tertentu dari titik sampel.
4. Ruang sampel adalah kumpulan dari semua titik sampelnya.

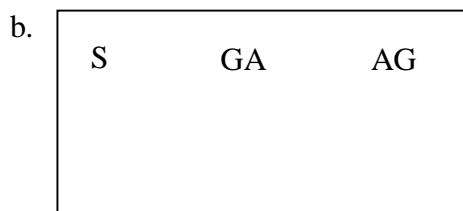
Contoh : Terdapat dua koin uang logam, terdiri dari gambar (G) dan angka (A).

Tentukan:

- a. Ruang sampelnya.
- b. Gambarkan diagram venn-nya
- c. Peluang muncul 1 A dan 1 G
- d. Peluang muncul 2 G
- e. Peluang muncul 2 A

Jawab:

- a. Ruang sampelnya adalah AA, AG, GA, GG



AA GG

- c. Peluang muncul 1 A dan 1 G adalah : $2 / 4$
- d. Peluang muncul 2 G : $1/4$
- e. Peluang muncul 2 A : $1/4$

Jadi, aturan dalam probabilitas titik sampel adalah:

1. Semua probabilitas titik sampel harus terletak antara 0 dan 1
2. Jumlah semua probabilitas titik sampel dalam ruang sampel harus berharga 1.

5.3 Gabungan dan Irisan

Gabungan (*union*) dan irisan (*intersection*) adalah dua konsep operasi himpunan yang terdapat pada teori himpunan. Gabungan 2 peristiwa A dan B adalah peristiwa yang terjadi jika A terjadi atau B terjadi atau keduanya terjadi secara bersamaan. Simbolnya adalah $A \cup B$.

Irisan 2 peristiwa A dan B adalah peristiwa yang terjadi jika A dan B terjadi secara bersamaan. Simbolnya adalah $A \cap B$.

Contoh:

Terdapat 2 peristiwa $A = \{\text{pelemparan 1 dadu yang menghasilkan bilangan genap}\}$ dan $B = \{\text{pelemparan 1 dadu yang menghasilkan bilangan yang kurang dari atau sama dengan 3}\}$. Tentukan $A \cup B$ dan $A \cap B$.

Jawab:

Peristiwa $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$ dan peristiwa $A \cap B = \{2\}$. Jika diandaikan dadu tersebut eimbang, maka $P(A \cup B) = 5/6$ dan $P(A \cap B) = 1/6$.

5.4 Probabilitas Bersyarat

Merupakan probabilitas yang mengikutsertakan tambahan pengetahuan (informasi) lain. Untuk menentukan probabilitas A terjadi apabila diketahui bahwa peristiwa B terjadi, kita dapat membagi probabilitas $A \cap B$ terjadi dengan probabilitas B terjadi.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (5.1)$$

5.5 Aturan Perkalian Dan Peristiwa Independen

Aturan perkalian untuk probabilitas adalah sebagai berikut:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) \quad (5.2)$$

Atau

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) \quad (5.3)$$

Peristiwa A dan B adalah peristiwa “*independen*” jika terjadinya peristiwa B tidak mempengaruhi terjadinya peristiwa A sehingga $P(A|B) = P(A)$. demikian pula, jika A dan B independen, maka $P(B|A) = P(B)$ adalah benar. Jika peristiwa A dan B independen, probabilitas irisan peristiwa A dan B sama dengan hasil kali probabilitas A dan probabilitas B sehingga $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Contoh:

Kita ambil satu kartu secara acak dari satu set kartu *brige* yang berjumlah 52 buah, kemudian kita kembalikan lagi kartu tersebut dan kita acak lagi tumpukan kartu untuk mengambil kartu kedua sehingga diperoleh hasil A_1 = (didapat As pada pengambilan I) dan A_2 = (didapat As pada pengambilan II) maka

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = (4/52) (4/52) = 1/169.$$

Dalam hal ini A_1 dan A_2 adalah peristiwa yang independen.

5.6 Beberapa Aturan Perhitungan/Pencacahan

Aturan sederhana yang digunakan untuk mencacah atau menghitung adalah:

1. Aturan perkalian

Terdapat beberapa himpunan dari elemen-elemen dimana n_1 berada dalam himpunan pertama, n_2 berada dalam himpunan kedua, ..., dan n_k berada dalam himpunan yang ke-k, kita ingin membentuk sampel yang terdiri k elemen dengan mengambil satu elemen dari tiap k himpunan. Sampel berbeda yang dapat dibentuk adalah:

$$n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \dots n_k \quad (5.4)$$

Contoh :

Dalam kantong plastik terdapat 3 kelereng merah dan 2 kelereng hijau. Ada berapa carakah memilih 2 kelereng yang terdiri dari 1 merah dan 1 kelereng hijau?

Jawab: Terdapat $(3) \cdot (2) = 6$ cara.

2. Aturan Permutasi

Diberikan himpunan tunggal yang terdiri dari N elemen yang berbeda. Kita ingin memilih n elemen dari N dan mengatur mereka dalam n posisi. Banyaknya permutasi yang berbeda dari N elemen yang diambil n pada sekali waktu disimbolkan dengan P_n^N dan dirumuskan sebagai

$$P_n^N = N(N-1)(N-2)(N-3)\dots(N-n+1) = \frac{N!}{(N-n)!} \quad (5.5)$$

Dimana, $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)\dots 3.2.1$ disebut n factorial.

Contoh:

Terdapat berapa cara untuk memilih 2 huruf dari himpunan 3 huruf (X, Y, Z) apabila urutannya diperhitungkan?

Jawab:

$$P_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3.2.1}{1} = 6$$

Jadi, terdapat 6 cara yaitu : (X,Y); (Y,Z); (Z, X); (X,Z); (Y, X) dan (Z, Y).

3. Aturan Partisi

Terdapat himpunan tunggal yang terdiri dari N elemen yang berbeda. Kita mempartisi mereka ke dalam k himpunan, dengan himpunan pertama memuat n_1 elemen, himpunan kedua memuat n_2 elemen,... dan himpunan ke- k memuat n_k elemen. Banyaknya partisi yang berbeda adalah:

$$\frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\dots n_k!} \text{ dengan } n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = N \quad (5.6)$$

Contoh:

Ada berapa banyak cara untuk mempartisi himpunan $\{1,2,3,4\}$ ke dalam 3 himpunan, Diana himpunan pertama memuat 2 elemen, himpunan kedua memuat 1 elemen dan himpunan ketiga memuat 1 elemen?

Jawab:

$$\text{Terdapat : } \frac{4!}{2!1!1!} = 12$$

4. Aturan Kombinasi

Suatu sampel terdiri dari n elemen yang dipilih dari himpunan N elemen. Banyaknya sampel berbeda yang terdiri dari n elemen yang dipilih dari N , disimbolkan dengan:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} \quad (5.7)$$

Contoh:

Terdapat berapa cara untuk memilih 2 huruf dari himpunan 3 huruf (A, B, C) apabila urutan tidak diperhitungkan?

Jawab:

$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{3!}{2!1!} = 3, \text{ Sehingga terdapat 3 cara.}$$

5.7 Rangkuman

1. Probabilitas adalah peluang atau kebolehjadian, yaitu peristiwa yang didefinisikan sebagai kemungkinan terjadinya suatu peristiwa (*event*).
2. Dalam konsep probabilitas terdapat 4 konsep, yaitu:
 - a. Eksperimen
 - b. Titik Sampel
 - c. Ruang Sampel
 - d. Peristiwa
3. Dalam teori probabilitas terdapat gabungan dan irisin.
4. Probabilitas bersyarat adalah probabilitas yang mengikutsertakan tambahan informasi.
5. Terdapat beberapa aturan perhitungan atau pencacahan, yaitu:
 - a. Aturan perkalian
 - b. Aturan permutasi
 - c. Aturan partisi
 - d. Aturan Kombinasi

5.8 Latihan

1. Apakah yang dimaksud dengan :
 - a. Statistik
 - b. Ruang Sampel
 - c. Titik Sampel
 - d. Peristiwa
 - e. Permutasi
 - f. Beri contoh masing-masing pengertian di atas
2. Tuliskan anggota ruang sampel berikut ini :
 - a. Himpunan bilangan bulat antara 1 dan 50 yang habis dibagi 8.
 - b. Himpunan bilangan ganjil antara 1 dan 77 yang habis dibagi 7.
3. Bila ada diketahui :
 - a. $T = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ dan $A = \{0,2,4,6,8\}$, $B = \{1,3,5,7,9\}$, $C = \{2,3,4,5\}$ dan $D = \{1,6,7\}$, tuliskan anggota himpunan yang berkaitan dengan kejadian :
 - $A \cup C$
 - $A \cap B$
 - b. $T = \{\text{Tembaga, natrium, nitrogen, kalium, uranium, oksigen, seng}\}$ dan kejadian $A = \{\text{tembaga, natrium, seng}\}$, $B = \{\text{natrium, kalium, nitrogen}\}$, dan $C = \{\text{oksigen}\}$, tuliskan anggota himpunan yang berkaitan dengan kejadian berikut :
 - $A \cup C$
 - $A \cap B$
4. Dalam setangan pemain poker terdapat 5 kartu, hitunglah peluangnya mendapatkan 2 As dan 3 jack. Dan berapa peluang dari 5 kartu yang berada ditangan pemain poker?

Daftar Pustaka

Santosa, R. Gunawan (2004)., *Statistik.*, Yogyakarta: Andi
Sudjana (2005)., *Metoda Statistika.*, Bandung: Tarsito

BAB 6

DISTRIBUSI NORMAL

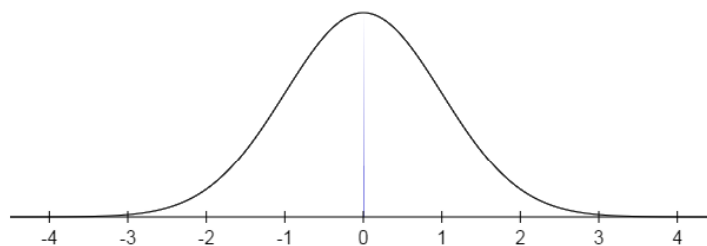
6.1 Pendahuluan

Distribusi Normal adalah distribusi dari variabel acak kontinu yang paling sering digunakan karena distribusi normal adalah distribusi yang paling luas aplikasinya dan merupakan pendekatan yang baik dari distribusi-distribusi lainnya.

Menurut Walpole dan Myers (1986), variabel acak X dikatakan berdistribusi normal umum, jika fungsi peluang untuk X dinyatakan sebagaimana persamaan 6.1 sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right]; -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0 \quad (6.1)$$

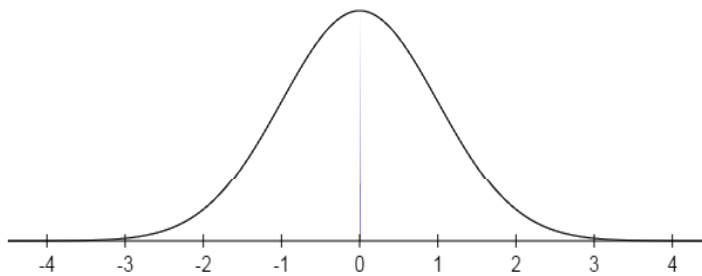
Penulisan notasi dari variabel acak yang berdistribusi normal adalah $N(x; \mu, \sigma^2)$, yang memiliki arti bahwa variabel acak x memiliki distribusi normal dengan rata-rata μ dan ragam (variance) σ^2 . Variabel acak X yang berdistribusi normal dengan rata-rata μ dan varians (ragam) σ^2 . Juga dapat dituliskan sebagai $X \sim NID(\mu, \sigma^2)$, NID berarti *normally independently distributed*. Kurva distribusi normal berbentuk lonceng atau genta yang ditunjukkan sebagaimana gambar 6.1 sebagai berikut :



Gambar 6.1 Kurva Distribusi Normal

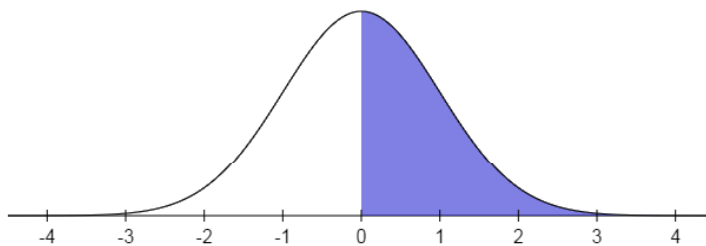
6.2 Sifat-sifat Distribusi Normal

- a. Kurva distribusi normal berbentuk lonceng (genta)



Seperti yang sudah di jelaskan pada bagian awal bahwa kurva distribusi normal berbentuk lonceng atau genta dengan dua parameter yaitu μ (rata-rata) dan σ (simpangan baku)

- b. Kurva distribusi normal berbentuk lonceng (genta) mempunyai sifat setangkup



Sifat setangkup pada distribusi normal berarti bahwa luasan kurva distribusi normal sisi kiri sama dengan luasan kurva distribusi normal sisi kanan. Luas kurva distribusi normal sisi kiri dan sisi kanan yaitu 0,5.

- c. Luas daerah yang terletak di bawah kurva tetapi di atas sumbu mendatar x sama dengan 1 atau dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

Berdasarkan sifat setangkup distribusi normal, diketahui bahwa luas kurva distribusi normal sisi kiri dan sisi kanan yaitu 0,5, sehingga luas kurva normal secara keseluruhan adalah 1.

- d. Fungsi peluang distribusi normal mencapai maksimum di $x=\mu$, sehingga fungsi peluang distribusi normal dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$$

(Yitnosumarto,1990)

6.3 Penggunaan Distribusi Normal

Berikut ini diberikan contoh kasus penggunaan distribusi normal pada perhitungan-perhitungan nilai peluang untuk lebih mengetahui aplikasi dari distribusi normal yang dijelaskan.

Tinggi laki-laki dikelas tersebar secara normal dengan rata-rata 155 cm dan simpangan baku 7 cm. Apabila di panggil secara acak, seorang laki-laki dikelas maka tentukan berapa peluang:

- Tinggi laki-laki tersebut kurang dari 150 cm
- Tinggi laki-laki tersebut lebih dari 170 cm
- Tinggi laki-laki tersebut antara 140 -160 cm
- Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Untuk menyelesaikan kasus tersebut, kita misalkan bahwa tinggi badan laki-laki dikelas sebagai variabel acak X, sehingga notasi variabel acak X dapat dituliskan sebagai berikut :

$$X \sim NID(155,49)$$

Karena luas daerah di bawah kurva fungsi peluang distribusi normal merupakan peluang maka nilai peluang untuk tinggi laki-laki dikelas adalah :

- Tinggi laki-laki tersebut kurang dari 150 cm

$$\begin{aligned} P(x < 150) &= \int_{-\infty}^{150} f(x)dx \\ &= \int_{-\infty}^{150} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp\left[-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2\right] dx \end{aligned}$$

- Tinggi laki-laki tersebut lebih dari 170 cm

$$\begin{aligned} P(x > 170) &= \int_{170}^{\infty} f(x)dx \\ &= \int_{170}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp\left[-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2\right] dx \end{aligned}$$

c. Tinggi laki-laki tersebut antara 140 -160 cm

$$P(140 < x < 160) = \int_{140}^{160} f(x)dx$$

$$= \int_{140}^{160} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp \left[-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2 \right] dx$$

d. Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Karena nilai peluang merupakan luas daerah di bawah kurva fungsi peluang distribusi normal maka peluang untuk $P(X=160)$ tidak dapat dihitung, sehingga kita harus menempatkan diantara dua nilai misalnya antara 159,95 cm dan 160,05 cm. Jadi peluang untuk tinggi laki-laki tepat 160 adalah:

$$P(159,95 < x < 160,05) = \int_{159,95}^{160,05} f(x)dx$$

$$= \int_{159,95}^{160,05} \frac{1}{\sqrt{2\pi(49)}} \exp \left[-\frac{1}{2(49)}(x-155)^2 \right] dx$$

6.4 Transformasi Distribusi Normal

Proses penyelesaian integral fungsi peluang distribusi normal cukup rumit oleh karena itu, untuk mempermudah proses penyelesaian terdapat transformasi dari distribusi normal ke distribusi normal baku. Menurut Yitnosumarto (1990), bentuk tranformasi distribusi normal baku dinyatakan sebagaimana persamaan 6.2 sebagai berikut :

$$\boxed{Z = \frac{X - \mu}{\sigma}} \quad (6.2)$$

di mana :

μ = rata-rata

σ = simpangan baku

Distribusi normal baku adalah distribusi untuk variabel acak normal dengan nilai tengah nol dan simpangan baku 1. Fungsi peluang distribusi normal baku dinyatakan sebagaimana persamaan 6.3 sebagai berikut

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2}x^2 \right]; -\infty < x < \infty} \quad (6.3)$$

Untuk lebih memahami proses transformasi distribusi normal baku, berikut ini diberikan contoh kasus penggunaan transformasi normal baku menggunakan contoh kasus yang sama dengan distribusi normal umum sebagai berikut.

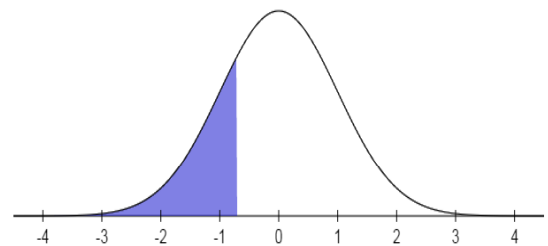
Tinggi laki-laki dewasa di Indonesia tersebar secara normal dengan rata-rata 155 cm dan ragam 7cm. Apabila di panggil secara acak, seorang laki-laki dewasa Indonesia, berapa peluang :

- Tinggi orang tersebut kurang dari 150 cm
- Tinggi orang tersebut lebih dari 170 cm
- Tinggi orang tersebut antara 140 -160 cm
- Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Dengan menggunakan transformasi normal baku, maka nilai peluang untuk tinggi laki-laki dikelas adalah sebagai berikut :

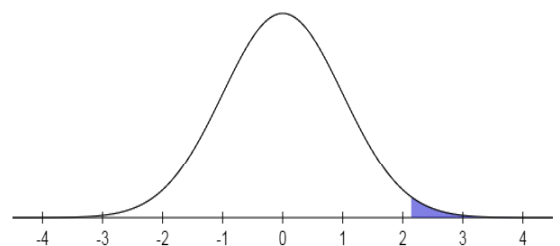
- Tinggi orang tersebut kurang dari 150 cm

$$\begin{aligned}
 a. P(x < 150) &= P\left(Z < \frac{150-155}{7}\right) \\
 &= P(Z < -0,71) \\
 &= P(Z > 0,71) \\
 &= P(Z > 0) - P(0 < Z < 0,71) \\
 &= 0,5 - 0,2612 \\
 &= 0,2388
 \end{aligned}$$



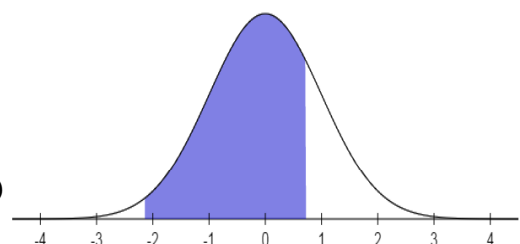
- Tinggi orang tersebut lebih dari 170 cm

$$\begin{aligned}
 P(x > 170) &= P\left(Z > \frac{170-155}{7}\right) \\
 &= P(Z > 2,14) \\
 &= P(Z > 0) - P(0 < Z < 2,14) \\
 &= 0,5 - 0,4838 \\
 &= 0,0162
 \end{aligned}$$



- Tinggi orang tersebut antara 140 -160 cm

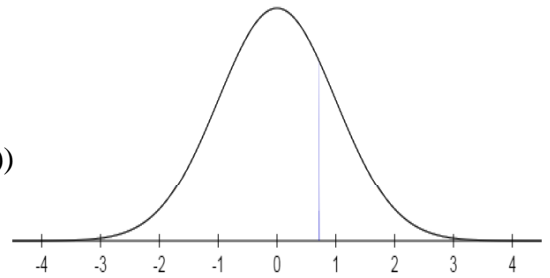
$$\begin{aligned}
 P(140 < x < 160) &= P\left(\frac{140-155}{7} < Z < \frac{160-155}{7}\right) \\
 &= P(-2,14 < Z < 0,71) \\
 &= P(-2,14 < Z < 0) + P(0 < Z < 0,71) \\
 &= 0,4838 + 0,2612 = 0,745
 \end{aligned}$$



d. Tinggi laki-laki tersebut tepat 160 cm

Sama halnya dengan distribusi normal umum peluang untuk $P(X=160)$ tidak dapat dihitung, sehingga kita harus menempatkan diantara dua nilai misalnya antara 159,95 cm dan 160,05 cm. Jadi peluang untuk tinggi laki-laki tepat 160 adalah

$$\begin{aligned} &P(159,95 < x < 160,05) \\ &= P\left(\frac{159,95 - 155}{7} < Z < \frac{160,05 - 155}{7}\right) \\ &= P(0,71 < Z < 0,72) \\ &= P(Z > 0) - P(0 < Z < 0,71) - P(Z > 0,72) \\ &= P(Z > 0) - P(0 < Z < 0,71) - (P(Z > 0) - P(0 < Z < 0,72)) \\ &= 0,5 - 0,2612 - (0,5 - 0,2642) \\ &= 0,5 - 0,2612 - 0,2358 \\ &= 0,003 \end{aligned}$$



6.5 Rangkuman

- Distribusi Normal adalah distribusi dari variabel acak kontinyu yang paling luas aplikasinya dan merupakan pendekatan yang baik dari distribusi-distribusi lainnya.
- Fungsi peluang distribusi normal umum dinyatakan sebagaimana persamaan sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right]; -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

Notasi variabel acak X yang berdistribusi normal dapat dinyatakan sebagai $X \sim NID(\mu, \sigma^2)$

- Bentuk transformasi distribusi normal baku adalah sebagai berikut :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- Fungsi peluang distribusi normal baku dinyatakan sebagaimana persamaan sebagai berikut :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}x^2\right]; -\infty < x < \infty$$

Distribusi normal baku adalah distribusi untuk variabel acak normal dengan nilai tengah nol dan simpangan baku 1.

6.6 Latihan

1. Berat badan mahasiswa Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Muhammadiyah Sidoarjo tersebar secara normal dengan rata-rata 55 kg dan ragam 6 kg. Apabila diamati secara acak, seorang mahasiswa FEB UMSIDA, tentukan berapa peluang :

- a. Berat badan mahasiswa tersebut kurang dari 50 cm
- b. Berat badan mahasiswa tersebut lebih dari 62 cm
- c. Tinggi orang tersebut antara 53-64 cm
- d. Tinggi laki-laki tersebut tepat 57 cm

2. Dengan menggunakan tabel distribusi normal baku tentukan nilai peluang :

- a. Nilai Z lebih besar dari 1,65
- b. Nilai Z diantara -1,65 sampai 2,04
- c. Nilai Z kurang dari 1,43
- d. Nilai Z diantara 1,75 sampai 2,45

3. Nilai UAS matakuliah statistika dasar mahasiswa FKIP UMSIDA tersebar secara normal dengan rata-rata 83 dan ragam 5 kg. Apabila diamati secara acak, tentukan berapa peluang :

- a. Nilai UAS mahasiswa kurang dari 75
- b. Nilai UAS mahasiswa kurang dari 90
- c. Nilai UAS mahasiswa diantara 78 sampai 87
- d. Nilai UAS mahasiswa lebih dari 79

Daftar Pustaka

Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1986). *Ilmu peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (R. K. Sembiring, Trans.). Bandung: Penerbit ITB.

Yitnosumarto, Suntoyo. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: Rajawali Pers.

Halaman ini sengaja dikosongkan