Bagian ke-6

Distribusi Maxwell Boltzmann

6.1). Menentukan parameter
distribusi maxwell boltzmann untuk gas ideal adalah :

$$f(p) = Ce^{-\beta p^2/2m}$$

menentukan kondisi parameter C dan β adalah

$$\int d^3p\, f(p) = n, \qquad (6.1)$$

$$\frac{1}{n}\int d^3p \frac{p^2}{2m} f(p) = \frac{E}{N} \qquad (6.2)$$

dimana n adalah massa jenis gas, dan E/N adalah energi per partikel.
perhitungan explicit C dan β, membutuhkan integral gaus

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{-\lambda x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \qquad (6.3)$$

relasi integral bisa diperoleh dengan cara diferensial pada bagian λ

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, x^2 e^{-\lambda x^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda^{3/2}}$$

$$(6.4)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, x^4 e^{-\lambda x^2} = \frac{3\sqrt{\pi}}{4\lambda^{5/2}}$$

pada persamaan di atas bisa dirumuskan sebagai berikut:

$$n = C\int_{-\infty}^{\infty} dp_1\, dp_2\, dp_3\, e^{-\lambda(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)}$$

$$= C\left[\int_{-\infty}^{\infty} dp\, e^{-\lambda p^2}\right]^3$$

$$= C\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^{3/2} \quad (6.5)$$

dengan $\lambda = \beta/2m$, bisa kita tentukan

$$C = n\left(\frac{\beta}{2\pi m}\right)^{3/2} \quad (6.6)$$

Selanjutnya kita menghitung E/N, energi per partikel

$$\frac{E}{N} = \frac{C}{2mn}\int_{-\infty}^{\infty} dp_1\, dp_2\, dp_3\, (p_1^2 + p_2^2 + p_3^2)\, e^{-\lambda(p_1^2+p_2^2+p_3^2)}$$

$$= \frac{3}{2m}\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{3/2}\int_{-\infty}^{\infty} dp_1\, dp_2\, dp_3\, p_1^2 e^{-\lambda(p_1^2+p_2^2+p_3^2)}$$

$$= \frac{3}{2m}\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{3/2}\left[\int_{-\infty}^{\infty} dp_1\, p_1^2 e^{-\lambda p_1^2}\right]\left[\int_{-\infty}^{\infty} dp\, e^{-\lambda p^2}\right]^2$$

$$= \frac{3}{2m}\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{3/2}\frac{\sqrt{\pi}}{2\lambda^{3/2}}\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) = \frac{3}{4m\lambda} = \frac{3}{2\beta} \quad (6.7)$$

~~Theref.~~

Oleh karna itu :

$$\beta = \frac{3}{2}\frac{E}{N} \quad (6.8)$$

kita bisa mengetahui bahwa = $\beta = 1/kT$

6.2.) Tekanan gas ideal adalah memiliki kekuatan gaya per unit terdiri dari partikel - partikel titik yang bergerak secara acak dan tidak saling berinteraksi, tekanan gaya per unit dari gas ideal dirumuskan sebagai berikut :

tekanan = (momentum per atom) x (Flux per atom)

dimana Flux atom yaitu = $v_x f(p)\, d^3p$ (6.10) tekanan dirumuskan sebagai berikut

$$P = \int_{v_x > 0} d^3p\,(2mv_x)\,v_x f(p) = m\int d^3p\, v_x^2 f(p) \quad (6.11)$$

6.3) Ekuipartisi Energi

teorema ekuipartisi adalah sebuah rumusan umum yang merelasikan temperatur suatu sistem dengan energi rata-ratanya.

$$\epsilon = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right) \quad (6.15)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2m}\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right) + \frac{J_I^2}{2I_1} + \frac{J_{II}^2}{2I_{II}} + \left(\frac{p^2}{2M} + \frac{M\omega_0^2}{2}q^2\right) \quad (6.16)$$

6.4) Distribusi Kecepatan

fungsi distribusi sangat independen pada posisi gas yang tidak memiliki adanya potential external. artinya bahwa atom bergerak dengan kecepatan maxwell terdistribusi pada setiap element volum ruang udara.

$$\langle v \rangle = \frac{\int d^3p\, p f(p)}{m\int d^3p\, f(p)} = 0 \quad (6.17)$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{\langle p^2 \rangle}{m^2} = \frac{\int d^3p\, p^2 f(p)}{m^2 \int d^3p\, f(p)} = \frac{3kT}{m} \quad (6.18)$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (6.19)$$

$$\frac{1}{2}m\langle v^2 \rangle = \frac{3}{2}kT \quad (6.20)$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (6.21)$$

$$f(p) = Ce^{-\lambda(p-p_0)^2} \quad (6.22)$$

6.5) Entropy

$$S = k \ln \Gamma(E, V) = \sum \ln \Omega\{n_i\} \quad (6.23)$$

entropy adalah salah satu besaran termodinamika yang mengukur energi dalam sistem per satuan temperatur yang tak dapat digunakan untuk melakukan usaha.

$$\frac{S}{k} = \ln \Omega\{n_i\} = N \ln N - \sum_i \bar{n}_i \ln \bar{n}_i$$

$$= N \ln N - V \int d^3p\, f(p) \ln f(p). \quad (6.24)$$

6.6) Thermodinamika Dervation

Kita bisa menentukan termodinamika derive pada gas ideal, dimana kami mendapatkan persamaan bahwa $pV = NkT$, energi dalam adalah total dari energi yang ada di dalam sytem

$$U(T) = E = \frac{3}{2} NkT \quad (6.29)$$

6.7) Fluktuasi

Kita bisa menghitung tentang persegi fluktuasi dibawah rata-rata $\langle n_i \rangle$.

$$(\Omega) = \frac{N!}{n_1! n_2! \dots n_k!} g_1^{n_1} \dots g_k^{n_k} \quad (6.35)$$

6.8) Faktor Boltzmann

Jika sytem kemungkinan menentukan titik i dan energi yang ada di dalam i adalah ϵ_i, maka kemungkinan relatifvitasnya bisa dengan melalui persamaan

$$\frac{e^{-\epsilon_i/kT}}{\sum_i e^{-\epsilon_i/kT}} \quad (6.45)$$

5-9) Panah waktu

adalah konsep yang menunjukan arah satu arah atau simetri waktu

Proses fisik pada tingkat mikroskopis atau sebagian besar simetri waktu terbalik, pernyataan teoritis yang menggambarkannya akan tetap benar