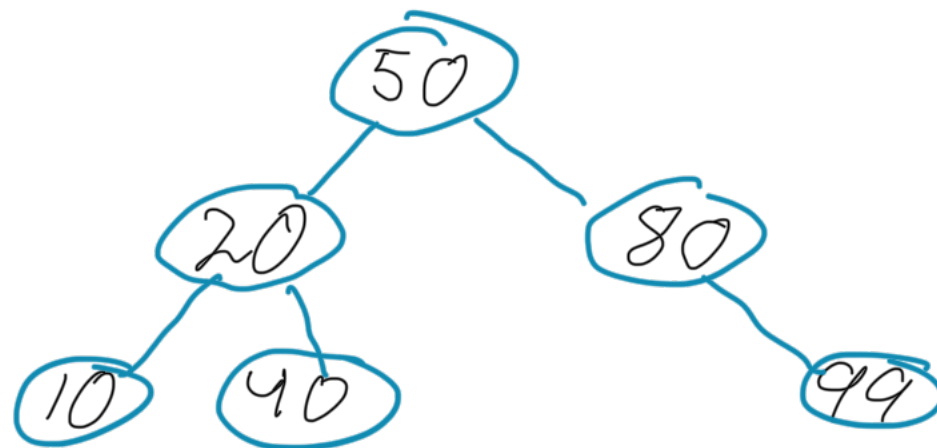
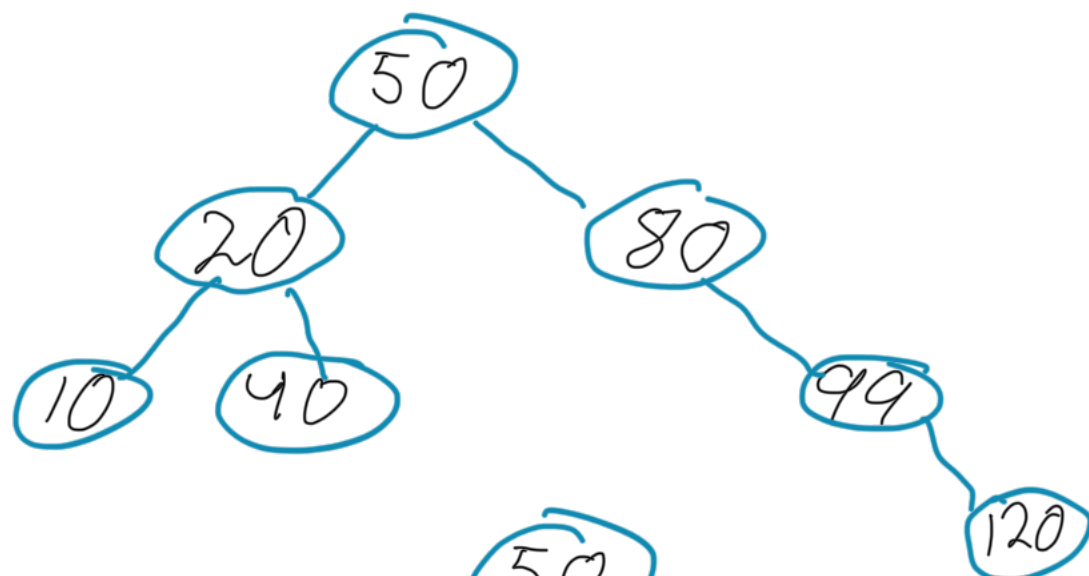


2.- Dado el siguiente árbol binario de búsqueda, realizar las operaciones siguientes

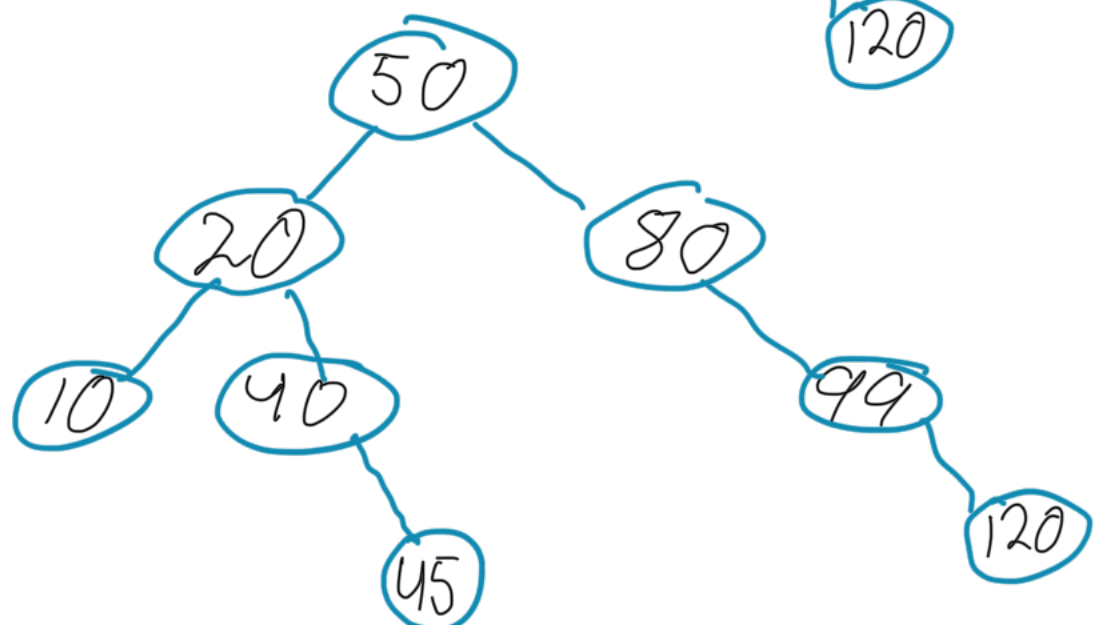


a) Insertar 120, 45, 48, 30

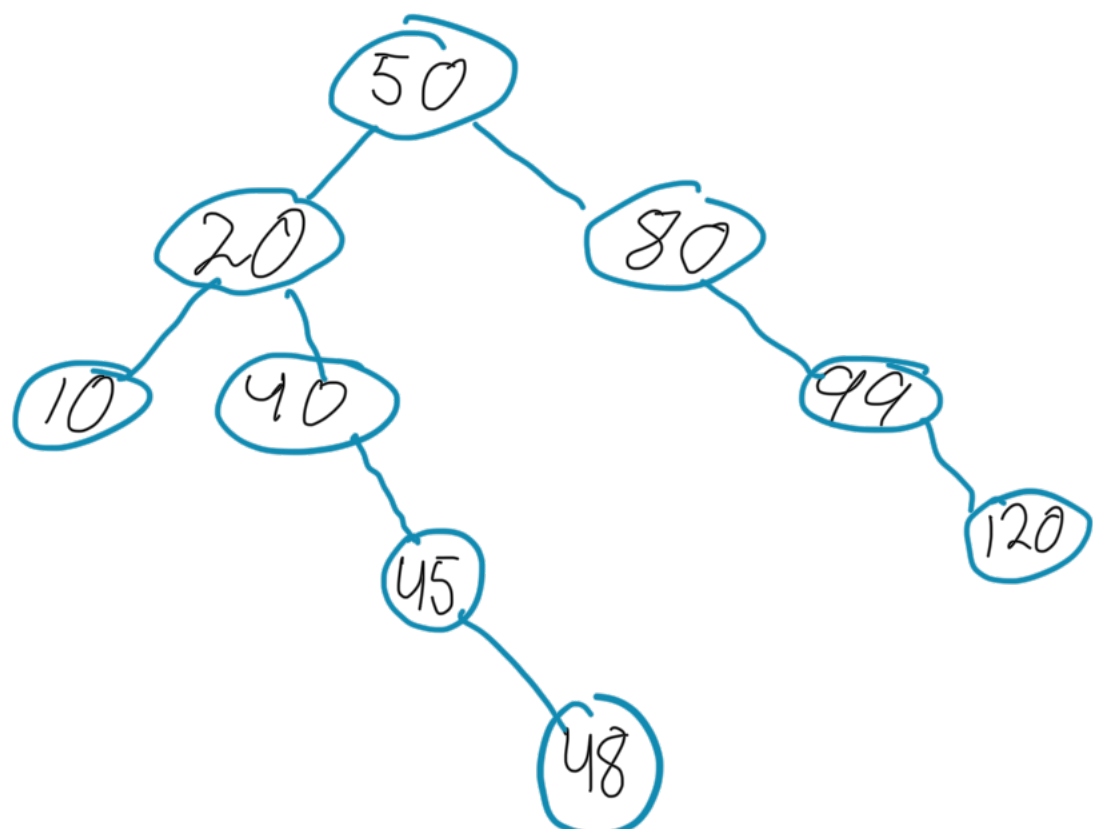
$120 > 99$  por lo que se debe colocar a la derecha del 99



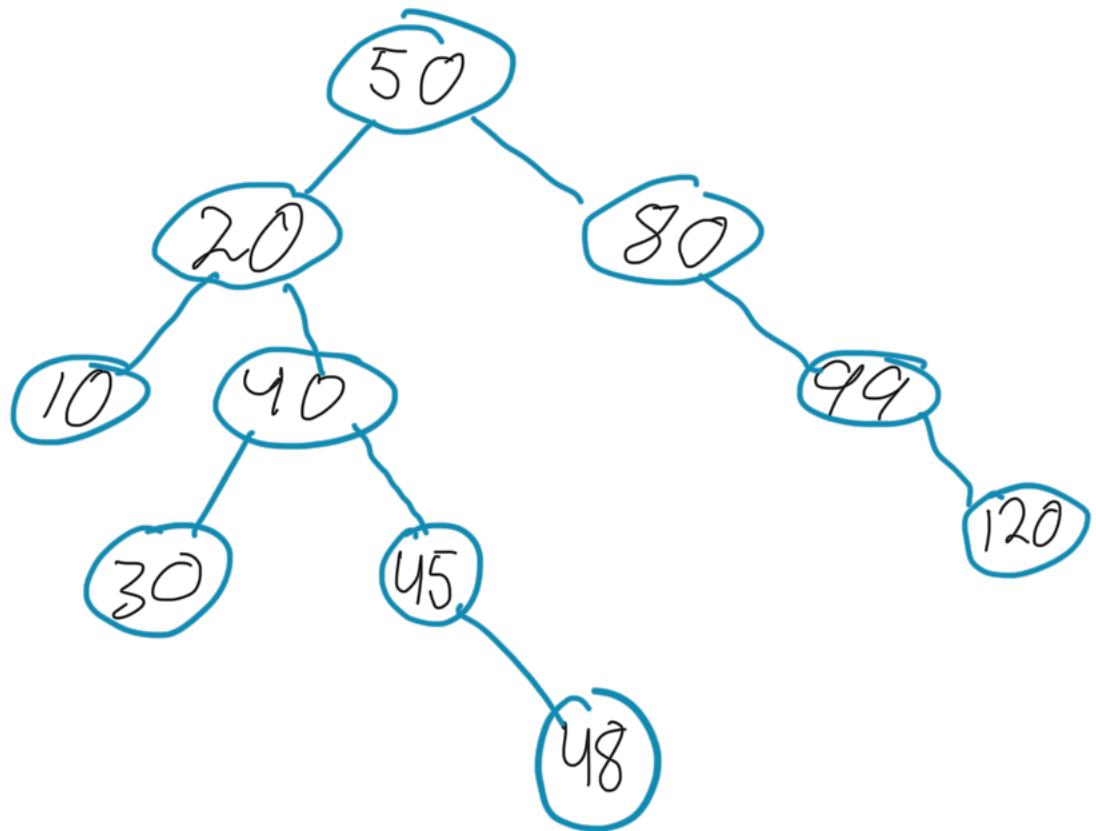
$45 > 40$  por lo que se debe colocar a la derecha



$48 > 45$  se convierte en raíz el 45 y el 48 se coloca a la derecha

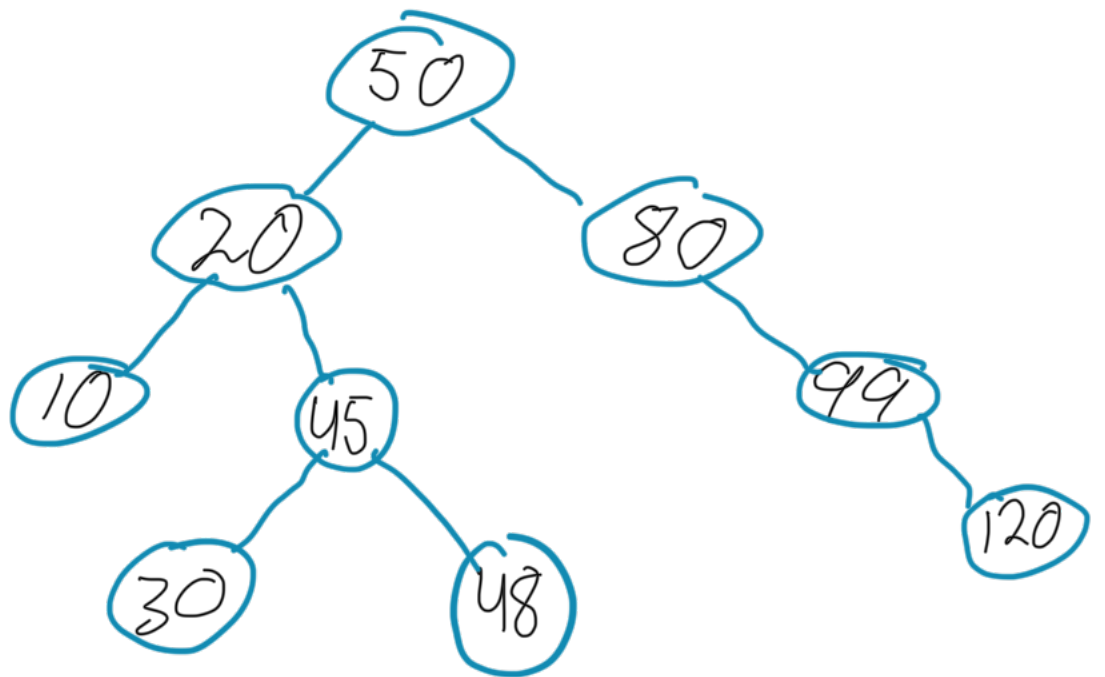


$30 < 40$  por lo  
que el nodo hijo  
se coloca a la izquierda

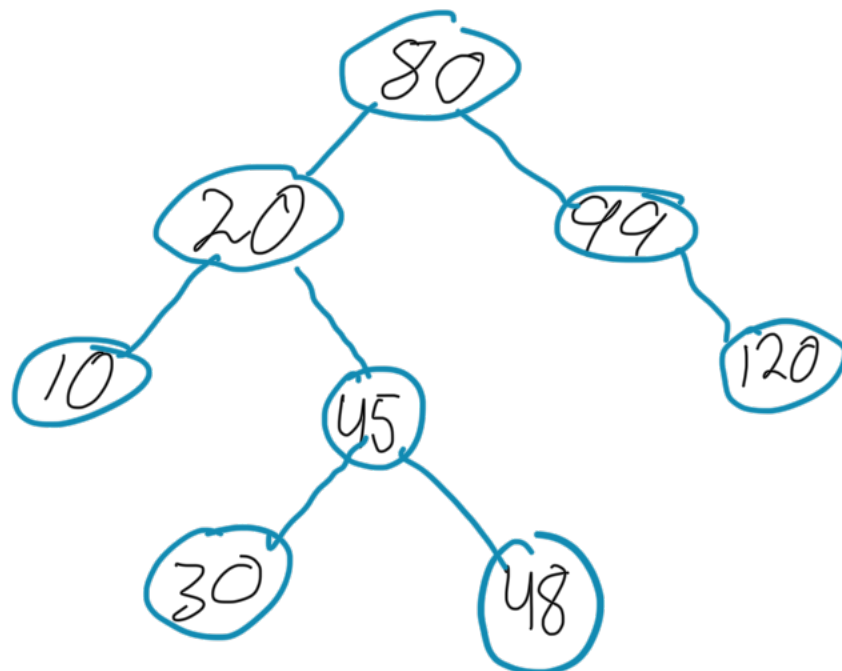


b) Eliminaciones 40, 50, 80

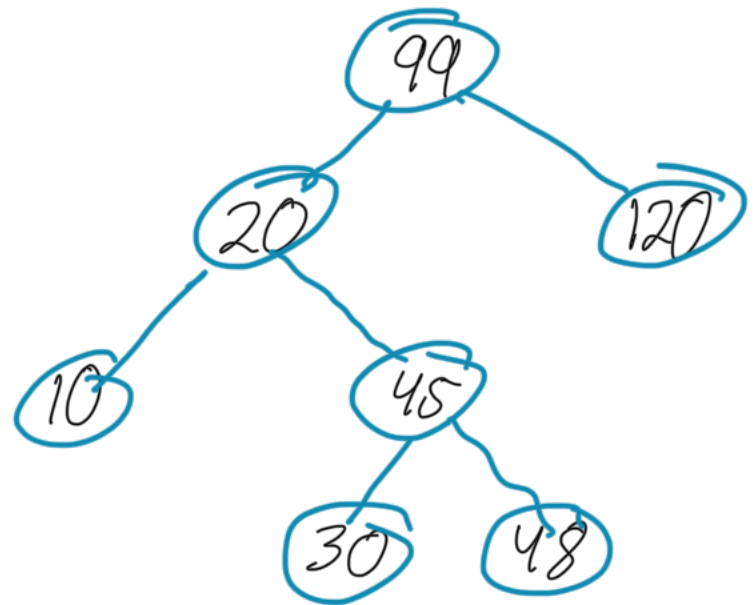
30 se promueve a  
nodo raíz  
pues  $30 < 45$



80 se promueve a  
raíz pues  $20 < 80 < 99$

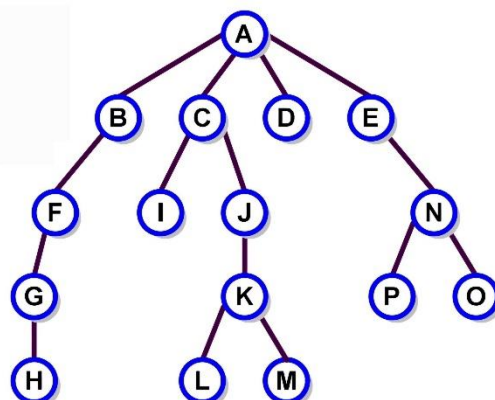


99 será la raíz  
ya que nos permitirá  
seguir el orden y  
 $20 < 99 < 120$



### Ejercicio 3

Para el árbol que se muestra, responde las preguntas siguientes:



a. ¿Cuál es el nodo raíz?

Este es el nodo A.

b. ¿Cuántos caminos diferentes de longitud 3 hay? Especificalos.

Solo hay dos:

- A, E, N, P
- A, E, N, O

c. ¿La sucesión de nodos HGFBA CI es un camino?

La sucesión de nodos H-G-F-B-A-C-I no constituye un camino en el árbol, ya que no sigue los enlaces directos entre nodos según la estructura del gráfico. En un camino válido, cada nodo debe estar conectado al siguiente en la secuencia mediante una arista en el orden indicado, lo cual no ocurre en esta secuencia debido a la falta de conexiones directas en varios tramos, como entre H y G o entre B y A.

d. ¿Cuáles nodos son los ancestros de K?

Estos son A, C y J.

e. ¿Cuáles nodos son las hojas?

Estos son H, I, L, M, D, P y O.

f. ¿Cuál es la altura del nodo C?

Esta es longitud 3, pues, el nodo C tiene los siguientes caminos hacia sus hojas:

- C-I: Longitud 1
- C-J-K-L: Longitud 3
- C-J-K-M: Longitud 3

Y como el mas largo es C, entonces tiene longitud C.

g. ¿Cuál es la altura del árbol?

Como el camino más largo es A-B-F-G-H y la longitud es de 4, la altura del árbol es 4.

h. ¿Cuál es el hermano a la derecha de D?

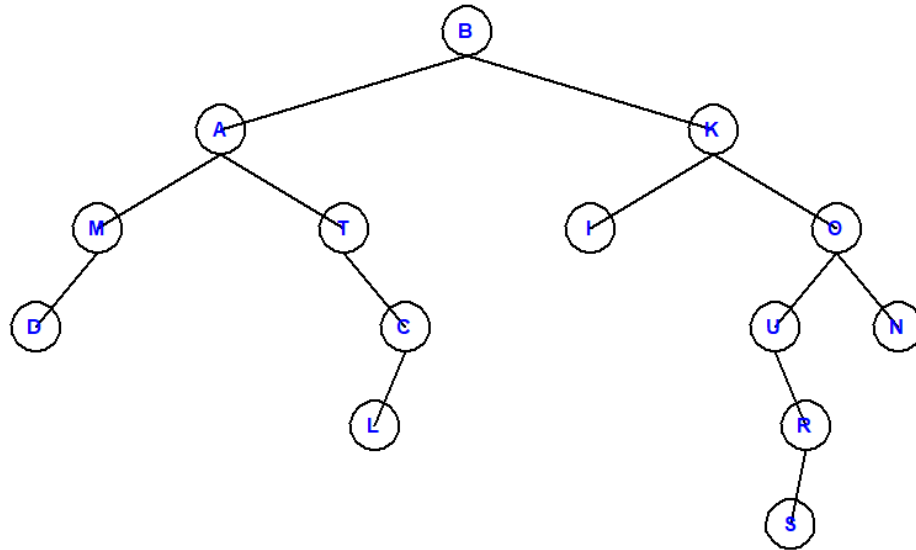
Este es el nodo E.

i. ¿Cuántos hijos tiene A?

Este tiene hijos: A, B, C, E.

#### Ejercicio 4.

Árbol Correspondiente:



El árbol binario se construye utilizando el postorden para identificar las raíces de cada subárbol y el inorden para definir las partes izquierda y derecha en torno a cada raíz. Partimos del último elemento en postorden, B, que es la raíz del árbol completo. Luego, B divide el inorden en los subárboles izquierdo (A, M, D, T, C, L) y derecho (K, I, O, U, R, S, N), y este proceso se repite recursivamente en cada subárbol para identificar sus propias raíces y divisiones.

Así, el recorrido en preorden del árbol resultante, siguiendo el orden raíz-izquierda-derecha, es: **B, A, M, D, T, C, L, K, I, O, U, R, S, N.**

5- Construye un árbol binario de búsqueda para el siguiente conjunto de Empleados. Cada empleado tiene nombre, fecha de nacimiento, y sueldo. Muestra gráficamente y paso a paso su construcción. El criterio de comparación es por medio del sueldo

{	(Saul Gaona	24/10/1986	15,000),
	(Juan Perez	12/12/1986	5,000),
	(Pedro López	18/06/1983	8,000),
	(Maria Rodriguez	02/03/1989	9,000),
	(Laura Sanchez	15/07/1979	12,000),
	(Carlos Hernández	24/09/1964	8,500),
	(Patricia Rosas	12/12/1986	13,000),
	(Ivan Lara	01/11/1978	8,200),
	(Leticia Rivera	03/11/1986	13,500),
	(Andres Puente	05/10/1986	7,000),
	(Sandra Chavez	17/09/1986	4,600)}

El primer paso es crear el árbol con el primer elemento agregado que sera la raíz, Saul

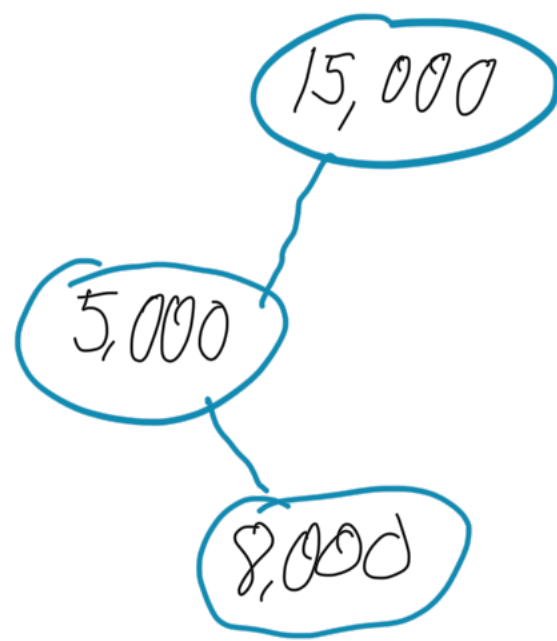
15,000

Agregaremos el salario de Juan que es de 5,000,  $5,000 < 15,000$  por lo tanto va a la izquierda

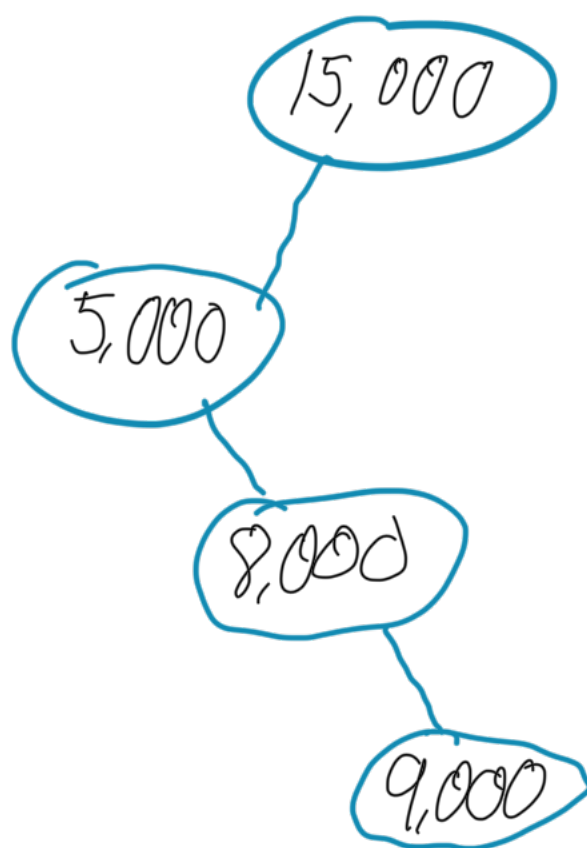
15,000  
5,000

Seguiremos con Pedro cuyo sueldo es de 8,000 el cual ira a la izquierda de 5000

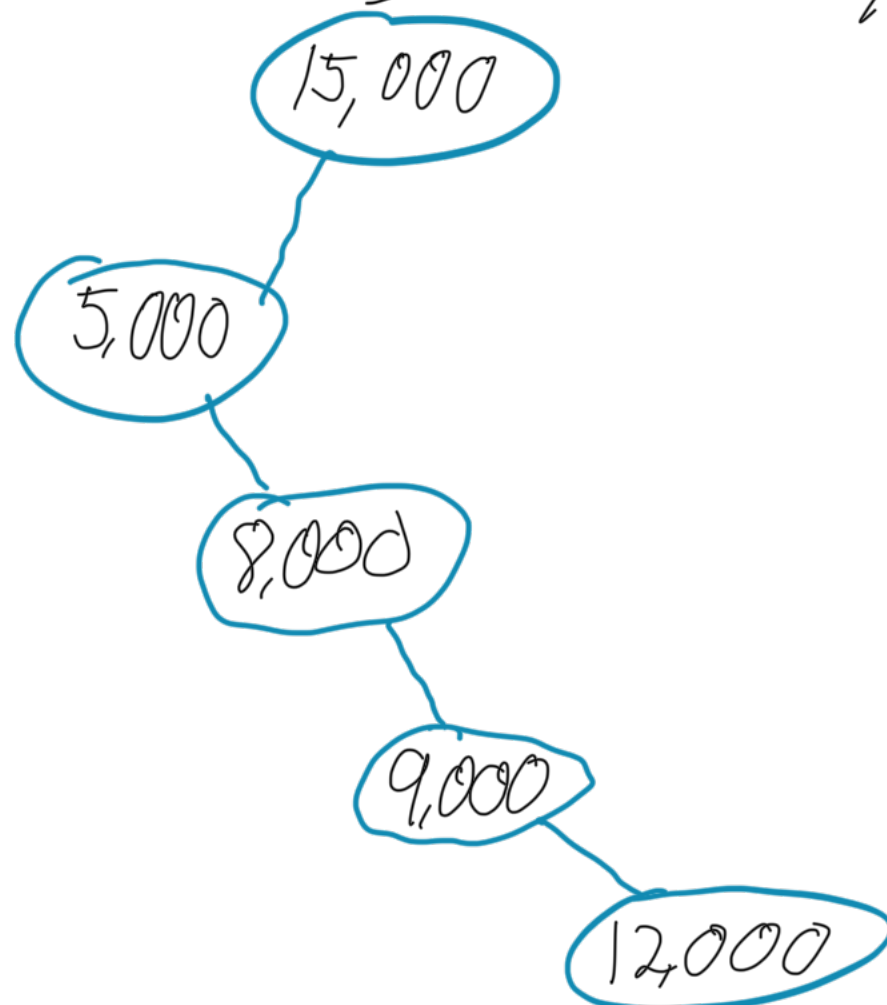




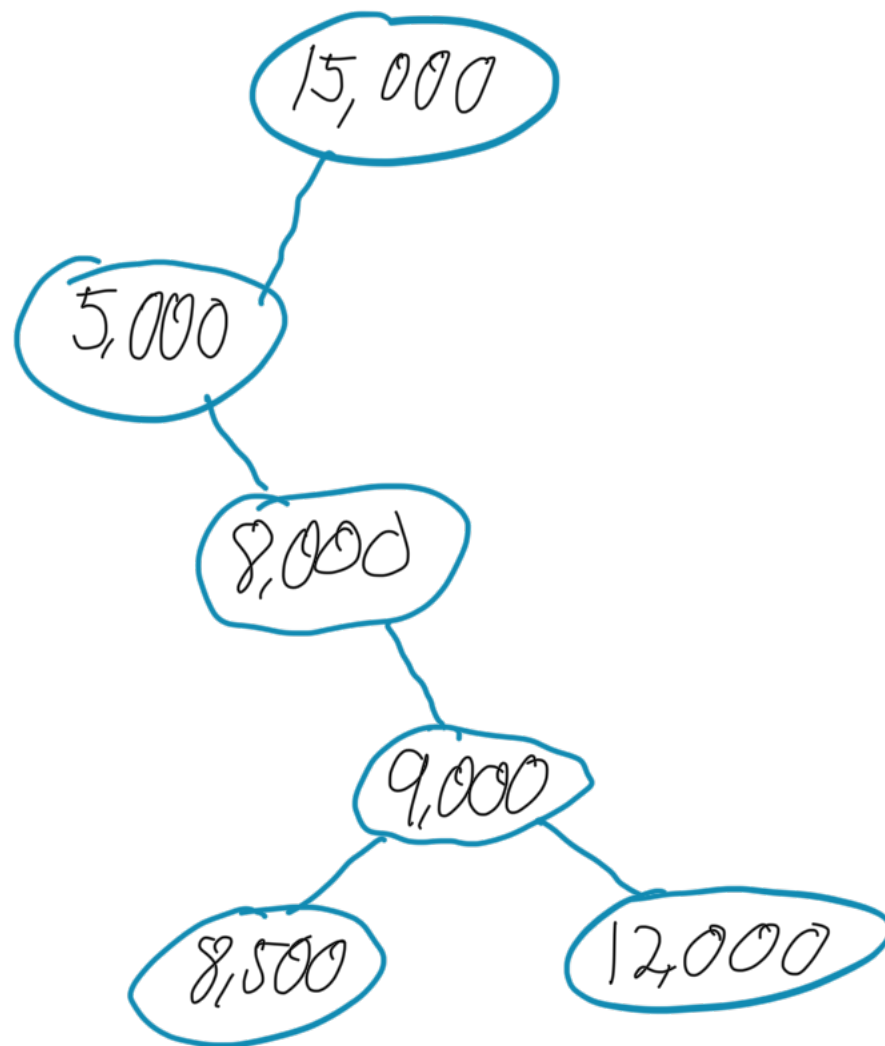
Continuaremos con Mariana, su salario es de 9000 va a la derecha de 8000



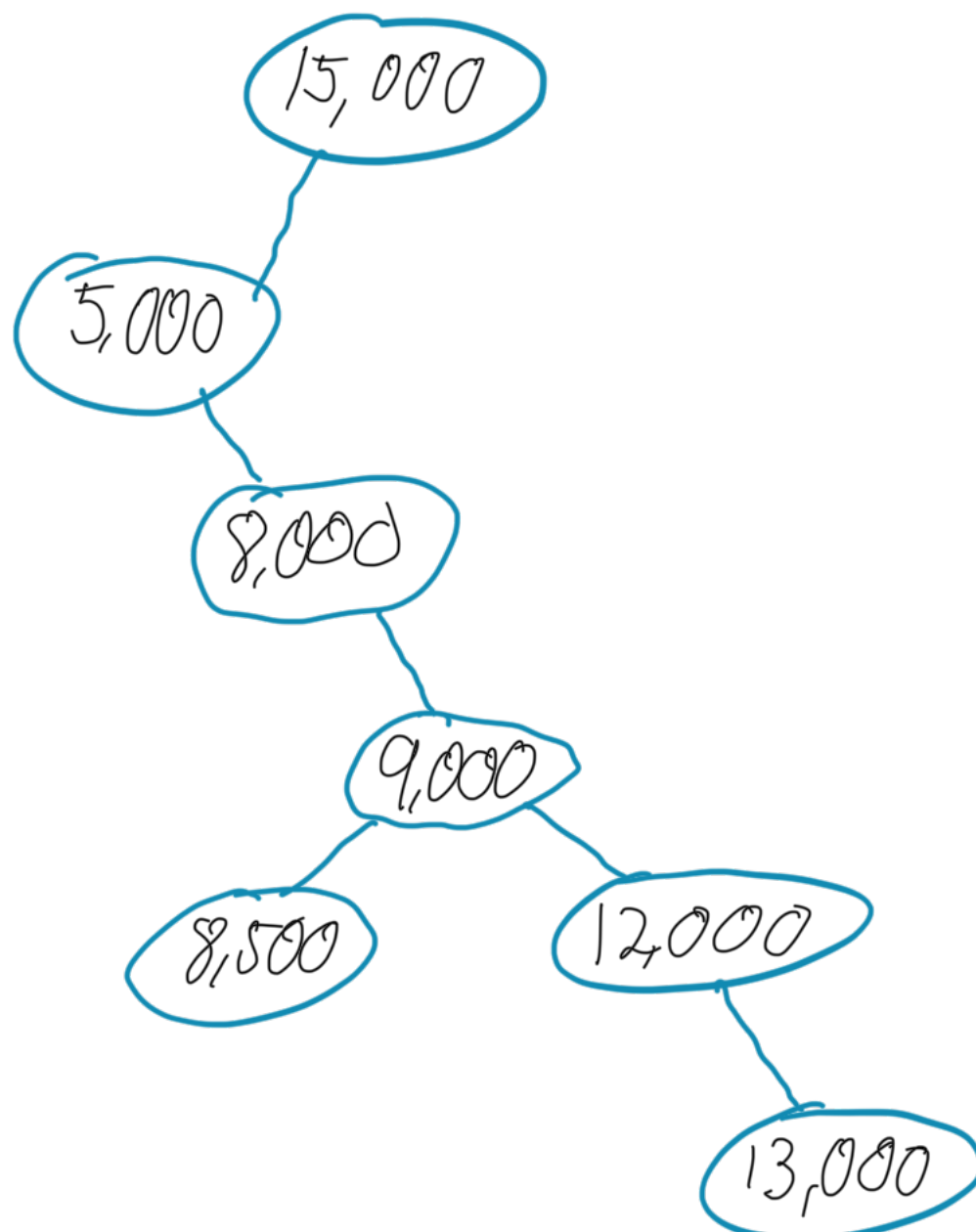
De igual forma pasara con el salario de Laura qui es de 12000



Seguire mor con Carlos y su salario es de 8,500, 9000 que es mayor y sea la raíz

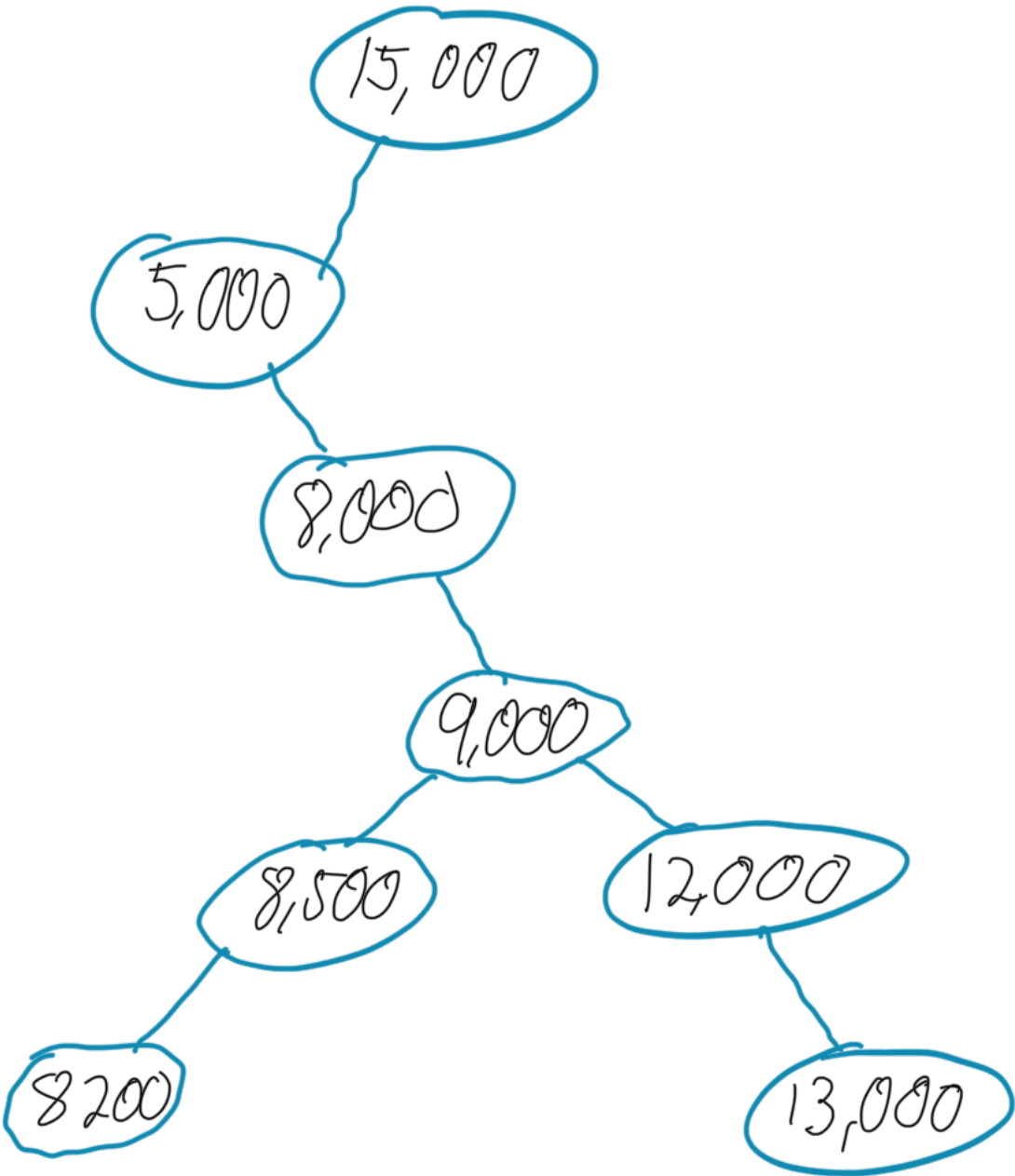


El salario de Patricia es de 13000 es mayor a 12,00 por lo que sera hijo derecho

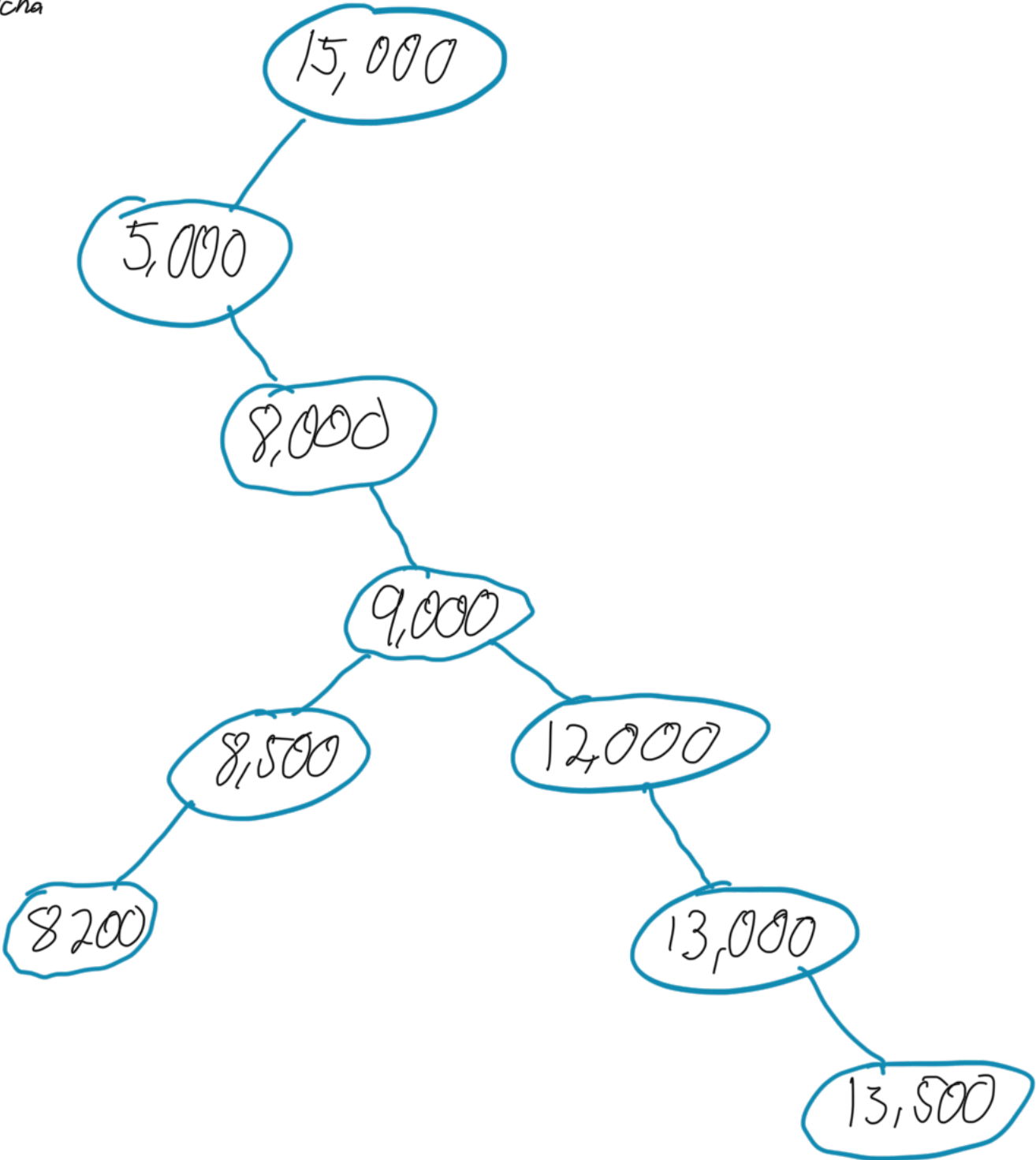




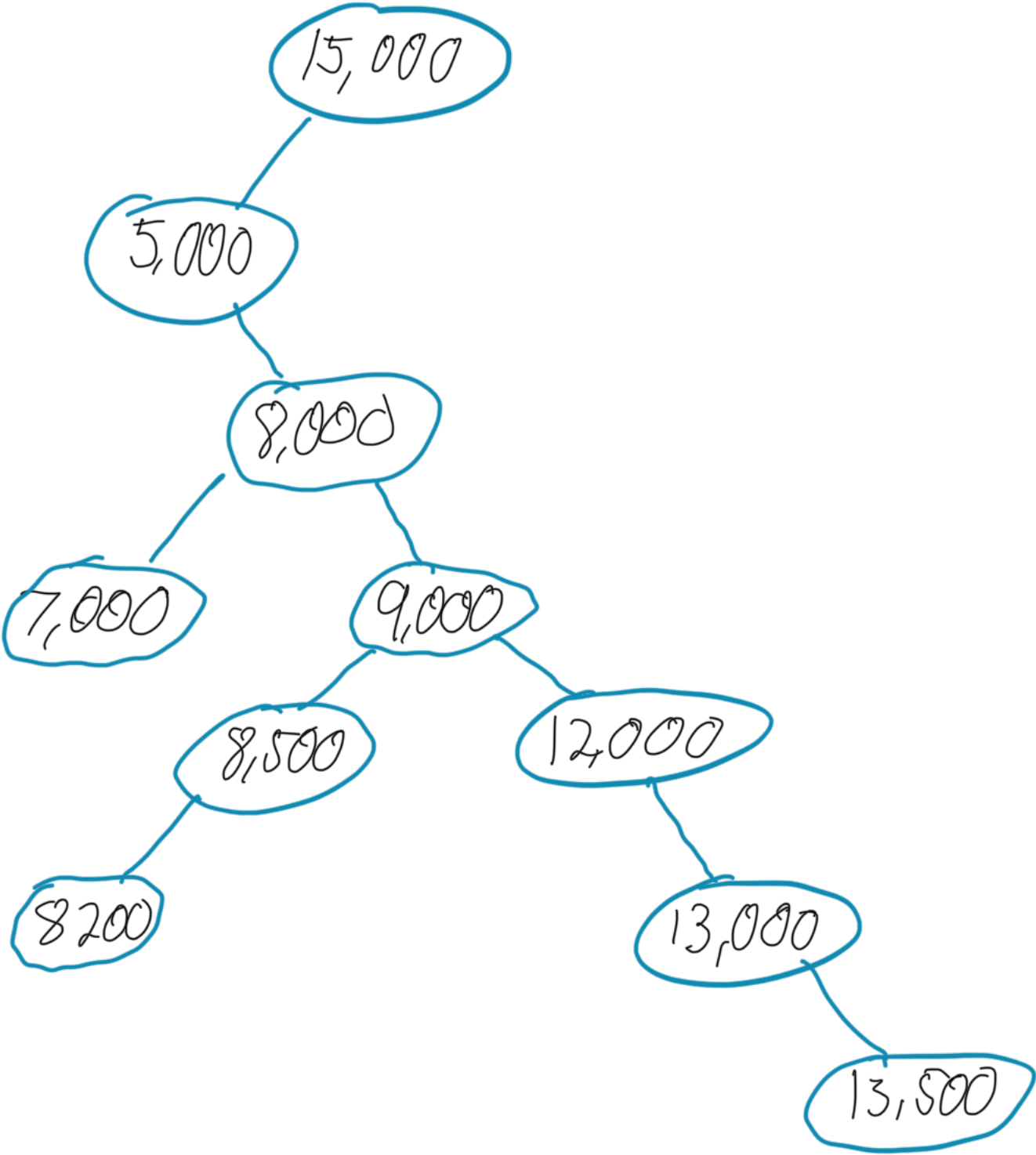
8,200 el sueldo de Juan sera el primer hijo de Carlos



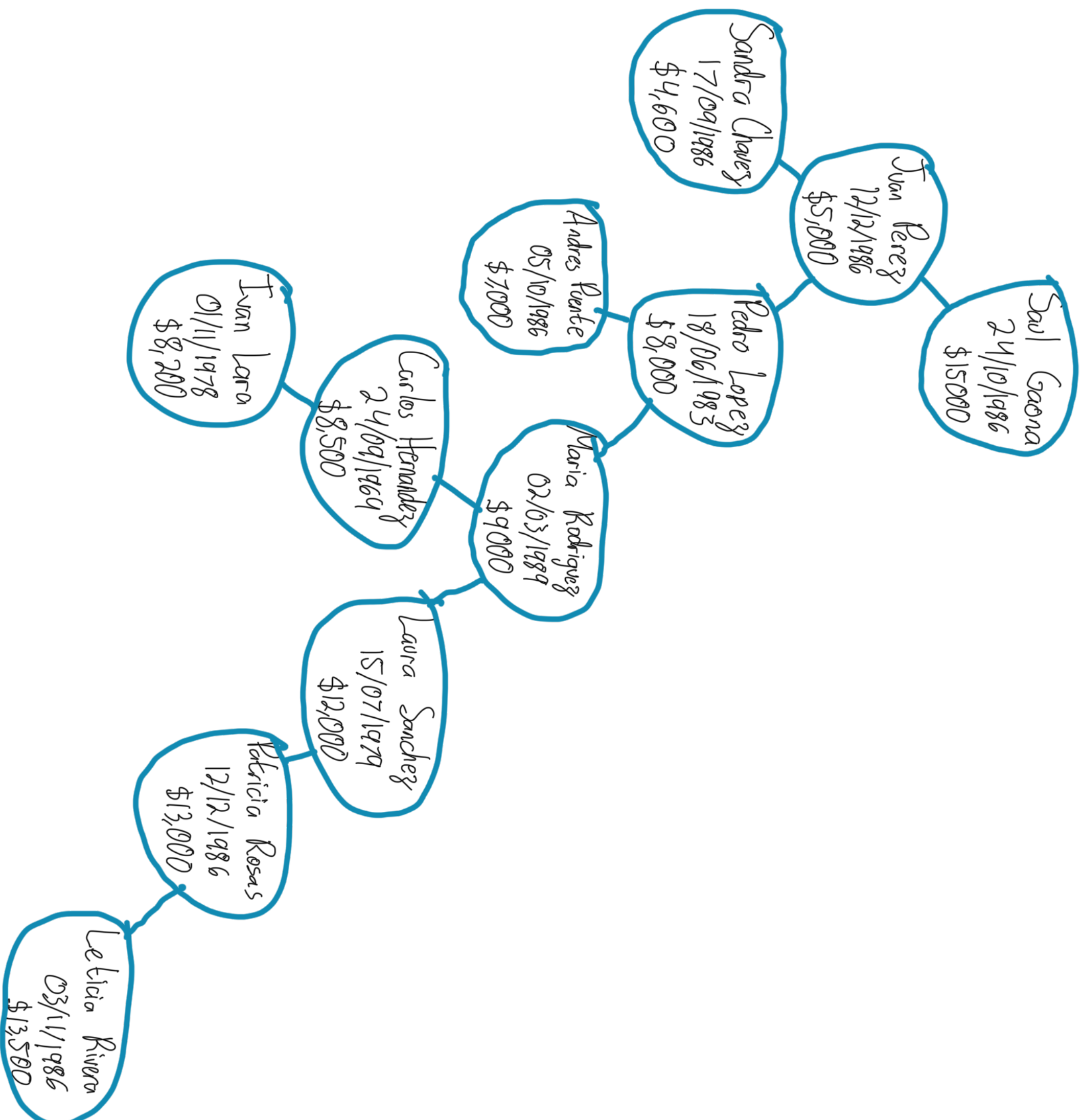
Leticia tiene un salario de 13500 el cual es mayor al de Patricia entonces ira a la derecha



Continuaremos con Andres su salario es de 7000, se convertira en hijo de Pedro.



Por ultimo agregaremos a Sandra y construiremos el arbol con todos los atributo



## Ejercicio 6

En base al árbol binario de búsqueda de la pregunta 5.

- a. ¿En cuántas comparaciones se encontraría el empleado con sueldo de \$8,200?

La **primer** comparación que se debe hacer es con el objeto en el nodo raíz, que en éste caso almacena a Carlos Hernández con un sueldo de \$8,500, al ser mayor que \$8,200 tomamos el subárbol izquierdo.

La **segunda** comparación sería con Pedro López con un sueldo de \$8,000 el cual es mayor al deseado por lo que tomamos el subárbol derecho.

Finalmente, se ejecuta una **tercer** comparación con el elemento guardado en la raíz de éste subárbol, encontrando que es ese nodo el que almacenado al empleado con el sueldo deseado.

Así se necesitaron **tres comparaciones para encontrar al empleado** con un sueldo de \$8,200.

- b. ¿Qué forma tendría el árbol si la lista de empleados inicialmente hubiera estado ordenada de forma ascendente por medio del sueldo?

Veamos cómo se hubiese construido en tal caso.

Se hubiese comenzado con Saúl Gaona con un sueldo de \$1,500 estableciéndolo como nodo raíz, se continuaría con Sandra Chávez con un saldo de \$4,600 que al ser mayor que el de Saúl se guardaría en el nodo derecho de la raíz (Saúl - Sandra), luego se hubiese agregado a Juan Pérez quien al tener mayor sueldo que Saúl y que Sandra se habría guardado en como nodo derecho del nodo correspondiente a Sandra, resultando en (Saúl - Sandra - Juan).

De continuar esto para el resto de la lista ordenada, cada nuevo empleado se colocaría como nodo derecho del anterior, resultando de la forma:

Saúl Gaona \$1,500	->	Sandra Chavez \$4,600	->	Juan Pérez \$5,000	->	Andres Puentes \$7,000	->	Pedro Lopez \$8,000	->	Ivan Lara \$8,200	->	Carlos Hernández \$8,500	->	Maria Rodriguez \$12,000	->	Laura Sánchez \$9,000	->	Patricia Rosas \$12,000	->	Leticia Rivera \$13,000
--------------------------	----	-----------------------------	----	--------------------------	----	------------------------------	----	---------------------------	----	-------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	-----------------------------	----	-------------------------------	----	-------------------------------

Por lo que se termina convirtiendo en una simple lista ligada.

- c. ¿Qué desventaja tiene la construcción de arboles cuándo los datos están ordenados?

Tal como se vió en el inciso anterior, si los datos están ordenados, cada que se agrega un nodo al árbol éste lo hace siempre a la izquierda o siempre a la derecha (dependiendo de si la forma en que están ordenados es ascendente o descendente).

Formando una estructura de datos más semejante a a una lista simplemente ligada con sentinela al inicio y perdiendo los beneficios característicos de un árbol binario de búsqueda, en concreto perdiendo la eficientización de las búsquedas.

- d. ¿Cómo se supera la desventaja del punto C?

Una forma de hacerlo es modificar el algoritmo por el cual se agregan elementos al árbol, combirtiendo el árbol, en un árbol binario de búsqueda balanceado.

Primero se considera una forma de determinar que el arbol está desequilibrado, para ello, se define el equilibrio de un nodo como la

altura del subárbol derecho menos la altura del subárbol izquierdo con las hojas del árbol teniendo altura 0.

Si el valor absoluto del equilibrio del nodo raíz es mayor que uno, se considera que está en desequilibrio.

Una vez se tiene un árbol desequilibrado se procede de una de las siguientes formas según el caso que se de:

1. **Rotación Izquierda** (para desequilibrio positivo e hijo derecho con equilibrio del mismo signo):

El nodo desequilibrado se convierte en el hijo izquierdo de su hijo derecho.

2. **Rotación Derecha** (para desequilibrio negativo e hijo derecho con equilibrio del mismo signo):

El nodo desequilibrado se convierte en el hijo derecho de su hijo.

3. **Rotación Izquierda Doble** (para desequilibrio negativo e hijo derecho con equilibrio de signo opuesto):

Rotación derecha sobre el hijo derecho y luego rotación izquierda.

4. **Rotación Derecha Doble** (para desequilibrio positivo e hijo derecho con equilibrio de signo opuesto):

Rotación izquierda sobre el hijo izquierdo y luego rotación derecha.

## Ejercicio 7.

Dispersa la siguiente secuencia de llaves utilizando la función módulo: {1957, 1963, 1979, 1984, 1987, 1994, 2000, 1987, 2008, 1923} construyendo la *tabla dispersión* usando dispersión cerrada y búsqueda lineal.

Consideramos que la llave de cada número es sí mismo y que no se muestran lugares "vacíos".

Primero se crea la tabla de dispersión de longitud 10 pues es la cantidad de datos a almacenar.

Al tratarse de una sucesión, tiene un orden, por lo que se irán añadiendo de uno en uno.

1)  $1957 \pmod{10} = 7$

Lo añadimos en la posición 7:

7->	(1957, 1957)
-----	--------------

2)  $1963 \pmod{10} = 3$

Lo añadimos en la posición 3:

3->	(1963, 1963)
7->	(1957, 1957)

3)  $1979 \pmod{10} = 9$

Lo añadimos en la posición 9:

3->	(1963, 1963)
7->	(1957, 1957)
9->	(1979, 1979)

4)  $1984 \pmod{10} = 4$

Lo añadimos en la posición 4:

3->	(1963, 1963)
4->	(1984, 1984)
7->	(1957, 1957)
9->	(1979, 1979)

5)  $1987 \pmod{10} = 7$

Pero la posición 7 ya está ocupada, por lo que consideramos el siguiente lugar (el 8), está "vacío", lo agregamos:

3->	(1963, 1963)
4->	(1984, 1984)
7->	(1957, 1957)
8->	(1987, 1987)
9->	(1979, 1979)



6)  $1994 \pmod{10} = 4$

Pero la posición 4 ya está ocupada, consideramos el siguiente (el 5), está "vacío", lo agregamos:

3->	(1963, 1963)
4->	(1984, 1984)
5->	(1994, 1994)
7->	(1957, 1957)
8->	(1987, 1987)
9->	(1979, 1979)

7)  $2000 \pmod{10} = 0$

Lo agregamos en la posición 0:

0->	(2000, 2000)
3->	(1963, 1963)
4->	(1984, 1984)
5->	(1994, 1994)
7->	(1957, 1957)
8->	(1987, 1987)
9->	(1979, 1979)

8)  $1987 \pmod{10} = 7$

Pero el 7 ya está ocupado, consideramos el 8, está ocupado, consideramos el 9, está ocupado, consideramos el 0, está ocupado, consideramos el 1, está "vacío", lo agregamos.

0->	(2000, 2000)
1->	(1987, 1987)
3->	(1963, 1963)
4->	(1984, 1984)
5->	(1994, 1994)
7->	(1957, 1957)
8->	(1987, 1987)
9->	(1979, 1979)

9)  $2008 \pmod{10} = 8$

Pero el 8 está ocupado, consideramos el 9, está ocupado, consideramos el 0, está ocupado, consideramos el 1, está ocupado, consideramos el 2, está "vacío", lo agregamos:

0->	(2000, 2000)
1->	(1987, 1987)
2->	(2008, 2008)
3->	(1963, 1963)
4->	(1984, 1984)
5->	(1994, 1994)
7->	(1957, 1957)
8->	(1987, 1987)
9->	(1979, 1979)

10)  $1923 \pmod{10} = 3$

Pero el 3 está ocupado, consideramos el 4, está ocupado, consideramos el 5, está ocupado, consideramos el 6, está "vacío", lo agregamos:

0->	(2000, 2000)
1->	(1987, 1987)
2->	(2008, 2008)
3->	(1963, 1963)
4->	(1984, 1984)
5->	(1994, 1994)
6->	(1923, 1923)
7->	(1957, 1957)
8->	(1987, 1987)
9->	(1979, 1979)

Por lo que al final, la tabla de dispersión es la siguiente:

(2000, 2000)
(1987, 1987)
(2008, 2008)
(1963, 1963)
(1984, 1984)
(1994, 1994)
(1923, 1923)
(1957, 1957)
(1987, 1987)
(1979, 1979)