2011 年 8 月 洛阳师范学院学报 Aug. ,2011
第 30 卷 第 8 期 Journal of Luoyang Normal University Vol. 30 No. 8

概率论中的六种常用分布

崔欢欢，王丰辉

（洛阳师范学院数学科学学院，河南洛阳 471022）

摘 要：本文主要探讨了概率论中的六种常用分布，即(0－1)分布、二项分布、泊松分布、均匀分布、指数分布和正态分布，的来源及其在实际中的应用．有助于增进学生对该部分内容的理解与掌握．

关键词：随机变量；离散型分布；连续型分布

中图分类号：O211 **文献标识码**：A **文章编号**：1009－4970(2011)08－0023－02

随机变量的分布是概率论的主要内容之一，一维随机变量部分要介绍六种常用分布，即(0－1)分布、二项分布、泊松分布、均匀分布、指数分布和正态分布．这六种常用分布是要求学生掌握的．要让学生很好地掌握这六种常用分布，作为教师应该清楚这些分布的来源及其在实际中的应用．下面我们将对这六种分布逐一地进行讨论．

1 三种离散型分布

1.1 (0－1)分布

定义 1 若随机变量 X 的概率分布为

$$P\{X=0\}=1-p, P\{X=1\}=p$$

其中 $0<p<1$，则称 X 服从参数为 p 的(0－1)分布．

(0－1)分布是最简单的一种分布，它主要用于描述只有两个可能结果的试验．例如，对新生婴儿的性别登记，观察机器是否正常工作，考察一件产品是否为合格品等，均可用(0－1)分布来描述．

1.2 二项分布

定义 2 若随机变量 X 的概率分布为

$$P\{X=k\}=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}, k=0,1,\cdots,n$$

其中 $n\geqslant 1$ 为正整数，$0<p<1$，则称 X 服从参数为 n,p 的二项分布，记作 $X\sim b(n,p)$．

由二项分布的导出[2]可知，该种分布用于描述 n 重伯努利试验中，事件 A 发生的次数，其中事件 A 在每次试验中发生的概率为 p．在研究某事件 A 发生的概率时，我们对事件 A 所在的试验进行独立重复观察，统计出事件 A 发生的次数 μ_n．这里 μ_n 是一个随机变量，它就服从二项分布．另外，一批种子能发芽的个数，一定人群中患某种疾病的人数，某时刻一个城市开着的灯的盏数都可认为是服从二项分布的．

1.3 泊松分布

定义 3 若随机变量 X 的概率分布为

$$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, k=0,1,2,\cdots$$

其中 $\lambda>0$ 为常数，则称 X 服从参数为 λ 的泊松分布，记作 $X\sim P(\lambda)$．

泊松分布是作为二项分布的极限分布而引入的[4]．事实上，泊松定理表明，当 n 很大，p 很小，np 适中时，$b(n,p)$ 分布就近似于 $P(\lambda)$ 分布，其中 $\lambda=np$．由二项分布描述的内容可知，泊松分布主要用于描述大量独立重复试验中稀有事件发生的次数，所谓稀有事件指概率很小的事件．由此，纺织品上的疵点数，印刷品中的错字数，某时间段内电话交换台接到的呼叫次数，某时间段内公共汽车站等车的乘客人数等均可用泊松分布来描述．

2 三种连续型分布

2.1 均匀分布

定义 4 若随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a\leqslant x\leqslant b\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

则称 X 服从区间 $[a,b]$ 上的均匀分布，记作 $X\sim U[a,b]$．

收稿日期：2011－01－17
基金项目：河南省教育科学“十一五”规划课题([2010]－JKGHAG－0406)
作者简介：崔欢欢(1982－)，女，河南偃师人，讲师．

均匀分布描述的是在一个区间上等可能取值的分布规律，也即是说概率在该区间上的分布是均匀的. 均匀分布是最简单、最基本的连续型分布，就像直线运动中的匀速运动，物体中的均匀物体一样. 设某路公共汽车每10分钟一趟，则乘客的等车时间可认为是在区间$[0,10]$上均匀分布的.

2.2 指数分布

定义5 若随机变量X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中$\lambda>0$为常数，则称X服从参数为λ的指数分布，记作$X\sim e(\lambda)$.

设X是一保险丝的寿命，则X只取非负实数值. 又保险丝的损坏不是因为使用过程中逐渐磨损、变细、衰老而造成的，而是电流过大造成的. 只要现在没有损坏，就可像新的一样使用. 称这一性质为X的无记忆性，该性质可严格表述如下：设s,t均为正实数，则

$$P\{X>s+t\mid X>s\}=P\{X>t\}.$$

可以证明，若连续型随机变量X只取非负实数值，且具有上式所示的无记忆性，则X必服从指数分布[2].

由以上讨论可知，指数分布主要用于描述没有明显衰老现象的各种“寿命”的分布，如电子元件的寿命，随机服务系统的服务时间等.

2.3 正态分布

定义6 若随机变量X的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},\ -\infty<x<+\infty$$

其中μ,σ为常数且$\sigma>0$，则称X服从参数为μ和σ^2的正态分布，记作$X\sim N(\mu,\sigma^2)$.

正态分布是德国数学家和天文学家棣莫弗于1733年在求二项分布的渐进公式时得到的. 棣莫弗－拉普拉斯中心极限定理表明正态分布是二项分布的极限分布. 正态分布$N(\mu,\sigma^2)$的密度函数曲线是钟型曲线，它的“钟型”特征与实际中很多随机变量“中间大，两头小”的分布规律相吻合. 人的各种生理指标，一个班的一次考试成绩，测量的误差等均服从或近似服从正态分布.

3 小 结

概率论中的常用分布是要求学生掌握的内容. 搞清各种常用分布的来源及相互联系有助于学生对具体内容的掌握，也能激发学生的学习兴趣，从而达到良好的教学效果.

参考文献

[1] 李少辅. 概率论与数理统计(上册)[M]. 开封：河南大学出版社，1996.

[2] 龙永红. 概率论与数理统计[M]. 北京：高等教育出版社，2004.

[3] 郭运瑞，谭德俊. 概率论与数理统计[M]. 北京：人民出版社，2006.

[4] 李博纳，赵新泉. 概率论与数理统计[M]. 北京：高等教育出版社，2005.

[责任编辑 胡廷锋]

The Six Common Distributions in Probability Theory

CUI Huan-huan, WANG Feng-hui

(College of Mathematics Science, Luoyang Normal University, Luoyang 471022, China)

Abstract: This paper mainly discusses the origins and applications of the six common distributions in probability theory, including (0-1) distribution, binomial distribution, Poisson distribution, uniform distribution, exponential distribution, normal distribution. Our discussion can help the students in understanding and mastering the content of this part.

Key words: probability distribution; discrete distribution; continuous distribution