ARMA 模型概述

ARMA 模型（Auto-Regressive and Moving Average Model）是研究时间序列的重要方法，由自回归模型（简称 AR 模型）与滑动平均模型（简称 MA 模型）为基础“混合”构成。在市场研究中常用于长期追踪资料的研究，如：Panel 研究中，用于消费行为模式变迁研究；在零售研究中，用于具有季节变动特征的销售量、市场规模的预测等。

[编辑]

ARMA 模型三种基本形式[1]

1.自回归模型（AR：Auto-regressive）；

自回归模型 AR(p)：如果时间序列 y_t满足$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \ldots + \phi y_{t-p} + \epsilon_t$

其中 ε_t是独立同分布的随机变量序列，且满足：

$E(\varepsilon_t) = 0$ $Var(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon^2 > 0$

则称时间序列为 y_t服从 p 阶的自回归模型。或者记为 $\varphi(B)y_t = \varepsilon_t$。

自回归模型的平稳条件：

滞后算子多项式$\phi(B) = 1 - \phi_1(B) + \ldots + \phi_p B_p$的根均在单位圆外，即 $\varphi(B) = 0$ 的根大于 1。

2.移动平均模型（MA：Moving-Average）

移动平均模型 MA(q):如果时间序列 y_t满足$y_t = \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \ldots - \theta_q \epsilon_{t-q}$

则称时间序列为 y_t服从 q 阶移动平均模型；

移动平均模型平稳条件：任何条件下都平稳。

3.混合模型（ARMA：Auto-regressive Moving-Average）

ARMA(p,q)模型：如果时间序列 y_t满足：$y_t = \theta_1 y_{t-1} + \ldots + \theta_p y_{t-p} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_q \epsilon_{t-q}$

则称时间序列为 y_t服从(p,q)阶自回归滑动平均混合模型。或者记为 $\varphi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t$

特殊情况：q=0，模型即为 AR(p)，p=0，模型即为 MA(q)，

[编辑]

ARMA 模型的基本原理

将预测指标随时间推移而形成的数据序列看作是一个随机序列，这组随机变量所具有的依存关系体现着原始数据在时间上的延续性。一方面，影响因素的影响，另一方面，又有自身变动规律，假定影响因素为 x1，x2，…，xk，由回归分析，

$$Y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\ldots+\beta_kx_k+e$$

其中 Y 是预测对象的观测值， e 为误差。作为预测对象 Yt 受到自身变化的影响，其规律可由下式体现，

$$Y_t=\beta_0+\beta_1x_{t-1}+\beta_2x_{t-2}+\ldots+\beta_px_{t-p}+e_t$$

误差项在不同时期具有依存关系，由下式表示，

$$e_t=\alpha_0+\alpha_1e_{t-1}+\alpha_2e_{t-2}+\ldots+\alpha_qe_{t-q}+\mu_t$$

由此，获得 ARMA 模型表达式：

$$Y_t=\beta_0+\beta_1x_{t_1}+\beta_2x_{t-2}+\ldots+\beta_px_{t-q}+\alpha_0+\alpha_1e_{t-1}\alpha_2e_{t-2}+\ldots+\alpha_qe_{t-q}+\mu_t$$

[编辑]

参考文献

1. ↑ 徐国祥,马俊玲.《统计预测和决策》学习指导与习题[M].上海财经大学出版社.ISBN:7-81098-492-6.2005