

Masterarbeit

# Erkennung von Fahrspuren mittels Fahrzeugtrajektorien aus Luftaufnahmen

im Master-Studiengang Informatik  
der Hochschule Furtwangen

Steffen Schmid

**Zeitraum:** Wintersemester 2018

**Prüfer:** Prof. Dr. Christoph Reich

**Zweitprüfer:** Stefan Kaufmann

---

**Firma:** IT-Designers GmbH

**Betreuer:** Stefan Kaufmann

# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel erstellt zu haben.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Esslingen, den 3. November 2018 \_\_\_\_\_  
Unterschrift

# Zitat

*„Some fancy quote“*

Foober Muman

# Danksagung

# Kurzfassung

Schlagworte:

# Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	v
1 Einleitung	1
1.1 Rahmen der Arbeit . . . . .	1
1.1.1 Das Projekt MEC-View . . . . .	1
1.1.2 MEC-View Luftbeobachtung . . . . .	1
1.2 Motivation und Ziele . . . . .	1
1.3 Aufbau dieser Arbeit . . . . .	1
2 Grundlagen	2
2.1 Verkehrsanalyse mittels Luftaufnahmen . . . . .	2
2.2 Rekonstruktion von Fahrzeugtrajektorien aus Luftaufnahmen . . . . .	2
2.3 Datenaufbereitung und Bereinigung . . . . .	2
2.4 Clusteranalyse . . . . .	2
2.4.1 Eigenschaften von Cluster-Sets und Clustern . . . . .	4
2.4.2 Cluster-Algorithmen . . . . .	6
2.5 Ähnlichkeitsmaße zum Vergleich von Fahrzeugtrajektorien . . . . .	12
2.5.1 HU Distanz . . . . .	13
2.5.2 Hausdorff Distanz . . . . .	14
2.5.3 Longest-Common-Subsequence . . . . .	15
2.6 Untersuchung möglicher Straßentopologien . . . . .	16
3 Verwandte Arbeiten	17
3.1 Clusteranalyse von Trajektorien . . . . .	17
3.2 Erkennung von Fahrspuren . . . . .	23
3.3 Defizite vorhandener Lösungen und benötigte Neuerungen . . . . .	24
4 Clustering von Fahrzeugtrajektorien	25
4.1 Vorverarbeitung der Roh-Trajektorien . . . . .	25
4.2 Gruppierung der Trajektorien . . . . .	25
5 Fahrbahn-Bestimmung aus Trajektorie-Clustern	26
6 Fahrbahn Klassifizierung	27
7 Realisierung LaneDetection in MEC-View TrackerApplication Software	28

8	Ergebnisse und Auswertung	29
9	Zusammenfassung und Fazit	30
	Literaturverzeichnis	31

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Rohdaten (links) und erwünschtes Clustering-Ergebnis (rechts) . . . . .	3
2.2	Ablauf einer Clusteranalyse . . . . .	4
2.3	Agglomeratives Clustering dargestellt als Dendrogramm und geschachteltes Cluster-Diagramm . . . . .	7
2.4	Funktionsweise von k-Means . . . . .	8
2.5	Darstellung des EM-Cluster-Algorithmus über mehrere Iterationen . . . . .	10
2.6	Schritte des DBSCAN Algorithmus . . . . .	11
2.7	Erreichbarkeit in DBSCAN . . . . .	12
2.8	Trajektorien im 2-dimensionalen Raum . . . . .	13
3.1	Zweistufiger Clustering-Vorgang von Hu et al. . . . .	18
3.2	Funktionsweise der modifizierten Hausdorff Distanz . . . . .	19
3.3	Zerlegung einer Trajektorie in Sub-Trajektorien . . . . .	20
3.4	Verschiebung einer Trajektorie im Raum . . . . .	21
3.5	Ergebnisse der Spurmittellinien-Erkennung (Ren et al.) . . . . .	23
3.6	Spurhüllen in Hu et al., 2006 . . . . .	24



# Listings

# 1 Einleitung

Staus und zäh fließender Verkehr sind sowohl auf Schnell- und Autobahnen, als auch in Städten ein großes Problem und Ärgerniss für Autofahrer. Sie kosten diese nicht nur wertvolle Zeit, sondern auch viel Geld. Laut einer Studie von [Cookson u. a.] kostet Stau jeden deutschen Autofahrer pro Jahr durchschnittlich 1770 €. In Summe ergeben sich hieraus beinahe 80 Milliarden Euro an Kosten. Stau ist allerdings nicht nur finanziell für Privatpersonen oder auch Unternehmen ein großer Faktor, sondern er erhöht auch das Unfallrisiko und trägt maßgeblich zur schlechten Luftqualität in Innenstädten bei. Aufgrund längerer Fahrzeiten und der häufigen Be- und Entschleunigung, steigt der Kraftstoffverbrauch der Fahrzeuge und dadurch auch die Schadstoffbelastung in der Luft [Hemmerle, 2016].

Um Stau so gut wie möglich vermeiden zu können, muss man den Verkehr verstehen. Nötig ist ein Verständnis des Straßenverkehrs als Ganzes, sowie der Auswirkungen, welche einzelne Verkehrsteilnehmer und deren Verhalten, auf diesen haben. Hierzu ist das Erstellen von Simulationen sowie die Auswertung realer Verkehrsaufkommen unerlässlich. Die auf diese Weise gesammelten Erkenntnisse bilden die Grundlage, um Straßenabschnitte, insbesondere auch in Innenstädten, intelligent zu gestalten. Des Weiteren können sie eingesetzt werden, um beispielsweise Ampelschaltungen in Städten zu optimieren, wovon auch bestehende Infrastrukturen profitieren können.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Realisierung einer automatischen Fahrspurerkennung aus Luftaufnahmen, welche bei der Analyse von Spurwechselvorgängen zum Einsatz kommt. Hierzu werden die Trajektoriedaten von Fahrzeugen ausgewertet.

## 1.1 Rahmen der Arbeit

### 1.1.1 Das Projekt MEC-View

### 1.1.2 MEC-View Luftbeobachtung

## 1.2 Motivation und Ziele

## 1.3 Aufbau dieser Arbeit

## 2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die für das Verständnis und die Durchführung der Arbeit benötigten Grundlagenthemen vorgestellt. Nach einer kurzen Erläuterung der Möglichkeiten der Verkehrsanalysen mittels Luftaufnahmen, wird daher darauf eingegangen, auf welche Weise die in dieser Arbeit verwendeten Fahrzeugtrajektorien ermittelt werden. Anschließend werden Methoden vorgestellt, welche zur Bereinigung der gewonnenen Daten verwendet werden können. Als wichtiges Mittel zur Identifizierung von Fahrspuren aus Trajektorien werden zudem verschiedene Cluster-Algorithmen und Distanzmaße vorgestellt.

### 2.1 Verkehrsanalyse mittels Luftaufnahmen

### 2.2 Rekonstruktion von Fahrzeugtrajektorien aus Luftaufnahmen

Die in dieser Arbeit verwendeten Fahrzeugtrajektorien stammen aus der Anwendung “Tracker-Application” des MEC-View Teilprojektes *Luftbeobachtung*. Nachfolgend wird beschrieben, wie diese aus den Videoaufnahmen rekonstruiert werden.

### 2.3 Datenaufbereitung und Bereinigung

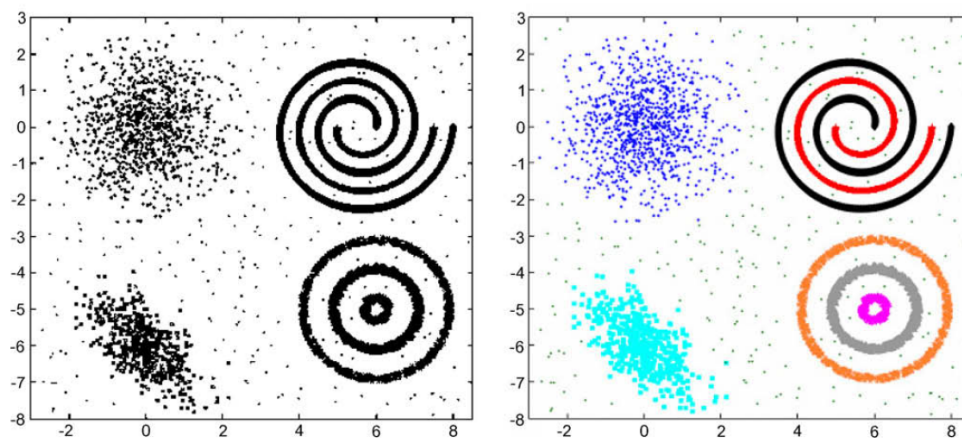
### 2.4 Clusteranalyse

Die Clusteranalyse (kurz Clustering) ist ein wichtiges Werkzeug zur Auswertung von Daten unterschiedlichster Art. Sie stellt dabei kein konkretes Vorgehen oder einen Algorithmus dar, sondern beschreibt ein allgemeines Problem, welches auf unterschiedlichste Weise gelöst werden kann. Grundsätzlich ist das Ziel der Clusteranalyse, Datenobjekte aufgrund ihrer Eigenschaften und Beziehungen untereinander so zu gruppieren, dass sich die Objekte einer Gruppe möglichst stark ähneln und sich von den Objekten anderer Gruppen möglichst stark unterscheiden. Je höher die *Homogenität* in einem Cluster und die *Differenz* zwischen den Clustern, desto besser ist die gewählte Clustering Methode. Der Einsatz von Clustering ist in vielen Anwendungsgebieten und in den unterschiedlichsten wissenschaftlichen Disziplinen sehr beliebt, um ein Verständnis für Daten zu erhalten beziehungsweise

diese anschließend weiter verarbeiten zu können. So kommt die Clusteranalyse unter anderem in den Feldern des maschinellen Lernens, der Mustererkennung, Bildanalyse, der Biologie (Taxonomie) oder im Bereich Data Mining zum Einsatz. [Tan u. a., 2007]

Die Clusteranalyse hat viel mit dem Problem der Klassifizierung von Daten gemein, insofern sie Datenobjekten Label zuordnet. Im Gegensatz zu *überwachten* Klassifizierungsansätzen, wie dem heute populären überwachten Lernen, leiten Cluster-Algorithmen die Label allerdings alleine aus den vorhandenen Daten ab. Es kommen keine Vergleichsobjekte mit bekannten, händisch vergebenen Labels zum Einsatz. Aus diesem Grund wird die Clusteranalyse auch häufig als *unüberwachte Klassifizierung* bezeichnet. [Tan u. a., 2007]

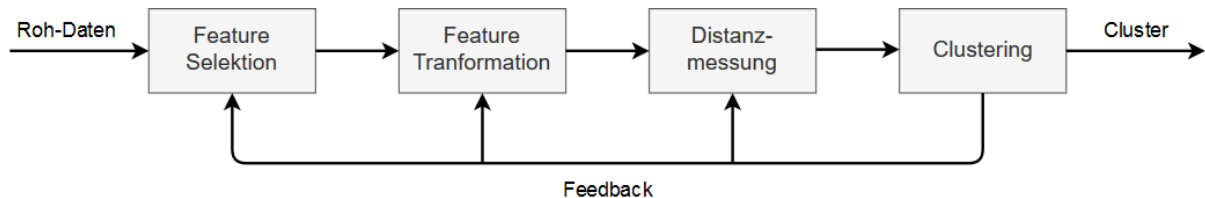
Das Konzept eines *Clusters* ist nicht genau definiert, was in einer Vielzahl an unterschiedlichen Ansichten und Algorithmen resultiert, welche sich jeweils für andere Anwendungsfälle eignen und verschiedene Eigenschaften besitzen. Hieraus ergibt sich auch die Tatsache, dass Clustering keine selbsttätiger Prozess ist, welcher sich auf einheitliche Weise auf unterschiedliche Probleme anwenden lässt. Jedes Problem erfordert die individuelle und sorgfältige Auswahl eines passenden Algorithmus, eines Distanzmaßes und der richtigen Parameter. Die Bestimmung dieser geschieht iterativ und nicht selten nach dem Prinzip des *Trial and Error*. In Abbildung 2.1 ist beispielhaft ein Datensatz (links) mit – für den Menschen intuitiv ersichtlich – 7 unterschiedlichen Clustern (rechts) dargestellt. Nach [Jain, 2010] kann allerdings kein verfügbarer Clustering Algorithmus diese alle erkennen. [Jain u. a., 1999; Tan u. a., 2007]



**Abb. 2.1:** Rohdaten (links) und erwünschtes Clustering-Ergebnis (rechts) [Jain, 2010]

Aufgrund der Limitationen, welche alle Cluster-Algorithmen besitzen, muss der Analyst sich vor deren Anwendung intensiv mit den zu verarbeitenden Daten beschäftigen. Er muss ein Verständnis dafür besitzen, welche Struktur die Daten besitzen, beziehungsweise annehmen können, und nach welchen Mustern zu suchen ist. Besonders wichtiger ist zudem auch die Auswahl der richtigen, das heißt relevanten, Datenmerkmale (*“Feature Selektion”*) und die Wahl deren Repräsentation (*“Feature Transformation”*). Die Selektion und

gegebenenfalls Transformation der Daten muss in einem Vorverarbeitungsschritt geschehen, dessen Qualität einen maßgeblichen Einfluss auf das finale Clustering Ergebnis hat. Basierend auf vorangegangener Beschreibung und [Jain u. a., 1999], lässt sich der Ablauf einer Clusteranalyse wie folgt darstellen:



**Abb. 2.2:** Ablauf einer Clusteranalyse

[Jain, 2010] nennt einige weitere Herausforderungen, welchen man sich bei der Clusteranalyse bewusst sein muss:

- Daten können Ausreißer enthalten. Wie sollen diese behandelt werden?
- Die Anzahl der Zielcluster ist üblicherweise nicht bekannt.
- Validierung der gefundenen Cluster

### 2.4.1 Eigenschaften von Cluster-Sets und Clustern

Das aus einer Analyse resultierende Cluster-Set und die einzelnen Cluster selbst, können in verschiedene Kategorien unterteilt werden beziehungsweise unterschiedliche Eigenschaften besitzen. Nachfolgend sind die wichtigsten basierend auf [Tan u. a., 2007] und [Jain u. a., 1999; Jain, 2010] aufgeführt.

#### Cluster-Sets

Bei Cluster-Sets kann grundsätzlich zwischen nachfolgenden Eigenschaften unterschieden werden.

**Hierarchisch vs. Partitioniert** Von *hierarchischen* Cluster-Sets wird gesprochen, wenn die einzelnen Cluster verschachtelt sind und dabei eine Baum-Struktur bilden. Cluster sind hingegen *partitioniert*, wenn keine Überlagerungen zwischen ihnen existiert.

**Exklusiv vs. Überlappend vs. Fuzzy** *Exklusive* Cluster-Sets liegen vor, wenn jedem Datenwert ein oder kein Zielcluster zugeordnet wird. Im Gegensatz hierzu können bei *überlappenden* Cluster-Sets Objekte einer oder mehrerer Gruppen angehören. Bei dem sogenannten *Fuzzy* oder *Soft* Cluster-Sets, gehört ein Datenobjekt einem Cluster mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit oder Gewicht an. Algorithmen, welche Daten eine Wahrscheinlichkeit für die Zugehörigkeit zu einem Cluster zuweisen, werden *probabilistische* Cluster-Algorithmen genannt.

**Komplett vs. Partielle** Von *kompletten* Cluster-Sets wird gesprochen, wenn jedes Element der Eingangsdaten einem Cluster zugeordnet wird. Bei *partiellen* Sets ist dies nicht der Fall. Hier kann ein bestimmter Anteil an Datenwerten als Ausreißer markiert werden, welche keine Gruppe besitzen.

## Cluster

Da, wie oben erwähnt, nicht klar definiert ist, was ein Cluster ausmacht, können auch diese unterschiedliche Eigenschaften besitzen. Die wichtigsten Cluster-Arten sind nachfolgend erläutert.

**Klar separierte Cluster** Unter *klar separierten* Clustern versteht man solche, in welchen jedes Datenelement einen geringeren Abstand zu allen anderen Elementen des Clusters hat, als zu Elementen außerhalb des Clusters. Diese idealistische Definition eines Clusters ist nur dann erfüllt, wenn die in den Daten enthaltenen Cluster einen großen Abstand voneinander haben. Dies ist in der Realität allerdings selten der Fall.

**Prototyp basierte Cluster** Von einem *Prototyp basierten* Cluster wird gesprochen, wenn alle Elemente einer Gruppe einen geringeren Abstand zu einem Prototyp oder Referenzwert des Clusters besitzen, als zu denen anderer Gruppierungen. Ein solcher Prototyp ist üblicherweise der Mittelwert der Datenelemente eines Clusters (*Centroid*).

**Graphen basierte Cluster** Die Definition eines *Graphen basierten* Clusters kann immer dann verwendet werden, wenn Daten als vernetzter Graph dargestellt werden. In einem solchen sind die Elemente Knoten und die Kanten repräsentieren Beziehungen zwischen ihnen. Ein Cluster in einem solchen Graphen ist definiert als Menge von Knoten, welche untereinander verbunden sind, jedoch keine Verbindungen zu Elementen außerhalb des Clusters haben.

**Dichte basierte Cluster** *Dichte basierte* Cluster sind definiert als Regionen mit einer hohen Dichte an Objekten, welche von Regionen umgeben sind, welche eine geringe Objektdichte besitzen. Elemente, welche in einer solchen Region mit geringen Dichte liegen, welche aus Ausreißer interpretiert. Dichte Bereiche werden üblicherweise gefunden, indem die Nachbarschaften von Elementen untersucht werden.

**Konzeptionelle Cluster** Eine sehr allgemeine Definition eines Clusters ist die der *konzeptionellen* Gruppen. Hiermit ist gemeint, dass die Elemente eines Clusters einige gemeinsame Eigenschaften besitzen. Dies schließt die oben genannten Cluster-Arten mit ein, lässt sich allerdings beliebig erweitern. So sind beispielsweise in Abbildung XXX x) konzeptionelle Cluster dargestellt, die die Form zweier Kreise und eines Dreiecks haben. Um solche Muster erkennen zu können, würde ein Algorithmus eine besondere Definition eines Clusters benötigen.

### 2.4.2 Cluster-Algorithmen

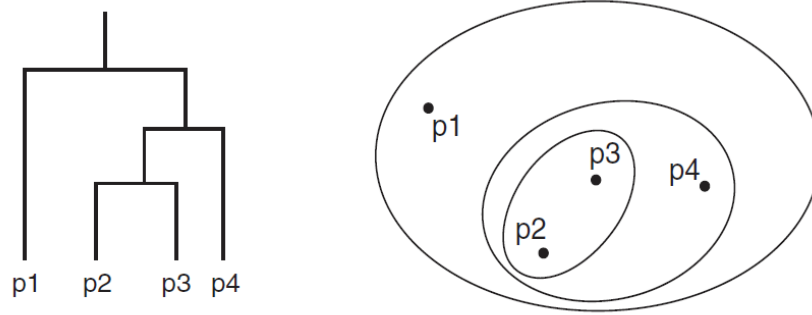
Um mit den oben beschriebenen unterschiedlichen Cluster-Set und Cluster Definitionen umgehen zu können, existieren verschiedene Clustering-Modelle. Einige wichtige Clustering-Ansätze sind die Vernetzungs-Modelle, Centroid-basierte-Modelle, Verteilungs-Modelle oder Dichte-Modelle. Für jedes dieser Modelle existieren unterschiedliche Algorithmen. Im Folgenden werden diese Modelle und jeweils exemplarisch ein Algorithmus der diese vertritt vorgestellt.

#### Vernetzungs-Modelle

Vernetzungs-Modelle werden auch häufig *hierarchische Cluster-Modelle* genannt. Sie beruhen auf der Annahme, dass Elemente, welche nahe beieinander liegen, eine höhere Gemeinsamkeit besitzen als solche, welche weiter voneinander entfernt sind. Zur Bestimmung der Nähe zwischen Elementen benötigen Vernetzungs-Modelle, wie auch andere Cluster-Modelle, eine Definition von Distanz. Diese legt ein sogenanntes *Distanzmaß* fest. Zusätzlich ist ein *Link-Kriterium* notwendig, welches bestimmt, wie genau die Entfernung zwischen zwei Clustern ermittelt wird. Übliche Link-Kriterien sind *Minimum-Linkage*, welches die minimale Distanz zwischen den Objekten der Cluster als Distanz verwendet, oder *Maximum-Linkage* beziehungsweise *Average-Linkage*. [Jain u. a., 1999; George Seif, 2018]

Grundsätzlich teilen sich hierarchische Cluster-Algorithmen in zwei Gruppen auf: *Agglomerative* (Bottom-Up) und *Divisive* (Top-Down) Algorithmen. Agglomerative Ansätze weisen zu Beginn des Cluster-Vorgangs jedem Datenelement eine eigene Gruppe zu und vereinen diese anschließend. Bei divisiven Ansätzen werden hingegen zu Beginn alle Elemente in einem Cluster zusammengefasst und diese in den nachfolgenden Schritten geteilt.

Als Beispiel wird anschließend der **agglomerative-hierarchische Cluster-Algorithmus** genauer vorgestellt. Sein Vorgehen lässt sich sehr gut anhand sogenannter Dendrogramme oder geschachtelter Cluster-Diagramme darstellen (siehe Abbildung 2.3)



**Abb. 2.3:** Agglomeratives Clustering dargestellt als Dendrogramm und geschachteltes Cluster-Diagramm

Im ersten Schritt des Algorithmus werden alle Datenpunkte als separate Cluster markiert. Diesen Schritt repräsentieren die Blätter des Dendrogramms. Anschließend muss ein Distanzmaß und ein Link-Kriterium gewählt werden. Das am häufigsten verwendete Distanzmaß ist sicherlich der euklidische Abstand, welcher die Distanz zwischen zwei Punkten oder Vektoren im  $n$ -dimensionalen Raum bestimmt. Er ist definiert durch die Formel 2.1.

$$\text{dist}(p, q) = \|q - p\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - p_i)^2} \quad (2.1)$$

Wird als Link-Kriterium beispielsweise *Minimum-Linkage* gewählt, ist dieses definiert als:

$$\text{link}(P, Q) = \min\{\text{dist}(p, q) : p \in P, q \in Q\} \quad (2.2)$$

Hierbei entsprechen  $P$  und  $Q$  zwei Clustern, welche die Elemente  $p \in P$  und  $q \in Q$  enthalten. Auf Basis des gewählten Link-Kriteriums kann nun eine Distanz-Matrix für die einzelnen Cluster erstellt werden. Die zwei Cluster mit minimalem Abstand voneinander werden anschließend zusammengeführt und die vorherigen Schritte werden wiederholt, bis nur noch ein Cluster (Wurzel des Dendrogramms) beziehungsweise die gewünschte Clusteranzahl übrig ist. [George Seif, 2018; Tan u. a., 2007]

Bei den meisten Varianten des agglomerativen Clusterings muss der Nutzer die Anzahl der Zielcluster im voraus festlegen, was problematisch ist, da diese meist nicht bekannt ist. Umgangen werden kann dies nur, indem ein Link-Kriterium gewählt wird, das ab



einer bestimmten Distanz zwischen den Clustern diese nichtmehr fusioniert [George Seif, 2018].

Die Zeitkomplexität des agglomerativen Clusterings beträgt bestenfalls  $O(m^2 \log m)$ , weshalb die Menge der Daten, welche mit ihm verarbeitet werden können erheblich begrenzt ist [Tan u. a., 2007].

### Centroid-Modelle

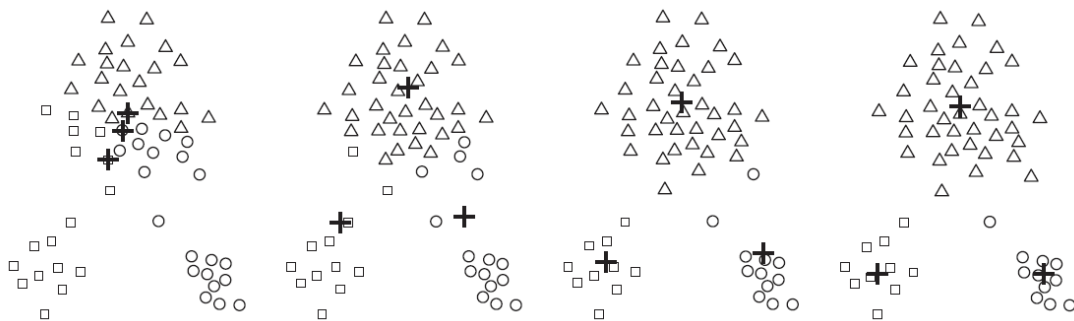
Centroid basierte Cluster-Modelle betrachten im Gegensatz zu hierarchischen Modellen nicht die Distanz zwischen Clustern, sondern die Entfernung von Objekten zu Referenzpunkten, sogenannten *Centroids*.

Ein Beispiel für einen Centroid-Cluster-Algorithmus ist *k-Means*. Dieser ist aufgrund seines Alters, seiner Einfachheit und der vielen Weiterentwicklungen wohl der bekannteste Cluster-Algorithmus überhaupt.

Das Ziel von k-Mean ist es, für eine n-dimensionale Punktmenge  $X = \{x_1 \dots x_n\}$  ein Cluster-Set  $C = \{c_1 \dots c_k\}$  zu finden, welches die Summe der quadratischen Abweichung (Gleichung 2.3) zwischen allen Punkten in einem Cluster und deren Mittelwert  $\mu_k$  (Centroids) minimiert.

$$J(c_k) = \sum_{k=1}^K \sum_{x_i \in c_k} \|x_i - \mu_k\|^2 \quad (2.3)$$

Eine Lösung für dieses Problem zu finden, ist NP-Schwer. Aus diesem Grund ist k-Means ein approximativer Ansatz, welcher nicht garantieren kann, ein globales Minimum zu finden. Die Funktionsweise des Algorithmus ist in Abbildung 2.4 dargestellt. Die Kreuze entsprechen hierbei den Centroids, welche sich über die Iterationen hinweg verschieben.



**Abb. 2.4:** Funktionsweise von k-Means [Tan u. a., 2007]

Ausgehend von der Punktmenge  $X$  und der gesuchten Cluster-Anzahl  $k$ , werden im ersten Schritt  $k$  zufällig positionierte Centroids  $\mu_k$  definiert. Anschließend wird für alle Punkte  $x_i$  der nächstgelegene Centroid  $\mu_j$  gesucht.

$$j = \arg \min(\text{dist}(x_i, \mu_j)) \quad (2.4)$$

$x_i$  wird daraufhin Mitglied in Cluster  $C_j$ . Als Distanzmaß ( $\text{dist}$ ) kann hier wieder der euklidische Abstand (Gleichung 2.1) verwendet werden oder aber auch beliebige andere sinnvolle Metriken. Nachdem alle Punkte  $x_i$  einem Cluster zugewiesen wurden, werden die Centroid Positionen neu bestimmt. Hierzu wird der Durchschnitt aller Punkte eines Clusters berechnet:

$$c_j = \frac{1}{n} \sum_{x_j \in C_j} x_j \quad (2.5)$$

Diese zwei Schritte werden mehrfach wiederholt, bis das Ergebnis konvergiert, das heißt die Zuweisungen sich nur noch geringfügig ändern. [Jain, 2010]

Der primäre Nachteil des k-Means Algorithmus ist, dass auch bei ihm die Anzahl der Zielcluster spezifiziert werden muss. Desweiteren ist sein Ergebnis aufgrund der zufälligen Initialisierung der Centroids nicht deterministisch. Vorteil von k-Means ist hingegen, dass seine Zeitkomplexität bei  $O(n)$  liegt.

Um die genannten Nachteile, zumindest in Teilen, umgehen zu können, existieren diverse Weiterentwicklungen des k-Mean Algorithmus. So stammen beispielsweise von [Hamerly u. a.] und [Pelleg u. a.] die Algorithmen *g-Means* beziehungsweise *x-Means*, welche die Clusteranzahl  $k$  auf Basis mehrerer k-Means Durchläufe und statistischer Kennzahlen bestimmen.

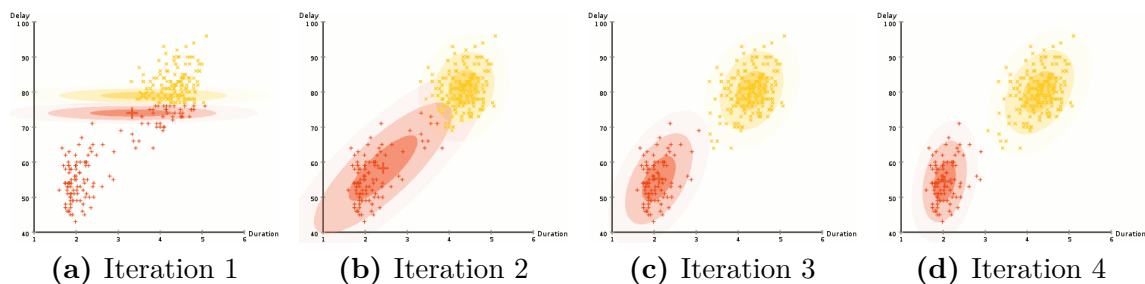
### Distributions-Modelle

Distributions-Cluster-Modelle basieren auf der Verwendung von statistischen Wahrscheinlichkeitsverteilungen wie beispielsweise der Gauß-Verteilung. Cluster werden darüber definiert, wie wahrscheinlich es ist, dass Objekte der selben Verteilung angehören. Problematisch ist die Verwendung dieser Cluster-Methodik, da sie anfällig für das Problem des „*Overfitting*“ ist, wenn die Komplexität der verwendeten Modelle nicht beschränkt wird. Zudem ist die Annahme, dass vielen realen Datensätzen ein statistisches Verteilungsmodell zugrundeliegt, gefährlich. Ist diese These jedoch berechtigt, haben die Modelle den Vorteil, dass sie neben der Zuweisung von Objekten zu Clustern auch Korrelationen zwischen einzelnen Attributen aufzeigen können. [Anders Drachen, 2014]

Nachfolgend wird der bekannteste Vertreter der Distributions-Cluster-Algorithmen vorgestellt: das *Expectation-maximization* (EM) Verfahren unter Verwendung sogenannter

*Gaussian-Mixture-Models* (GMM). Die Funktionsweise des EM-Algorithmus hat grundsätzlich viel gemein mit der des k-Mean Ansatzes. Es wird ebenfalls mit einer festen Anzahl zufällig initialisierter Modelle gestartet, welche anschließend über mehrere Iterationen an die Daten angepasst werden. Im Gegensatz zu k-Means, sind die gewählten Modelle hingegen Gauß-Verteilungen, welche zwei Parameter besitzen: ihren Mittelwert und die Standardabweichung. Das Vorgehen des EM-Algorithmus ist nachfolgend, basierend auf [George Seif, 2018], beschrieben und in Abbildung 2.5 grafisch dargestellt.

- 1) Wahl der Clusteranzahl  $k$  und Initialisierung der Gauß-Modelle für die entsprechenden Cluster.
- 2) Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein Datenpunkt zu einem Cluster gehört. Je näher ein Datenpunkt dem Zentrum einer Gauß-Verteilung ist, desto höher die Wahrscheinlichkeit für dessen Zugehörigkeit.
- 3) Basierend auf den Wahrscheinlichkeiten werden die Parameter der Verteilungen neu berechnet. Hierzu wird die gewichtete Summe der Datenpunkt-Positionen errechnet. Die Gewichte entsprechen dabei den Wahrscheinlichkeiten, dass ein Element zu einem Cluster gehört. Hierdurch werden die Gauß-Modelle automatisch den in den Daten enthaltenen Clustern angepasst.
- 4) Wiederholung der Schritte 2) und 3), bis das Clustering-Ergebnis konvergiert.



**Abb. 2.5:** Darstellung des EM-Cluster-Algorithmus über mehrere Iterationen [George Seif, 2018]

Ziel des EM-Algorithmus ist es, die Parameter der Gauß-Modelle so zu optimieren, dass diese die Verteilung der Daten bestmöglich beschreiben. Am Ende des Clusterings besitzt jeder Datenwert die Zugehörigkeit-Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Cluster. Ein Element wird jenem Cluster zugeordnet, für welches es die höchste Wahrscheinlichkeit besitzt.

### Dichte-Modelle

Dichte basierte Cluster sind, wie oben beschrieben, definiert als Regionen hoher Objektdichte, welche von Bereichen geringer Dichte umgeben sind. Dichte-Clustering-Modelle

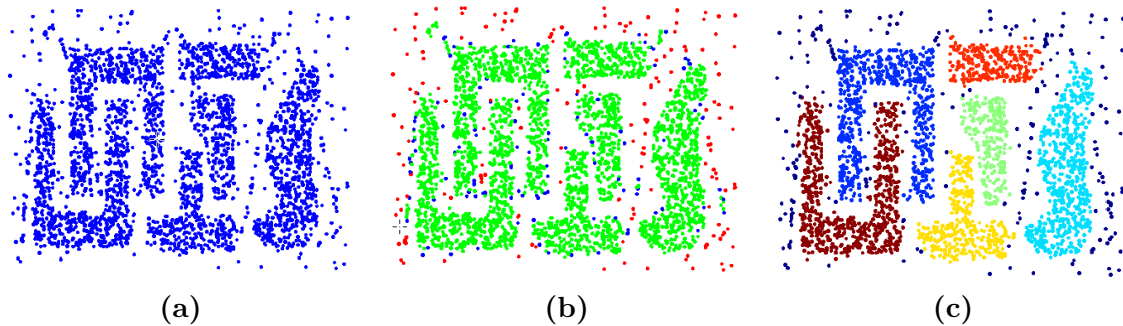
suchen nach eben solchen Regionen. Großer Vorteil der Algorithmen dieser Klasse ist, dass sie Cluster beliebiger Formen finden können, nicht auf die Vorgabe einer Clusteranzahl angewiesen sind und mit Ausreißern umgehen können.

Als Vertreter der Dichte-basierten Ansätze wird nachfolgend der *DBSCAN* Algorithmus (*Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise*), wie in [Gao, 2012] beschrieben, vorgestellt. Er verwendet als Maß für die Dichte einer Region die sogenannte  $\epsilon$  - Nachbarschaft (*Eps*). Diese selektiert für ein Objekt  $p$  alle Objekte, welche innerhalb des Radius  $\epsilon$  um dieses liegen:

$$N_\epsilon(p) = \{q | \text{dist}(p,q) \leq \epsilon\} \quad (2.6)$$

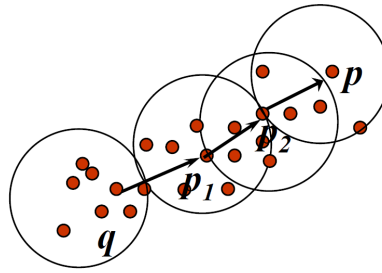
Eine  $\epsilon$  -Nachbarschaft besitzt eine hohe Dichte, wenn in ihr mindestens *MinPts* Objekte liegen.

Basierend auf der Definition von *Eps*, werden die in einem Datensatz vorhandenen Elemente in drei Klassen unterteilt. Sie sind entweder *Kern*-, *Rand*- oder *Ausreißer*- Objekte. Ein Kernobjekt hat mindestens *MinPts* andere Punkte in *Eps*. Randobjekte besitzen weniger als *MinPts* in *Eps*, liegen aber in der Nachbarschaft eines Kernobjektes. Ausreißerobjekte sind weder Kern- noch Randobjekte.



**Abb. 2.6:** Schritte des DBSCAN Algorithmus, a) Rohdaten, b) Klassifizierung in Kern- (grün), Rand- (blau) und Ausreißer- (rot) Punkte, c) Cluster Ergebnis [Gao, 2012]

Auf Basis der drei Objektklassen, lässt sich das Prinzip der dichte-basierten *Erreichbarkeit* definieren. Ein Objekt  $q$  ist von  $p$  *direkt* erreichbar, wenn  $p$  ein Kernobjekt ist und  $q$  in dessen *Eps* liegt. In Abbildung 2.7 gilt dies beispielsweise für  $p$  und  $p_2$ . Zwei Elemente sind *indirekt* erreichbar, wenn sie über eine Reihe von Zwischenschritten (direkte Relationen) verbunden sind (transitiv). Dies ist in Abbildung 2.7 für  $q$  und  $p$  der Fall.



**Abb. 2.7:** Erreichbarkeit in DBSCAN [Gao, 2012]

Der DBSCAN Algorithmus lässt sich, basierend auf den obigen Definitionen, informell wie folgt beschreiben:

- 1) Unterteilung der Objekte in die drei Objektklassen. (Abb. 2.6 b))
- 2) Aussortierung der Ausreißer-Objekte.
- 3) Wahl eines nicht zugewiesenen Kernobjektes.
- 4) Erstellung eines neuen Clusters für das Kernobjekt und alle von ihm ausgehend direkt oder indirekt erreichbaren Objekte
- 5) Wiederholung der Schritte 3) und 4), bis alle Kern- und Randobjekte einem Cluster zugewiesen sind. (Abb. 2.6 c))

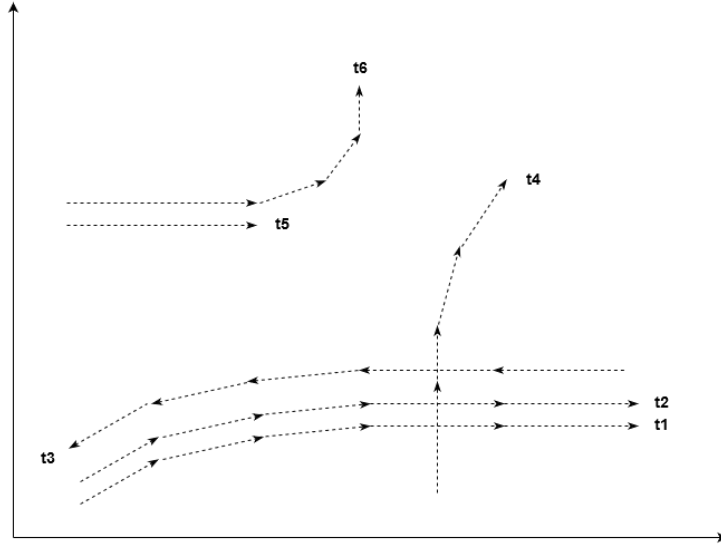
DBSCAN besitzt die oben beschriebenen Vorteile Dichte-basierter Cluster-Algorithmen. Dank einer Zeitkomplexität von  $O(n \log n)$  kann er außerdem auch auf große Datensätze angewendet werden. Nachteil des Ansatzes ist hingegen, dass er schlecht mit Clustern umgehen kann, welche unterschiedliche Dichten besitzen.

## 2.5 Ähnlichkeitsmaße zum Vergleich von Fahrzeugtrajektorien

Bei der Clusteranalyse ist neben der Wahl des passenden Cluster-Algorithmus insbesondere die Entscheidung, welches Ähnlichkeits- beziehungsweise Distanzmaß verwendet wird, ausschlaggebend. Im obigen Abschnitt wurden bereits die euklidische Distanz (Gleichung 2.1) als ein mögliches Distanzmaß definiert. Dieses kann jedoch nur zur Bestimmung der Distanz zwischen  $n$ -dimensionalen Punkten im euklidischen Raum verwendet werden. Dies gilt ebenso für andere einfache Maße wie die Manhattan-Distanz oder die Pearson-Distanz.

Um Fahrzeugtrajektorien korrekt gruppieren zu können, ist ein Ähnlichkeitsmaß notwendig, welches je nach Anforderungen die unterschiedlichen Aspekte der Trajektorien vergleicht. Häufig werden die Eigenschaften Lage, Form und Länge hierzu herangezogen. In der Literatur werden diverse Maße zum Vergleich von Trajektorien vorgestellt. Diese besitzen alle unterschiedliche Eigenschaften, Vor- und Nachteile.

Nachfolgend werden exemplarisch drei Ähnlichkeitsmaße vorgestellt, anhand welcher ersichtlich ist, welche Abwägungen bei der Wahl des Maßes gemacht werden müssen. In allen drei Fällen werden die Trajektorien als Reihen 2-dimensionaler Punkte mit Länge  $n$  interpretiert:  $t_i = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)\}$ . Der  $n$ -te Punkt einer Trajektorie ist gegeben über  $t_i(n)$  und deren Punkt-Länge über  $len(t_i)$ . Die Menge der zu vergleichenden Trajektorien ist  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ . Abbildung 2.8 zeigt eine Auswahl möglicher Trajektorien.



**Abb. 2.8:** Trajektorien im 2-dimensionalen Raum

### 2.5.1 HU Distanz

Die HU Distanz wurde erstmals in der Arbeit *“Similarity based vehicle trajectory clustering and anomaly detection”* von [Hu u. a., 2005] verwendet. Es ist ein sehr einfaches Distanzmaß, welches auf der mittleren euklidischen Distanz zwischen zwei Trajektorien basiert. Berechnet wird die HU Distanz für zwei Trajektorien  $t_1$  und  $t_2$  wie folgt:

$$D_{HU}(t_1, t_2) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N dist(t_1(n), t_2(n)) \quad (2.7)$$

$$wobei N = \min(len(t_1), len(t_2)) \quad (2.8)$$

Aus dieser Formel lassen sich die Vor- und Nachteile der HU Distanz ableiten. Der klare Vorteile der HU Distanz ist deren Einfachheit und die Effizienz von  $O(n)$ . Nachteil ist hingegen, dass das Distanzmaß nur gut funktioniert, wenn die Trajektorien bestimmte Kriterien erfüllen. So sollten Trajektorien, welche einem Cluster angehören, auch immer möglichst auf selber Höhe beginnen, damit deren mittlerer Abstand nicht, aufgrund einer Verschiebung, erhöht wird. Außerdem ist es notwendig, die Abstände zwischen den Punkten der Trajektorien auf die selbe Länge zu bringen, damit beim paarweisen Vergleich

immer Elemente verglichen werden, welche gleichweit vom Start der Spuren entfernt sind. Diese Eigenschaften der Trajektorien müssen über einen Vorverarbeitungsschritt geschaffen werden. Problematisch bei der Verwendung der HU Distanz ist außerdem, dass beim Vergleich zweier Trajektorien immer nur die ersten  $N$  Punkte (s. Gleichung 2.8) betrachtet werden. Die kann dazu führen, dass zwei Trajektorien, welche zu Beginn fast identisch sind und später auseinanderlaufen, trotzdem einen hohen Ähnlichkeitswert besitzen (siehe  $t_5$  und  $t_6$  in Abbildung 2.8).

Die HU Distanz kann aufgrund der genannten Einschränkungen nur in speziellen Fällen oder unter Verwendung eines Vorverarbeitungsschrittes angewandt werden. Sie liefert ansonsten suboptimale Clustering Ergebnisse.

### 2.5.2 Hausdorff Distanz

Die Hausdorff Distanz ist ein komplexeres Maß zur Bestimmung der Ähnlichkeit zwischen zwei Trajektorien. Sie misst grundsätzlich den Abstand zwischen zwei nicht-leeren, ungeordneten Teilmengen  $A$  und  $B$  und ist für Trajektorien definiert über die Gleichungen [Atev u. a., 2010]:

$$D_{HD}(t_1, t_2) = \max(h(t_1, t_2), h(t_2, t_1)) \quad (2.9)$$

$$h(t_1, t_2) = \max_{i \in t_1} \min_{j \in t_2} \text{dist}(i, j) \quad (2.10)$$

$h(t_1, t_2)$  wird als gerichtete Hausdorff Distanz *von  $t_1$  nach  $t_2$*  bezeichnet. Sie findet die maximale Distanz einer Trajektorie zum nächsten Punkt der anderen Trajektorie [Huttenlocher u. a., 1993]. Da  $h$  gerichtet ist, gilt  $h(t_1, t_2) \neq h(t_2, t_1)$ . Aus diesem Grund wird die Hausdorff Distanz *zwischen* zwei Trajektorien mittels  $D_{HD}$  bestimmt.  $\text{dist}$  kann ein beliebiges Maß für die Distanz zweier Punkte sein, wie beispielsweise die euklidische Distanz. Grundsätzlich lässt sich über die Hausdorff Distanz die Form zweier Trajektorien vergleichen. Diese sind ähnlich, wenn jeder Punkt einer Trajektorie einen nahegelegenen Punkt in der Vergleichsbahn besitzt.

Vorteil der Hausdorff Distanz im Vergleich zur HU Distanz ist, dass diese immer vollständige Trajektorien vergleicht und nicht nur Teile. Außerdem ist bei ihrer Verwendung keine Vorverarbeitung in Form von Resampling et cetera notwendig. Problematisch ist das Distanzmaß hingegen, da es mit ungeordneten Sets arbeitet und somit im Fall von Trajektorien deren Orientierung nicht beachtet. Zwei parallel aber in entgegengesetzte Richtungen laufende Trajektorien würden nach Hausdorff daher eine hohe Ähnlichkeit besitzen. Zudem kann das Distanzmaß schlecht mit Ausreißern umgehen, da bereits ein einzelner dieser Punkte, bei ansonsten identischen Trajektorien, zu einer beliebig kleinen Ähnlichkeit führen kann. Von Nachteil ist auch, dass die Zeitkomplexität der Hausdorff-Distanz bei  $O(n \cdot m)$  liegt.

### 2.5.3 Longest-Common-Subsequence

Das *Longest-Common-Subsequence* (LCSS) Ähnlichkeitsmaß basiert auf dem allgemeinen Problem der Findung einer längsten gemeinsamen Subsequenz zwischen zwei Sequenzen. Da Trajektorien, nach obiger Definition, lediglich Punktfolgen sind, lässt sich das Verfahren sehr gut auf diese anwenden. Aufgrund einiger kleiner Erweiterungen des Basis-Algorithmus, besitzt das LCSS Ähnlichkeitsmaß einige besondere Eigenschaften. Der LCSS Algorithmus für Trajektorien ist grundsätzlich wie folgt definiert [Vlachos u. a., 2002]:

$$LCSS_{\epsilon, \delta}(t_1, t_2) = \begin{cases} 0 & \text{if } t_1 \text{ or } t_2 \in \emptyset \\ 1 + LCSS_{\epsilon, \delta}(t'_1, t'_2) & \text{if } dist(t_1(n), t_2(m)) < \epsilon \\ & \wedge |n - m| \leq \delta \\ \max(LCSS_{\epsilon, \delta}(t'_1, t_2), LCSS_{\epsilon, \delta}(t_1, t'_2)) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.11)$$

Hierbei gilt  $t'_1 = \{t_1(0), \dots, t_1(n-1)\}$ . Die Parameter  $\epsilon$  und  $\delta$  bestimmen das Vergleichsverhalten des Algorithmus. Über  $\epsilon$  wird definiert, wieweit zwei Punkte maximal voneinander entfernt liegen können, um immer noch als “übereinstimmend” zu gelten.  $\delta$  bestimmt hingegen, wieweit man in der Zeit gehen darf, um einen übereinstimmenden Punkt zu finden. Abbildung XXX veranschaulicht die Bedeutung von  $\epsilon$  und  $\delta$ . Da die obige LCSS Funktion nur ein diskretes Zählmaß definiert, ist das eigentliche LCSS Ähnlichkeitsmaß üblicherweise gegeben über [Vlachos u. a., 2002]:

$$D_{LCSS}(\delta, \epsilon, t_1, t_2) = 1 - \frac{LCSS_{\delta, \epsilon}(t_1, t_2)}{\min(len(t_1), len(t_2))} \quad (2.12)$$

Vorteile der LCSS Ähnlichkeitdefinition sind, dass sie mit kompletten Trajektorien arbeitet und robust gegenüber Ausreißern ist, da nicht für alle Punkte Übereinstimmungen in den Trajektorien gefunden werden müssen. Über  $\epsilon$  und  $\delta$  kann die “Strenge” des Algorithmus geregelt werden. Zudem berücksichtigt das LCSS Maß die Orientierung der Trajektorien, solange  $\delta$  nicht zu hoch gewählt wird. Die rekursive Definition des LCSS Algorithmus aus Gleichung 2.11 lässt sich mittels dynamischer Programmierung mit Zeitkomplexität  $O(n \cdot m)$  berechnen.

#### Übersicht Ähnlichkeitsmaße

Anhand der drei ausgewählten und oben exemplarisch beschriebenen Ähnlichkeitsmaße, ist bereits ersichtlich, dass die Wahl eines passenden Maßes nicht trivial ist. Es muss die Qualität und Form der Daten berücksichtigt werden und abgewogen werden, in wie weit es möglich beziehungsweise gewünscht ist, die Daten vorzuverarbeiten. Das primäre



Auswahlkriterium ist allerdings natürlich die situationsabhängige Definition von “Ähnlichkeit”: Sind sich Trajektorien ähnlich, wenn sie lediglich die selbe Form haben und ansonsten irgendwo im Raum liegen? Sind sie sich ähnlich, wenn sie die selbe Form haben und im Raum nahe beieinander liegen? Ist ihre Orientierung relevant? Dies sind wichtige Fragen, welche vor der Wahl eines Ähnlichkeitsmaßes geklärt werden müssen. Da die Maße als Distanzfunktionen bei der Clusteranalyse verwendet werden, ist ihr Verhalten ausschlaggebend für den Erfolg der Gruppierung.

Wichtige Eigenschaften einiger in der Literatur häufig verwendeten Vergleichsmaße, inklusive der drei oben beschriebenen, sind nachfolgend nochmals in tabellarischer Form festgehalten.

**Tab. 2.1:** Parallelen Bienenkolonie und Cloud Load-Balancing

Ähnlichkeitsmaß	gerichtet	PreProc. nötig	Ausreißer-resistent
HU [Hu u. a., 2005]	✓	✓	✓
PCA [Bashir u. a., 2003]	✓	✓	✓
DTW [Keogh und Pazzani, 2000]	✓	✗	✗
HD [Chen u. a., 2011]	✗	✗	✗
mod. HD [Atev u. a., 2006]	✓	✗	✓
PF [Piciarelli und Foresti, 2006]	✓	✗	✗
LCSS [Vlachos u. a., 2002]	✓	✗	✓

## 2.6 Untersuchung möglicher Straßentopologien

## 3 Verwandte Arbeiten

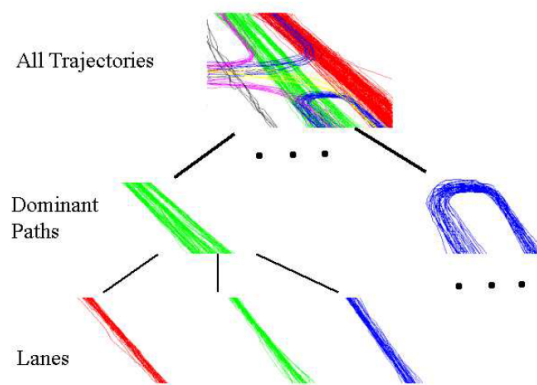
Das folgende Kapitel gibt einen Überblick über einige wichtige und interessante wissenschaftliche Arbeiten, welche sich mit der Analyse von Trajektoriedaten und insbesondere Fahrzeugtrajektorien beschäftigen. Zu Beginn werden diverse Arbeiten vorgestellt, welche sich mit der Clusteranalyse von Trajektorien befassen. Anschließend wird betrachtet, wie in der Literatur die Erkennung von Fahrspuren, vorzugsweise auf Basis von Trajektorien, umgesetzt wird. Zudem werden Arbeiten untersucht, welche sich bereits mit der Klassifizierung von Fahrspuren befassen. Am Ende des Kapitels werden Defizite der existierenden Lösungen festgehalten und analysiert, welche spezifischen Neuerungen für die Umsetzung dieser Arbeit nötig sind.

### 3.1 Clusteranalyse von Trajektorien

Aufgrund der großen Menge an Informationen, welche sich auf Basis von Trajektoriedaten ermitteln lassen, ist ihre Analyse schon seit geraumer Zeit Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen. Nachfolgend werden einige Arbeiten vorgestellt, welche sich mit der Clusteranalyse von Trajektorien beschäftigen. Die Auswahl zeigt prototypisch, wie unterschiedliche die Anwendungsszenarien und Ziele bei solchen Analyse sind.

#### Similarity based vehicle trajectory clustering and anomaly detection

Eine Arbeit, welche ein sehr typisches Anwendungsszenario behandelt, stammt von [Hu u. a., 2005]. Die Autoren beschreiben in dieser Veröffentlichung ein Verfahren zur Clusteranalyse von Fahrzeugtrajektorien. Ziel dieser ist es, auf Basis der entdeckten Spur-Cluster, anormale Verkehrsmanöver in Live-Aufnahmen von Straßenabschnitten detektieren zu können. Solche Manöver sind beispielsweise “Fahren abseits der üblichen Bahnen” oder “zu schnelles/langsames Fahren”. Die Fahrzeugtrajektorien sind in dieser Arbeit als Sequenzen zwei-dimensionaler Punkte definiert. Um diese zu gruppieren, setzen Hu et al. auf klassische Clusterverfahren und die Verwendung eines einfachen, metrischen Distanzmaßes. Dieses Maß, bekannt als HU Distanz (siehe Abschnitt 2.5.1), vergleicht Trajektorien über den mittleren Abstand zwischen zusammengehörigen Punktpaaren. Da dies nur zuverlässig möglich ist, wenn die Trajektorien einige Bedingungen erfüllen, müssen die Autoren diese vorverarbeiten. Sie vereinheitlichen daher die Abstände der Punkte einer Trajektorie und erweitern sie zudem in Richtung der Szenen-Grenzen.



**Abb. 3.1:** Zweistufiger Clustering-Vorgang von Hu et al. [Hu u. a., 2005]

Unter Verwendung des definierten Distanzmaßes werden die Trajektorien in einem zweistufigen Verfahren verarbeitet. In den zwei Phasen werden, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, zuerst dominante Fahrpfade extrahiert, welche anschließend weiter in einzelne Fahrspuren untergliedert werden. Als eigentliche Cluster-Algorithmen vergleichen die Autoren den *Spectral-Clustering* Ansatz [Ng u. a., 2002] mit einem *Fuzzy-k-Means* Verfahren [Xie und Beni, 1991]. Die Untersuchungen zeigen, dass der Spectral Clustering Ansatz nicht nur bessere Ergebnisse liefert, sondern diese über mehrere Durchläufe hinweg auch stabil sind, wohingegen die Resultate des Fuzzy-Ansatzes variieren.

### Multi Feature Path Modeling for Video Surveillance

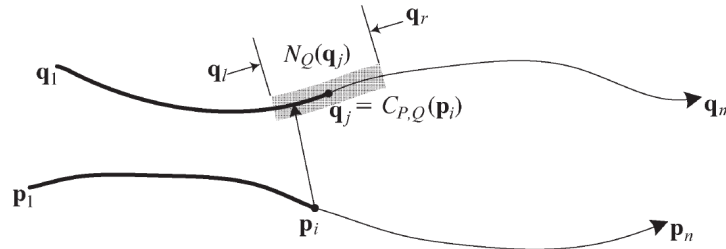
Eine weitere Arbeit welche das Ziel hat, anormale Bewegungsmuster auf Basis von Trajektorien zu entdecken, stammt von [Junejo u. a., 2004]. In diesem Fall geht es den Autoren allerdings nicht um das Finden von Fahrzeug-Fahrspuren, sondern um die Extraktion von Laufpfaden von Fußgängern. Die Bewegungsbahnen der Passanten werden aus Aufnahmen stationärer Überwachungskameras gewonnen und als zwei-dimensionale Punktreihen repräsentiert. Um die Trajektorien zu vergleichen, verwenden die Autoren die Hausdorff Distanz als Ähnlichkeitsmaß. Die üblicherweise negativen Eigenschaften dieses Vergleichskriteriums (siehe Abschnitt 2.5.2), konkret die Missachtung der Trajektorie-Orientierung, sind bei diesem Anwendungsfall kein Nachteil sondern gewünscht. Da Fußgänger auf einem Pfad oder Weg in entgegengesetzte Richtungen gehen können, muss die Orientierung ihrer Trajektorien ignoriert werden. Auf Basis der Hausdorff Distanz erstellen Junejo et al. einen vollständigen Graphen, in welchem die Knoten Trajektorien und die gewichteten Kanten den Distanzen zwischen Trajektorien entsprechen. Sie zerlegen diesen Graphen mit Hilfe eines rekursiven *min-cut*-Graphen-Algorithmus, welcher sich an der Arbeit von [Boykov und Kolmogorov, 2004] orientiert, und erhalten so die Cluster für die extrahierten Fußgänger-Trajektorien.

## Clustering of Vehicle Trajectories

In der Arbeit [Atev u. a., 2010] ist das Ziel der Autoren, ein Verfahren zu finden, mit welchem Fahrzeugtrajektorien bestmöglich gruppiert werden können, ohne diese im Voraus anpassen zu müssen. Sie vergleichen hierzu die Performance von drei unterschiedlicher Distanzmaße unter Verwendung von zwei Cluster-Algorithmen. Primäres Augenmerk legen die Autoren auf ein von ihnen bereits in [Atev u. a., 2006] entwickeltes Distanzmaß, welches auf der Hausdorff Distanz basiert und sowohl die Orientierung von Trajektorien berücksichtigt als auch robust gegenüber Ausreißern ist. Dieses neue Ähnlichkeitsmaß ist für zwei Trajektorien  $P$  und  $Q$  wie folgt definiert:

$$h_{\alpha, N, C}(P, Q) = \underset{p \in P}{\text{ord}}^{\alpha} \left\{ \min_{q \in N_Q(C_{P, Q}(P))} d(p, q) \right\} \quad (3.1)$$

Hierbei entspricht  $C_{P, Q}$  einem Mapping  $P \rightarrow Q$ , welches einem Punkt  $p \in P$  einen entsprechenden Punkt  $q \in Q$  zuweist, welcher die selbe relative Position in  $Q$  besitzt wie  $p$  in  $P$ .  $N_Q$  definiert ein Subset von  $Q$  als Nachbarschaft des Punktes  $q$ . Zusammen definieren  $N_Q$  und  $C_{P, Q}$  eine Struktur, in welcher der Abgleich der Trajektorien stattfindet. Dies ist visuell auch nochmals in Abbildung 3.2 dargestellt. Der Operator  $\text{ord}_{p \in P}^{\alpha} f(p)$  selektiert jenen Wert aus  $f(p)$ , welcher größer ist als  $\alpha$ -Prozent der Werte.



**Abb. 3.2:** Funktionsweise der modifizierten Hausdorff Distanz [Atev u. a., 2010]

Dank dieser Modifizierungen eignet sich das neue Ähnlichkeitsmaß gut für den Vergleich von Trajektorien:  $C_{P, Q}$  sorgt für den Einbezug der Orientierungen und über die Nachbarschaft  $N_Q$  und  $\text{ord}_{p \in P}^{\alpha} f(p)$  kann mit Ausreißern umgegangen werden.

Dieses Distanzmaß vergleichen Atev et al. unter Verwendung eines Spectral und eines Agglomerativen Cluster-Algorithmus mit der *Longest-Common Subsequence* (LCSS) und *Dynamic Time Warping* (DTW) Distanz. Die Ergebnisse der Untersuchungen für vier verschiedene Datensätze zeigen, dass die beste Cluster-Performance mit Hilfe der modifizierten Hausdorff Distanz und des Spectral-Clustering erreicht wird. Unter Verwendung der LCSS und DTW Distanzmaße, könnten die Autoren nicht die selben Resultate erzielen.

Dass das von Atev et al. vorgeschlagene Distanzmaß sehr gute Clusterergebnisse produziert, wurde auch von Morris und Trivedi [2009] bewiesen. In ihrer Untersuchung waren allerdings die Ergebnisse, welche mithilfe des LCSS Maßes erreicht wurden, ebenso gut, beziehungsweise teilweise sogar besser.

### Clustering of trajectories based on Hausdorff Distance

Eine weitere interessante Arbeit zur Clusteranalyse von Trajektorien stammt von [Chen u. a., 2011]. Die Autoren haben das Ziel, Muster in den Bewegungsbahnen von Hurrikans, welche im Zeitraum von 1850 bis 2010 über den Atlantik zogen, zu erkennen. Sie verwenden hierzu einen angepassten DBSCAN Cluster-Algorithmus und das Hausdorff Distanzmaß. Um die Missachtung der Orientierung kompensieren zu können, und zudem auch Ähnlichkeiten in Sub-Trajektorien zu erkennen, wählen die Autoren eine etwas andere Darstellung der Trajektorien. Sie definieren eine Bewegungsbahn als eine Folge sogenannter “*Flow-Vektoren*”, welche neben Positions- auch Richtungsinformationen enthalten. Ein solcher Vektor ist definiert über:

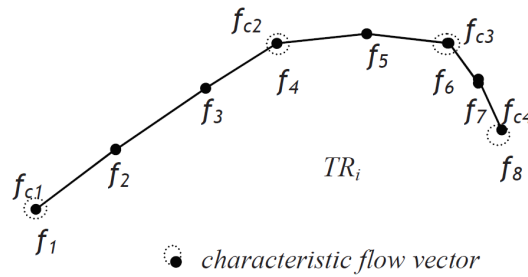
$$f_i = (x_i, y_i, dx_i, dy_i) \quad (3.2)$$

wobei gilt:

$$dx_i = (x_{i+1} - x_i) / \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (3.3)$$

$$dy_i = (y_{i+1} - y_i) / \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \quad (3.4)$$

Die Distanz zwischen zwei *Flow-Vektoren* ist ihr euklidischer Abstand. Auf diese Weise wird bei der Berechnung der Hausdorff Distanz (siehe Abschnitt 2.5.2) auch die Richtung der Trajektorien berücksichtigt. Um ähnliche Sub-Trajektorien entdecken zu können, teilen Chen et al. die Trajektorien an den Positionen “charakteristischer” Vektoren. Diese beschreiben Richtungsänderungen in einer Bewegungsbahn und werden identifiziert über die Abweichungen in den Richtungskomponenten zweier aufeinanderfolgender Flow-Vektoren. Dies ist anschaulich in Abbildung 3.3 dargestellt.



**Abb. 3.3:** Zerlegung einer Trajektorie in Sub-Trajektorien [Chen u. a., 2011]

Die auf diese Weise erhaltenen Sub-Trajektorien werden von den Autoren mittels eines DBSCAN Algorithmus gebündelt. Sie können so die üblichen Bewegungsbahnen von Hurrikans über dem Atlantik bestimmen.

### Discovering Similar Multidimensional Trajectories

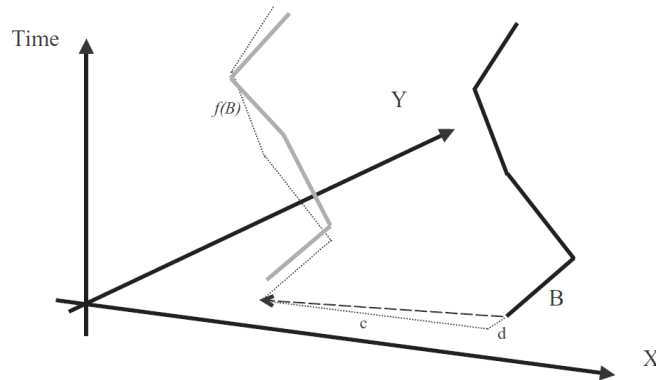
Die Arbeit [Vlachos u. a., 2002] thematisiert nicht direkt die Clusteranalyse von Trajektorien sondern beschäftigt sich mit dem Vergleich von Bewegungsbahnen im drei-dimensionalen Raum. Konkret ist ihr Ziel, Trajektorien vergleichen zu können, welche etwa die Handbewegungen beim Ausführen von Zeichensprache beschreiben. Hierzu definieren die Autoren erstmals die Grundversion des LCSS Ähnlichkeitsmaßes, welches in vielen Arbeiten zum Einsatz kommt [Atev u. a., 2006; Buzan u. a., 2004; Chen u. a., 2005]. Auf dessen Basis erstellen sie ein Distanzmaß, welche es ermöglicht formgleiche aber im Raum verschobene Trajektorien zu finden. Die Grundversion des LCSS Ähnlichkeitsmaßes und ein darauf basierendes einfaches Distanzmaß ist, nach Vlachos et al., bereits in Abschnitt 2.5.3 definiert worden. Dieses Maß erweitern die Autoren zudem wie folgt:

$$D2_{LCSS}(\delta, \epsilon, A, B) = 1 - \max_{f_{c,d} \in F} D_{LCSS}(\delta, \epsilon, A, f_{c,d}(B)) \quad (3.5)$$

Hierbei ist  $F$  eine Menge von Translations-Funktionen, welche die Trajektorien entlang der Achsen verschieben. Sie besitzen die Form

$$f_{c,d}(A) = ((a_{x,1} + c, a_{y,1} + d), \dots, (a_{x,n} + c, a_{y,n} + d)) \quad (3.6)$$

Abbildung 3.4 veranschaulicht die Funktionsweise des Distanzmaßes. Es eignet sich immer dann, wenn Trajektorien mit ähnlicher Form gefunden werden sollen, welche zudem eine gewisse räumliche Verschiebung aufweisen können. Diese kann über die Größe von  $F$  gesteuert werden.



**Abb. 3.4:** Verschiebung einer Trajektorie im Raum [Vlachos u. a., 2002]

### Lane Detection in Video-Based Intelligent Transportation Monitoring via Fast Extracting and Clustering of Vehicle Motion Trajectories

[Ren u. a., 2014] stellen in ihrer Arbeit ein interessantes Vorgehen zur Clusteranalyse von Trajektorien vor, welches auf der *Rough-Set*-Theorie beruht. Sie extrahieren Fahrzeugpositionen aus Aufnahmen stationärer Überwachungskameras und stellen diese, wie die meisten Autoren, als Sequenzen zwei-dimensionaler Punkte dar. Ihr Ziel ist anschließend, anhand einer Gruppierung der gewonnenen Fahrzeugtrajektorien, die Spurmittelpunkte der Fahrbahnen zu bestimmen. Da ein nicht unerheblicher Anteil der Trajektorien Spurwechselvorgänge enthält, welche eine Extraktion der Mittellinien erschweren, verwenden Ren et al. einen iterativen *Rough-k-Means* Algorithmus zur Clusterung der Trajektorien. Hierbei wird jedes Cluster über eine obere und untere Approximation beschrieben. Die untere Approximation enthält dabei die Trajektorien, welche eindeutig der Spur zugeordnet werden können. Die obere Näherung hingegen jene, welche Spurwechsel et cetera beschreiben. Bei der Berechnung der Spurmitten, werden die Trajektorien der unteren Approximation höher gewichtet, als die der oberen. Ein sehr ähnlicher Cluster-Ansatz wurde bereits in [Lingras u. a., 2004] vorgestellt. Die initialen Mittellinien bestimmen die Autoren anhand einer *Aktivitäts*- oder *Heat*-Map, welche sie während der Extraktion der Fahrzeugpositionen erstellen. Die Clusteranzahl  $k$  muss händisch definiert werden.

Als Maß für die Distanz zwischen einer Trajektorie  $A_x$  und einer Spurmitte  $c_i$  verwenden Ren et al. die Hausdorff Distanz  $h(A_x, c_i)$ . Für eine Trajektorie wird somit die nächste Mittellinie wie folgt gefunden:

$$h(A_x, c_m) = \min_{i=1 \dots k} h(A_x, c_i) \quad (3.7)$$

Hieraus ergibt sich die nachfolgende Definition für die Zuordnung der Bewegungsbahnen zu den Cluster-Näherungen:

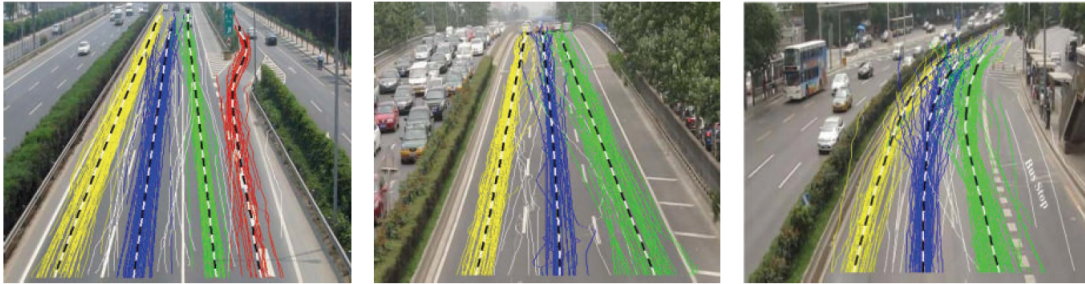
$$\begin{cases} A_x \in \overline{C_m} \wedge A_x \in \overline{C_j} & \text{if } j \neq m \wedge \frac{h(A_x, c_j)}{h(A_x, c_m)} \leq \lambda \\ A_x \in \underline{C_m} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.8)$$

Es gilt  $1 \leq \lambda \leq 1.5$ .  $\overline{C_m}$  und  $\underline{C_m}$  entsprechen der oberen und unteren Näherung des  $m$ -ten Clusters und  $\underline{C_m} \subseteq \overline{C_m}$ . Nachdem in jeder Iteration des Cluster-Vorgangs die Näherungen auf diese Weise bestimmt wurden, werden die neue Mittellinien anhand Gleichung 3.9 errechnet.

$$c_i = \begin{cases} \frac{w_l \sum_{A_x \in \underline{C_i}} A_x}{|\underline{C_i}|} + \frac{(1-w_l) \sum_{A_x \in (\overline{C_i} - \underline{C_i})} A_x}{|\overline{C_i} - \underline{C_i}|} & \text{if } \overline{C_i} \neq \underline{C_i} \\ \frac{\sum_{A_x \in \underline{C_i}} A_x}{|\underline{C_i}|} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.9)$$

Als Gewichtungen  $w_l$  verwenden Ren et al. Werte im Bereich  $[0.5, 1]$ .  $|\cdot|$  entspricht hier der Kardinalität einer Menge.

Unter Verwendung dieser Clustering-Methode ist es den Autoren von [Ren u. a., 2014] möglich, auch bei einer hohen Anzahl von Ausreißern und Spurwechselvorgängen, stabile Spurmittellinien zu bestimmen. Ergebnisse, welche dies zeigen, sind in Abbildung 3.5 dargestellt.



**Abb. 3.5:** Ergebnisse der Spurmittellinien-Erkennung [Ren u. a., 2014]

## 3.2 Erkennung von Fahrspuren

Primäres Ziel dieser Arbeit ist es, Fahrspuren zuverlässig in Videoaufnahmen erkennen zu können. Dieser Abschnitt geht daher auf einige Arbeiten ein, welche ähnliches ebenfalls versuchen.

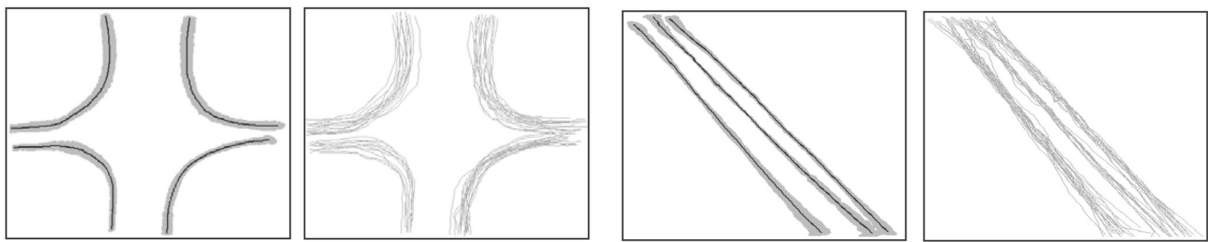
Die Mehrzahl der Veröffentlichungen in diesem Bereich, löst das Problem, indem sie nach visuellen Merkmalen, primär Spurtrennlinien, in Videoaufnahmen suchen. Die Aufnahmen werden dabei entweder von stationären Kameras, von bemannten oder unbemannten Luftfahrzeugen oder einem Fahrzeug selbst gemacht. Zur Extraktion der Merkmale werden üblicherweise Methoden aus den Gebieten des maschinellen Sehen (CV) oder maschinellen Lernens (ML) verwendet. Arbeiten, welche CV-basierte Ansätze verfolgen, stammen beispielsweise von [Lai und Yung, 2000], [McCall und Trivedi, 2006] oder [Aly, 2008]. ML-gestützte Arbeiten wurden dahingehend unter anderem von [Kim, 2008] und [Gopalan u. a., 2012] veröffentlicht.

Da oben genannte Ansätze, wie bereits zu Beginn der Arbeit erläutert, aufgrund von Verdeckungen oder Änderungen in der Belichtung problematisch sind, werden nachfolgend ausschließlich Arbeiten vorgestellt, welche Fahrspuren aus Trajektoriedaten extrahieren. Hierbei setzten die meisten als ersten Schritt auf eine Clusteranalyse von Trajektorien. In der Repräsentation und Extraktion der Fahrspuren variieren die Ansätze hingegen.



### A System for Learning Statistical Motion Patterns

Die Arbeit [Weiming Hu u. a., 2006] basiert auf dem bereits früher veröffentlichten Artikel [Hu u. a., 2005] der selben Autoren, welcher oben beschrieben wurde. In dieser Publikation gehen Hu et al. nun genauer darauf ein, wie sie auf Basis der Ergebnisse der Clusteranalyse, statistische Informationen über die Fahrbahnen der Fahrzeuge berechnen. Hierzu wird für jedes Cluster zuerst eine Referenz-Trajektorie  $T_r$  bestimmt. Dies ist jene Bewegungsbahn, bei welcher die Summe der Distanzen zu allen anderen Trajektorien des Clusters minimal ist. Das verwendete Distanzmaß ist hierbei das selbe, welches auch bei der Clusteranalyse zum Einsatz kam. Die Autoren berechnen anschließend für jede Trajektorie-Gruppe eine Kette Gausscher-Wahrscheinlichkeits-Verteilungen  $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_l\}$ , wobei  $l$  die Anzahl der Punkte der Referenz-Trajektorie ist. Für jedes  $\varphi_i$  wird der Mittelwert und die Kovarianz, basierend auf den Trajektorie-Punkten, welche dem  $i$ -ten Punkt von  $T_r$  am nächsten liegen, berechnet. Anhand der Kovarianz Werte erstellen die Autoren Hüllen für die Fahrbahnen. Ergebnisse dieses Vorgehens sind in Abbildung 3.6 dargestellt.



**Abb. 3.6:** Spurhüllen in [Weiming Hu u. a., 2006]

Anzumerken ist, dass die extrahierten Spurhüllen nicht die tatsächliche Form, insbesondere die Breite, einer Fahrspuren widerspiegeln. Sie sind deutlich schmaler.

### Learning Semantic Scene Models From Observing Activity in Visual Surveillance

### Trajectory Learning for Activity Understanding: Unsupervised, Multilevel, and Long-Term Adaptive Approach

### Automatic Traffic Surveillance System for Vehicle Tracking and Classification

## 3.3 Defizite vorhandener Lösungen und benötigte Neuerungen

## 4 Clustering von Fahrzeugtrajektorien

### 4.1 Vorverarbeitung der Roh-Trajektorien

### 4.2 Gruppierung der Trajektorien

## 5 Fahrbahn-Bestimmung aus Trajektorie-Clustern

## 6 Fahrbahn Klassifizierung

## 7 Realisierung LaneDetection in MEC-View TrackerApplication Software

## 8 Ergebnisse und Auswertung

## 9 Zusammenfassung und Fazit

# Literaturverzeichnis

- [Aly 2008] ALY, Mohamed: Real time detection of lane markers in urban streets. In: *IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Proceedings*, URL <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/4621152/http://arxiv.org/abs/1411.7113>{%}0Ahttp://dx.doi.org/10.1109/IVS.2008.4621152, 2008, S. 7–12. – ISBN 9781424425693
- [Anders Drachen 2014] ANDERS DRACHEN: *Introducing Clustering II: Clustering Algorithms - GameAnalytics*. 2014. – URL <https://gameanalytics.com/blog/introducing-clustering-ii-clustering-algorithms.html>. – Zugriffsdatum: 2018-10-22
- [Atev u. a. 2006] ATEV, Stefan ; MASOUD, Osama ; PAPANIKOLOPOULOS, Nikos: Learning Traffic Patterns at Intersections by Spectral Clustering of Motion Trajectories. In: *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, IEEE, oct 2006, S. 4851–4856. – URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/4059186/>. – ISBN 1-4244-0258-1
- [Atev u. a. 2010] ATEV, Stefan ; MILLER, Grant ; PAPANIKOLOPOULOS, Nikolaos P.: Clustering of vehicle trajectories. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* (2010). – ISBN 15249050
- [Bashir u. a. 2003] BASHIR, FI ; KHOKHAR, AA ; SCHONFELD, D.: Segmented trajectory based indexing and retrieval of video data. In: *Proceedings 2003 International Conference on Image Processing (Cat. No.03CH37429)* Bd. 3, URL [http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.84.7768](http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.84.7768{%&}rep=rep1{%&}type=pdf){&}rep=rep1{%&}type=pdf<http://ieeexplore.ieee.org/document/1246757/>, 2003, S. II–623–6. – ISBN 0-7803-7750-8
- [Boykov und Kolmogorov 2004] BOYKOV, Yuri ; KOLMOGOROV, Vladimir: An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision. In: *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 26 (2004), Nr. 9, S. 1124–1137
- [Buzan u. a. 2004] BUZAN, Dan ; SCLAROFF, Stan ; KOLLIOS, George: Extraction and Clustering of Motion Trajectories in Video. (2004), apr. – URL <https://open.bu.edu/handle/2144/1545>



- [Chen u. a. 2011] CHEN, J ; WANG, R ; LIU, L ; , J S. ; ; CONTROL, Communications ; 2011 undefined: Clustering of trajectories based on Hausdorff distance. In: *ieeexplore.ieee.org* (2011). – URL <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6066483/>
- [Chen u. a. 2005] CHEN, Lei ; ÖZSU, M. T. ; ORIA, Vincent: Robust and fast similarity search for moving object trajectories. In: *Proceedings of the 2005 ACM SIGMOD international conference on Management of data - SIGMOD '05*. New York, New York, USA : ACM Press, 2005, S. 491. – URL <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=1066157.1066213>. – ISBN 1595930604
- [Cookson u. a. ] COOKSON, G ; RESEARCH, B Pishue I. ; FEBRUARY undefined ; 2017 undefined: Inrix global traffic scorecard. In: *jschultheis.de*. – URL [http://jschultheis.de/wp-content/uploads/2018/02/INRIX\\_2017\\_Traffic\\_Scorecard\\_Report\\_\\_\\_German.pdf](http://jschultheis.de/wp-content/uploads/2018/02/INRIX_2017_Traffic_Scorecard_Report___German.pdf)
- [Gao 2012] GAO, Jing: Clustering Lecture 4 : Density-based Methods. (2012), S. 1–16. – URL [https://cse.buffalo.edu/~jing/cse601/fa12/materials/clustering\\_density.pdf](https://cse.buffalo.edu/~jing/cse601/fa12/materials/clustering_density.pdf)
- [George Seif 2018] GEORGE SEIF: *The 5 Clustering Algorithms Data Scientists Need to Know*. 2018. – URL <https://towardsdatascience.com/the-5-clustering-algorithms-data-scientists-need-to-know-a36d136ef68>. – Zugriffsdatum: 2018-10-19
- [Gopalan u. a. 2012] GOPALAN, Raghuraman ; HONG, Tsai ; SHNEIER, Michael ; CHELLAPPA, Rama: A Learning Approach Towards Detection and Tracking of Lane Markings. In: *Intelligent Transportation Systems , IEEE Transactions on* 13 (2012), Nr. 3, S. 1088–1098. – URL <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/6155090/http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs{ }all.jsp?arnumber=6155090>. – ISBN 1524-9050
- [Hamerly u. a. ] HAMERLY, G ; PROCESSING, C Elkan A. in neural information ; 2004 undefined: Learning the k in k-means. In: *papers.nips.cc*. – URL <http://papers.nips.cc/paper/2526-learning-the-k-in-k-means.pdf>
- [Hemmerle 2016] HEMMERLE, P: Empirische physikalische Eigenschaften des übersättigten innerstädtischen Verkehrs und Energieeffizienz von Fahrzeugen. (2016). – URL <https://d-nb.info/1122559259/34>
- [Hu u. a. 2005] HU, Weiming ; FU, Zhouyu ; TAN, Tieniu: Similarity based vehicle trajectory clustering and anomaly detection. In: *Proceedings - International Conference on Image Processing, ICIP, 2005*. – ISBN 0780391349
- [Huttenlocher u. a. 1993] HUTTENLOCHER, DP ; ... , GA Klanderman IEEE T. on ; 1993, Undefined: Comparing images using the Hausdorff distance. In: *ieeexplore.ieee.org* (1993). – URL <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/232073/>

- [Jain u. a. 1999] JAIN, A. K. ; MURTY, M. N. ; FLYNN, P. J.: Data clustering: a review. In: *ACM Computing Surveys* 31 (1999), sep, Nr. 3, S. 264–323. – URL <http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=331499.331504>. – ISSN 03600300
- [Jain 2010] JAIN, Anil K.: Data clustering: 50 years beyond K-means. In: *Pattern Recognition Letters* 31 (2010), jun, Nr. 8, S. 651–666. – URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167865509002323>. – ISSN 0167-8655
- [Junejo u. a. 2004] JUNEJO, Imran N. ; JAVED, Omar ; SHAH, Mubarak: Multi feature path modeling for video surveillance. In: *Proceedings - International Conference on Pattern Recognition* Bd. 2, IEEE, 2004, S. 716–719. – URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1334359/>. – ISBN 0769521282
- [Keogh und Pazzani 2000] KEOGH, Eamonn J. ; PAZZANI, Michael J.: Scaling up dynamic time warping for datamining applications. In: *Proceedings of the sixth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining - KDD '00*, URL <https://dl.acm.org/citation.cfm?id=347153><http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=347090.347153>, 2000, S. 285–289. – ISBN 1581132336
- [Kim 2008] KIM, Zu W.: Robust lane detection and tracking in challenging scenarios. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* Bd. 9, 2008, S. 16–26. – ISBN 1524-9050
- [Lai und Yung 2000] LAI, Andrew H. ; YUNG, Nelson H.: Lane detection by orientation and length discrimination. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics* 30 (2000), Nr. 4, S. 539–548. – URL <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/865171/>. – ISBN 1083-4419 (Print)
- [Lingras u. a. 2004] LINGRAS, P. ; SYSTEMS, C West Journal of Intelligent I. ; 2004, Undefined: Interval Set Clustering of Web Users with Rough K-Means. In: *Springer - Journal of Intelligent Information Systems* 23 (2004), Nr. 1, S. 5–16. – URL <https://link.springer.com/article/10.1023/B:JIIS.0000029668.88665.1a>
- [McCall und Trivedi 2006] MCCALL, J.C. ; TRIVEDI, M.M.: Video-Based Lane Estimation and Tracking for Driver Assistance: Survey, System, and Evaluation. In: *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 7 (2006), mar, Nr. 1, S. 20–37. – URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1603550/>. – ISSN 1524-9050
- [Morris und Trivedi 2009] MORRIS, Brendan ; TRIVEDI, Mohan: Learning trajectory patterns by clustering: Experimental studies and comparative evaluation. In: *2009 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE, jun 2009, S. 312–319. – URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/5206559/>. – ISBN 978-1-4244-3992-8
- [Ng u. a. 2002] NG, A Y. ; JORDAN, M I. ; WEISS, Y: On spectral clustering: Analysis and an algorithm. In: *Advances in Neural Information Processing Systems 14, Vols 1 and 2* 14 (2002), S. 849–856. – ISBN 1049-5258

- [Pelleg u. a. ] PELLEG, D ; ICML, AW M. ; 2000 undefined: X-means: Extending k-means with efficient estimation of the number of clusters. In: *cs.uef.fi*. – URL <http://cs.uef.fi/~zhao/Courses/Clustering2012/Xmeans.pdf>
- [Piciarelli und Foresti 2006] PICIARELLI, C ; FORESTI, G. L.: On-line trajectory clustering for anomalous events detection. In: *Pattern Recognition Letters* 27 (2006), Nr. 15, S. 1835–1842. – URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167865506000432>. – ISSN 01678655
- [Ren u. a. 2014] REN, Jianqiang ; CHEN, Yangzhou ; XIN, Le ; SHI, Jianjun: Lane Detection in Video-Based Intelligent Transportation Monitoring via Fast Extracting and Clustering of Vehicle Motion Trajectories. In: *Mathematical Problems in Engineering* (2014). – ISSN 15635147
- [Tan u. a. 2007] TAN, Pang-Ning u. a.: *Introduction to data mining*. Pearson Education India, 2007
- [Vlachos u. a. 2002] VLACHOS, Michail ; KOLLIOS, George ; GUNOPULOS, Dimitrios: Discovering similar multidimensional trajectories. In: *Proceedings - International Conference on Data Engineering* (2002), S. 673–684. – URL <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/994784/>. – ISBN 0-7695-1531-2
- [Weiming Hu u. a. 2006] WEIMING HU ; XUEJUAN XIAO ; ZHOUYU FU ; XIE, D. ; TIENIU TAN ; MAYBANK, S.: A system for learning statistical motion patterns. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 28 (2006), sep, Nr. 9, S. 1450–1464. – URL <http://ieeexplore.ieee.org/document/1661547/>. – ISSN 0162-8828
- [Xie und Beni 1991] XIE, Xuanli L. ; BENI, Gerardo: A validity measure for fuzzy clustering. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence* (1991), Nr. 8, S. 841–847