

Задача 3. Квантили

Код на R и графики в pdf с пометкой авторства присылать на e-мэйл: danila.milanov@gmail.com или показывать на занятии. Дедлайн — 7 ноября.

Пусть $(z, \gamma(z))$ — кусочно-гладкая кривая конечной длины в плоскости zx , определенная для z из промежутка $[a, b]$. Поверхность S получена вращением кривой γ вокруг оси z . Положение любой точки $p \in S$ однозначно определяется двумя цилиндрическими координатами: высотой z_p и азимутом φ_p .

Можно показать, что случайная точка ξ на S распределена равномерно тогда и только тогда, когда z_ξ и φ_ξ — независимые случайные величины, φ_ξ равномерно распределена на промежутке $[0, 2\pi)$, а плотность распределения z_ξ равна

$$f_z(t) = \frac{1}{M} |\gamma(t)| \sqrt{1 + \dot{\gamma}(t)^2}, \quad (1)$$

где $M = \int_a^b |\gamma(t)| \sqrt{1 + \dot{\gamma}(t)^2} dt$, для $t \in [a, b]$, и равна нулю для других значений t .

В таблице table.htm найдите свою γ .

1. Постройте графики плотности, определенной формулой (1), и функции распределения. На графиках отметьте нижний и верхний квартили и медиану. Обозначьте штриховкой области графиков соответствующие вероятности того, что значение случайной величины находится между квартилями. Чему равна эта вероятность? Изменится ли ответ, если случайная величина будет распределена иначе? Постройте график квантильной функции.

2. Выведите таблицу квантилей уровня 0.1 ... 0.9 с шагом 0.1. Чему равна вероятность того, что значение случайной величины окажется между квантилями уровня 0.2 и 0.8?

3. Сгенерируйте 10^4 случайных точек на поверхности вращения γ вокруг оси аппликат. Постройте ортогональные проекции точек на плоскости xz и xy а) используя функции plot или lines; б) с помощью функции smoothScatter. На картинках используйте одинаковый масштаб по осям координат.