



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP
ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE CONTROLE
E AUTOMAÇÃO



RÔMULO HENRIQUE VIEIRA DA SILVA

ANÁLISE DINÂMICA DE UMA VIGA COM MATERIAL
PIEZOELÉTRICO
APLICANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

OURO PRETO - MG

2018

RÔMULO HENRIQUE VIEIRA DA SILVA

romulohenriquevieira.s@gmail.com

**ANÁLISE DINÂMICA DE UMA VIGA COM MATERIAL
PIEZOELÉTRICO
APLICANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Monografia apresentada ao Curso de
Graduação em Engenharia Mecânica
da Universidade Federal de Ouro
Preto como requisito para a obtenção
do título de Engenheiro Mecânico.

Professor orientador: Prof. DSc. Gustavo Paulinelli Guimarães

OURO PRETO – MG

2018

FICHA CATALOGRÁFICA

MODELO DA FICHA CATALOGRAFICA

M357r Gonçalves, Rosangela (nome do autor)

Manual para elaboração dos trabalhos acadêmico-científicos do curso de engenharia de produção, administração e economia da Universidade Federal de Ouro Preto (título do trabalho) / Rosangela Gonçalves (nome do autor) – Ouro Preto: UFOP, 2007 (ano do depósito).

53f.: il. (número de folhas)

Orientador: Nome do Orientador

Monografia/Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Ouro Preto, Escola de Minas.

1. Educação ambiental 2. Impactos na legislação 3. Decretos-leis
I.Título.

CDU 378: 91(043)

RÔMULO HENRIQUE VIEIRA DA SILVA

**ANÁLISE DINÂMICA DE UMA VIGA COM MATERIAL
PIEZOELÉTRICO APLICANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Monografia submetida em 08 de fevereiro de 2018 como parte dos requisitos para obtenção de grau em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Ouro Preto.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Gustavo Paulinelli Guimarães, DSc
Universidade Federal de Ouro Preto
Orientador

Prof. João Carlos Vilela de Castro
Universidade Federal de Ouro Preto
Examinador

Prof. Marcelo Teodoro Assunção
Universidade Federal de Ouro Preto
Examinador

AGRADECIMENTO

À minha família, pela força, incentivo e amor que nunca deixaram faltar em minha vida.

A Deus.

Aos professores do curso de engenharia mecânica por suas importantes contribuições para o aprimoramento do trabalho.

À minha namorada e todas as pessoas especiais que me apoiaram e apoiam em todos os meus sonhos.

A renomada instituição de ensino, Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP, por me acolher e proporcionar uma graduação de qualidade.

A República NósTravamus pelos anos de amizade e companheirismo.

“Que DEUS perdoe essas pessoas ruins”.

Didico, Imperador.

RESUMO

Muitos esforços vêm sendo realizados na tentativa de obter o controle da vibração em estruturas. Para obter tal resultado nestas estruturas, alguns estudos têm sido desenvolvidos nesta área e mostram que a utilização de atuadores piezoelétricos apresenta bons resultados. Este estudo tem por objetivo analisar os modos de vibração de uma viga de alumínio, na condição engastada-livre, com material piezoelétrico do tipo PZT-5H empregando o método de elementos finitos. Primeiramente foi aplicada uma validação da análise da situação proposta, onde buscou-se, a partir de parâmetros geométricos e das propriedades da viga comparar os resultados analíticos com os numéricos obtidos por meio do software Ansys. Posteriormente foram abordados os efeitos causados no sistema resultante da adição do PZT-5H com, e sem, a aplicação de uma determinada tensão nos terminais do material piezoelétrico. Em seguida foi realizada a análise modal da estrutura empregando o método de elementos finitos. Finalmente, foi possível verificar que os modos de vibrar desta estrutura com piezoelétrico a partir de diferentes taxas de tensões, resultam em uma variação de aproximadamente 11% das frequências naturais do sistema dependendo das tensões aplicadas.

Palavras-chave: Vibração, Material Piezoelétrico, Controle Ativo, Estrutura Inteligente.

ABSTRACT

Many efforts have been made in the attempt to obtain control of the vibration of structures that present them. To obtain this result in these structures, some studies have been developed in this area and show that the use of piezoelectric actuators presents good results. This study aims to analyze the vibration modes of an aluminum beam, in the set-free condition, with piezoelectric material of the type PZT-5H employing finite elements. Firstly, a validation of the analysis of the proposed situation was applied, in which the analytical and numerical results obtained through Ansys were searched using geometric parameters and beam properties. Later, the effects caused in the system resulting from the addition of PZT-5H are aborted, applying voltage in the system and then obtaining the modal analysis of the system using the finite element method. Finally, it was possible to verify the vibration modes of a piezoelectric structure with different stress rates, resulting in a variation of approximately 11% of the natural frequencies of the system depending on the applied voltage. The modal analysis was performed through ANSYS software and the results analyzed through Excel.

Keywords: Piezoelectric Material, Vibration, Active Control, Intelligent Structure.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Material piezelétrico do tipo PVDF.....	1
Figura 2: Principais elementos de uma estrutura inteligente.....	5
Figura 3: Fenômeno da piezeletricidade.....	6
Figura 4: Coordenadas da viga com material piezoelétrico.	9
Figura 5: (a) Viga em Flexão. (b) Diagrama de corpo livre de um volume infinitesimal.....	10
Figura 6: Condições de contorno para a vibração transversal de uma viga fixa-livre.....	11
Figura 7: Estrutura genérica com par de atuadores.	12
Figura 8: Modelo de Virabrequim usando o software ANSYS.....	14
Figura 9: Refinamento de malha usando o software ANSYS.	15
Figura 10: Fontes primárias e secundárias.	19
Figura 11: Fluxograma do presente trabalho.....	20
Figura 12: Viga modelada.	20
Figura 13: Geometria e pontos nodais do elemento SOLID 73	22
Figura 14: Geometria e pontos nodais do elemento SOLID 45.	22
Figura 15: (A) Estrutura com PZT. (B) Condições de contorno do material PZT.....	23
Figura 16: Modos de vibrar da viga via ANSYS.....	27
Figura 17: Comparação das frequências em função dos modos.....	28
Figura 18: Diferença percentual em função dos modos.	29
Figura 19: Variação da 1º Frequência por tensão.....	31
Figura 20: Variação da 2º Frequência por tensão.....	31
Figura 21: Variação da 3º Frequência por tensão.....	32
Figura 22: Variação da 4º Frequência por tensão.....	32
Figura 23: Comparação das variações por modo.....	33

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados da viga modelada.....	21
Tabela 2: Propriedades e dimensões da cerâmica piezelétrica.	24
Tabela 3: Variáveis e indicadores.....	25
Tabela 4: Frequências naturais e diferenças percentuais.....	28
Tabela 5: Frequências naturais com material PZT	30
Tabela 6: Comparação das Frequências naturais.....	30

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Formulação do Problema	1
1.2	Justificativa	2
1.3	Objetivos.....	2
1.3.1	Geral	2
1.3.2	Específicos	3
1.4	Estrutura do Trabalho	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1	Estruturas Inteligentes.....	4
2.2	Materiais piezelétricos	5
2.3	Constantes piezoelétricas	7
2.4	Equacionamento de um material piezelétrico	7
2.5	Análise analítica de uma viga	9
2.6	Modelagem de um Sistema Eletromecânico.....	12
2.7	Método de Elementos Finitos	14
3	METODOLOGIA	18
3.1	Tipo de Pesquisa	18
3.2	Materiais e Métodos.....	19
3.2.1	Criação do modelo computacional da estrutura	20
3.2.2	Criação do modelo computacional da estrutura com PZT	23
3.3	Variáveis e Indicadores.....	24
3.4	Instrumento de coleta de dados.....	25
3.5	Tabulação de dados.....	26
3.6	Considerações Finais	26
4	RESULTADOS.....	27
4.1	Validação do modelo numérico	27

4.2	Análise com elemento piezoelétrico PZT	29
5	CONCLUSÃO	35
5.1	Conclusão.....	35
5.2	Recomendações	35
	Referência bibliográfica	36

1. INTRODUÇÃO

1.1 Formulação do Problema

Atualmente pesquisadores estão realizando inúmeros estudos na área de Engenharia Estrutural com a finalidade de se obter estruturas inteligentes, que são definidas como sistemas que a partir do uso de atuadores, sensores e controladores, permitam que a estrutura reaja de modo controlado as excitações externas (LIMA JR., 1999).

De acordo com Lima Jr. (1999), existem várias tecnologias sendo desenvolvidas para se obter estes sistemas. Nos dias atuais observa-se um enfoque maior na aplicação de materiais que apresentam propriedades piezelétricas em estruturas, isso devido a possibilidade de utilizar estes sistemas tanto como atuadores ou como sensores. Além de se ter facilidade de aquisição do material e de adaptá-lo em diversas estruturas (placas, cascas, vigas).

Os principais tipos de materiais piezelétricos aplicados nestes sistemas são as cerâmicas PZT (Lead Zirconate Titanate) e os filmes plásticos PVDF (PolyVinylidene Fluoride) (LIMA JR., 1999). A Figura 1 ilustra o dispositivo piezelétrico do tipo PVDF.



Figura 1: Material piezelétrico do tipo PVDF.
Fonte: Measurement Specialties (2008).

Segundo Clark *et al.* *apud* Lima Jr. (1999), os materiais PZT foram descobertos por Jaffet *et al.* em 1954. Os PZTs são constituídos principalmente de óxido de chumbo, zircônio e titânio. Para sua fabricação é aplicado um grande campo de coerção, que polariza a cerâmica e alinha as suas moléculas polarizadas na direção do campo elétrico, propiciando, assim, as desejadas propriedades piezelétricas. Uma das vantagens do PZT reside no fato de apresentar grande rigidez, da ordem de 70 GPa, sendo idealmente indicado na confecção de atuadores.

Já o PVDF, cujas propriedades piezelétricas foram descobertas por Kawai após 1960, segundo Tseng apud Lima Jr. (1999), é um polímero piezelétrico robusto e maleável, que pode ser produzido em geometrias complexas e extremamente delgadas. Com todas essas propriedades, o PVDF é altamente indicado para sensoramento distribuído.

Este trabalho busca analisar o comportamento modal de uma estrutura inteligente utilizando materiais piezelétricos como atuadores, através do método de elementos finitos (MEF). Serão utilizados materiais do tipo PZT.

De acordo com a problemática exposta, pergunta-se:

Como é o comportamento dinâmico de uma estrutura acoplada a materiais piezelétricos do tipo PZT, utilizando o Método de Elementos Finitos?

1.2 Justificativa

De acordo com Karagülle1 *et. al.* (2004) é desejado projetar sistemas mecânicos mais leves que executem cargas de trabalho mais elevadas em velocidades mais elevadas. No entanto, a vibração pode se tornar um fator determinante.

Constantemente as estruturas estão suportando excitações dinâmicas e estáticas, porém em alguns casos é possível ocorrer excitações que resultem em vibrações indesejáveis que podem ocasionar alguns problemas ao sistema, como a falha por fadiga, a geração de ruído e a transmissibilidade de forças para outras estruturas vizinhas (Santos, 2008). Entretanto é possível controlar estas vibrações por meio de alguns métodos, basicamente, classificados em técnicas passivas e ativas.

Assim, esse estudo é justificado pela necessidade de se investigar o comportamento dinâmico de um sistema mecânico acoplado a materiais piezelétricos, objetivando controlar as vibrações mecânicas por meio da mudança na frequência natural do sistema através de atuadores e sensores.

1.3 Objetivos

1.3.1 Geral

Determinar o comportamento de uma estrutura inteligente empregando o método de elementos finitos (MEF), aplicando material piezelétrico do tipo PZT, como atuador, e em seguida realizar uma análise comparativa sem a atuação do PZT.

1.3.2 Específicos

- Realizar um estudo teórico sobre as Estruturas inteligentes, Formulação do Método em Elementos Finitos (MEF) de uma viga com material piezoelétrico;
- Propor uma estrutura simplificada que possa ser validada analiticamente;
- Modelar e simular do sistema em Ansys Inc.;
- Modelar, simular e validar o sistema utilizando o software Ansys;
- Avaliar os resultados da simulação.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos onde o capítulo 1 apresenta a formulação do problema, sua justificativa e os objetivos gerais e específicos para este trabalho. O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica, onde é exposto os conceitos envolvidos sobre as estruturas inteligentes, as técnicas de controle de vibração e os elementos finitos. No capítulo 3 está descrita a metodologia adotada na pesquisa, onde são apresentados os procedimentos empregados e as ferramentas utilizadas para se alcançar os resultados. No capítulo 4 são apresentados as discussões e resultado encontrados a partir dos cálculos e simulações realizados. Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as conclusões a respeito dos benefícios dos materiais piezoelétricos voltados para o controle das vibrações, além de possíveis sugestões de trabalho e pesquisas futuras.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Estruturas Inteligentes

A presença de vibrações indesejáveis em máquinas e equipamentos pode resultar em problemas sérios em diversas aplicações. Nestas situações, um sistema de controle de vibração é aplicado com objetivo de reduzir danos resultantes de níveis de vibrações mais altos, tais sistemas são divididos em métodos de controles ativos e passivo.

As técnicas de controle passivo estão relacionadas diretamente com as propriedades físicas da estrutura, como a rigidez, massa e amortecimento. “O controle passivo deve agir como uma mudança na estrutura básica, não dependendo de uma fonte de energia externa” (Aquino, 2011, p.1). Porém, segundo Aquino (2011, p. 1) “[...] a redução de massa pode resultar em estruturas mais flexíveis que o desejado, gerando uma limitação da performance desta estrutura”. Além disso, segundo Fuller *et. al. apud* Aquino (2011), o controle passivo possui dificuldades na implementação em regiões de baixa frequência.

O controle ativo depende do uso de uma fonte externa de energia. Aquino (2011, p. 2) diz que o controle ativo “é baseado no uso de sensores, eletrônica de tratamento de sinais e eletrônica de controle diretamente ligada aos atuadores, fazendo com que todos os erros possíveis que possam ocorrer numa máquina sejam antecipados e compensados”. Segundo Rabelo (2016), ao ser comparado com o sistema passivo, o ativo é mais oneroso, tendo em vista a necessidade de energia externa. No entanto, apresenta como vantagem a atuação em uma ampla faixa de frequência.

O controle das vibrações se torna fundamental nos sistemas mecânicos em geral, sendo assim é essencial realizar a monitoração dos parâmetros de vibração, pois a partir disso se torna possível detectar prematuramente os defeitos e assim manter a saúde dinâmica dos equipamentos, de modo a inibir a evolução de “não conformidades”, portanto tem-se usado estruturas inteligentes a fim de monitorar e atuar nesses parâmetros (Engfaz, 2005, p.3).

As chamadas “Estruturas Inteligentes” surgiram por volta de 1985 (Crawley e de Luis, 1987). Tal termo se refere a sistemas que possuem qualidades como precisão, eficácia e adaptabilidade que as estruturas inteligentes procuram reproduzir (Godoy, 2008, p.1).

Os três elementos fundamentais, representados na Figura 2, de uma estrutura inteligente são: os sensores, destinados a transformar alguma forma de energia em um sinal passível de ser convertido em informação sobre o ambiente; os atuadores, responsáveis pela

conversão da energia elétrica, hidráulica, pneumática em energia mecânica; e as unidades de controle, que responde pelo gerenciamento e monitoramento dos parâmetros operacionais (ROCHA, 2004).

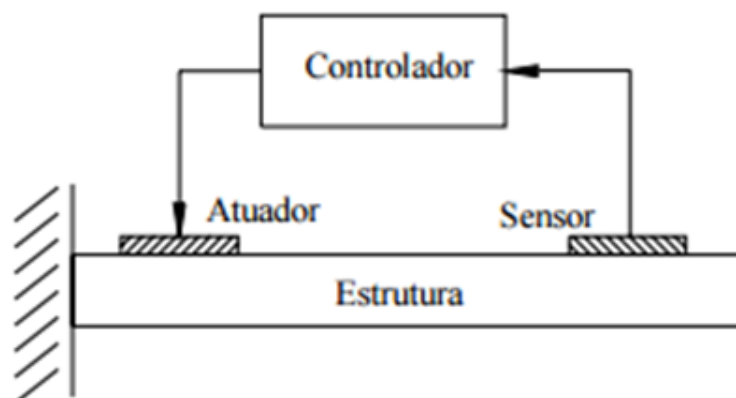


Figura 2: Principais elementos de uma estrutura inteligente.
Fonte: Rocha (2004, p.17).

Dentre alguns exemplos de materiais inteligentes utilizados nestes sistemas têm-se os eletro-resistivos e magneto-resistivos, fluidos e sólidos eletro-reológicos, ligas de memória de forma, fibras óticas e os materiais piezoelétricos.

De acordo com Balamurugan et al. (2008, p.2), entre os materiais inteligentes, os materiais piezoelétricos permanecem o material "inteligente" mais utilizado. Inicialmente devido a piezo-cerâmica ter uma elevada rigidez estrutural, o que lhes proporciona uma maior variedade de atuação, dependendo da tensão aplicada. Além disso, as piezo-cerâmicas são capazes de interagir com sistemas dinâmicos em baixas frequências (Hz) até a faixa de elevadas frequências (MHz). Ademais as propriedades mecânicas e elétricas acopladas dos materiais piezoelétricos os tornam adequados para serem utilizados como sensores e atuadores, além destes materiais serem relativamente baratos, com peso leve e fácil de serem moldados e ligados a diversos tipos de superfícies.

2.2 Materiais piezelétricos

Segundo Glhardi (2010, p. 15),

A descoberta do efeito piezelétrico ocorreu em 1880 com os irmãos Pierre e Jacques Curie. Ao analisarem determinados minerais cristalinos (como quartzo e titanato de bário), descobriram uma característica incomum: quando sujeitos a uma força mecânica, os cristais se tornaram polarizados

eletricamente. A tensão e a compressão geraram tensões de polaridade oposta e, proporcional à força aplicada. Subsequentemente, o inverso deste relacionamento foi confirmado: quando um destes cristais foi exposto a um campo elétrico se observou que o mesmo alongou ou encurtou de acordo com a polaridade do campo e, proporcionalmente à força do campo. A esse fenômeno foi dado o nome de piezeletricidade, relacionado à ferroeletricidade.

Na Figura 3 ilustra inicialmente o comportamento piezoelétrico, onde a tensão é aplicada e produz uma deformação do material, e em seguida ilustra o efeito resultante ao se aplicar uma determinada deformação.

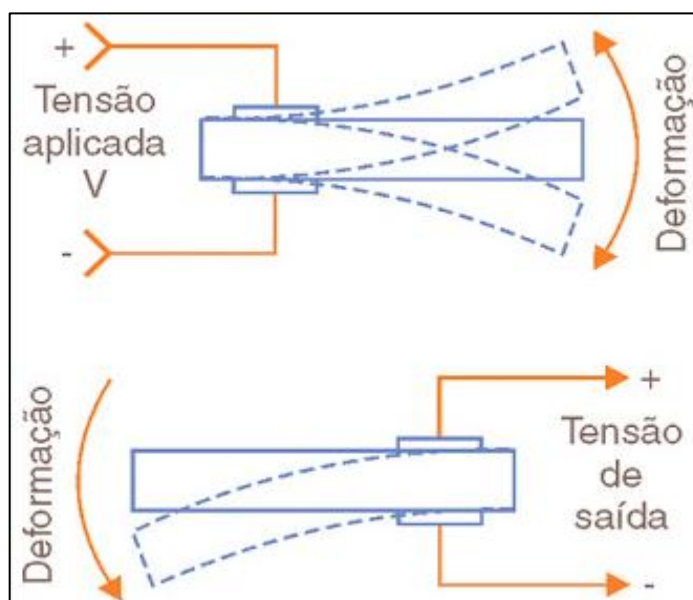


Figura 3: Fenômeno da piezeletricidade.

Fonte: Website Fontes de energias alternativas (2017).

O material piezoelétrico é dividido em dois tipos, sendo do tipo cerâmico (PZT) amplamente utilizado como atuador e os filmes plásticos (PVDF) como sensor em sistemas eletromecânicos (MEMS) em virtude de suas propriedades. Estes materiais podem ser empregados em áreas como medicina (aparelho de ultrassom, eletroterapia), música (amplificadores sonoros), balanças, como elementos de sensores e/ou atuadores em ampliações tecnológicas, transformadores, na produção de energia, em detonadores de impacto, geradores de faíscas, atuadores, e em diversas outras aplicações (Cheng *et al.*, 2007).

Normalmente, a seleção do material piezoelétrico para aplicação tecnológica é feita a partir do conhecimento das propriedades elásticas, dielétricas e da deformação mecânico piezoelétricas da cerâmica, condições que determinarão a eficiência do material no sistema.

2.3 Constantes piezoelétricas

O efeito piezoelétrico envolve a interação entre o comportamento elétrico e mecânico de um material. As constantes dos materiais abaixo descrevem essa interação.

A temperatura de Curie, de acordo com Pereira A.H.A. (2010), é a temperatura crítica onde a estrutura cristalina do material sofre a transição de fase da simetria tetragonal para cúbica. Uma cerâmica policristalina que é submetida a uma temperatura superior ou igual à temperatura de Curie, quando resfriada recupera suas características piezoelétricas microscópicas, mas não as macroscópicas, por perder a orientação preferencial dos domínios gerada pelo processo de polarização, que possibilita a utilização prática do material como transdutor eletromecânico.

Os coeficientes de acoplamento (k), segundo Pereira A.H.A. (2010), podem ser definidos como a eficiência do material na conversão da energia elástica em mecânica e vice-versa.

As Constantes de carga piezoelétricas (d) são coeficientes que estabelecem uma proporcionalidade entre a geração de cargas e as tensões mecânicas aplicadas, efeito direto, e entre a deformação em função de um campo elétrico aplicado, efeito inverso, (Sensortechcanada, 2017).

De acordo com Americanpiezo (2018), as constantes elásticas (s) estabelecem uma proporcionalidade entre a deformação e a tensão aplicada.

As Constantes dielétricas (k), de acordo com Sensortechcanada (2017), “estabelecem uma proporcionalidade entre o deslocamento elétrico e o campo elétrico aplicado. As constantes dielétricas são importantes porque determinam a capacitância da cerâmica piezoelétrica”.

As constantes de tensão piezoelétricas (g), segundo Marinho *et. al.* (2013, p.5), são definidas como a razão entre as constantes d e ϵ (permissividade dielétrica) e correlacionam a resposta em tensão elétrica do material a uma tensão mecânica aplicada.

2.4 Equacionamento de um material piezoelétrico

Rocha (2004) diz que “os elementos piezoelétricos apresentam histerese não-linear para elevados níveis de excitação, no entanto, para aplicações estruturais pode-se utilizar aproximações lineares”.

A seguir são apresentadas as relações constitutivas lineares para o efeito direto (equação 2.1 - sensor) e inverso (equação 2.2 - atuador) dos materiais piezelétricos:

$$\{\sigma\} = [C^E]\{\epsilon\} - [e]^T \{E\} \quad (2.1)$$

$$\{D\} = [e]\{\epsilon\} - [k^E] \{E\} \quad (2.2)$$

Onde:

- O sobrescrito $()^E$ significa que os valores são medidos para deformação constante;
- O sobrescrito $()^E$ significa que os valores são medidos para um campo elétrico constante;
- O sobrescrito $()^T$ significa transposto;
- $\{\epsilon\}$ é o vetor de deformação mecânica [m/m];
- $\{\sigma\}$ é o vetor de tensão mecânica [N/m²];
- $\{D\}$ é o vetor de deslocamento elétrico [C/m²];
- $\{E\}$ é o vetor campo elétrico [V/m ou N/C];
- $[C^E]$ é a matriz de elasticidade para campo elétrico constante [N/m²];
- $[e]$ é a matriz de permissividade dielétrica [N.m/V.m²];
- $[k^E]$ é a matriz de constantes dielétricas para deformação mecânica constante [N.m/V².m].

De acordo com Balamurugan *et al.* (2008), assume-se, em geral, que materiais piezelétricos são isotrópicos antes de serem polarizados, mas após a polarização suas propriedades mudam, sendo comum considerar a direção de polarização ao longo do eixo z e que na direção xy é um plano isotrópico, como mostra a Figura (04).

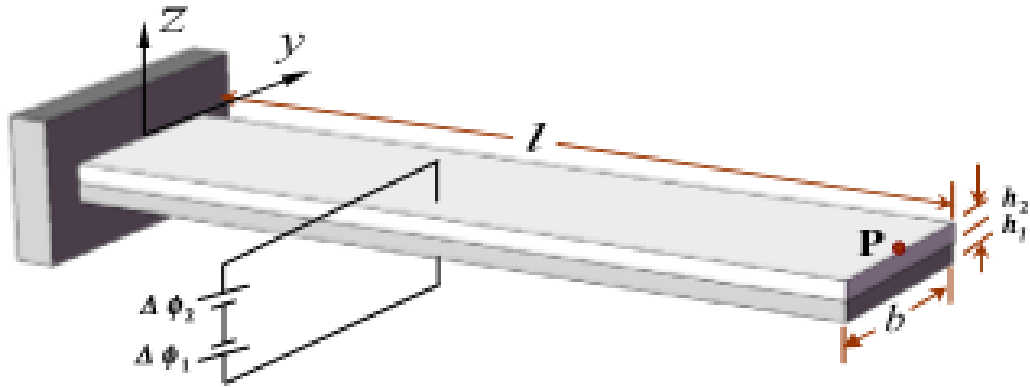


Figura 4: Coordenadas da viga com material piezoelétrico.
Fonte: Balamurugan *et. al.* (2008, p. 9).

O Trabalho de Rocha (2004) trata da modelagem de estruturas inteligentes e demonstra como obter a equação matricial a partir das relações constitutivas lineares para o efeito direto e inverso de materiais piezoelétricos, obtendo assim a equação 2.3.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & k_{11}^\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & k_{11}^\sigma & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{33}^\sigma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

2.5 Análise analítica de uma viga

Na teoria clássica de Euler-Bernoulli ou de flexão pura consideram-se vigas prismáticas uniformes (de seção transversal constante) com comprimento longitudinal como dimensão predominante, podendo obter a equação estática apresentada por Hibbeler (2010):

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (2.4)$$

Sendo que o $y = y(x)$ é o deslocamento no ponto z ; $M = M(x)$ é o momento fletor em torno do eixo z , variando ao longo do eixo x ; E é o módulo de elasticidade; I é o momento de inércia de área da seção em relação ao eixo z . A Figura 5 (a) apresenta os sentidos

positivos considerados e na Fig. 5 (b) demonstra o diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal dx da viga.

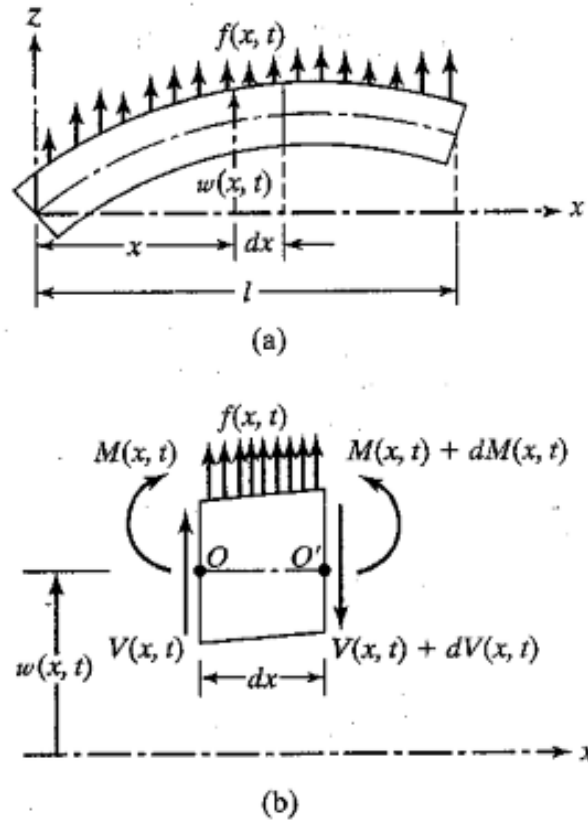


Figura 5: (a) Viga em Flexão. (b) Diagrama de corpo livre de um volume infinitesimal.

Fonte: Rao (2004, p.282).

Para o caso dinâmico, Rao (2004) apresenta a seguinte equação:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = q \quad (2.5)$$

Na qual:

- $y = y(x, t)$ = deflexão no ponto x no tempo t ;
- $q = q(x, t)$ = carga no ponto x no tempo t ;
- ρ = densidade do material da viga;
- A = área da seção transversal da viga.

Os passos para a obtenção da solução no caso dinâmico envolve separação de variáveis e pode ser encontrada em Rao (2004). Segundo Mello *apud* Carrer *et al.* (2010), pode-se impor a solução da função $y(x, t)$ com a seguinte igualdade:

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n(x) q_n(t) \quad (2.6)$$

Onde $W_n(x)$ é o n -ésimo modo de vibração e $q_n(t)$ é a função genérica do tempo. Os valores dos modos de vibração e da frequência são calculados para cada tipo de viga analisada utilizando carga uniformemente distribuída, portanto a frequência pode ser calculada pela Equação 2.7.

$$\omega_n = \beta_n^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} = (\beta_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}} \quad (2.7)$$

Onde:

- ω_n = frequência natural no n -ésimo modo de vibração;
- β_n = constantes que dependem do tipo de viga analisada.

A solução obtida para cada tipo de viga é demonstrada por Rao (2004) e Mello (2014). A Figura 6 que demonstra a condição de contorno para a vibração transversal de uma viga que será utilizado no presente trabalho.

Condições de contorno da viga	Fixa – Livre
Equação Característica	$\cos(\beta_n L) \cosh(\beta_n L) = -1$
Forma modal	$W_n(x) = C_n [\sin(\beta_n x) - \sinh(\beta_n x) - a_n (\cos(\beta_n x) - \cosh(\beta_n x))]$ $onde \quad a_n = \left(\frac{\sin(\beta_n L) + \sinh(\beta_n L)}{\cos(\beta_n L) + \cosh(\beta_n L)} \right)$
Valor de $\beta_n L$	$\beta_1 L = 1,875104$ $\beta_2 L = 4,694091$ $\beta_3 L = 7,854757$ $\beta_4 L = 10,995541$

Figura 6: Condições de contorno para a vibração transversal de uma viga fixa-livre.
Fonte: Rao (2004, p.284).

2.6 Modelagem de um Sistema Eletromecânico

De posse das relações constitutivas para materiais piezelétricos, pode-se modelar a interação entre o elemento piezelétrico e a estrutura base. A contribuição do material piezelétrico será dividida em duas partes, a interna, que é relacionada às mudanças estruturais devido ao fato do elemento ser colado a estrutura, e a externa, que é a geração de forças e momentos.

A Figura 7 ilustra uma estrutura genérica com um par de atuadores piezelétricos colados sobre as faces superior e inferior da superfície.

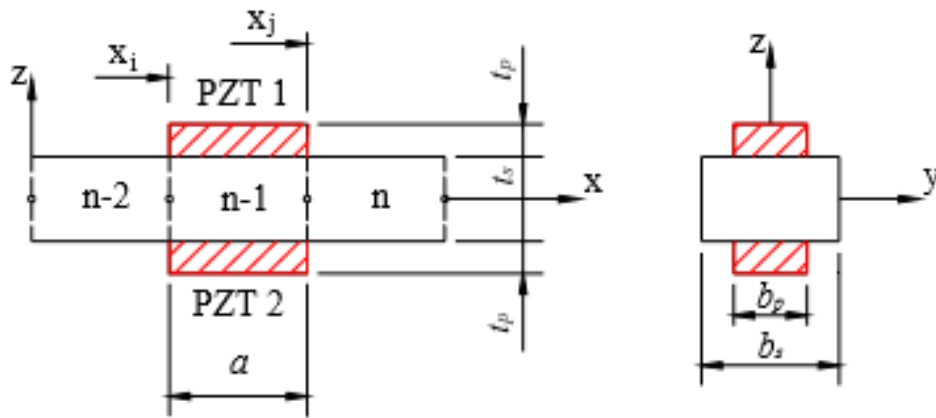


Figura 7: Estrutura genérica com par de atuadores.
Fonte: Rocha (2004, p.14).

Os subscritos $()_s$ e $()_p$ correspondem, respectivamente, a estrutura base e ao PZT, a é o comprimento do elemento, t é a espessura, b é a largura, i e j estão relacionados aos nós do elemento e n representa o número de elementos em que a estrutura é dividida.

Para definição das equações do movimento de um sistema eletromecânico será adotado o Princípio do Trabalho Virtual. O princípio dos trabalhos virtuais estipula que o trabalho virtual das forças externas equivale ao trabalho virtual das forças internas.

Dimitrovová (2016, p. 1) diz que,

A palavra virtual significa que as forças e os deslocamentos envolvidos podem não corresponder um ao outro, somente é necessário que as forças estejam estaticamente admissíveis e os deslocamentos cinematicamente admissíveis.

Segundo Martha (2016) de maneira análoga, o PTV pode ser utilizado para impor condições de equilíbrio a um sistema de forças (F, f) qualquer. Basta que se escolha

arbitrariamente uma configuração deformada (d, D) , denominada virtual, da qual se saiba que satisfaz as condições de compatibilidade.

Segundo Rocha (2004) a forma generalizada do Princípio do Trabalho Virtual para um sistema eletromecânico pode ser escrita na forma:

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(T - P + W_e - W_m) + \delta W] dt = 0 \quad (2.8)$$

Sendo:

- t_1 e t_2 dois instantes arbitrários;
- T a energia cinética;
- P a energia potencial;
- W_e o trabalho realizado pela energia elétrica;
- W_m o trabalho realizado pela energia magnética (desprezível para o material piezocerâmico).

No estudo realizado por Rocha (2004) são combinados os campos de deslocamento, assumidos para um corpo elástico, e as formas do campo elétrico através das propriedades piezelétricas para formar um conjunto de equações eletromecanicamente acopladas, obtendo assim a equação do sistema eletromecânico na forma matricial como duas equações de equilíbrio:

$$([M_s^e] + [M_p^e])\{\ddot{U}\} + ([K_s^e] + [K_p^e])\{U\} - [K_{u\phi}^e]\{\phi\} = \{F^e\} \quad (2.9)$$

$$[K_{\phi u}^e]\{U\} + [K_{\phi\phi}^e]\{\phi\} = \{Q^e\} \quad (2.10)$$

Nas quais $[M_s^e]$, $[K_s^e]$, $[M_p^e]$ e $[K_p^e]$ são, respectivamente, as matrizes de massa e as matrizes de rigidez do elemento estrutural e do elemento piezelétrico. As matrizes do acoplamento eletromecânico $[K_{u\phi}^e]$ e $[K_{\phi u}^e]$, e de capacitância piezelétrica $[K_{\phi\phi}^e]$.

Em seguida, é utilizada a técnica padrão do método dos elementos finitos para construção do sistema global. Assim tem-se a equação completa para um sistema eletromecânico:

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \phi \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{\phi u} & K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

2.7 Método de Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos é um procedimento numérico empregado na obtenção de respostas para inúmeros problemas. De acordo com Budynas *et al.* (2016) a ideia básica é dividir o componente em um número finito de elementos e assumir que estes elementos são interconectados por nós, conforme apresentado na Figura 8.



Figura 8: Modelo de Virabrequim usando o software ANSYS.
Fonte: Budynas et al (2016, p.940).

De acordo com Budynas *et al.* (2016) a rede de elementos e nós que discretiza uma região é conhecida por malha. A densidade da malha aumenta a medida que forem colocados mais elementos no interior de uma determinada região, podendo realizar o refinamento de malha, conforme apresentado na figura 9, para obter melhores resultados, minimizando os erros.

Budynas *et al* (2016, p.941) diz que,

O primeiro passo na aplicação do MEF é dividir a estrutura em um número apropriado de elementos com tamanhos adequados. Os deslocamentos dos pontos nodais são, então, generalizados em função das coordenadas da estrutura. Desse modo, os deslocamentos da estrutura podem ser expressos em função dos deslocamentos dos pontos nodais por meio de um arranjo apropriado de funções, chamadas de funções interpoladoras. Comumente,

tais funções podem descrever qualquer curva que seja internamente contínua e que satisfaça as condições de deslocamento geométrico impostas pelos deslocamentos nodais. Conforme já dito, a idéia básica do Método dos Elementos Finitos consiste em utilizar como parâmetros as variáveis nodais de um número finito de pontos previamente escolhidos, denominados pontos nodais ou, simplesmente, nós.

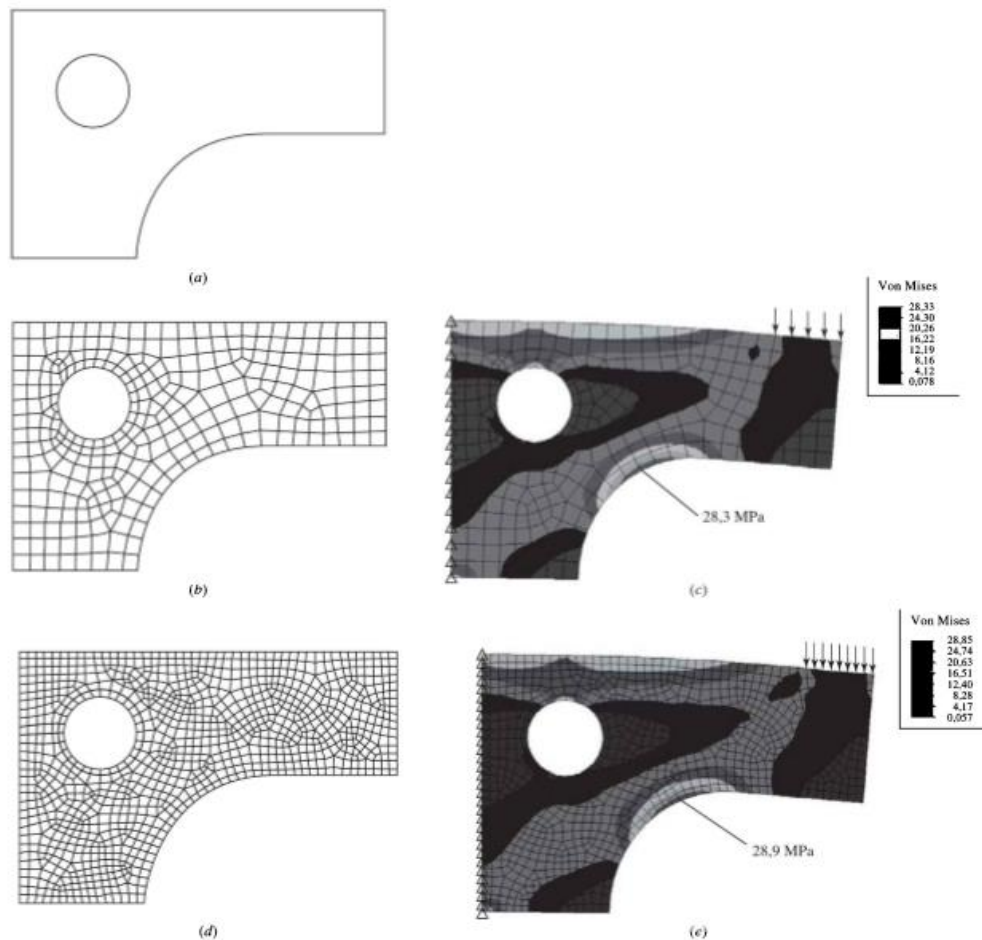


Figura 9: Refinamento de malha usando o software ANSYS.
Fonte: Budynas et al (2016, p.940).

Segundo Balamurugan *et al.* (2008), os pacotes de software FEA comerciais como ANSYS, ABAQUS e MSC.MARC são amplamente utilizados devido a alta confiabilidade dos resultados obtidos por esses *softwares*, além de possuírem a capacidade de análise no campo de acoplamento que pode lidar com o comportamento eletromecânico.

Segundo Marinho (2002, p.27), o ANSYS possui basicamente sete tipos de análises estruturais, sendo elas:

- Análise estática – Usada em condições de carga de estática, determinando deslocamentos e tensões, principalmente.
- Análise harmônica – Utilizada para obter a resposta de uma estrutura em condições de cargas harmônicas variáveis no tempo.
- Análise modal – Utilizada para determinar a resposta modal de uma estrutura. A partir desta análise é possível determinar as frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura.
- Análise de flambagem – Usada para determinar as respostas de uma estrutura submetida às cargas de flambagem.
- Análise espectral – É uma amplificação de uma análise modal, sendo usada para calcular tensões e deformações devidas a cargas vibracionais aleatórias.
- Análise dinâmica transiente – Utilizada para obter a resposta de uma estrutura às cargas que contém variáveis no tempo.
- Análise dinâmica explícita – Utilizada para calcular cargas dinâmicas com grandes deformações e em casos de estruturas complexas.

Além das análises citadas existem várias particularidades possíveis de serem aplicadas em casos com estruturas ou em problemas complexos, como por exemplo, análise de fadiga, mecânica da fratura, análise eletro-termomecânica, análise eletromecânica.

Segundo Marinho (2002, p.27), em uma análise de Elementos Finitos, o problema é dividido em diversas etapas, cada uma delas englobando operações fundamentais para a confecção do modelo. De acordo com Castro (2017, p. 04) as etapas são:

1. Pré-Processamento (*Preprocessor*): Nesta etapa, são definidos praticamente todos os parâmetros de entrada do problema. Esses parâmetros incluem principalmente a geração da geometria, definição de propriedades do material, seleção de elementos e aplicação da malha.
2. Solução (*Solution*): Neste momento serão configurados os carregamentos e outras informações relativas a análise. Também será nesta etapa que a análise será simulada.

3. Pós-Processamento (*Postprocessor*): Ocorre após o término da simulação. Nesta etapa, o usuário pode verificar os resultados, através de imagens, gráficos ou tabelas.

3 METODOLOGIA

3.1 Tipo de Pesquisa

Segundo Rúdio *apud* Buschle (2014, p. 62) “[...] a pesquisa é um conjunto de tarefas orientadas, no sentido de obter um determinado conhecimento”. De acordo com Silveira *et al.* (2005, p.12), “só se inicia uma pesquisa se existir uma pergunta, uma dúvida para a qual se quer buscar a resposta. Pesquisar, portanto, é buscar ou procurar resposta para alguma coisa”.

É possível classificar as pesquisas, principalmente, quanto a sua abordagem; aos seus objetivos e seus procedimentos.

Quanto a abordagem tem-se a pesquisa quantitativa no qual, de acordo com Silva *apud* Teixeira (2014, p. 41), “[...] é todo o tipo de informação que pode ser traduzida em números utilizando métodos estatísticos, as opiniões e dados obtidos de acordo com os boletins de informação e pesquisa de campo” e tem-se a pesquisa qualitativa que, segundo Minayo (2001), é a pesquisa que trabalha com um universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos a operacionalização de variáveis.

Quanto aos objetivos, segundo Gil (1999), é classificado por três nomes sendo eles pesquisa exploratória, pesquisa descritiva e pesquisa explicativa. A pesquisa exploratória tem o principal objetivo de permitir que o pesquisador obtenha conhecimento sobre o tema investigado (Buschle, 2014). A pesquisa descritiva exige do investigador uma série de informações sobre o que deseja pesquisar, assim o pesquisador deve analisar, observar, registrar e correlacionar aspectos (variáveis) que envolvem fatos ou fenômenos, sem manipulá-los (Buschle, 2014). Silveira *et al.* (2005, p.35) diz que “são exemplos de pesquisa descritiva: estudos de caso, análise documental, pesquisa ex-post-facto”. Segundo Arthur *apud* Gil (2014, p. 42), a pesquisa explicativa é aquela que identifica os fatores que contribuem ou determinam a ocorrência dos fenômenos, de modo a aprofundar o conhecimento da realidade, pois explica a razão e o porquê das coisas.

Quanto ao procedimento é classificada, principalmente, como pesquisa bibliográfica; documental.

A Pesquisa bibliográfica é aquela que se desenvolve tentando explicar um problema a partir das teorias publicadas em diversos tipos de fontes: livros, artigos, manuais, enciclopédias, anais, meios eletrônicos, dentre outros meios (Buschle, 2014).

De acordo com Buschle (2014, p. 75),

A pesquisa documental assemelha-se muito com a pesquisa bibliográfica. Ambas adotam o mesmo procedimento na coleta de dados. A diferença está, essencialmente, no tipo de fonte que cada uma utiliza. Enquanto a pesquisa documental utiliza fontes primárias, a pesquisa bibliográfica utiliza fontes secundárias.

Na Figura (10) são apresentadas as fontes primárias e secundárias.

Fontes primárias	Fontes secundárias
<ul style="list-style-type: none"> ■ Documentos oficiais ■ Publicações parlamentares ■ Publicações administrativas ■ Documentos jurídicos ■ Arquivos particulares ■ Fontes estatísticas ■ Iconografia ■ Fotografias ■ Canções folclóricas ■ Estátuas ■ Cartas ■ Autobiografias ■ Diários 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Livros ■ Boletins ■ Jornais ■ Monografias, teses e dissertações ■ Artigos em fontes de papel e em meio eletrônico ■ Revistas ■ Material cartográfico ■ Anais de congressos ■ Relatórios de pesquisa ■ Publicações avulsas

Figura 10: Fontes primárias e secundárias.
Fonte: Buschle (2014, p.16).

O presente trabalho é classificado como pesquisa bibliográfica, uma vez que é fundamentada em livros, teses, dissertações, artigos e internet, além de ter caráter de uma pesquisa explicativa com o objetivo de aprofundar o conhecimento sobre materiais inteligentes.

3.2 Materiais e Métodos

Segundo Lakatos *et al. apud* Puppim (2016, p. 28), “método é o conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objetivo (conhecimentos validos e verdadeiros), traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista”.

Os materiais e métodos do presente trabalho são apresentados no fluxograma (Figura 11).

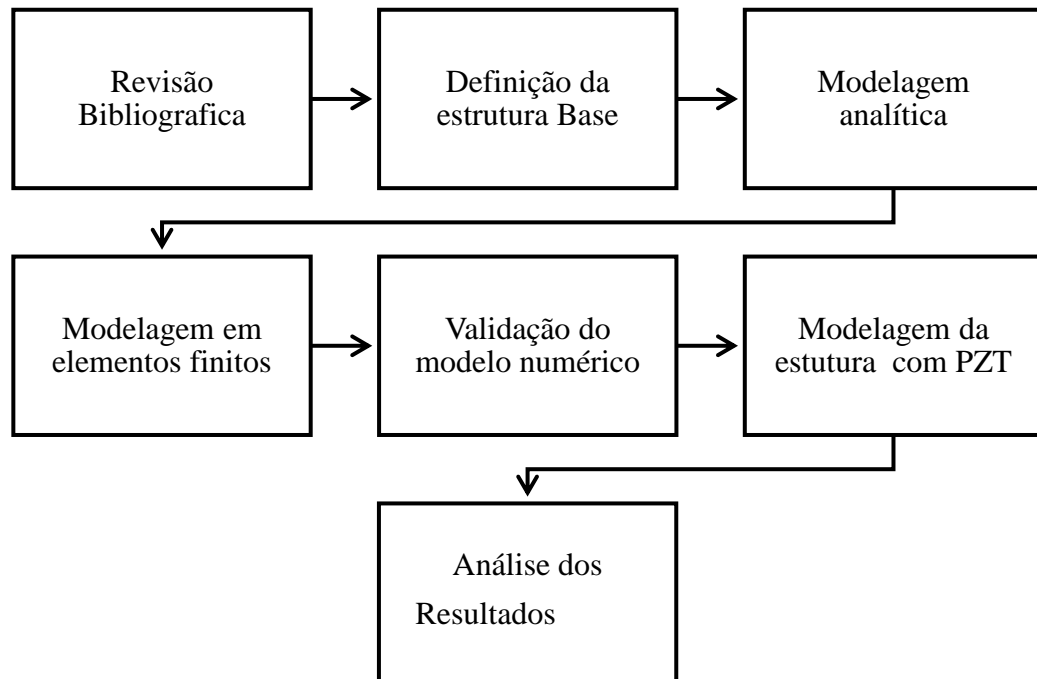


Figura 11: Fluxograma do presente trabalho.

Fonte: Pesquisa Direta (2018).

É importante destacar o procedimento de definição da estrutura base e de modelagem do problema, estas etapas determinarão a confiabilidade dos resultados obtidos.

3.2.1 Criação do modelo computacional da estrutura

As estruturas modeladas consistem em uma viga de alumínio na condição engastada-livre, demonstrada na Figura 12, com as dimensões e propriedades apresentadas no trabalho de Rocha (2004), apresentado na Tabela 1.

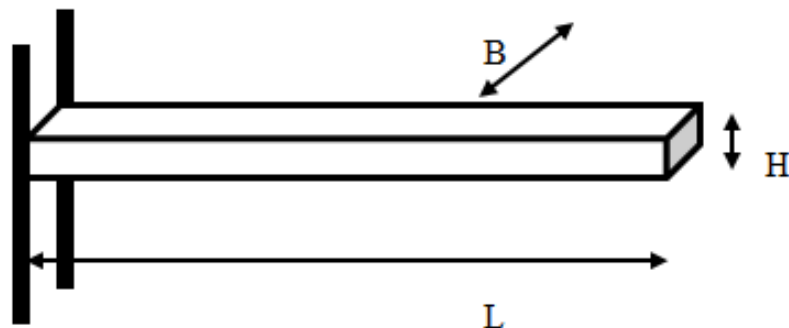


Figura 12: Viga modelada.

Fonte: Pesquisa Direta (2018).

Tabela 1: Dados da viga modelada

Dados	Valor	Unidades
Comprimento (L)	0,48000	m
Espessura (H)	0,00300	m
Largura (B)	0,02500	m
Densidade	2710	kg/m ³
Volume	0,0000360	m ³
Massa	0,09756	Kg
Área da secção transversal	0,00008	m ²
E - Módulo de elasticidade	70,00000	GPa
I - Momento de inércia	$5,63 \cdot 10^{-11}$	m ⁴
Coeficiente Poisson	0.30	-

Fonte: Adaptado de Rocha (2004).

Usando o programa Ansys são construídos dois modelos de viga engastada-livre (fixa-livre), onde o primeiro é modelado com o elemento *SOLID 73* e no segundo com o elemento *SOLID 45*, discretizados com a ferramenta *Smartsizing* usando *Size* igual a 0,005.

Segundo Ansys Help (2017), o *SOLID 73* é usado para a modelagem tridimensional de estruturas sólidas. O elemento é definido por oito nós com seis graus de liberdade em cada nó: translação nas direções nodais x, y e z e rotações sobre os eixos nodais x, y e z. A geometria, os nós e o sistema de coordenadas para este elemento são mostrados na Figura 13, nota-se que um elemento infinitesimal na forma tetraédrica, na forma de cunha ou na forma de pirâmide pode ser formado como malha desse *SOLID*.

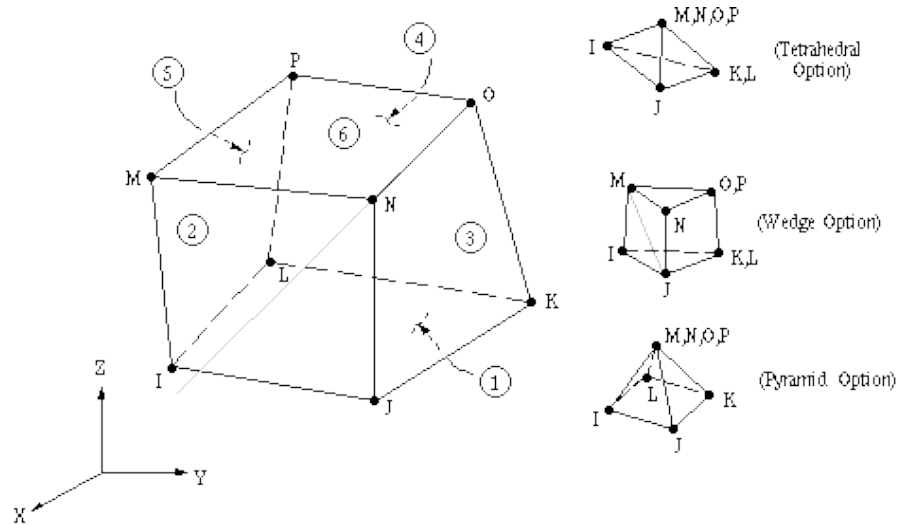


Figura 13: Geometria e pontos nodais do elemento *SOLID 73*

Fonte: Ansys Help (2017)

O *SOLID 45* é usado para a modelagem tridimensional de estruturas sólidas. O elemento é definido por oito nós com três graus de liberdade em cada nó: translação nas direções nodais x , y e z . A geometria, os nós e o sistema de coordenadas para este elemento são mostrados na Figura 14 (Ansys Help, 2017). Observa-se que um elemento infinitesimal na forma prismática ou na forma tetraédrica pode ser formado na malha desse *SOLID*, porém não é recomendado executar simulações com a forma tetraédrica.

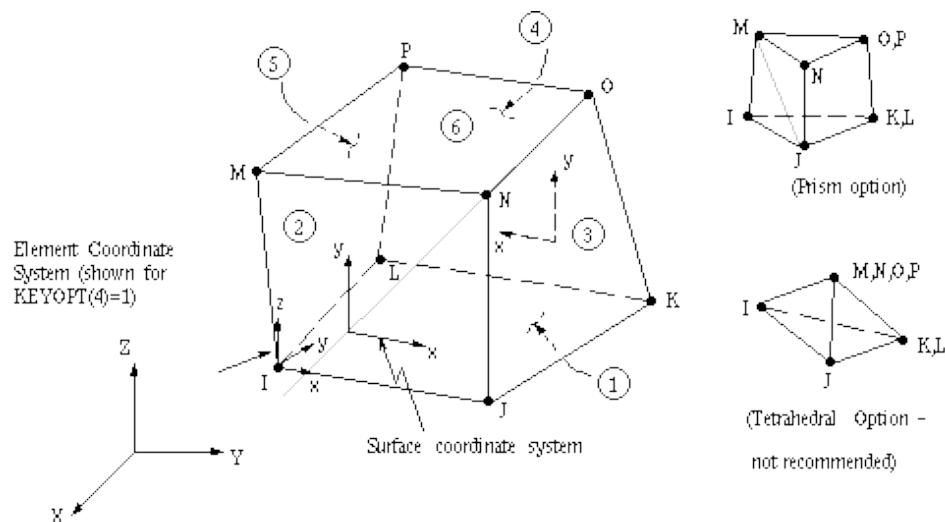


Figura 14: Geometria e pontos nodais do elemento *SOLID 45*.

Fonte: Ansys Help (2017)

3.2.2 Criação do modelo computacional da estrutura com PZT

A princípio um teste empregando o PZT mecanicamente no sistema foi efetuado, e em seguida testes foram realizados com a cerâmica piezoelétrica submetida a diferentes tensões continua (DC). Na Figura 15 (a), está representado o elemento piezoelétrico na estrutura e na (b) é destacado as condições de contorno do PZT, nota-se que a viga está fixa-livre e o material inteligente está colado na estrutura.

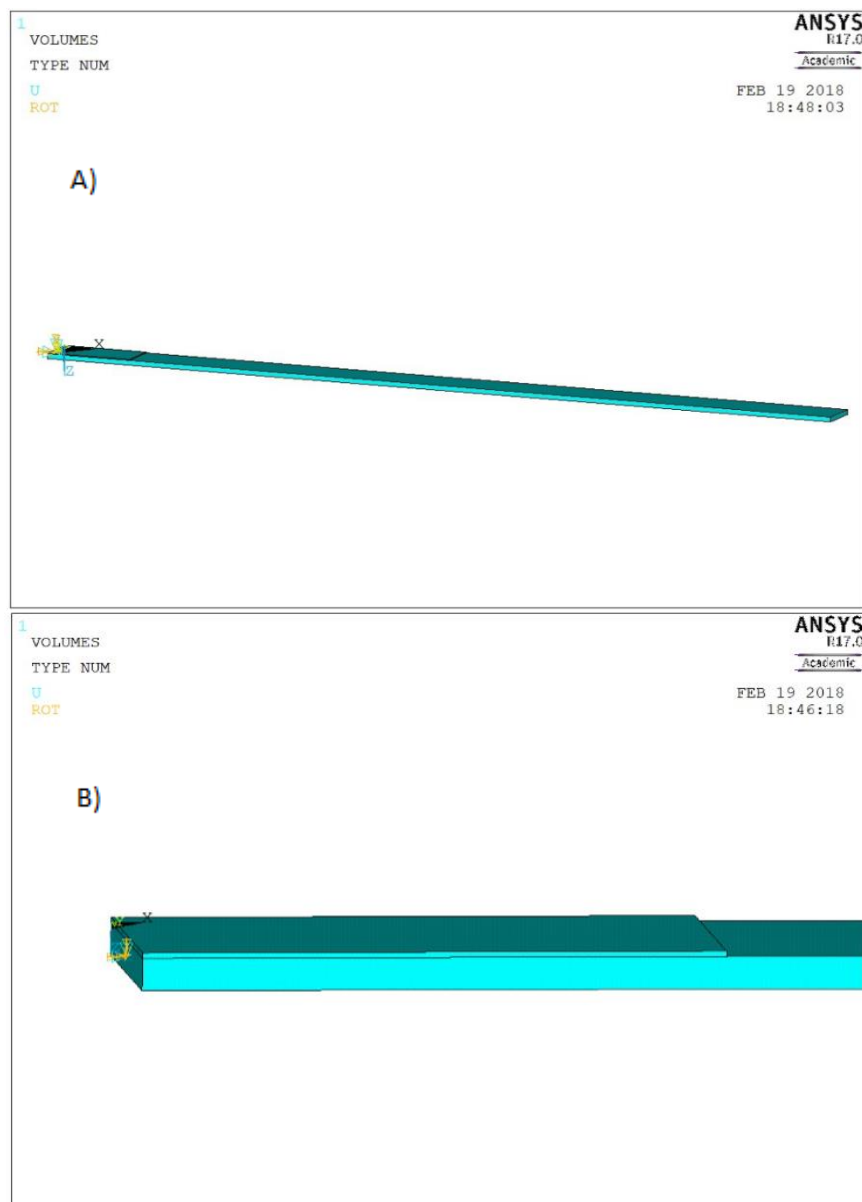


Figura 15: (A) Estrutura com PZT. (B) Condições de contorno do material PZT.
Fonte: Pesquisa Direta (2018).

Os elementos são discretizados mantendo a formulação utilizada no capítulo anterior, sendo utilizado como elemento para o PZT o *SOLID 5*, pois este elemento é empregado no estudo de Faria (2006) e Rocha (2004) obtendo elevado índice de concordância com

experimentos práticos realizados pelos respectivos autores. As propriedades (Erturk, *et. al.* 2011) e dimensões da estrutura e do elemento atuador são mostradas na tabela 2.

De acordo com Ansys Help (2017), o *SOLID 5* possui uma capacidade tridimensional de campo magnético, térmico, elétrico, piezoelétrico e estrutural com acoplamento limitado entre os campos. O elemento possui oito nós com até seis graus de liberdade em cada nó.

Tabela 2: Propriedades e dimensões da cerâmica piezoeletrica.

Dados PZT - 5H			
Dados	Sigla	Valor	Unidade
Largura	BP	0,0500	m
Comprimento	LP	0,0250	m
Espessura	HP	0,0005	m
Constantes de elasticidade	s11	16,5	$10^{-12} \text{ m}^2 / \text{N}$
	s12 = s21	-4,78	
	s13 = s31 = s23 = s32	-8,45	
	s33 = s22	20,7	
	s55 = s44	43,5	
	s66	42,6	
Constantes piezoeletricas	d31	-274	$10^{-12} \text{ m} / \text{N}$
	d33	593	
	d15	741	
Permissividade dielétrica	e11/e0	3130	F / m
	e33/e0	3400	
Densidade	ρ	7500	Kg / m^3

Fonte: Adaptado de Erturk et. Al. (2011, anexo E)

3.3 Variáveis e Indicadores

De acordo Gil *apud* Teixeira (2016, p. 44),

Pode-se dizer que variável é qualquer coisa que pode ser classificada em duas ou mais categorias. É uma medida ou classificação, uma quantidade que varia um conceito operacional que apresenta ou contém valores, propriedade, aspecto ou fator, identificado em um objeto de estudo e passível verificação.

Para o estudo e medição de cada variável, existem alguns indicadores que são selecionados de acordo com os objetivos da pesquisa. Referente às definições apresentadas e os objetivos do trabalho, são separadas as variáveis e indicadores, segundo mostrado na Tabela 3.

Tabela 3: Variáveis e indicadores

Variáveis	Indicadores
Viga	<ul style="list-style-type: none"> • Geometria; • Dimensões; • Propriedades mecânicas; • Forma modal
Material piezelétrico	<ul style="list-style-type: none"> • Geometria; • Dimensões; • Propriedades piezelétricas;
Modelagem	<ul style="list-style-type: none"> • Dados de entrada • Tempo de processamento; • Condições de simulação numérica

Fonte: Pesquisa Direta (2018)

3.4 Instrumento de coleta de dados

De acordo com Lakatos *et al. apud* Puppim (2016, p.31),

São inúmeras as formas de se coletar dados para pesquisa, variam de acordo com as circunstâncias e o tipo de investigação. Lakato classifica os instrumentos de coleta de dados com: coleta documental, observação, entrevista, questionário, formulário, medidas de opiniões e de atitudes, técnicas mercadológicas, testes, sociometria, análise de conteúdo e história de vida.

As características para os instrumentos de coleta de dados que mais se adequam as circunstâncias da presente pesquisa são: coleta documental, observação e testes.

Nesta etapa acontece a coleta de dados sobre o tema abordado a fim de obter o embasamento necessário para a pesquisa através da revisão bibliográfica e também através de

desenhos e tabelas dos fornecedores de material piezelétrico que possuem os dados de entrada necessária para a elaboração de um modelo numérico. Outro instrumento de coleta de dados são os softwares a serem utilizados durante a pesquisa: Excel e o Ansys.

3.5 Tabulação de dados

O método para tabular os dados obtidos são feitos com auxílio dos softwares Word, Excel e *ANSYS*. Sendo apresentado um modelo do problema e, em seguida, modelado e processado no software *ANSYS*, que permite maior facilidade na resolução dos cálculos e melhor visualização dos dados obtidos na modelagem proposta neste trabalho. Além disso, será empregado o software da Microsoft Excel para analisar os dados e o Word para realizar o relatório dos resultados obtidos.

3.6 Considerações Finais

Neste capítulo foram mostradas as classificações referentes ao tipo de pesquisa, apresentando as ferramentas e técnicas utilizadas de forma a executar este trabalho. Abordaram-se também todos os materiais e métodos utilizados para o desenvolvimento efetivo da pesquisa, além de ter delimitado a área em que ocorre esta pesquisa e também a forma como foi realizada a coleta e tabulação dos dados obtidos.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados obtidos na modelagem matemática realizada e na simulação no software *ANSYS*, bem como os gráficos gerados no relatório de simulação, e por fim será feita uma discussão dos resultados.

4 RESULTADOS

4.1 Validação do modelo numérico

Os resultados apresentados pelo software ANSYS são comparados com os resultados obtidos de forma analítica utilizando as equações apresentadas no capítulo 2.3. Na Figura 16 são demonstrados os quatro modos de vibrar da viga.

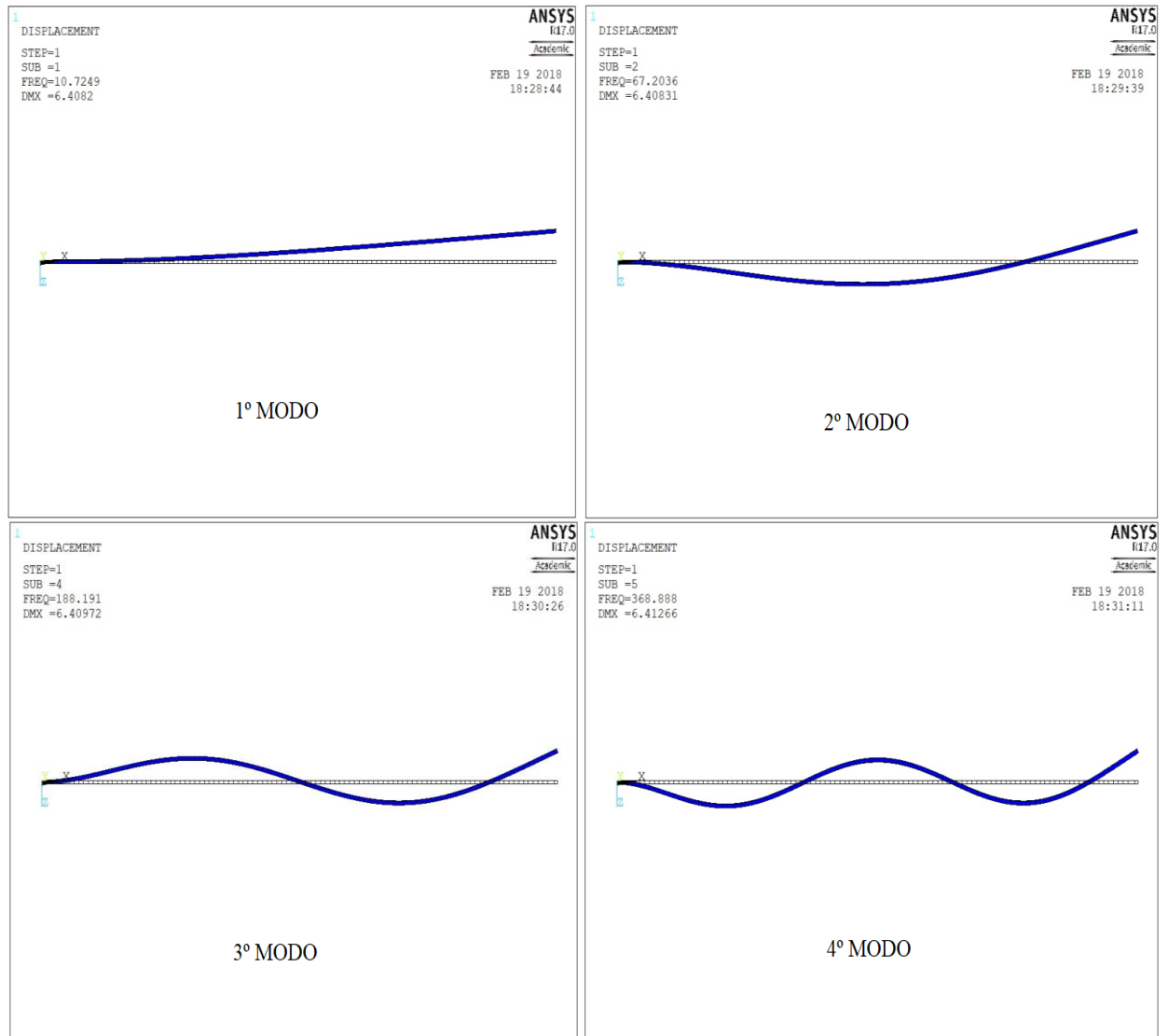


Figura 16: Modos de vibrar da viga via ANSYS.

A Tabela 4 apresenta os valores das quatro primeiras frequências e as diferenças percentuais em relação aos valores obtidos de forma analítica.

Tabela 4: Frequências naturais e diferenças percentuais

MODOS	CALCULO ANALITICO			ANSYS - SOLID73		ANSYS - SOLID45	
	Fixa - Livre	F (Hz)	F (Hz)	F (HZ)	Erro %	F (Hz)	Erro %
1°	B1L	1,875104	10,690	10,725	0,326%	10,726	0,335%
2°	B2L	4,694091	66,994	67,204	0,314%	67,218	0,334%
3°	B3L	7,854757	187,585	188,19	0,323%	188,28	0,370%
4°	B4L	10,995541	367,592	368,89	0,353%	369,22	0,443%

Os valores da tabela 4 são apresentados na forma de gráfico nas figuras 17 e 18.

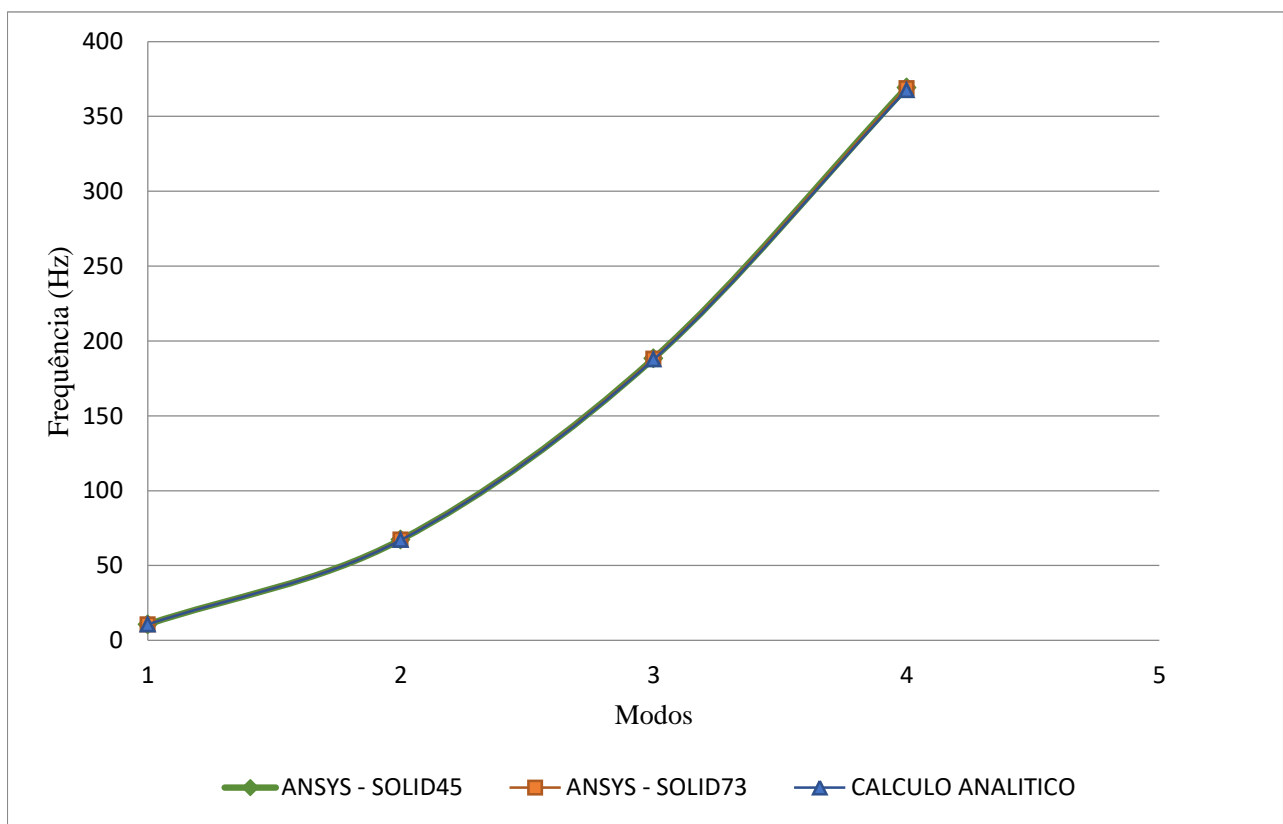


Figura 17: Comparação das frequências em função dos modos.

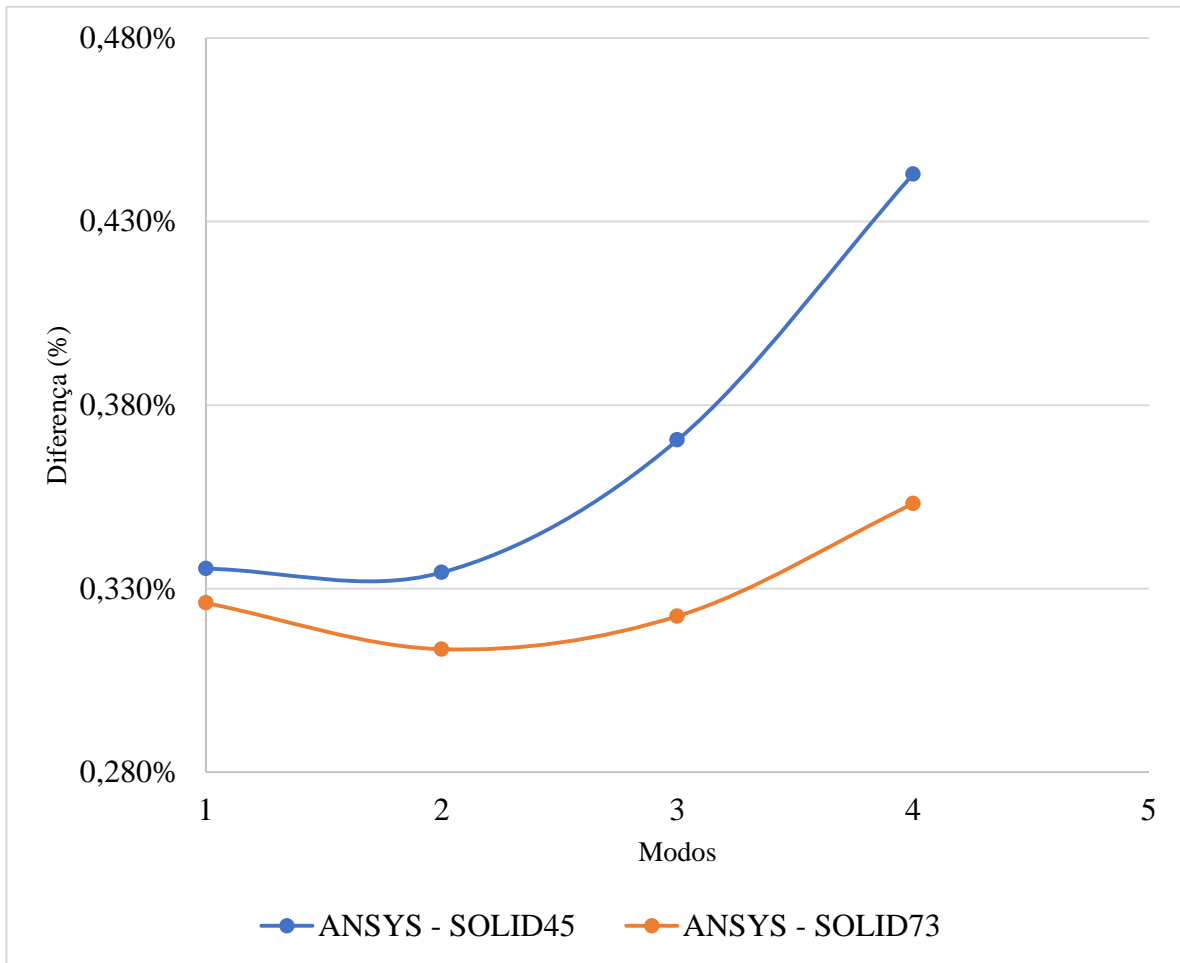


Figura 18: Diferença percentual em função dos modos.

As diferenças nos valores das quatro primeiras frequências naturais apresentadas pelas estruturas modeladas com elementos de viga, comparadas com os resultados analíticos, são menores que 0.04 %. Analisando as Figuras 17 e 18 verifica-se que os resultados dos programas apresentaram boa concordância. Logo, com base nessas comparações é possível validar, com segurança, que o modelo desenvolvido está correto e que apresenta resultados confiáveis. Além de observar que o elemento *SOLID 73* obtém uma diferença percentual menor nos modos avaliados, podendo concluir que este fato ocorra, principalmente, devido ser um elemento com uma quantidade maior de graus de liberdade e assim permitindo uma simulação com maior fidelidade aos dados analíticos.

4.2 Análise com elemento piezoelétrico PZT

Uma vez comprovado o correto funcionamento do Ansys é investigado o comportamento modal da estrutura com o material piezoelétrico, apresentado na Figura 15, empregando o mesmo software. As primeiras quatro frequências naturais do sistema e as variações causadas pelo acoplamento dos PZT são mostradas na tabela 5.

Tabela 5: Frequências naturais com material PZT

MODO	0 volts		50 volts		110 volts		227 volts	
	F(HZ)	Variação	F(HZ)	Variação	F(HZ)	Variação	F(HZ)	Variação
1°	11,4310	6,583%	11,5000	7,226%	11,9250	11,189%	11,8500	10,490%
2°	70,5110	4,921%	70,9040	5,506%	73,6250	9,554%	73,1250	8,810%
3°	194,9400	3,587%	195,9300	4,113%	203,3300	8,045%	203,4000	8,082%
4°	377,7700	2,407%	379,4800	2,871%	393,5100	6,674%	395,9230	7,328%

A Tabela 6 apresenta a comparação mecânica das frequências naturais obtidas com a viga utilizando o elemento *SOLID 73* e em seguida com dados obtidos ao adicionar o material piezoelétrico no sistema em questão.

Tabela 6: Comparação das Frequências naturais

MODO	Viga - Ansys 73	Viga + Piezo	Variação
	F(Hz)	F(Hz)	
1°	10,725	11,4310	6,583%
2°	67,204	70,5110	4,921%
3°	188,19	194,9400	3,587%
4°	368,89	377,7700	2,407%

As Figuras (20, 21, 22 e 23) apresentadas a seguir demonstram a evolução das frequências naturais da viga conforme o acréscimo da tensão (DC) no sistema.

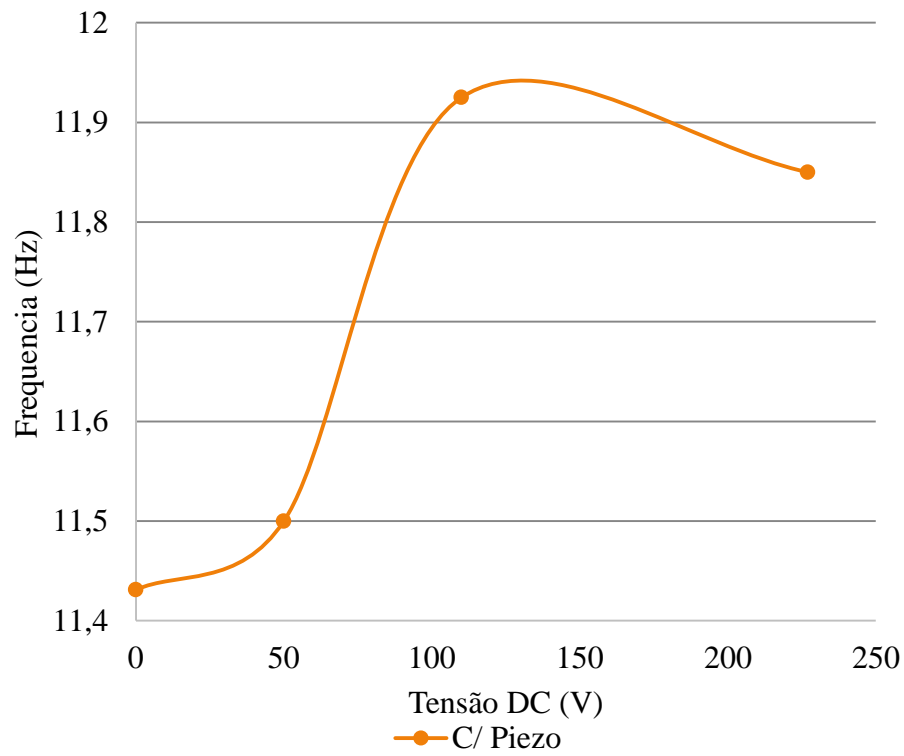


Figura 19: Variação da 1ª Frequência por tensão.

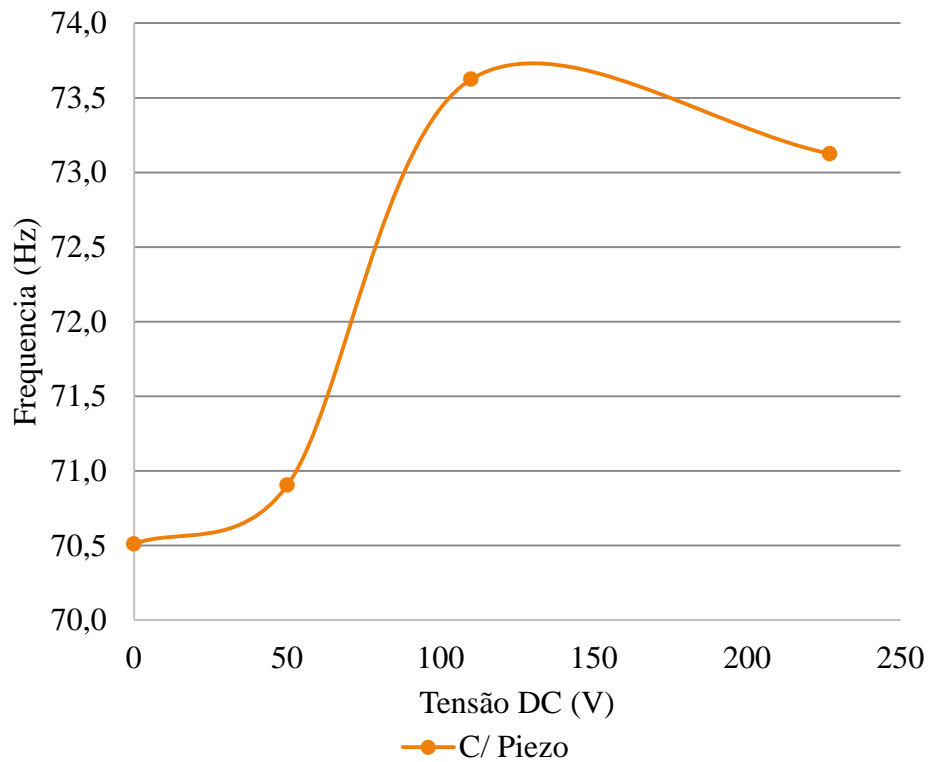


Figura 20: Variação da 2ª Frequência por tensão.

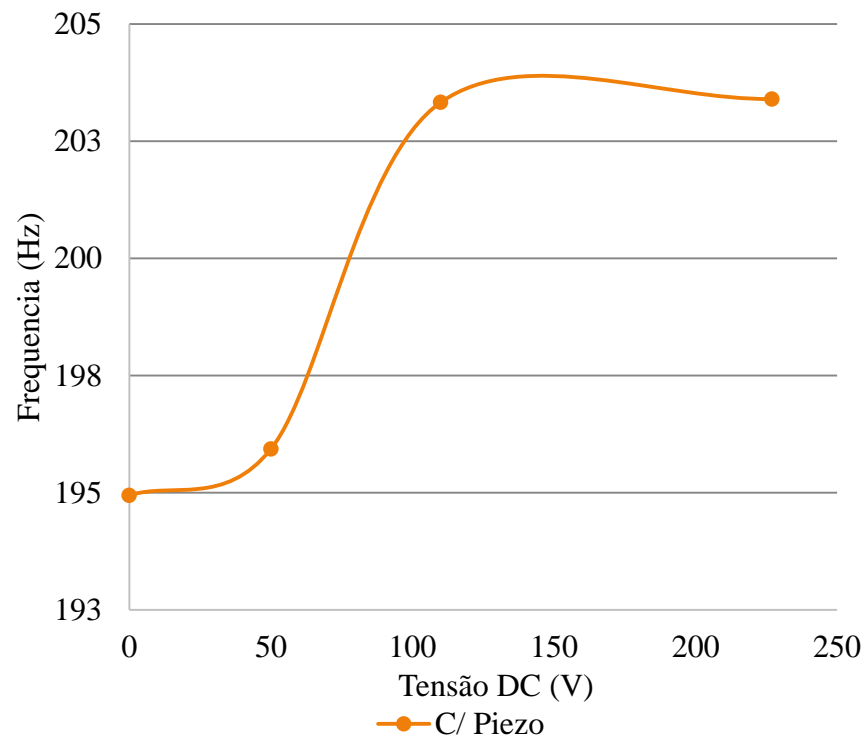


Figura 21: Variação da 3ª Frequência por tensão.

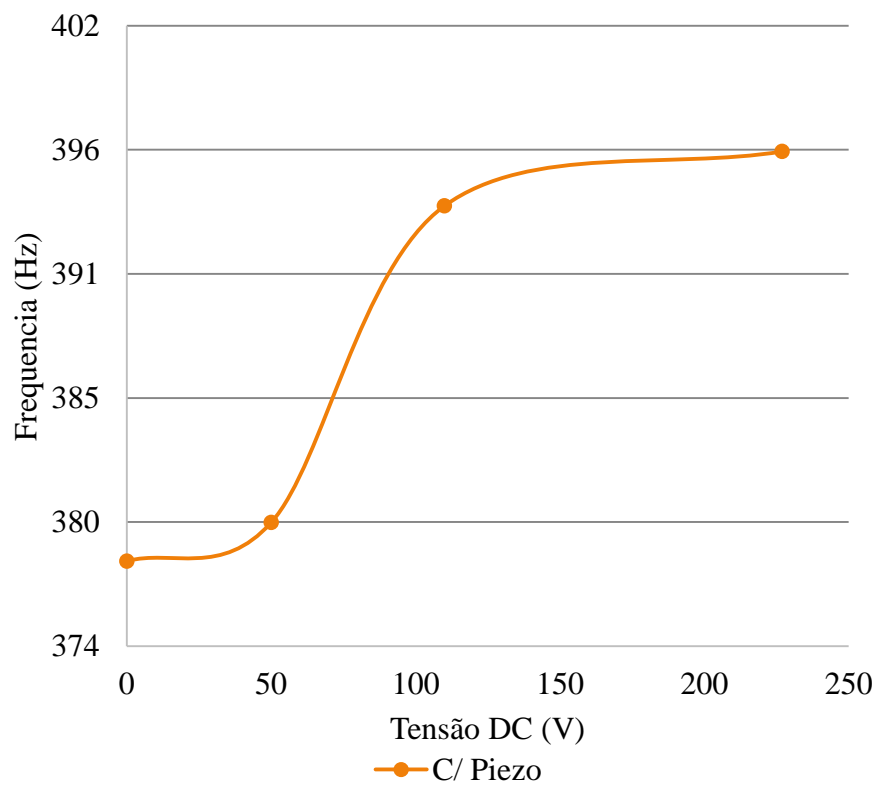


Figura 22: Variação da 4ª Frequência por tensão.

Por meio de uma análise dos gráficos apresentados nas Figuras (20, 21, 22 e 23) e na Tabela 6, nota-se que a primeira frequência natural encontrada foi de 10,725 Hz da viga modelada, com elemento *SOLID 73*, e ao adicionar o material piezoelétrico houve uma variação de 6,583% resultando em uma frequência de 11,431 Hz. Logo ao adicionar o material á viga, sem tensão, houve uma modificação das frequências naturais da estrutura devido a variação do módulo de elasticidade do sistema, resultando em um aumento da rigidez do sistema.

Através das Figuras (20, 21, 22 e 23) constata-se que uma vez que ocorra o aumento da tensão resulta em um aumento da rigidez do sistema, e que consequentemente há uma mudança considerável no modo de vibrar da estrutura. Logo percebe-se que a ação dos atuadores na estrutura é capaz de gerar esforços significativos causando impacto nas frequências naturais do sistema.

A Figura 19 apresenta as curvas das variações causadas pelo acoplamento do PZT. As variações nas frequências naturais, em porcentagem, para os casos apresentados na Tabela 5 são calculados com base nos valores obtidos das frequências da viga sem a presença do PZT.

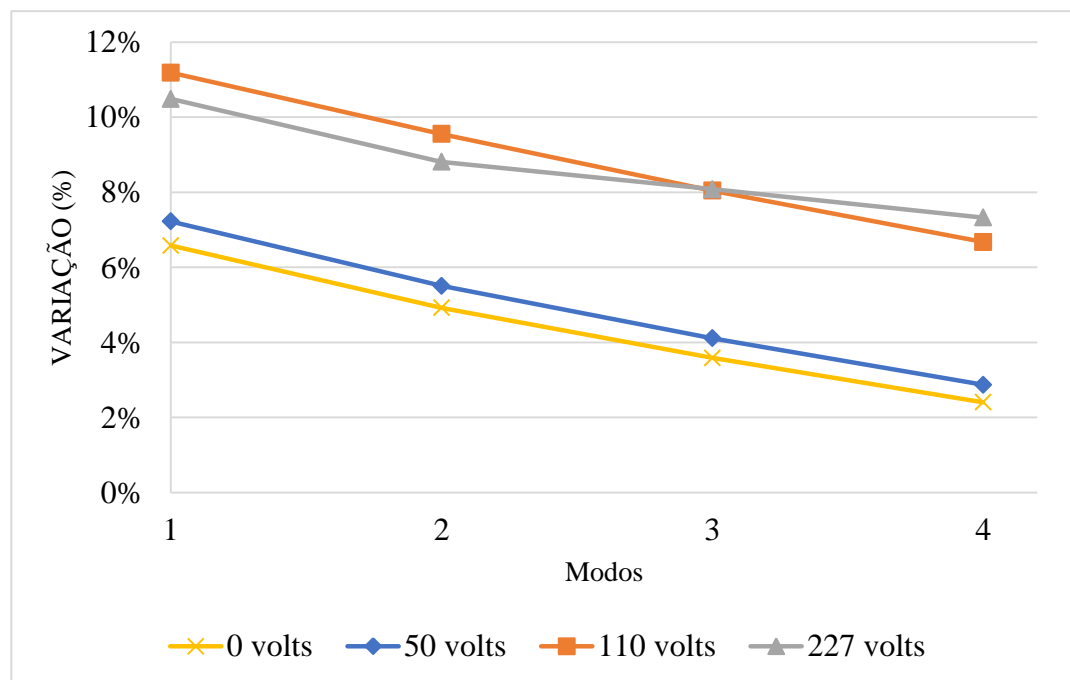


Figura 23: Comparação das variações por modo

Analisando a Figura (19) apresentada, é possível observar que a medida que a tensão aumenta, a variação das frequências gerada pela cerâmica piezelétrica também aumenta de

maneira quase proporcional dependendo do modo. Observa-se isso na tensão 227 volts que apresenta inicialmente uma taxa de variação percentual menor do que a tensão de 110 volts e a partir do terceiro modo de vibrar da estrutura passa a apresentar uma taxa maior, demonstrando um comportamento não linear entre a tensão aplicada e a deformação do material. Logo é possível afirmar que para cada tensão aplicada deve apresentar uma maior variação da frequência de um determinado modo de vibrar do sistema.

5 CONCLUSÃO

5.1 Conclusão

Esse trabalho buscou avaliar a possibilidade de se obter variações nas frequências e forma dos modos de vibrar de uma viga fixa-livre utilizando atuadores piezelétricos do tipo PZT-5H empregando o método de elementos finitos, via software Ansys. A partir do estudo das equações da piezeletricidade foi modelada a interação entre o elemento piezelétrico e a estrutura base.

Através do método de elementos finitos e implementando os parâmetros pré-estabelecidos demonstro que a rigidez deste sistema varia de acordo com a tensão aplicada na cerâmica piezelétrica para cada modo de vibrar da estrutura. No caso dos resultados obtidos da viga com material piezoelétrico sem tensão aplicada apresento que ao incrementar este material ao sistema resultou em um incremento na rigidez do sistema e consequentemente na variação das frequências naturais. Nesta situação percebe-se uma variação percentual de 2,407% a 6,583% nas frequências em função do modo, mostrado na Tabela 5.

Por meio de uma avaliação dos resultados obtidos, conclui-se que o PZT, ao aplicar uma determinada tensão contínua, proporciona uma deformação que aumenta a rigidez do sistema em questão, ocasionando na mudança do modo de vibrar da estrutura. Além disso, mediante a análise dos resultados nota-se que existe um comportamento não linear deste elemento, ou seja, este sistema apresenta uma taxa de variação da frequência dependendo da tensão aplicada e do modo de vibrar.

5.2 Recomendações

No fim desse trabalho alguns pontos de melhoria foram identificados. Esses pontos permitem o aprimoramento dos resultados obtidos, sendo possível, assim, sugerir:

- Aumentar a quantidade de materiais piezoelétricos na estrutura buscando o melhor posicionamento e realizar a análise harmônica do estudo presente;
- Construção de uma bancada de teste para realizar experimentalmente as análises e comparar com os resultados já obtidos;
- Realizar o controle da tensão aplicada no material piezoelétrico experimentalmente e através do método de elementos finitos.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LIMA JR, J. J. de (1999), Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estrutura, Tese de Doutorado, Depto. De Mecânica Computacional, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 243p.

SANTOS, Heinsten Frederich Leal dos. Controle de vibrações estruturais usando cerâmica piezoelétricas em extensão e cisalhamento conectadas a circuitos híbridos ativo-passivos. 2008. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

AQUINO, A. S. (2011), Controle de Vibração de um Sistema sob Desbalanceamento Rotativo Utilizando Atuador de Liga com Memória de Forma, Tese de Doutorado, Universidade Federal da Paraíba, 135p.

RABELO, L. J. G. (2016), Proposta de um sistema de controle de vibração para o estádio Nacional, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 233p.

GODOY, Tatiane Corrêa de. Modelagem de placas laminadas com materiais piezoelétricos conectados a circuitos shunt resistivo-indutivo. 2008. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

ROCHA, T. L. (2004), Modelagem de Estruturas Inteligentes, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista – Campus de Ilha Solteira, p139.

KARAGÜLLE, H.; MALGACA, L.; ÖKTEM, H. F. Analysis of active vibration control in smart structures by ANSYS. Smart Materials and Structures, v. 13, n. 4, p. 661, 2004.

BALAMURUGAN, V.; NARAYANAN, S. A piezolaminated composite degenerated shell finite element for active control of structures with distributed piezosensors and actuators. Smart materials and Structures, v. 17, n. 3, p. 035031, 2008.

NISBETT, J. Keith; BUDYNAS, Richard G. Elementos de Máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica. Ed. Mcgraw Hill, São Paulo, Brasil, 2011.

GALHARDI, Marcela Antunes (2010), Guia de Power Harvesting: História, Evolução e Fundamentos, Tese de Graduação, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista – Campus de Ilha Solteira, p.125.

- MINAYO, M. C. S. Pesquisa social: teoria, método e criatividade. 22 ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2003.
- SILVA, C. R. O. Metodologia do trabalho científico. Fortaleza: Centro Federal e Educação Tecnológica do Ceará, 2004.
- GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. São Paulo: Atlas, 1999.
- CHENG, C. H. et al. Analysis and experiment for the deflection of a shear-mode PZT actuator. Smart materials and structures, v. 16, n. 1, p. 230, 2007.
- HIBBELER, Russell C. Resistência dos materiais. Pearson Prentice Hall, 2006.
- ANSYS® Academic Research, Release 17.2, Help System, Modal Structural Analysis, ANSYS, Inc.
- RAO, Singireseu. Vibrações Mecânicas. Tradução de Arlete Simille Marques. 2008.
- MELLO, E. H. V. M. (2014), Análise Dinâmica de Vigas de Euler-Bernoulli e de Timoshenko com o método das diferenças finitas, Tese de Graduação, Universidade Federal do Paraná, p.65.
- Martha, L. F. - Soluções Fundamentais – UFSM. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/decc/ECC1002/Downloads/_Cap_4_Solucoes_fundamentais.pdf>. Acesso em 05 de agosto de 2017.
- Sebenta de Disciplina DCR, Zuzana Dimitrovová, DEC/FCT/UNL, 2016. Disponível em: <www2.dec.fct.unl.pt/seccoes/S_Estruturas/DCR/teoricas/2_1Sebenta.pdf>. Acessado em 07 de agosto de 2017.
- Pesquisa científica: Conceito e tipos, Cristala Buschle, UDESC. Disponível em: <<http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/cristala/materiais/Unidade3aPesquisaCientifica.pdf>>. Acessado em 07 de agosto de 2017.
- GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. Métodos de pesquisa. Plageder, 2009.

PUPPIM, BERNADO DA SILVA. - APLICAÇÃO NUMÉRICA DA TÉCNICA DE MODIFICAÇÃO DINÂMICA ESTRUTURAL VISANDO A MELHORIA DO DESEMPENHO DE UMA TOPOLOGIA DE GUINDASTE OFFSHORE, 2016 (Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico).

TEIXEIRA, J. A G da S. - ANÁLISE NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DAS ALETAS DIRETORAS SOBRE O DESEMPENHO DE UMA TURBINA RADIAL DE GEOMETRIA VARIÁVEL SOB FLUXO PULSATIVO, 2016 (Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico).

FARIA, Albert Willian. Finite element modeling of composite plates incorporating piezoelectric sensors and actuators: implementation and numerical assessment. 2006. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2006.

DE CASTRO, Emerson Cardoso. PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE NUMÉRICA COM SOFTWARE ANSYS DE UMA VIGA EM FLEXÃO COM A FORMA T. REEC-Revista Eletrônica de Engenharia Civil, v. 14, n. 1.