**TRBALHO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**

**MODELAGEM DE UMA ESTRUTURA INTELIGENTE COMPOSTA POR UMA VIGA BI APOIADA UTILIZANDO O METODO DE ELEMENTOS FINITOS**

**BRUNO SILVEIRA**

**ORIENTADOR: PROF, PHD SERGIO DE ALMEIDA OLIVEIRA**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA FONSECA**

**RESUMO**

O presente trabalho destinou-se em projetar uma aplicação na linguagem de programação C# (C Sharp) capaz de analisar os movimentos oscilatórios em vigas sujeitas a vibrações livre e forçada através do Método de Elementos Finitos, considerando a influência de absorvedores dinâmicos de vibração e, principalmente, chapas piezoelétricas.

O principal objetivo deste estudo foi analisar a vibração em uma viga com chapas piezoelétricas em diferentes configurações, comparando-se os potenciais piezoelétricos e as deflexões para o caso sem as chapas. O modelo analisado consistiu em uma viga de alumínio pinada em suas duas extremidades, vista somente no plano.

**Palavras chave**: Vibrações. Elementos Finitos. Piezoelétrico.

**1- INTRODUÇÃO**

Recentemente, percebe-se um crescente foco no estudo do controle de vibrações que consiste em sistemas que integram estrutura, sensores, atuadores e controladores que tem convencionado em chama-los de estruturas inteligentes . Vale salientar que há vários materiais que têm sido investigados e propostos para o desenvolvimento destes tipos de estruturas, especialmente os que possuem propriedades piezoelétricas, como cerâmicas PZT (Lead Zirconate Titanate) e os filmes plásticos PVDF (PolyVinyliDene Fluoride).

Os PZTs foram descobertos por Jaffet et al. Em 1954 (Clark, Saunders e Giggs, 1998), este material é constituído principalmente de óxido de chumbo, zircônio e titânio, muito utilizado para a confecção de atuadores. Já o PVDF, suas propriedades piezoelétricas foram descobertas por Kawai após 1960 (Tseng, 1989), o qual é um polímetro piezoéletrico robusto e maleável, que devido as suas propriedades é altamente indicado para sensoriamento distribuído.

O fenômeno piezoelétrico é baseado na indução de um dipolo elétrico. Como consequência, essa classe de materiais apresenta um acoplamento eletro-mecânico recíproca. Em outras palavras, uma vez que um campo elétrico é aplicado, o material apresenta uma deformação mecânica, por outro lado, quando o material sofre uma carga mecânica, um potencial elétrico é gerado. Essa reciprocidade permite que esse tipo de material possa ser utilizado como sensores ou atuadores em estruturas inteligentes.

Os dois comportamentos presentes nos piezoelétricos são conhecidos como efeito direto, que transforma a tensão mecânica em uma fonte de voltagem, sendo típico dos sensores; e o efeito inverso, que converte uma fonte de voltagem externa em energia de deformação mecânica (deslocamento ou força), sendo típico de atuadores.

A altas temperaturas, normalmente definida acima da temperatura de Curie , o material é paraelétrico, não-polarizado. Para baixas temperaturas, as moléculas sofrem uma mudança cristalográfica, originando dipolos orientados aleatoriamente em toda a estrutura (Figura 1a). A aplicação de um campo elétrico (polarização) tende a reorientar os dipolos elétricos em relação ao campo elétrico, levando a uma manifestação de dipolo elétrico em escala macroscópica (Figura 1b). Com a remoção do campo elétrico, os dipolos não retornam à sua configuração original, permanecendo orientados (Figura 1c). Esse processo gera um corpo piezoelétrico permanente, com o eixo de polarização estabelecido.

Eletrodo



Eletrodo

(a) (b) (c)

Figura 1 - Polarização para obter o efeito piezoelétrico (Oliveira, 2013).

(a) orientação polar aleatória; (b) Polarização através de uma fonte de voltagem DC; (c) Polarização permanente depois da remoção da fonte de voltagem DC.

Segundo o enfoque supracitado, o uso integrado de sensores, atuadores e controladores, capacitaria um sistema a responder de modo controlado a excitações externas, com o objetivo de controlar os efeitos que impactam nos níveis de amplitude. Além disso, para alcançar bons resultados na aplicação destas tecnologias, faz-se necessário obter modelos matemáticos capazes de descrever de forma adequada a dinâmica da estrutura, para isso, faz-se necessário o uso do método de Elementos Finitos. Essa tecnologia tem sido usada com grande frequência na engenharia, pois é possível simular em softwares as condições previstas de trabalho da peça ou equipamento com grande precisão e confiabilidade, propiciando redução de custos.

* 1. **HISTÓRICO SOBRE O ESTUDO DOS MATERIAIS PIEZOELÉTRICOS UTILIZANDO O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Existe na literatura vários trabalhos que utilizam modelos matemáticos que descrevem o comportamento de uma estrutura inteligente com material piezoelétrico utilizando o Método de elementos finitos.

O Método de Elementos Finitos se baseia na discretização do domínio físico do problema, onde uma série de elementos dispostos sobre o domínio são utilizados, os quais são compostos por pontos nodais, onde é o sistema de equações algébricas resultante é equacionado

(Bathe e Wilson, 1976 e Huebner e Thornton, 1982). Alguns pesquisadores utilizam o princípio variacional para escrever uma equação manipulável pelo método de elementos finitos (Allik e Hughes (1970)). A modelagem de um toróide, modelados com elementos do tipo viga de Euler Bernoulli empregando elementos com PVDFs foi idealizado por Lewis (2000). Ha, Keilers e Chang (1992) aplicaram o elemento trilinear em materiais compósitos. Elementos piezoelétrico tridimensional de casca foi utilizado na pesquisa de Kim et al. (1999) para modelar uma estrutura ativa piezelétrica e Tzou e Ye (1996) também desenvolveu um elemento de casca triangular baseando na teoria de cisalhamento de ângulo constante.

Vários tipos de elementos foram desenvolvido em pesquisas com exemplo podemos citar o emprego de um o elemento hexaedro isoparamétrico de oito nós para modelagem de um sistema eletromecânico Tseng (1989), o desenvolvimento de um elemento quadrilátero isoparamétrico derivado da teoria de deformação por cisalhamento para placas laminadas Detwiler et al. (1995) e o desenvolvimento de um programa com a aplicação de um elemento elemento trilinear de oito nós em estruturas com elementos piezelétricos incorporados.

Lima, 2013, na sua dissertação de mestrado apresenta o estudo de novas configurações de transdutores de deformação baseados em sensores piezoelétricos, operando sob diferentes solicitações mecânicas (tração, compressão e cisalhamento). Para isto, foram realizadas algumas análises numéricas de sensores piezoelétricos e de transdutores a base de sensores piezoelétricos pelo método dos elementos finitos, com auxilio do programa comercial ANSYS. Da silva, 2018 na sua monografia final de curso analisa os modos de vibração de uma viga de alumínio, na condição engastada-livre, com material piezoelétrico do tipo PZT-5H empregando o método de elementos finitos. Da rocha, 2004, implementa em ambiente MATLAB para modelagem, através do Método dos Elementos Finitos, de estruturas dos tipos vigas e placas com materiais piezelétricos incorporados. Barbosa, 2018.

[Balamurugan](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168874X00000706#!) &[.Narayanan](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168874X00000706#!), 2001, considera a mecânica para a análise acoplada de placas piezolaminadas e estruturas de casca curvilínea piezolaminada e seu desempenho no controle de vibração. É considerada uma estrutura de placa / casca com camadas piezocerâmicas de PZT finas incorporadas nas superfícies superior e inferior para atuar como sensor e atuador distribuídos. Piefort & Preumont 2000 desenvolvem elementos piezoelétricos finitos com base em elementos de casca.

AQUI PROCURE MAIS PAPER NO LINK

<https://scholar.google.com.br/scholar?q=finite+elements+in+smart+piezoelectric+structures&hl=pt-BR&as_sdt=0&as_vis=1&oi=scholart>

LEIA O ABSTRAT E VELA O QUE O AUTOR ESTA PROPONDO E COLOQUE NO SEU TRABALHO. Procure os trabalhos mais recentes.

Não esqueça das referencias. Estou te enviando uns arquivos onde tirei como exemplo algumas dissertações e monografias, coloque na referência..

Para o presente trabalho, foi proposto unificar ambos os temas citados, buscando desenvolver um código matemático capaz de analisar por elementos finitos os movimentos oscilatórios em vigas submetidas a forçamento harmônico, levando em consideração a ação de absorvedores dinâmicos de vibração e, principalmente, a ação de chapas piezoelétricas. Além disso, pretende-se comparar os resultados obtidos a vigas sem os componentes supracitados. Por fim, serão feitos programas adicionais em linguagem de programação C com rotinas específicas para dar continuidade à pesquisa desenvolvida pelo professor orientador deste trabalho.

Por se tratar de uma pesquisa que será continuada pelo professor orientador junto a outros alunos, o programa, que realizará os cálculos supracitados, seguirá o padrão API REST, que é uma interface que fornece dados em um formato padronizado baseado em requisições HTTP, e o padrão SOLID, relacionada a programação orientada a objetos, que estabelece alguns princípios para tornar o código mais limpo, simples e ter manutenibilidade.

LI até aqui, vou trabalhar no restante e te envio.

ANÁLISE DE CORPO RÍGIDO

A fim de iniciar os estudos sobre vibrações, buscou-se, analisar modelos simples envolvendo um conjunto massa-mola/amortecedor com um grau de liberdade e outro com dois graus de liberdade excitados harmonicamente, variando o coeficiente de amortecimento, para se obter vibrações livres harmônicas, subamortecidas, criticamente amortecidas e superamortecidas. Para as soluções numéricas foram escolhidos o método Runge Kutta de Quarta Ordem, que consiste em um método iterativo para resolver equações diferenciais com problemas de valor inicial, pois os exemplos atuais se enquadram neste caso, em que foi considerado o deslocamento e a velocidade iniciais iguais a zero. O algoritmo base utilizado para este método está descrito no Apêndice 1.

Para esta tarefa, primeiramente, será analisado o diagrama de corpo livre para cada caso, seguindo as diretrizes da segunda lei de Newton, para obter a equação diferencial de movimento que servirá de input para o modelo matemático.

MODELO COM UM GRAU DE LIBERDADE

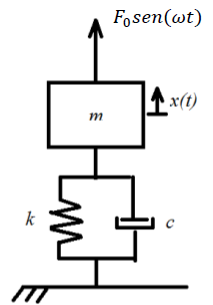


Imagem XX – Modelo massa-mola/amortecedor com um grau de liberdade

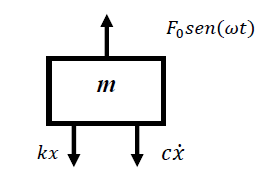


Imagem XX – Diagrama de corpo livre para modelo massa-mola/amortecedor com um grau de liberdade

De acordo com a segunda lei de Newton e assumindo o sentido positivo para cima, temos que:

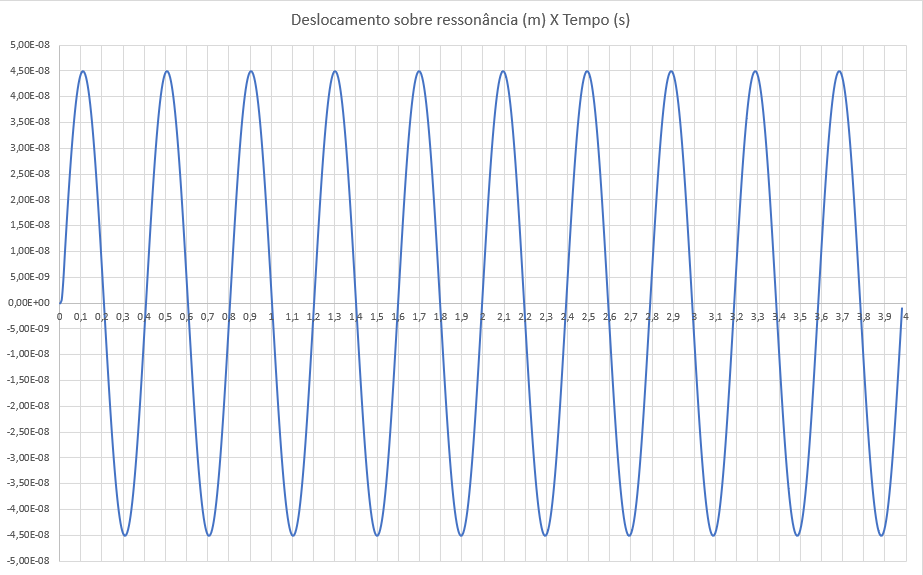
Vale salientar que a aceleração, representada por a, pode ser reescrita como a segunda derivada do deslocamento, que neste caso é expressado por x.

Portanto, a equação YY pode ser reescrita conforme abaixo e será possível obter a equação diferencial de movimento para um conjunto massa-mola/amortecedor com um grau de liberdade.

Já que esta é uma equação diferencial de segunda ordem, pretende-se converter essa equação em um sistema para facilitar a utilização do método numérico supracitado. Vale ressaltar que as mudanças a serem feitas serão baseadas nas relações bases entre deslocamento, velocidade e aceleração.

Isolando a derivada da velocidade para adequar-se ao padrão:

RESULTADOS



Onde estão as equações ?

MODELO COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE

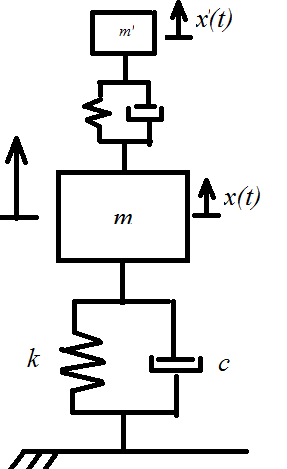


Imagem XX – Modelo massa-mola/amortecedor com dois graus de liberdade

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo é apresentado o objetivo principal da pesquisa: análise por elementos finitos de vigas com e sem chapas piezoelétricas sob excitação harmônica. Será utilizado a equação diferencial de movimento na forma matricial usado juntamente ao método de integração numérica de Newmark. Vale ressaltar que outros métodos numéricos também foram implementados no código, permitindo que este seja escolhido no corpo da requisição HTTP.

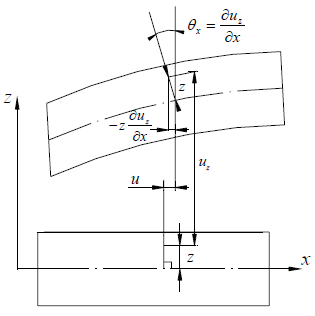
Modelo de viga

No capítulo anterior foi analisado o comportamento oscilatório para massas pontuais ou discretas, que não leva em consideração as dimensões do corpo, assumindo-se que suas medidas são aproximadamente iguais ao longo dos eixos e suas massas estão concentradas em seu centro de massa. Vale salientar que esta abordagem, por não considerar os parâmetros mencionados, apresenta limitações e os resultados obtidos podem apresentar grande disparidade com os valores reais.

Para contornar a dificuldade citada acima, foi utilizado o método dos elementos finitos, que consiste em dividir o corpo a ser analisado em pequenos elementos com dimensões finitas

Matrizes

Equação de viga de Euler-Bernoulli



Designa-se por Euler-Bernoulli a formulação do elemento finito de viga em que se considera que as secções se mantêm planas e normais ao eixo da barra após a deformação. Deste modo não é considerada a deformação devida ao corte.



Colocar uma figura parecida com esta para explicar osnós nos elementos

Expressando o deslocamento e o potencial elétrico em termos das variáveis nodais, tem-se

Sendo as direções positivas de

Para elementos de viga Euler-Bernoulli, uma função de interpolação comumente usada

Assim, diferenciando o deslocamento em um ponto qualquer, em função de , tem-se:

onde

De acordo Da Rocha 2004, tem-se que as matrizes de inércia da viga e da olaca piezoelétrica são:

onde:

e

onde:

e

onde:

e

onde

Verificar as contas para essas duas matrizes ??

Me mostra essas contas detalhadas como vc fez para e

**MÉTODO DE NEWMARK**

Utilizando o método de Newmark de equações diferenciais de segunda ordem de sistemas lineares, o qual se baseou no desenvolvimento em série de Taylor, chega-se as Equações de Newmark, [Newmark, 1959]:

= (1)

= (2)

Onde e

A análise será realizada após a aplicação de um carregamento senoidal com amplitude de 5 N e frequência de 30 Hz no centro da viga na posição do nó 3 conforme a Figura 1.

Para a solução do deslocamento, velocidade e aceleração para o tempo tem-se:

(3)

Ondee são as constantes de proporcionalidade com valores ----- e ------ respectivamente.

colocar os valores utilizados

Resolvendo a equação 1 para em termos de e substituindo por na equação 2 obtêm-se as equações para e , cada em termos de do desconhecido deslocamento somente. Estas duas relações para e são substituída na equação 3 para a solução de , depois disto usando as equações 1 e 2, calcula-se e

ALGORITIMO MÉTODO DE INTEGRAÇÃO NEWMARK

A-CÁLCULOS INICIAIS

1. Construir as matrizes de rigidez K, matriz massa M e matriz amortecimento C.
2. Iniciar , e
3. Selecione o e os parâmetros e e calcule as constantes de integração.

1. Construa a matriz de rigidez efetiva , .
2. Triangularize , .

B – PARA CADA PASSO DE TEMPO

1. Calcule os carregamentos efetivos para o tempo .
2. Calcule os deslocamentos para o tempo
3. Calcule as acelerações e as velocidades para o tempo .

Referencia: “A method of Computation for Structural Dinamics” ASCE jornal of Engineering Mechanics Division, Vol 85, pp. 67-94, 1959.

.

Bibliografia

[1] Lopes Jr. V., Pereira, J. A., and Inman, D. J., 2000a, “Structural FRF Acquisition via Electric Impedance Measurement Applied to Damage Location”, in XVIII IMAC – International Modal Analysis Conference, pp. 1549-1555, San Antonio, Texas.

[2] Roy R. Craig, Jr. Structure Dynamics, Na Introdution to Compution Methods.

# Shell finite element for smart piezoelectric composite plate/shell structures and its application to the study of active vibration control

Author links open overlay panel[V.Balamurugan](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168874X00000706" \l "!)[a](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168874X00000706" \l "!)[S.Narayanan](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168874X00000706" \l "!)[b](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0168874X00000706" \l "!)

**Show more**

<https://doi.org/10.1016/S0168-874X(00)00070-6>

Modeling of smart piezoelectric shell structures with finite elements ISMA 25 - Leuven - Belgium -September 2000 V. Piefort & A. Preumont Active Structures Laboratory, Universite Libre de Bruxelles, Belgium ´ e-mail: scmero@ulb.ac.be

# Finite element formulation of smart piezoelectric composite plates coupled with acoustic fluid

Author links open overlay panel[W.Larbi](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822311003023" \l "!)[J.-F.Deü](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822311003023" \l "!)[R.Ohayon](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822311003023" \l "!)

**Show more**

<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2011.08.010>

Apêndice 1 – Algoritmo base para o método numérico Runge Kutta de Quarta Ordem