MÁSTER UNIVERSITARIO EN MATEMÁTICAS AVANZADAS OPTIMIZACIÓN EN ESPACIOS DE BANACH



Prueba de capítulo 0

INSTRUCCIONES. Resuelva los dos ejercicios que se plantean, explicando todos los pasos a seguir hasta llegar a la solución final. Envíe la resolución en un único documento en formato pdf a través del curso virtual, en el apartado "Evaluación continua". Dispone del 16 al 30 de octubre, ambos inclusive, para entregar la prueba.

1. (a) Resuelva gráficamente el siguiente problema de optimización:

Minimizar
$$x_1^2 + x_2^2$$

sujeto a $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0,$
 $x_1x_2 \ge 1$
 $x_1 + x_2 \ge 4$

Indicación: En primer lugar, identifique la función objetivo y el conjunto factible. Para resolver el problema, se recomienda utilizar las *curvas de nivel*.

- (b) Resuelva, ahora, el problema de maximización con la misma función objetivo y el mismo conjunto factible del apartado anterior.
- **2.** Dado el conjunto $M \subset \mathbb{R}^2$ definido por

$$M = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1 \le x_2, x_2 \le -x_1^2 + 2\},\$$

se considera la función de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R} que a cada punto de \mathbb{R}^2 le asocia su distancia al origen, y se trata de obtener los puntos de M cuya distancia al origen es máxima y mínima. Formule el problema de optimización, indicando la función objetivo y el conjunto factible y resuélvalo gráficamente utilizando curvas de nivel.

3. Una persona dispone de 6000 euros para invertir. Se le sugiere invertir en bonos de dos tipos A y B. Los del tipo A tienen más riesgo y dan un interés anual del 10 %, mientras que los del tipo B tienen menos riesgo, pero dan un interés anual del 7 %. Esta persona decide invertir, como máximo, 3500 euros en bonos del tipo A, y 2400 euros, como mínimo, en bonos del tipo B, de forma que la cantidad invertida en bonos de tipo A no sea menor que la invertida en bonos de tipo B. Su objetivo es obtener, con estas restricciones, el máximo interés.

Se pide formular el correspondiente problema de optimización.