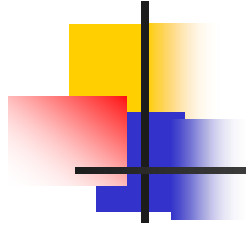


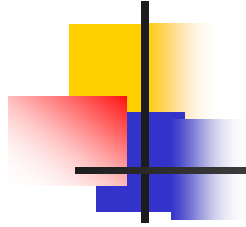
CODAGE/NUMERATION



Numération-codage

PLAN

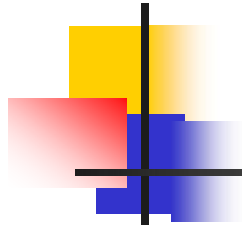
- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- III) Méthodes de conversion
- IV) Code Binaire Naturel
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes



Numération-codage

PLAN

- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- III) Méthodes de conversion
- IV) Code Binaire Naturel
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes



I) Notions de codage / décodage

Ordinateurs : nombres en précision finie et fixe

Exemple : ensemble des entiers positifs à trois chiffres décimaux

$$A = \{000, 001, 002, \dots, 999\}$$

$$\text{Card}(A) = 1000$$

Ne peut représenter :

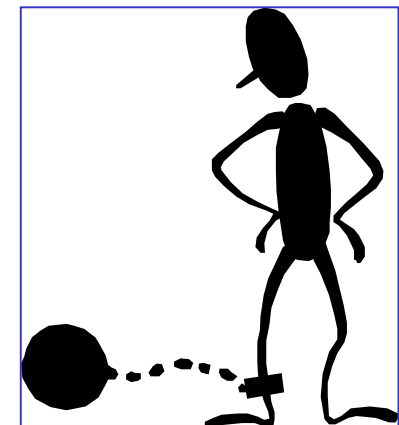
> 999

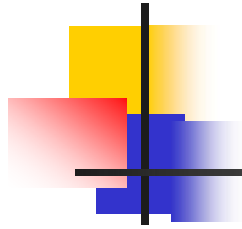
< 0

fractionnaires

irrationnels

complexes





I) Notions de codage / décodage

$$\begin{aligned} \text{Soient } i, j \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad & i + j \in \mathbb{Z} \\ & i - j \in \mathbb{Z} \\ & i * j \in \mathbb{Z} \\ & i / j \notin \mathbb{Z} \text{ en général} \end{aligned}$$

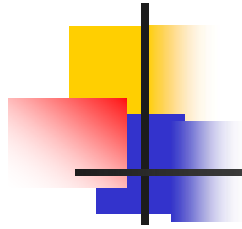
Sur A : $600 + 600 = 1200 \notin A$ (dépassement)

$003 - 005 = -2 \notin A$ (dépassement)

$050 * 050 = 2500 \notin A$ (dépassement)

$007 / 002 = 3,5 \notin A$ (dépassement)

Dépassement = overflow en anglais



I) Notions de codage / décodage

Conséquences sur les ordinateurs

Possibilités de résultats faux en conditions normales de fct.
(pas de panne)

Dans **A** : **$a = 700, b = 400, c = 300$**

$$a + (b - c) = (a + b) - c \quad \text{commutativité}$$

↙

$$700 + 100 = 800$$

↘

$$\text{dépassement } -300 = \text{dépassement}$$



I) Notions de codage / décodage

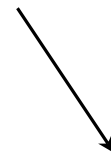
Conséquences sur ordinateurs (suite)

Dans A : $a = 5, b = 210, c = 195$

$$a * (b - c) = a * b - a * c \quad \text{distributivité}$$

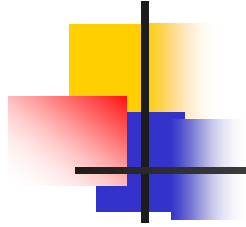


$$5 * 15 = 75$$



$$\text{Overflow} - \text{Overflow} = \text{OverFlow}$$

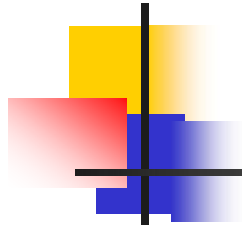
Il faut connaître les méthodes de représentation
pour prévoir les problèmes éventuels



Numération-codage

PLAN

- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- III) Méthodes de conversion
- IV) Code Binaire Naturel
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes



II) Représentation des nombres

Evolution : romaine (invention du zéro), inde, arabe

Principe de numération : Juxtaposition de **symboles**
appelés **chiffres** (caillou en arabe)

Système décimal : dix symboles {0,1,2, ...,9}

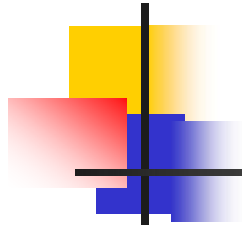
Nombre de symbole = Base de numération

Ecriture d'un nombre : position du chiffre détermine son poids

NUMERATION DE POSITION

$$1578 = 1.10^3 + 5.10^2 + 7.10^1 + 8.10^0$$

(en europe : 970 Gesbert d'Aurillac devenu en 999 Sylvestre II, relayé en 1202 par Fibonnacci)



II) Représentation des nombres

Généralisation

Base b associée à b symboles $\{S_0, S_1, S_2, \dots, S_{b-1}\}$

N s'écrit $(a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0, a_{-1} \dots a_{-m})$ (dépend de la base)

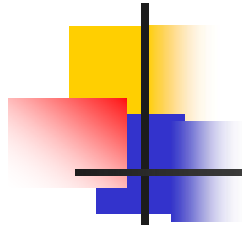
avec a_i dans $\{S_0, S_1, S_2, \dots, S_{b-1}\}$

$$\text{Valeur de } N = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + a_0 \cdot b^0 + a_{-1} \cdot b^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot b^{-m}$$

$$= \sum_{-m}^n a_i \cdot b^i$$

Forme polynomiale

La valeur est indépendante
de la base



II) Représentation des nombres

Définitions

$$N = (a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0 , a_{-1} \dots a_{-m})_b$$

a_i chiffre de rang i (ou digit)

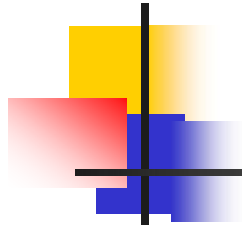
b^i poids associé à a_i

a_n chiffre le plus significatif (ou de poids fort) MSD

a_{-m} chiffre le moins significatif LSD

$(a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0)$ partie entière

$(a_{-1} \dots a_{-m})$ partie fractionnaire (<1)



II) Représentation des nombres

Systemes utilisés

Base 2 (ou binaire) $\{0,1\}$ digit = élément binaire ou eb
binary digit ou bit

la plus utilisée : MSB, LSB 00110101 = octet
1101 = quartet

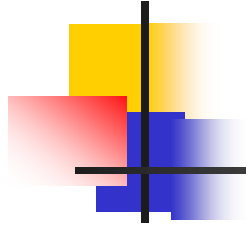
Base 10 (ou décimal)

celle de l'école primaire ou de tous les jours

Base 8 (ou octal) $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

Base 16 (ou hexadécimal) $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\}$

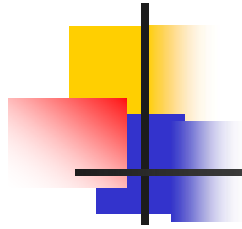
raccourci d'écriture de la base 2



Numération-codage

PLAN

- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- **III) Méthodes de conversion**
- IV) Code Binaire Naturel
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes

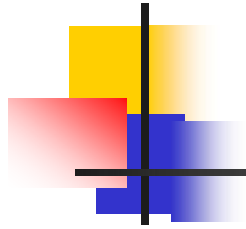


III) Méthodes de conversion

Problème : exprimer le même nombre dans des bases différentes

Sous problèmes :

- de b^m vers b
- de b vers b^m
- de b vers 10
- de 10 vers b
- de i vers j



Numération-codage

PLAN

- III) Méthodes de conversion
 - III-1) Conversion : de 2^m vers 2 / 2 vers 2^m
 - III-2) Conversion de B vers 10
 - III-3) Conversion de 10 vers B
 - III-4) Conversion de i vers j
 - III-5) Représentation binaire



III-1) Conversion : de 2^m vers 2 / 2 vers 2^m

2^m vers 2 : expansion d'un digit en m bits

2 vers 2^m : regroupement de bits par paquets de m

$$\begin{aligned} N &= a_7.2^7 + a_6.2^6 + a_5.2^5 + a_4.2^4 + a_3.2^3 + a_2.2^2 + a_1.2^1 + a_0.2^0 \\ &= (a_7.2^3 + a_6.2^2 + a_5.2^1 + a_4.2^0).2^4 + (a_3.2^3 + a_2.2^2 + a_1.2^1 + a_0.2^0) \\ &= (a_7.2^3 + a_6.2^2 + a_5.2^1 + a_4.2^0).16^1 + (a_3.2^3 + a_2.2^2 + a_1.2^1 + a_0.2^0).16^0 \end{aligned}$$

$$N = b_1.16^1 + b_0.16^0$$

$$0 \leq a_3.2^3 + a_2.2^2 + a_1.2^1 + a_0.2^0 \leq 15$$





III-2) Conversion base B vers base 10

Application de la forme polynomiale

$$\text{Valeur de } N = a_n \cdot b^n + a_{n-1} \cdot b^{n-1} + \dots + a_0 \cdot b^0 + a_{-1} \cdot b^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot b^{-m}$$

$$= \sum_{-m}^n a_i \cdot b^i$$

$$\text{si } B = 2 \quad (10001101)_2 = 2^7 + 2^3 + 2^2 + 1 = (141)_{10}$$

$$\text{si } B = 16 \quad (FF)_h = 15 \cdot 16 + 15 = (255)_{10}$$



III-3) Conversion base 10 vers base B

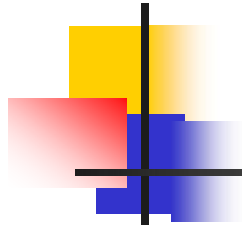
Première méthode : soustraction

$(363)_{10}$ en base 2 ?

Recherche de la puissance 2 juste supérieure = $2^9 = 512$

$363 - 2^8 = 107$	1	MSB
2^7 trop grand	0	
$107 - 2^6 = 43$	1	
$43 - 2^5 = 11$	1	
2^4 trop grand	0	
$11 - 2^3 = 3$	1	
2^2 trop grand	0	
$3 - 2^1 = 1$	1	
1	1	LSB

$$(363)_{10} = (101101011)_2$$



III-3) Conversion base 10 vers base B

Cette méthode est applicable pour toute les bases

Autre exemple : $(363)_{10}$ en base 16 ?

$$363 < 16^3 = 4096$$

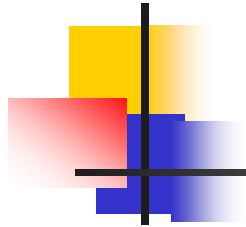
$$363 = 1.16^2 + 107 \quad 1$$

$$107 = 6.16^1 + 11 \quad 6$$

$$11 = B.16^0 \quad B$$

$$(363)_{10} = (16B)_{16}$$

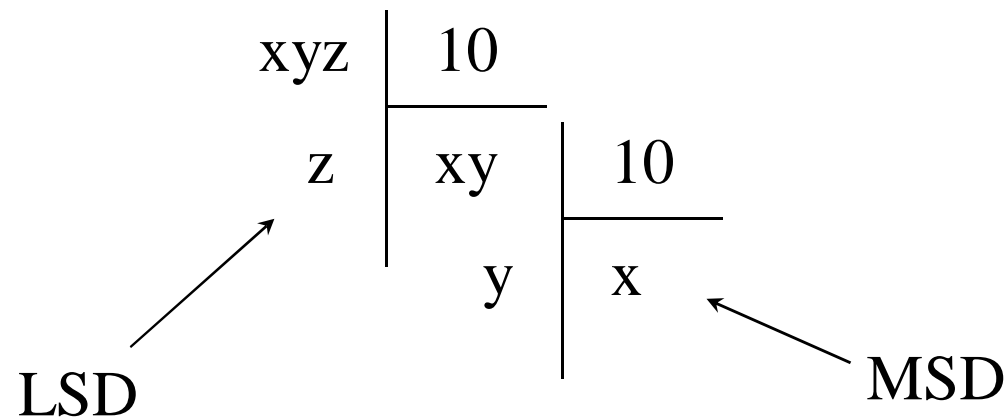
inconvénient de cette méthode : il faut connaître les puissances

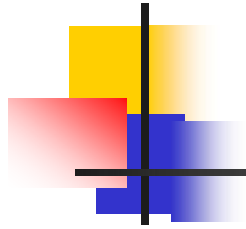


III-3) Conversion base 10 vers base B

deuxième méthode : division / multiplication

Principe : En base 10 $xyz = xy * 10 + z$





III-4) Conversion base i vers base j

si $I = B^m$ et $J = B^n$

B^m vers B puis B vers B^n

sinon

I vers 10 puis 10 vers J

Exemple : $(77)_8 = (11\ 1111)_2 = (3F)_h$



III-5) Représentation binaire

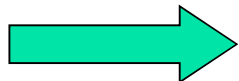
Définitions :	format	nb de bit de utilisés
	convention	protocole de codage
	dynamique	différence entre le max et le min
	résolution	différence entre deux consécutifs

Exemple :

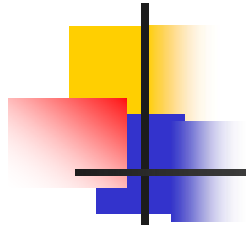
- format 8 bits
- convention entiers positifs
- dynamique 2^8
- résolution 1 (constante sur la dynamique)

$$(255)_{10} = (1111\ 1111)_2$$

$$(1)_{10} = (0000\ 0001)_2$$



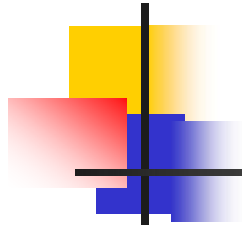
Code Binaire Naturel



Numération-codage

PLAN

- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- III) Méthodes de conversion
- **IV) Code Binaire Naturel**
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes



IV) Code Binaire Naturel (CBN)

- CBN => codage des entiers positifs
- Avec N bits, on code les entiers positifs de 0 à $2^N - 1$

Exemple : avec N=8, on code de 0 à $2^8-1=255$

- On démontre

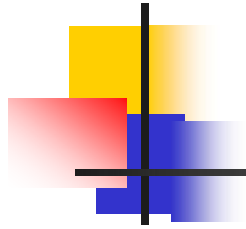
$$\forall n \geq 1 \quad 2^n - 1 = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i$$

- LSB => Bit de parité (à démontrer)

- Opérations en base 2 avec un CBN (+, -, *, /)

LSB=1 => impair

LSB=0 => pair



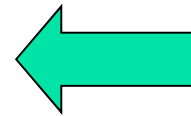
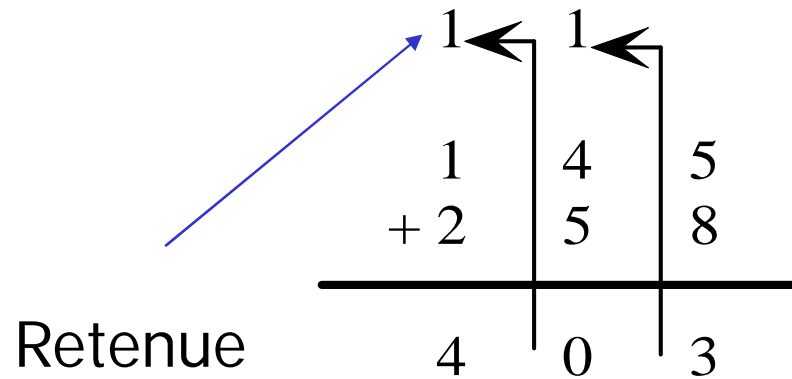
Numération-codage

PLAN

- IV) Code Binaire Naturel
 - IV-1) Addition
 - IV-2) Soustraction
 - IV-3) Multiplication
 - IV-4) Division

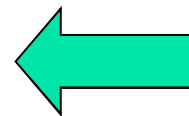
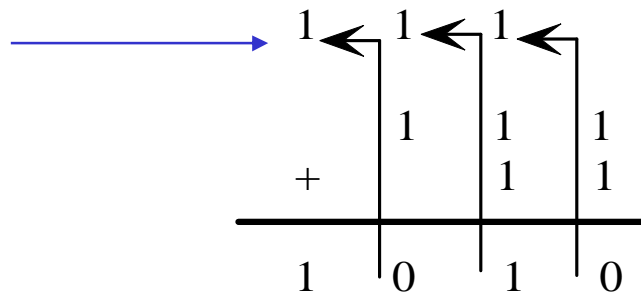
IV-1) Addition

En CBN, le principe est le même qu'en base 10



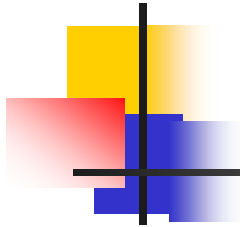
Base 10

Retenue
(Carry)



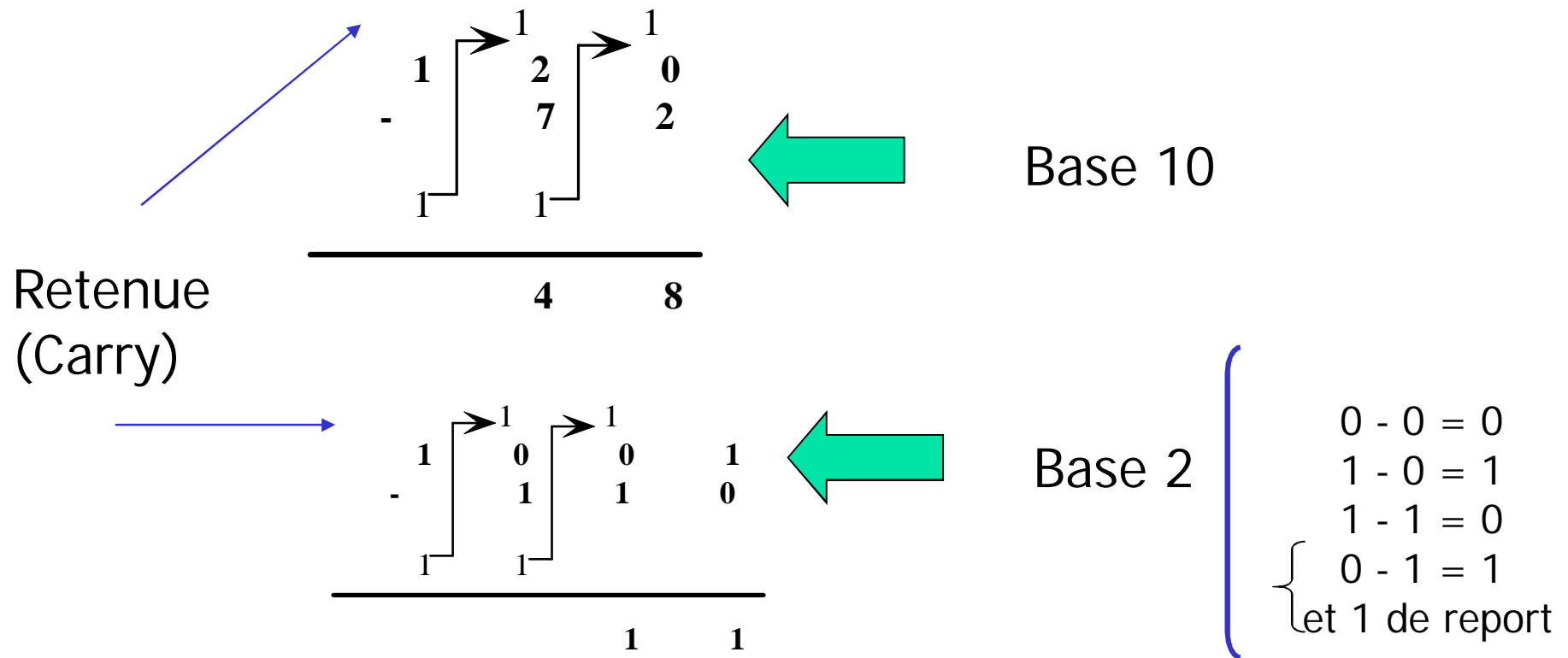
Base 2

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 + 0 = 0 \\ 0 + 1 = 1 \\ 1 + 0 = 1 \\ 1 + 1 = 10 \end{array} \right.$$



IV-2) Soustraction

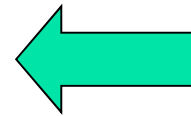
En CBN, le principe est le même qu'en base 10



IV-3) Multiplication

En CBN, le principe est le même qu'en base 10

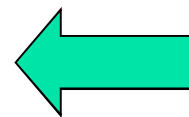
$$\begin{array}{r}
 3 5 \\
 1 2 \\
 \hline
 7 0 \\
 + 3 5 \\
 \hline
 4 2 0
 \end{array}$$



Base 10

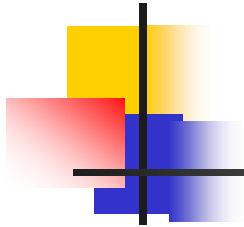
Retenue
(Carry)

$$\begin{array}{r}
 1 0 1 \\
 1 0 1 \\
 \hline
 1 \\
 1 0 1 \\
 0 0 0 . \\
 1 0 1 \\
 \hline
 1 1 0 0 1
 \end{array}$$



Base 2

$$\left[\begin{array}{l}
 0 * 0 = 0 \\
 1 * 0 = 0 \\
 0 * 1 = 0 \\
 1 * 1 = 1
 \end{array} \right.$$



IV-4) Division

En CBN, le principe est le même qu'en base 10

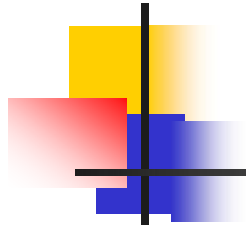
$$\begin{array}{r} 10010 \\ - 0 \\ \hline 100 \\ - 11 \\ \hline 11 \\ - 11 \\ \hline 00 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \hline 0110 \end{array}$$

Reste

$$\begin{array}{r} 156 \\ - 13 \\ \hline 26 \\ - 26 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ \hline 12 \end{array}$$

← Base 10

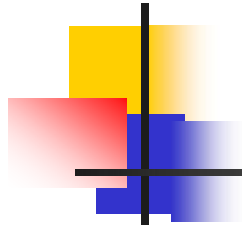
← Base 2



Numération-codage

PLAN

- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- III) Méthodes de conversion
- IV) Code Binaire Naturel
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes

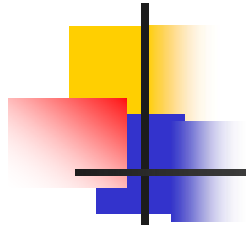


V) Nombres Binaires Signés

- CBN => codage des entiers positifs
- Il est nécessaire de pouvoir coder les entiers relatifs

Exemple : une commande -5V +5V

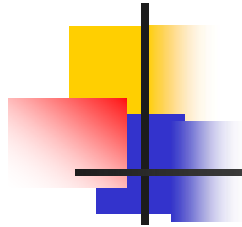
- Il existe différentes solutions (avantages et inconvénients)
 - * Bit de Signe
 - * Complément à 1
 - * Complément à 2



Numération-codage

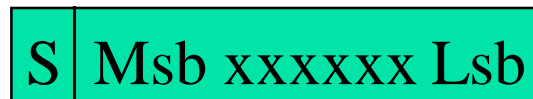
PLAN

- V) Nombre Binaires Signés
 - V-1) Bit de signe
 - V-2) Complément à 1
 - V-3) Complément à 2



V-1) Bit de signe

Sur n bits on garde 1 bit pour indiquer le signe



Signe Module (positif)

1 bit n-1 bits

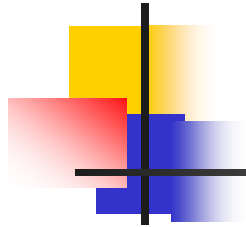
Convention :

S=0 pour positif

S=1 pour négatif

Dynamique : $-(2^{n-1}-1)$ à $(2^{n-1}-1)$

Exemple sur 8 bits : $-22 = (1\ 0010110)_{2,S+M}$



V-1) Bit de signe

Avantages :

- Multiplications faciles

$$N1 * N2$$

$$\text{Abs}(N1) * \text{Abs}(N2)$$

$$S = S1 \text{ xor } S2$$

Inconvénients :

- Deux représentations du zéro

Sur 4 bits $+0 = 0000$, $-0 = 1000$

- Additions moins simples



V-2) Complément à 1

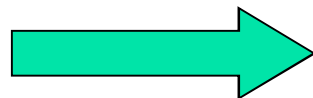
- Complément réduit

$$\text{Notation : CR}(X) = \overline{X}$$

- Définition : Complément chiffre à chiffre

$(xyz)_b$ donne $(x'y'z')_b$ tel que $x+x'=y+y'=z+z'=b-1$

BASE



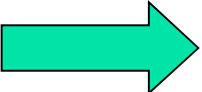
En binaire 00110 donne 11001
et $00110 + 11001 = 11111$

Inconvénients :

- le chiffre 0 est codé 2 fois
- les additions binaires ne sont pas directes



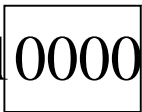
V-2) Complément à 1

- Soit $(X)_b$ codé sur n digits  On a $X + CR(X) = b^n - 1$

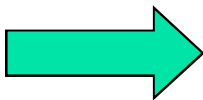
Dans le format considéré $2^n = 0$

Partie interprétée

sur 4 bits : $2^4 = 10000 = 0$



d'où : $CR(X) + 1 = -X$



Complément à 2



V-3) Complément à 2 (complément vrai)

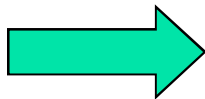
Définition : N^* complément vrai de N sur n chiffres en base B

$$N^* = B^n - N = -N \quad (\text{rappel : } B^n = 0 \text{ sur } n \text{ chiffres})$$

Calcul de l'opposé (sur n bits) :

$$N^* = (-N) = 2^n - N = [2^n - 1] - N + 1$$

$$= [N + \text{CR}(N)] - N + 1 = \text{CR}(N) + 1$$



$$N^* = \text{CR}(N) + 1 = \text{CV}(N)$$



V-3) Complément à 2 (complément vrai)

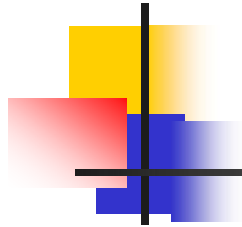
Sur 4 bits :

		-8	1000
7	0111	-7	1001
6	0110	-6	1010
...			
0	0000	-0	0000

Remarques : le bit de poids fort = signe (0:positif, 1:négatif)
poids du bit de signe = $-(2^{n-1})$
0 n'a qu'une représentation

exemple: sur 8 bits signés: $(11110000)_2 = -128 + 64 + 32 + 16$
 $= (-16)_{10}$

$$C1 + 1 = (00001111)_2 + 1 = (16)_{10}$$



V-3) Complément à 2 (complément vrai)

Dynamique sur n bits : $-(2^{n-1})$ à $(2^{n-1}-1)$

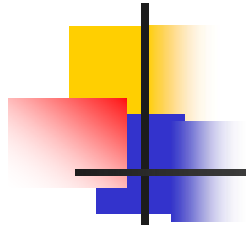
Avantages : additions directes en binaire sans tenir compte de la retenue

Exemple 1: $4 + (-3)$

$$\begin{array}{r} \\ + \\ \hline \underline{1} \end{array}$$

Exemple 2: $4 + (-5)$

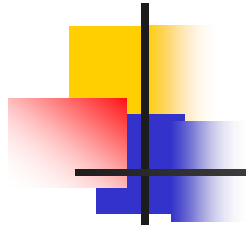
$$\begin{array}{r} \\ + \\ \hline \underline{0} \end{array}$$



V-3) Complément à 2

Nombres signés : comparaison (sur 4 bits)

N_{10}	N_2	$-N_{S+M}$	$-N_{2,CR}$	$-N_{2*}$
0	0000	1000	1111	0000
1	0001	1001	1110	1111
2	0010	1010	1101	1110
3	0011	1011	1100	1101
4	0100	1100	1011	1100
5	0101	1101	1010	1011
6	0110	1110	1001	1010
7	0111	1111	1000	1001
8	1000	(1000)



V-3) Complément à 2

Propriétés

- pas de gestion de retenue intermédiaire
- détection simple d'overflow (dépassement de capacité)

sur 4 bits : (-8 à +7)

3	0011
+ 6	0110

= 9	=	1001
(-7) !		↑
		hors format

$X + (-Y) = N$ avec $X > N > -Y$

$4 + 5 = 9$ (of) $0100 + 0101 = 1001$

$-4 - 5 = -9$ (of) $1100 + 1011 = 0111$

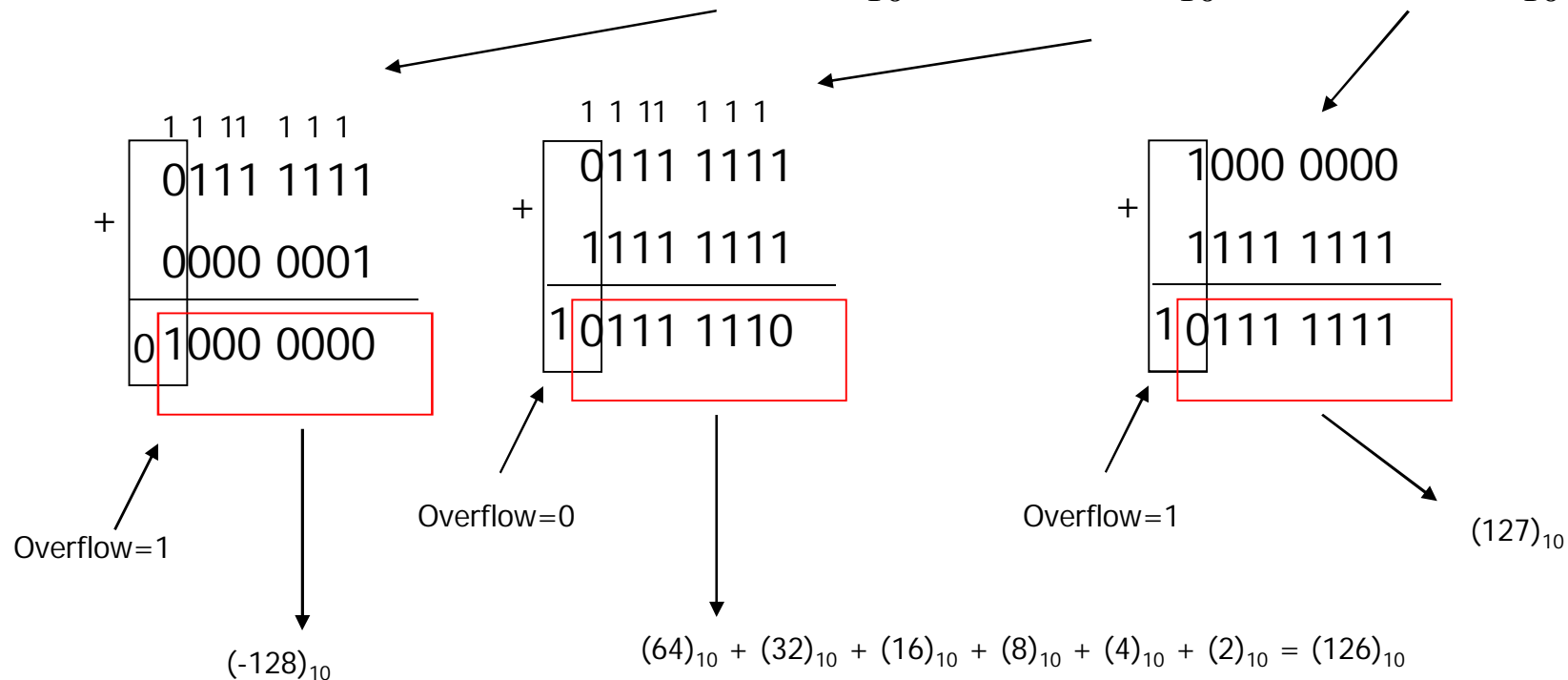
Indicateur d'overflow :
(dans les microprocesseurs)

$OF = S_a \text{ xor } S_b \text{ xor } S_r \text{ xor } \text{Carry}_r$

V-3) Complément à 2

exemples

- Sur 8 bits signés : $(127)_{10}+1$ et $(127)_{10}-1$ et $(-128)_{10}-1$



V-3) Complément à 2

Exemple (suite et fin)

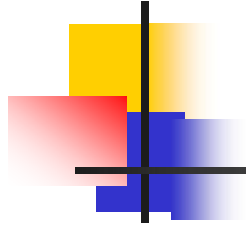
- Sur 8 bits signés : $(-127)_{10} - 1$



$$\begin{array}{r} 1111111 \\ + \quad 10000001 \\ \hline 11111111 \\ \hline 110000000 \end{array}$$

Overflow=0

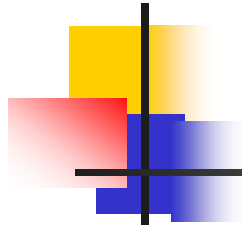
$(-128)_{10}$



Numération-codage

PLAN

- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- III) Méthodes de conversion
- IV) Code Binaire Naturel
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes



VI) Codage des nombres flottants

Dans un ordinateur : nombre sous format déterminé
(entier, virgule fixe, virgule flottante ...)



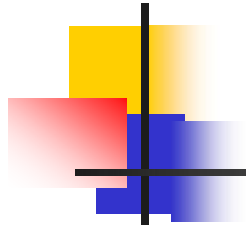
TOUT EST QUESTION DE CONVENTION

A quoi est associé 1101100011100110 ?

nombre entier 2^* , Caractère ASCII, pixel d'une image,
nombre fractionnaire ... ?

↓
Virgule fixe

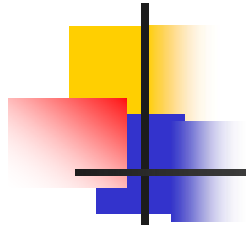
↘ Virgule flottante



Numération-codage

PLAN

- VI) Codage des Nombres Flottants
 - VI-1) Virgule fixe
 - VI-2) Virgule flottante



VI-1) Virgule fixe

Par convention on place la virgule quelque part et on interprète

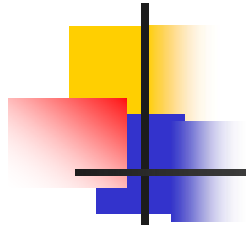
2^{n-1} 2^0 avant de placer la virgule

MSB xxxxxx , xxxx LSB

2^{n-1-k} $2^0, 2^{-1}$ 2^{-k} avec la virgule au rang k

Dynamique : 2^{n-1-k}

Résolution : $2^{-k} \neq 0$



VI-1) Virgule fixe

avantage

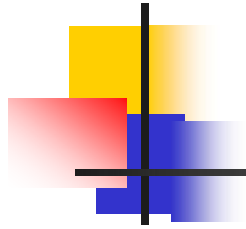
Bon format pour l'addition :

$$\begin{array}{r} 12,32 \\ + 23,45 \\ \hline = 35,77 \end{array} \text{ La virgule reste fixe}$$

inconvenient

Mauvais format pour la multiplication :

$$\begin{array}{r} 13,4 \\ * 10,1 \\ \hline = 135,34 \end{array} \begin{array}{l} \text{dépassement à gauche (overflow)} \\ \text{dépassement à droite (arrondi)} \end{array}$$



VI-1) Virgule fixe

solution

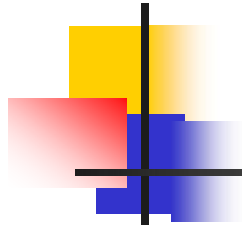
Problèmes réglés si les nombres sont inférieurs à 1 :

$$\begin{array}{r} 0,87 \\ * 0,74 \\ \hline = 0,6438 \end{array}$$

- On place la virgule toujours à gauche
- On utilise un autre groupe de bit pour connaître la position de la virgule



Format virgule flottante



VI-2) Virgule flottante

$$N = M.b^E$$

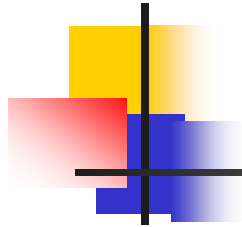
M = mantisse en 2* de forme 0,xxx
 b = base de l'exponentiation (2)
 E = exposant en binaire signé (C2)

On stocke la chaîne de bit **ME** dans le calculateur

Exemple : codage de PI sur 5 chiffres de mantisse
et 2 chiffres d'exposant (en décimal)

$$\hookrightarrow 0,3141.10^1 = 0,0003.10^4 \quad !!! \text{ PI} \times 10000 = 3$$

On dit qu'un flottant est normalisé quand le premier chiffre significatif est juste derrière la virgule (précision maximum)



VI-2) Virgule flottante

Calcul et stockage

Multiplication : $M_1.b^{E_1} * M_2.b^{E_2} = M_1.M_2.b^{(E_1+E_2)}$

dénormalisation du plus petit nombre (vers la droite)

Addition : $M_1.b^{E_1} + M_2.b^{E_2} = M_1.b^{(E_1-E_2)}.b^{E_2} + M_2.b^{E_2}$

$$= (M_1.b^{(E_1-E_2)} + M_2).b^{E_2}$$

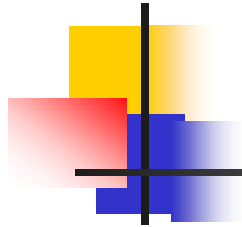
puis renormalisation

Si $E_2 > E_1$

il faut comparer facilement

⇒ Exposant codé en binaire décalé





VI-2) Virgule flottante

Une possibilité parmi d'autres

- 1) Codage du nombre positif (partie entière puis partie décimale)
- 2) Fusion des 2 parties et décalage de la virgule devant le 1^{er} chiffre significatif
- 3) Codage de la Mantisse et de l'Exposant (complément à 2)
- 4) Codage en C2 de la Mantisse si le nombre initial est négatif

exemple : $(-6.625)_{10}$ sur 12 bits dont 4 pour l'exposant

Nombre positif : 6.625

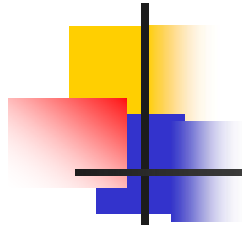
Partie entière 6 \rightarrow 110

Partie décimale 0.625 \rightarrow 0.101 (multiplications successives)

Fusion et décalage \rightarrow 110.101 = 0.110101 * 2^3

Codage \rightarrow 0/1101010 0/011

Traitement de la négation \rightarrow 1/0010110 0/011



VI-2) Virgule flottante

Norme internationale : IEEE 754 flottant sur 32 bits

b_{31}	b_0
signe	mantisse, exposant,	mantisse
1 bit	8 bit	23 bits

Le bit de signe est 1 pour négatif et 0 pour positif

La mantisse vaut toujours 1,xxxx et on ne stocke que xxxx

L'exposant est en excédent 127

La valeur 0 correspond à des 0 partout (en fait $1,0.2^{-127}$)

exemple : 1 10000011 11000000000000000000000000000000 = $-1,75.2^4 = -28$

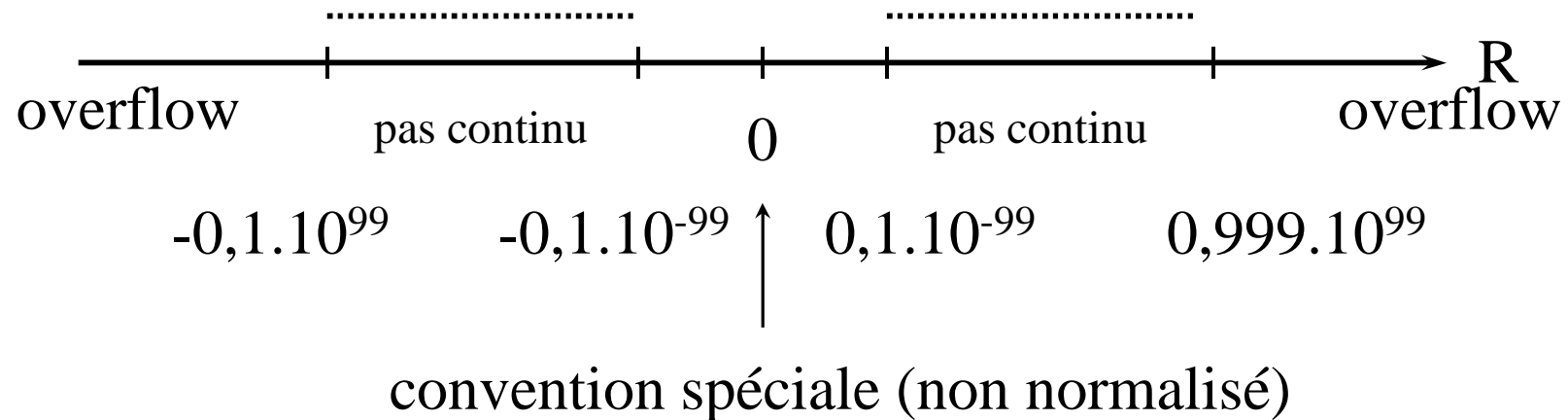
0 01111111 00000000000000000000000000000000 = $1,0.2^0 = 1$



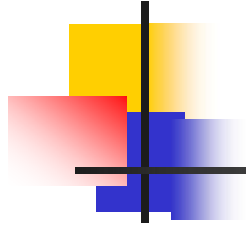
VI-2) Virgule flottante

Attention aux résultats !

Exemple : (en base 10) Mantisse 3 chiffres $0,999 \geq |M| \geq 0,1$
Exposant 2 chiffres -99 à 99



ON NE MANIPULE JAMAIS L'ENSEMBLE DES REELS



Numération-codage

PLAN

- I) Notions de codage-décodage
- II) Représentation des nombres
- III) Méthodes de conversion
- IV) Code Binaire Naturel
- V) Nombres Binaires Signés
- VI) Codage des nombres flottants
- VII) Autres codes



VII) Autres codes

Dans un ordinateur : nombre sous format déterminé
(entier, virgule fixe, virgule flottante ...)

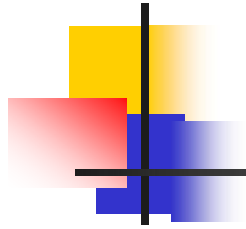


TOUT EST QUESTION DE CONVENTION

A quoi est associé 1101100011100110 ?

nombre entier, négatif, Caractère ASCII, pixel d'une image,
nombre fractionnaire ... ?

- Code Binaire Réfléchi
- Code BCD
- Code ASCII



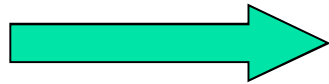
Numération-codage

PLAN

- VII) Autres codes
 - VII-1) Code Binaire Réfléchi
 - VII-2) Code BCD
 - VII-3) Code ASCII



VII-1) Code Binaire Réfléchi (code GRAY)



Un seul bit de modifié à la fois

(01,10)

(0011,1100)

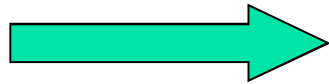
(00001111, ...)

...

Intérêt : simplification
d'équations logiques

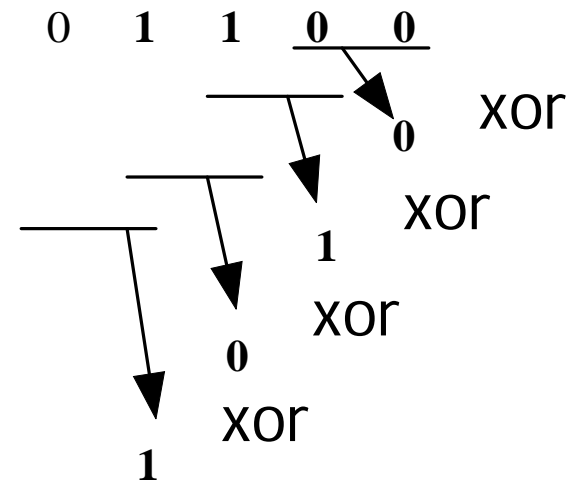
Base 10	Base 2	Code Gray
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

VII-1) Code Binaire Réfléchi (code GRAY)



Base 10	Base 2 ($b_3b_2b_1b_0$)	Gray ($r_3r_2r_1r_0$)
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

Autre technique

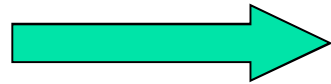


$$Nr = Nb \text{ xor } (Nb/2)$$

(on le démontrera)



VII-2) Code BCD



Binary Coded Decimal

Les chiffres de 0 à 9 sont codés sur 4 bits (quartet)

Exemple : $(127)_{10} = (0001\ 0010\ 0111)_{BCD}$

avantages

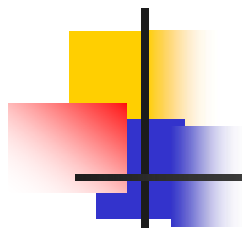
Afficheurs, facilité de conversion en ASCII

inconvénient

Opérations plus complexes (rajouter 6 pour le +)

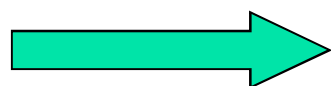
Exemple : $(9 + 6 = 15)_{10}$ mais l'utilisation de l'addition binaire donne $(1001 + 0110 = 1111)_2$

$(1111 + 0110 = 0001\ 0101)_2$ ce qui est bien égal au nombre BCD recherché.



VII-3) Code ASCII

Code ASCII 7 bits :



Codage des caractères alpha-numériques

Car	Dec	Hex	Car	Dec	Hex
Nul	0	0	SP	32	20
SOH	1	1	!	33	21
STX	2	2	"	34	22
ETX	3	3	#	35	23
EOT	4	4	\$	36	24
ENQ	5	5	%	37	25
ACK	6	6	&	38	26
BEL	7	7	'	39	27
BS	8	8	(40	28
HT	9	9)	41	29
LF	10	A	*	42	2A
VT	11	B	+	43	2B
FF	12	C	,	44	2C
CR	13	D	-	45	2D
SO	14	E	.	46	2E

SI	15	F	/	47	2F
DLE	16	10	0	48	30
DC1	17	11	1	49	31
DC2	18	12	2	50	32
DC3	19	13	3	51	33
DC4	20	14	4	52	34
NAK	21	15	5	53	35
SYN	22	16	6	54	36
ETB	23	17	7	55	37
CAN	24	18	8	56	38
EM	25	19	9	57	39
SUB	26	1A	:	58	3A
ESC	27	1B	;	59	3B
FS	28	1C	<	60	3C
GS	29	1D	=	61	3D
RS	30	1E	>	62	3E
US	31	1F	?	63	3F

Car	Dec	Hex	Car	Dec	Hex
@	64	40	`	96	60
A	65	41	a	97	61
B	66	42	b	98	62
C	67	43	c	99	63
D	68	44	d	100	64
E	69	45	e	101	65
F	70	46	f	102	66
G	71	47	g	103	67
H	72	48	h	104	68
I	73	49	i	105	69
J	74	4A	j	106	6A
K	75	4B	k	107	6B
L	76	4C	l	108	6C
M	77	4D	m	109	6D

N	78	4E	n	110	6E
O	79	4F	o	111	6F
P	80	50	p	112	70
Q	81	51	q	113	71
R	82	52	r	114	72
S	83	53	s	115	73
T	84	54	t	116	74
U	85	55	u	117	75
V	86	56	v	118	76
W	87	57	w	119	77
X	88	58	x	120	78
Y	89	59	y	121	79
Z	90	5A	z	122	7A
[91	5B	{	123	7B
\	92	5C		124	7C
]	93	5D	}	125	7D
^	94	5E	~	126	7E
_	95	5F	Del	127	7F



VII-3) Code ASCII

Caractéristiques particulières :

De 00H à 1FH : codes de contrôle et de formatage.

Exemples :

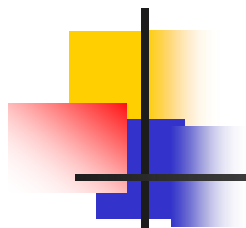
ACK :	acknowledge
BS :	Backspace
HT :	Horizontal tabulation
LF :	Line Feed
VT :	Vertical Tabulation
FF :	Form Feed
CR :	Carriage Return
ESC :	Escape

De 30H à 39H : codage des chiffres : La conversion d'un quartet BCD (valeur de 0 à 9) en code ASCII est directe et se réalise par addition de la valeur $(30)_{16}$.

L'ensemble des lettres majuscules commence au code $(41)_{16}$ pour la lettre A et suit ensuite l'ordre alphabétique.

Pour les minuscules, la lettre 'a' commence au code $(61)_{16}$.

La transformation des lettres majuscules en minuscules se fait directement en mettant à 1 le bit 5, respectivement à 0 pour la conversion inverse.



FAN