Rozkład Poissona

Prawdopodobieństwo otrzymania k zdarzeń w określonym czasie, jeśli średnio te zdarzenia zachodzą z określona częstotliwością λ i zdarzenia są niezależne od siebie. Np. średnia liczba autobusów na przystanku w ciągu 2 minut to λ, wtedy losowa liczba autobusów na przystanku w czasie 2min to x (naturalne)

$P(k)= (\lambda^x e^{-\lambda})/x!$

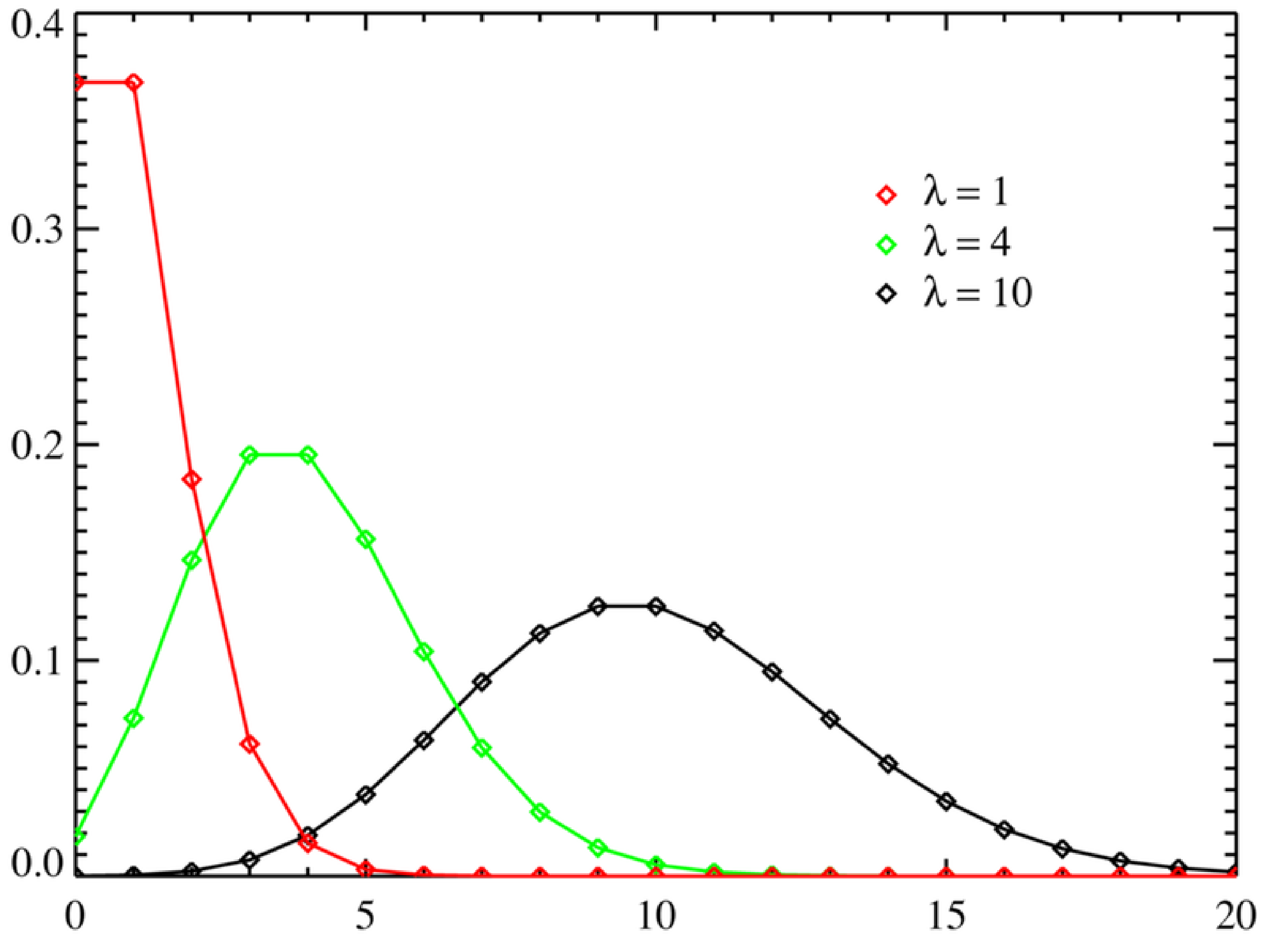
k jest całkowite 0,1,2…, chociaż λ może być rzeczywiste

Wartość średnia $\langle x\rangle= \lambda$

Wariancja $\sigma^2=\langle x^2\rangle-\langle x\rangle^2= \lambda$

Dla dużych λ rozkład Poissona przechodzi w normalny

Rozkład Poissona (obrazek z Wikipedii)



Losowanie z tego rozkładu

- Metoda odwróconej dystrybuanty (po policzeniu teoretycznych prawdopodobieństw) … - najpierw trzeba zdecydować do jakich wartości x liczymy te pr-stwa (???)
- Metoda eliminacji (po policzeniu teoretycznych prawdopodobieństw)
- Przy pomocy biblioteki random
- Inne metody można znaleźć w literaturze (np. 3 algorytmy na następnych slajdach)

Wieczorkowski i inni: „Komputerowe generatory liczb losowych” str.58

Rozkład Poissona

Zmienna losowa X ma rozkład Poissona $P(\lambda)$, jeżeli

$$P\{X = x\} = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}, \qquad x = 0,1,\ldots$$

Wieczorkowski i inni: „Komputerowe generatory liczb losowych” str.58

ALGORYTM 3.25

$X = -1$, $S = 0$

While $S \leq \lambda$ do

Generuj Y o rozkładzie $E(0, 1)$, $S = S+Y$, $X = X+1$

Return X

Wieczorkowski i inni: „Komputerowe generatory liczb losowych” str.58

ALGORYTM **3.26**

$X = -1, \; S = 1, \; q = e^{-\lambda}$

While $S > q$ *do*

  Generuj U *o rozkładzie* $U(0, 1)$, $S = S * U$, $X = X + 1$

Return X

Wieczorkowski i inni: „Komputerowe generatory liczb losowych” str.58

ALGORYTM 3.27

$q = e^{-\lambda}$, $X = 0$, $S = q$, $P = q$

Generuj U o rozkładzie U (0, 1)

While $U > S$ *do* $X = X + 1$, $P = P * \lambda / X$, $S = S + P$

Return X

Suma zmiennych losowych x1 oraz x2 podlegających rozkładowi Poissona jest zmienną losową podlegajaca rozkładowi ..

Zmienna $x=x1+x2$ podlega rozkładowi Poissona o średniej $\lambda= \lambda1+ \lambda2$

Zadanie na dzisiaj to sprawdzenie prz pomocy symulacji czy tak jest

Zadanie

Do losowań x1 oraz x2 zastosować różne metody (co najmniej jeden z podanych algorytmów)

1. Wybrać własne $\lambda 1$ oraz $\lambda 2$
2. Wygenerować 2000 liczb x1. Policzyć ich $<x1>$ oraz wariancję= $<x1^2>-<x1>^2$
3. Wygenerować 2000 liczb x2. Policzyć ich $<x2>$ oraz wariancję= $<x2^2>-<x2>^2$
4. Policzyć 2000 liczb x=x1+x2. Policzyć ich $<x>$ oraz wariancję= $<x^2>-<x>^2$
5. Sporządzić histogram dla rozkładu otrzymanych x (łatwo bo x jest indeksem klasy histogramu do którego wygenerowana wartość należy) albo narysować w roocie i dofitować