Pojedyncza próba Bernoulliego

- Zmienna losowa przyjmuje tylko dwie wartości (TAK / NIE albo sukces / porażka albo 1 / 0)
- Określone jest tylko jedno prawdopodobieństwo (dla jednej z nich np dla 1-ki wynosi p, dla drugiej odpowiednio: 1-p)
- Losowanie liczby (np.) r z przedziału <0,1> (z rozkładu równomiernego)
- Jeśli r<=p to wylosowana jest 1(sukces), w przeciwnym razie wylosowane jest 0(porażka)

Rozkład dwumianowy - Bernoulliego

Opisuje prawdopodobieństwo uzyskania k sukcesów przy n niezależnych próbach czyli P(k). Prawdopodobieństwo sukcesu w pojedynczej próbie wynosi p. Oczywiście liczba prób n>0, a liczba możliwych sukcesów k=0,1..n. Ustalone wartości dla konkretnego rozkładu to n oraz p

$P(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

gdzie

iloczyn p^k oraz $(1-p)^k$ pojawia się ze względu na niezależność zdarzeń

$\binom{n}{k}$ symbol Newtona - opisuje liczbę możliwych ustawień w ciągu zdarzeń np. sspsp, ppsss, ssspp,...

Wartość średnia k to: $\langle k \rangle = np$

Wariancja rozkładu $\sigma^2 = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = np(1-p)$

Rozkład dwumianowy - Bernoulliego

Losowanie z tego rozkładu – co najmniej 4 sposoby

1. Metodą odwróconej dystrybuanty- czyli najpierw policzyć P(k) dla wszystkich k=0,1,..,n i dalej tak jak w przykładzie ogólnym
2. Metodą eliminacji – też policzyć wszystkie P(k) i dalej jak w przykładzie ogólnym
3. Przeprowadzić n pojedynczych prób Bernoulliego i zliczać sukcesy. Ta liczba to wynik symulacji :)
4. Przy użyciu biblioteki random (binominal distribution)

Zadanie do rozkładu dwumianowego

- Wybrać własne wartości n oraz p
- Wygenerować 1000 liczb (k określających sukces)
- Policzyć p-stwa uzyskania sukcesów z wygenerowanych liczb i wyświetlić na ekranie (to p-stwo np. dla k=0 liczymy jako iloraz liczby otrzymanych 0 i wartości 1000)
- Policzyć teoretyczne prawdopodobieństwa dla k=0,1,..,n i wyświetlić je na ekranie
- Policzyć <k> oraz wariancje z losowanego rozkładu oraz teoretyczne wartości i wyświetlić na ekranie
- Przy pomocy testu Chi^2 sprawdzić hipotezę, ze rozkład wygenerowanych liczb jest rozkładem Bernoulliego (uwaga liczenie X^2 w teście Chi^2 należy przeprowadzić na liczebnościach, a nie prawdopodobieństwach) lub narysować w roocie

Rozkład ujemny dwumianowy – Pascala

Opisuje prawdopodobieństwo uzyskania k sukcesów przy niezależnych próbach do momentu uzyskania r porażek. Prawdopodobieństwo sukcesu przy pojedynczej próbie wynosi p. W tym przypadku liczba prób (k+r) jest nieznana, podobnie jak liczba możliwych sukcesów k=0,1.. Ustalone wartości dla konkretnego rozkładu to r oraz p

$P(k)= \binom{r+k-1}{r-1} p^k (1-p)^r$

gdzie

iloczyn p^k oraz $(1-p)^r$ pojawia się ze względu na niezależność zdarzeń

$\binom{r+k-1}{r-1}$ symbol Newtona - opisuje liczbę możliwych ustawień w ciągu zdarzeń np. spsp, psssp, sssspssp,... Tutaj liczba prób to (r+k) i ostatnia zawsze porażka

Wartość średnia k to: $\langle k\rangle=rp/(1-p)$

Wariancja rozkładu $\sigma^2 =\langle k^2\rangle-\langle k\rangle^2=rp/(1-p)^2$

Rozkład ujemny dwumianowy -Pascala

Losowanie z tego rozkładu – co najmniej 4 sposoby

1. Metodą odwróconej dystrybuanty- czyli najpierw policzyć P(k) dla wszystkich(???) k=0,1,..(r+k) i dalej tak jak w przykładzie ogólnym
2. Metodą eliminacji – też policzyć wszystkie(??? czyli ile) P(k) i dalej jak w przykładzie ogólnym
3. Przeprowadzać pojedyncze próby Bernoulliego i zliczać sukcesy oraz porażki. Kiedy liczba porażek osiągnie r zakończyć wykonywanie prób. Liczba sukcesów to wynik symulacji :)
4. Przy użyciu biblioteki random (negative binominal distribution)

Zadanie do rozkładu ujemnego dwumianowego

- Wybrać własne wartości r oraz p
- Wygenerować 1000 liczb (k) określających sukces
- Policzyć p-stwa uzyskania sukcesów z wygenerowanych liczb i wyświetlić na ekranie (to p-stwo np. dla k=0 liczymy jako iloraz liczby otrzymanych 0 i wartości 1000)
- Policzyć teoretyczne prawdopodobieństwa dla k=0,1,.. i wyświetlić je na ekranie
- Policzyć <k> oraz wariancje z losowanego rozkładu oraz teoretyczne wartości i wyświetlić na ekranie
- Przy pomocy testu Chi^2 sprawdzić hipotezę, ze rozkład wygenerowanych liczb jest rozkładem Pascala(uwaga liczenie X^2 w teście Chi^2 należy przeprowadzić na liczebnościach, a nie prawdopodobieństwach) lub narysować w roocie

Rozkład geometryczny

Opisuje prawdopodobieństwo uzyskania pierwszego sukcesu w k-tej próbie przy niezależnych próbach. Rozumiemy to jako czas oczekiwania na pierwszy sukces. Prawdopodobieństwo sukcesu przy pojedynczej próbie wynosi p. W tym przypadku liczba prób k jest nieznana, podobnie jak liczba możliwych porażek. Znana jest liczba sukcesów czyli 1.

Ustalona wartość dla konkretnego rozkładu to p

$P(k)= (1-p)^{k-1}\, p$

gdzie

iloczyn $(1-p)^{k-1}$ oraz p pojawia się ze względu na niezależność zdarzeń

Brak symbolu Newtona, gdyż jedyne możliwe ustawienia w ciągu zdarzeń to porażki, a ostatni sukces np. s, ps, pps, ppps,…

Wartość średnia k to: $\langle k\rangle=1/p$

Wariancja rozkładu $\sigma^2 =\langle k^2\rangle-\langle k\rangle^2=(1-p)/p^2$

Rozkład geometryczny

Losowanie z tego rozkładu – co najmniej 4 sposoby

1. Metodą odwróconej dystrybuanty- czyli najpierw policzyć P(k) dla wszystkich(???) k=1,..... i dalej tak jak w przykładzie ogólnym
2. Metodą eliminacji – też policzyć wszystkie(??? czyli ile) P(k) i dalej jak w przykładzie ogólnym
3. Przeprowadzać pojedyncze próby Bernoulliego i zliczać próby oraz sprawdzać czy uzyskaliśmy sukces. Zakończyć po uzyskaniu pierwszego sukcesu. Liczba prób to wynik symulacji :)
4. Przy użyciu biblioteki random (geometric distribution)

Zadanie do rozkładu geometrycznego

- Wybrać własną wartość p
- Wygenerować 1000 liczb (k określających liczbę prób do pierwszego sukcesu)
- Policzyć p-stwa wykonania określonych liczb prób z wygenerowanych liczb i wyświetlić na ekranie (to p-stwo np. dla k=1 liczymy jako iloraz liczby otrzymanych 0 i wartości 1000)
- Policzyć teoretyczne prawdopodobieństwa dla k=1,2… i wyświetlić je na ekranie
- Policzyć <k> oraz wariancje z losowanego rozkładu oraz teoretyczne wartości i wyświetlić na ekranie
- Przy pomocy testu Chi^2 sprawdzić hipotezę, ze rozkład wygenerowanych liczb jest rozkładem geometrycznym (uwaga liczenie X^2 w teście Chi^2 należy przeprowadzić na liczebnościach, a nie prawdopodobieństwach) lub narysować w roocie