Teoria Zbiorów Rozmytych

Grupa 1

**Autorzy**:

*Radosław Cebula*

*Dawid Czeszek*

*Kacper Dusza*

# Temat projektu

Celem naszego projektu było wyznaczenie trzech najbardziej podobnych obiektów do obiektu A, wykorzystując przedziałowe zbiory rozmyte oraz odpowiednią miarę podobieństwa. Analizowaliśmy dane opisujące pięć obiektów (A, B, C, D, E), gdzie każdy obiekt reprezentowany jest przez sześć przedziałów liczbowych.

# Wprowadzenie do zbiorów przedziałowych i rozmytych

Przedziałowe zbiory rozmyte pozwalają na opisanie niepewności i rozrzutu danych. Zamiast przypisywać jednej wartości, każda cecha opisana jest przedziałem – na przykład [0.4, 0.7] oznacza, że rzeczywista wartość tej cechy mieści się gdzieś w tym zakresie. Takie podejście jest bardziej realistyczne w przypadku danych pochodzących z pomiarów, gdzie zawsze występuje pewien błąd lub nieprecyzyjność.

# Opis danych

Każdy obiekt (A, B, C, D, E) opisany jest przez sześć przedziałów. Przykładowo, obiekt A:

* {[0.4, 0.7], [0.8, 1.0], [0.6, 0.8], [0.9, 1.0], [0.6, 0.6], [1.0, 1.0]}

Analogiczne dane mamy dla pozostałych obiektów.

**Metoda wyznaczania podobieństwa**

Porównujemy każdą cechę obiektu A i B, sprawdzamy jak bardzo są do siebie podobne (w obie strony), bierzemy minimum z tych dwóch wartości, a potem łączymy wyniki dla wszystkich cech w jedną liczbę – to jest nasza miara podobieństwa.

**Obraz zawierający tekst, Czcionka, zrzut ekranu, paragon

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.**

**1. W sytuacji gdzie a = b, tworzy się przedział między**

**(1 – szerokość\_przedziału\_A) oraz 1.**

**2. W sytuacji gdy A zawiera się całkowicie w B to prawdopodobieństwo zawierania się jest równe 1.**

**3. W każdym innym wypadku tworzy się przedział od**

**[1 – max(wartość\_szerokość\_A, różnica\_końców\_przedziałów),**

**1 – różnica\_końców\_przedziałów]**

**Obraz zawierający tekst, Czcionka, zrzut ekranu, biały

Zawartość wygenerowana przez sztuczną inteligencję może być niepoprawna.**

**Nec – zawieranie - a1≥b1 i a2≤b2**

**Sv(A, B) – to miara podobieństwa między dwoma obiektami opisanymi zbiorami rozmytymi A i B.**

**A(x\_i), B(x*i) – to wartości zbiorów rozmytych dla cechy xi.***

***Prec*\nu(a, b) – to specjalna funkcja sprawdzająca, jak bardzo element a jest "zawarty" w b (czyli jak bardzo a pasuje do b).**

**∧ – oznacza minimum (czyli bierzemy mniejszą z dwóch wartości).**

**A – oznacza agregację (np. średnią arytmetyczną), czyli łączymy wyniki dla wszystkich cech w jedną liczbę.**

# Przebieg obliczeń

Dla każdego obiektu (B, C, D, E) policzyliśmy odległość do A:

Będziemy liczyć dla każdej cechy (i = 1 do 6):

i = 1

A(x₁) = [0.4, 0.7], B(x₁) = [0.7, 0.9]

Precν(A(x₁), B(x₁)):

w(a) = 0.7 - 0.4 = 0.3

r(a, b) = max(|0.4-0.7|, |0.7-0.9|) = max(0.3, 0.2) = 0.3

a = b? Nie.

nec-zawieranie? 0.4 >= 0.7 (fałsz), 0.7 <= 0.9 (prawda) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.3, 0.3), 1-0.3] = [0.7, 0.7]

Precν(B(x₁), A(x₁)):

w(b) = 0.9 - 0.7 = 0.2

r(b, a) = max(|0.7-0.4|, |0.9-0.7|) = max(0.3, 0.2) = 0.3

nec-zawieranie? 0.7 >= 0.4 (tak), 0.9 <= 0.7 (fałsz) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.2, 0.3), 1-0.3] = [0.7, 0.7]

Minimum przedziałów: [0.7, 0.7]

i = 2

A(x₂) = [0.8, 1.0], B(x₂) = [0.6, 0.9]

Precν(A(x₂), B(x₂)):

w(a) = 1.0 - 0.8 = 0.2

r(a, b) = max(|0.8-0.6|, |1.0-0.9|) = max(0.2, 0.1) = 0.2

nec-zawieranie? 0.8 >= 0.6 (tak), 1.0 <= 0.9 (fałsz) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.2, 0.2), 1-0.2] = [0.8, 0.8]

Precν(B(x₂), A(x₂)):

w(b) = 0.9 - 0.6 = 0.3

r(b, a) = max(|0.6-0.8|, |0.9-1.0|) = max(0.2, 0.1) = 0.2

nec-zawieranie? 0.6 >= 0.8 (fałsz), 0.9 <= 1.0 (tak) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.3, 0.2), 1-0.2] = [0.7, 0.8]

Minimum przedziałów: [0.7, 0.8]

i = 3

A(x₃) = [0.6, 0.8], B(x₃) = [1.0, 1.0]

Precν(A(x₃), B(x₃)):

w(a) = 0.8 - 0.6 = 0.2

r(a, b) = max(|0.6-1.0|, |0.8-1.0|) = max(0.4, 0.2) = 0.4

nec-zawieranie? 0.6 >= 1.0 (fałsz), 0.8 <= 1.0 (tak) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.2, 0.4), 1-0.4] = [0.6, 0.6]

Precν(B(x₃), A(x₃)):

w(b) = 0.0

r(b, a) = max(|1.0-0.6|, |1.0-0.8|) = max(0.4, 0.2) = 0.4

nec-zawieranie? 1.0 >= 0.6 (tak), 1.0 <= 0.8 (fałsz) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.0, 0.4), 1-0.4] = [0.6, 0.6]

Minimum przedziałów: [0.6, 0.6]

i = 4

A(x₄) = [0.9, 1.0], B(x₄) = [0.7, 1.0]

Precν(A(x₄), B(x₄)):

w(a) = 1.0 - 0.9 = 0.1

r(a, b) = max(|0.9-0.7|, |1.0-1.0|) = max(0.2, 0.0) = 0.2

nec-zawieranie? 0.9 >= 0.7 (tak), 1.0 <= 1.0 (tak) → nec-zawieranie zachodzi!

Zatem: L¹ =

Precν(B(x₄), A(x₄)):

w(b) = 1.0 - 0.7 = 0.3

r(b, a) = max(|0.7-0.9|, |1.0-1.0|) = max(0.2, 0.0) = 0.2

nec-zawieranie? 0.7 >= 0.9 (fałsz), 1.0 <= 1.0 (tak) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.3, 0.2), 1-0.2] = [0.7, 0.8]

Minimum przedziałów: [0.0, 0.8]

i = 5

A(x₅) = [0.6, 0.6], B(x₅) = [0.7, 1.0]

Precν(A(x₅), B(x₅)):

w(a) = 0.0

r(a, b) = max(|0.6-0.7|, |0.6-1.0|) = max(0.1, 0.4) = 0.4

nec-zawieranie? 0.6 >= 0.7 (fałsz), 0.6 <= 1.0 (tak) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.0, 0.4), 1-0.4] = [0.6, 0.6]

Precν(B(x₅), A(x₅)):

w(b) = 1.0 - 0.7 = 0.3

r(b, a) = max(|0.7-0.6|, |1.0-0.6|) = max(0.1, 0.4) = 0.4

nec-zawieranie? 0.7 >= 0.6 (tak), 1.0 <= 0.6 (fałsz) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.3, 0.4), 1-0.4] = [0.6, 0.6]

Minimum przedziałów: [0.6, 0.6]

i = 6

A(x₆) = [1.0, 1.0], B(x₆) = [0.8, 0.9]

Precν(A(x₆), B(x₆)):

w(a) = 0.0

r(a, b) = max(|1.0-0.8|, |1.0-0.9|) = max(0.2, 0.1) = 0.2

nec-zawieranie? 1.0 >= 0.8 (tak), 1.0 <= 0.9 (fałsz) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.0, 0.2), 1-0.2] = [0.8, 0.8]

Precν(B(x₆), A(x₆)):

w(b) = 0.9 - 0.8 = 0.1

r(b, a) = max(|0.8-1.0|, |0.9-1.0|) = max(0.2, 0.1) = 0.2

nec-zawieranie? 0.8 >= 1.0 (fałsz), 0.9 <= 1.0 (tak) → nec-zawieranie nie zachodzi.

Zatem: [1-max(0.1, 0.2), 1-0.2] = [0.8, 0.8]

Minimum przedziałów: [0.8, 0.8]

PODSUMOWANIE

Zbieramy minimumy z każdego kroku:

i = 1 [0.7, 0.7]

i = 2 [0.7, 0.8]

i = 3 [0.6, 0.6]

i = 4 [0.0, 0.8]

i = 5 [0.6, 0.6]

i = 6 [0.8, 0.8]

Teraz liczymy średnią dolnych i górnych granic:

Dolne: (0.7 + 0.7 + 0.6 + 0.0 + 0.6 + 0.8) / 6 = 3.4 / 6 ≈ 0.567

Górne: (0.7 + 0.8 + 0.6 + 0.8 + 0.6 + 0.8) / 6 = 4.3 / 6 ≈ 0.717

Sν(A,B)=[0.567,0.717]

Średnia:

(0.567, 0.717) / 2 = 0.642

Ostateczny wynik:

Sν(A,B)= 0.642

Pozostałe wyniki:



# Wyniki i interpretacja

Ranking podobieństwa do A według reguły

[x,x]≤nec[y,y]  ⟺  x≤y :

**B** (0.642)

**E** (0.542)

**D** (0.475)

**C** (0.400)

Oznacza to, że obiekty B, E i D są najbardziej podobne do A pod względem cech opisanych przez zbiory przedziałowe.

# Wnioski

* Zastosowana metoda pozwala precyzyjnie porównywać obiekty nawet wtedy, gdy dane są niepewne lub rozmyte.
* Analiza pokazała, że obiekty B, E i D mają bardzo zbliżone charakterystyki do A, co może być istotne np. przy klasyfikacji, grupowaniu czy wyszukiwaniu podobnych przypadków w bazach danych.
* Praca z przedziałowymi zbiorami rozmytymi jest przydatna w praktyce, gdy dane są nieprecyzyjne, a decyzje muszą być podejmowane na podstawie przybliżonych informacji.

### Dziękuję za Uwagę