Aspectos Formais da Computação

Prof. Sergio D. Zorzo
Departamento de Computação – UFSCar

1º semestre / 2017

04

Linguagens Formais e Autômatos

Linguagens Regulares

Sistema de Estados Finitos

Autômato Finito

Autômato Finito Não Determinístico

.... (continua ....)

Linguagens Regulares ou Tipo 3

Formalismos de Estudo:

Autômato Finito

formalismo operacional (reconhecedor de sentenças)

um sistema de estados finitos

Expressão Regular

formalismo denotacional (gerador de sentenças)

conjuntos (linguagens) básicos + concatenação e união

Gramática Regular

formalismo axiomático (gerador de sentenças)

gramática com restrições nas regras de produção

Linguagens Regulares ou Tipo 3

- Pela Hierarquia de Chomsky é a classe de linguagens mais simples
- Há três formalismos (autômatos, expressões regulares e gramáticas regulares), com algoritmos de reconhecimento, geração ou conversão entre formalismos
- Há pouca complexidade para a sua representação, mas com grande eficiência e de fácil implementação
- Há fortes limitações de expressividade, sendo que as linguagens de programação em geral não são linguagens regulares

Linguagens Regulares ou Tipo 3

Há importantes propriedades que podem ser usadas para:

- construir novas linguagens regulares a partir de linguagens regulares conhecidas (definindo uma álgebra)
- provar propriedades de determinado conjunto (linguagem) regular
- construir algoritmos

Se um problema tiver uma solução regular deve-se considerar preferencialmente a qualquer outra não-regular, pelas propriedades da Classe e eficiência e simplicidade da implementação

O universo de aplicações das linguagens regulares é muito grande e constantemente ampliado

Exemplos : análise léxica dos compiladores,sistemas de animação, hipertextos e hipermídias

Sistema de Estados Finitos

Sistema de Estados Finitos

modelo matemático de sistema com entradas e saídas discretas

número *finito e predefinido de estados*

(podem ser definidos antes de iniciar o processamento)

Estado

somente informações do passado

necessárias para determinar as ações para a próxima entrada

Sistema de Estados Finitos

Ex: Elevador

Não memoriza as requisições anteriores

- Estado: sumaria "andar corrente" e "direção de movimento"
- Entrada: requisições pendentes

Ex: Analisador Léxico, Processador de Texto

- Estado: memoriza a estrutura do prefixo da palavra em análise
- Entrada: texto

Restrição

nem todos os sistemas de estados finitos são adequados para serem estudados por esta abordagem (número de estados deve ser finito)

Sistema de Estados Finitos

O Computador com Arquitetura de von Neuman pode ser abordado como tendo processadores e memórias por um sistema de estados finitos

No entanto, o estudo da computabilidade exige uma memória *sem limite predefinido*

A Máquina de Turing é mais adequado ao estudo da computabilidade

O estudo da computabilidade e solucionabilidade de problemas são inicialmente tratadas neste Curso.

Autômato Finito

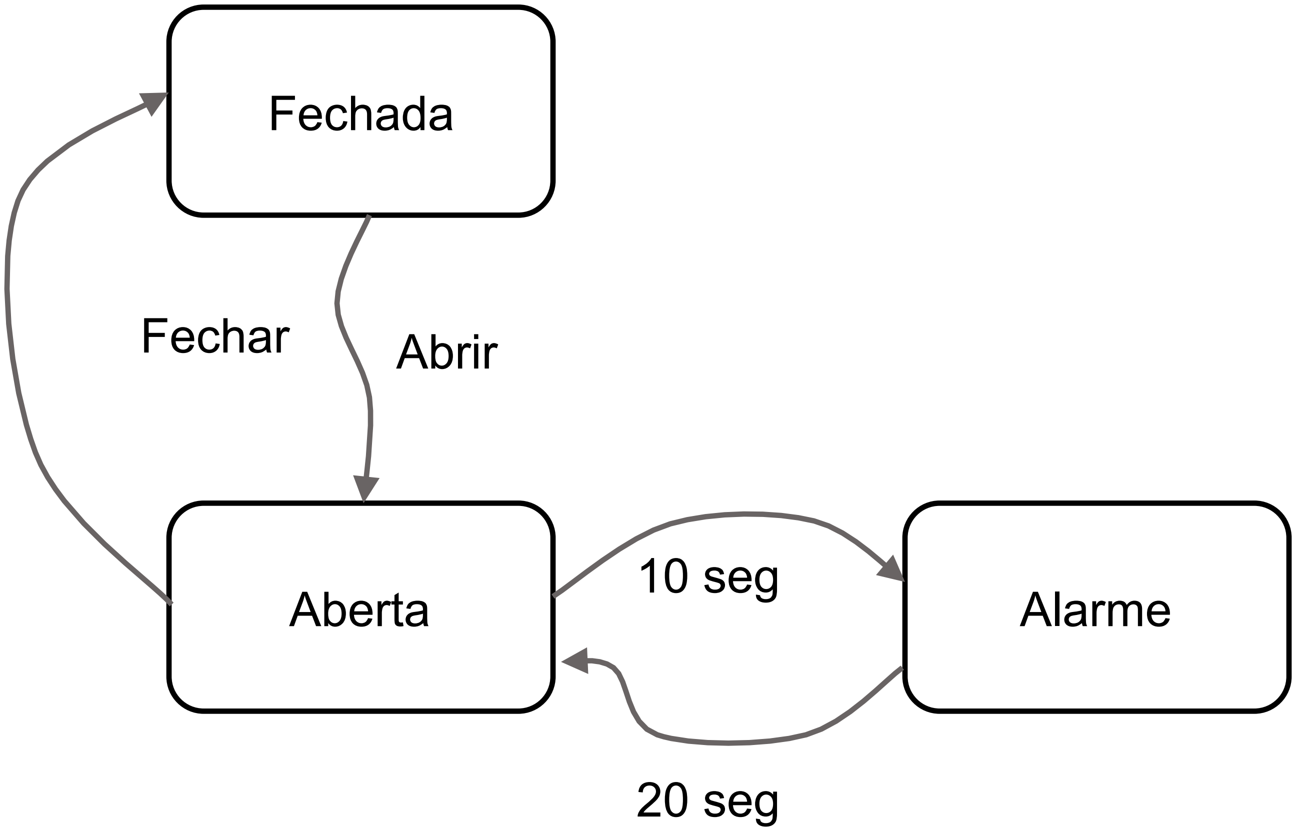
Autômatos finitos

Definição informal

- Conjunto de estados: cada um “lembra” o que já foi feito na história de um sistema
- Conjunto de transições: movimentos possíveis de um estado para outro
- Controle: dispositivo hipotético que lê uma entrada externa e move de um estado para outro
- Existem transições que não mudam o estado

Autômatos finitos

Geladeira



Autômatos finitos

Aplicações

Avaliar um determinado processo/protocolo em busca de erros/falhas

Ex: e se eu fechar a porta com o alarme tocando?

Dependendo da implementação, pode resultar em erros

Autômatos finitos determinísticos - DFA

Definição Formal: DFA M ou AF-d M

$$M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$$

- Q=Conjunto finito de estados
- Σ=Conjunto finito de símbolos de entrada
- δ=Função de transição
- q_0=Um estado inicial ($q_0 \in Q$)
- F=Um conjunto de estados finais ou de aceitação ($F \subseteq Q$)

Autômatos finitos determinísticos

Função de transição

$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$

Define o funcionamento do autômato

Ex. da geladeira:

Precisa ter estado inicial e de aceitação

$Q = \{Fechada, Aberta, Alarme\}$

$\Sigma = \{abrir, fechar, 10seg, 20seg\}$

$q_0 = Fechada$

$F = \{Fechada\}$

Autômatos finitos determinísticos

δ(Fechada, abrir) = Aberta

δ(Aberta, fechar) = Fechada

δ(Aberta, 10seg) = Alarme

δ(Alarme, 20seg) = Aberta

Autômatos finitos determinísticos

Em um Autômato Finito Determístico (DFA)

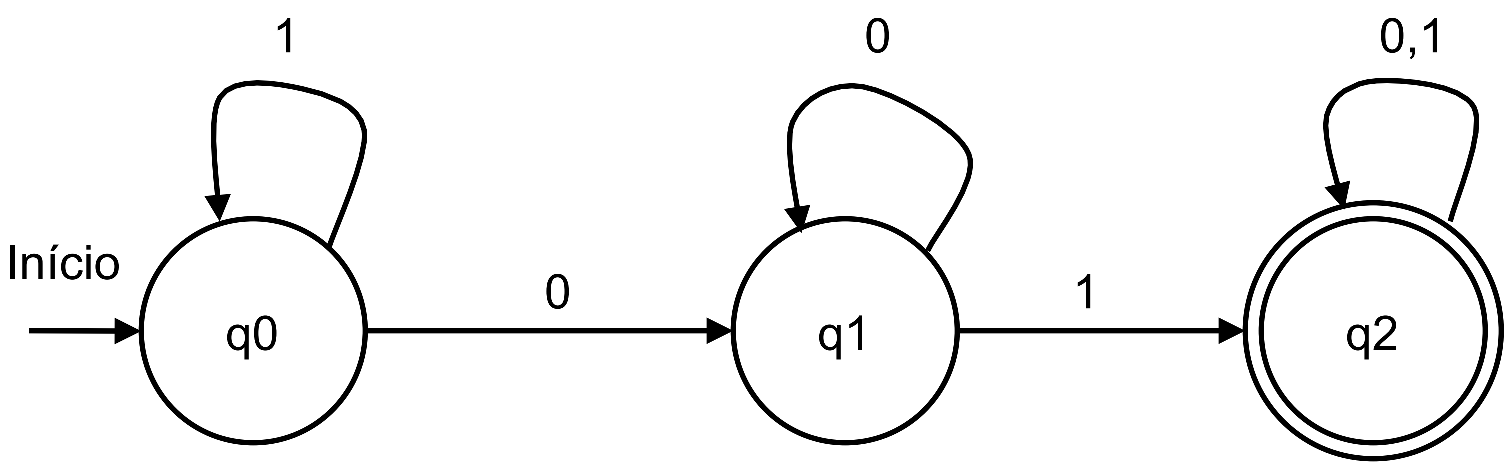
- As transições estão completas
- Para todo estado e todo símbolo de entrada
- Sempre sabe o que fazer
  - Definição de determinismo

Autômatos finitos determinísticos

- Notações
  - Diagramas (Exemplo mais comum)
  - Tabelas de transição (Versão tabular do diagrama)
  - Representam completamente a 5-upla do autômato
- Diagrama de estado
  - Cada estado tem um nó correspondente
  - Estado inicial (seta apontando para o estado a partir do nada)
  - Estado de aceitação (círculo duplo)
  - Setas saindo de um estado para outro são transições
    - Representação visual da função δ

Autômatos finitos determinísticos

Ex:{1...100...01y | y é qualquer cadeia de 0’s e 1’s}



Autômatos finitos determinísticos

Versão tabular

- Linhas correspondem aos estados
- Colunas correspondem às entradas
- Estado inicial é marcado com uma seta
- Estados de aceitação são marcados com asterisco

	0	1
$\rightarrow$ q0	q1	q0
q1	q1	q2
* q2	q2	q2

Autômatos finitos determinísticos

- Um DFA M denota uma linguagem
  - Conjunto de todas as cadeias que aceita
  - L(M) = A
  - M reconhece A
  - M aceita A
  - Mesmo que um M não aceite nenhuma cadeia
    - Ele aceita a linguagem vazia $\emptyset$

Autômatos finitos determinísticos

- Quando o autômato recebe uma cadeia de entrada
  - Processa a cadeia e produz uma saída: aceita ou rejeita
  - Começa no estado inicial
  - Lê símbolos da esquerda para a direita
  - Após ler um símbolo, move-se de um estado para outro, de acordo com a função de transição
  - Quando lê o último símbolo, produz a saída
  - Se o autômato estiver em estado de aceitação, a saída será aceita
  - Caso contrário, será rejeitada
- Ex: abrir-fechar-abrir-fechar
- Ex: 0010111

Autômatos finitos determinísticos

Definição formal de linguagem (indutiva)

$\delta(q,a)=p$

$\hat{\delta}(q,\varepsilon)=q$

$\hat{\delta}(q,w)= \delta(\hat{\delta}(q,x),a)$ onde $w=xa$

$L(M)=\{w |\ \hat{\delta}(q_o,w)$ está em $F\}$

Definição:

Se L é L(M) para algum DFA M

L é regular

Autômatos finitos determinísticos

Configuração instantânea

$w_1w_2w_3\ldots w_kqw_{k+1}w_{k+2}\ldots w_{n-2}w_{n-1}w_n$

Ex:

Entrada: 001010011

Configuração: 001[q_3]010011

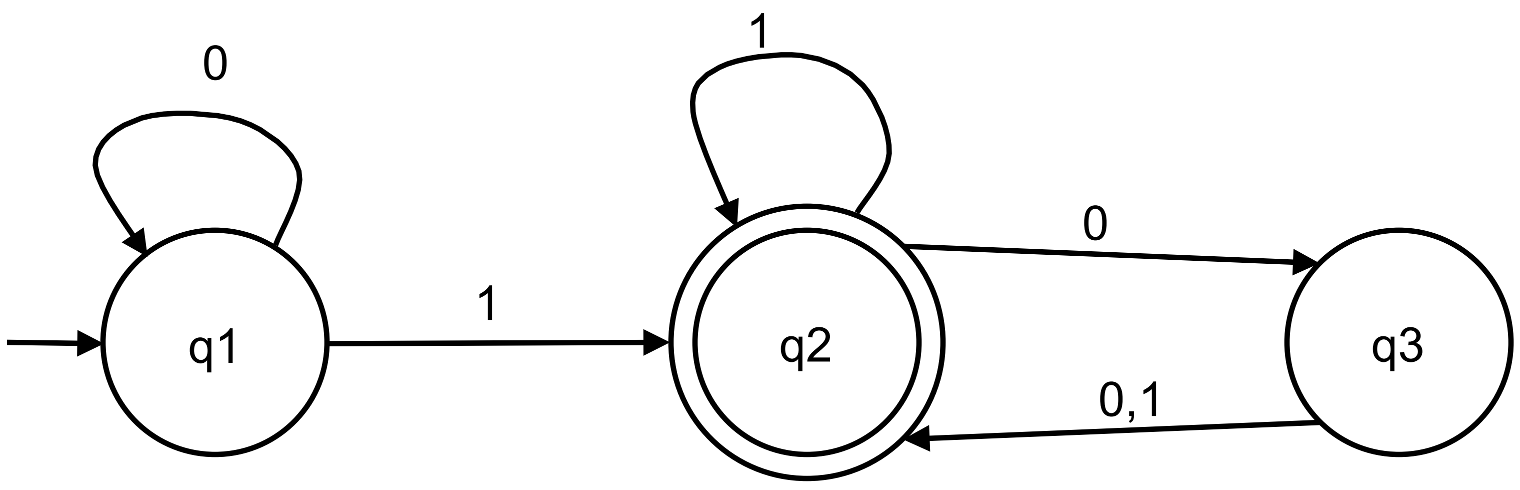
Já leu 001, falta ler 010011

Encontra-se no estado q_3

Próxima entrada é 0

Interpretando autômatos finitos

Dado o seguinte autômato finito:



Interpretando autômatos finitos

Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:

00000	0100
01000	010000
010101	11111

Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?

Descreva informalmente a linguagem do autômato

Descreva formalmente a linguagem do autômato

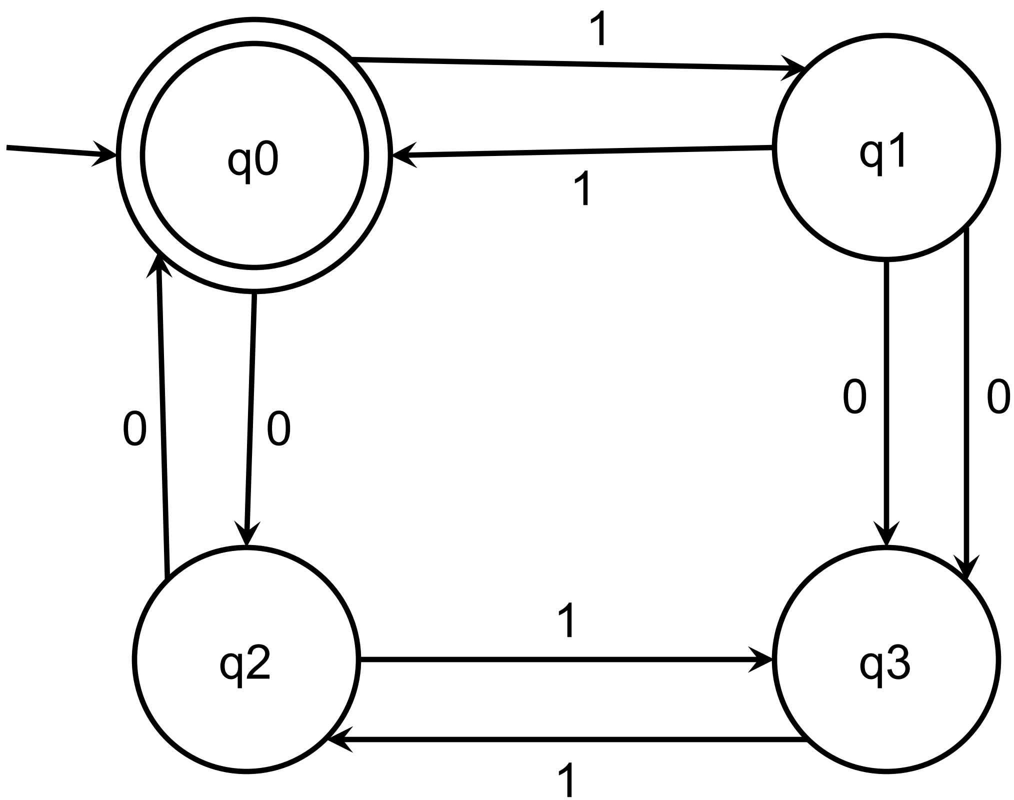
Respostas

Linguagens com um 1 pelo menos e um número par de zeros depois do último 1 (zero é par)

A = {w | w contém pelo menos um 1 e um número par de 0s segue o último 1}

Interpretando autômatos finitos

Dado o seguinte autômato finito:



Interpretando autômatos finitos

Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:

0101	0110
1001	1111
1	11100

Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?

Descreva informalmente a linguagem do autômato

Descreva formalmente a linguagem do autômato

Respostas

Cadeias com um número par de 0s e 1s

L = {w | w tem ao mesmo tempo um número par de 0s e um número par de 1s}

Interpretando Autômatos Finitos

Dado o seguinte autômato finito:

	0	1
→ q1	q1	q2
* q2	q1	q2

Interpretando autômatos finitos

Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:

010	0111110
0000001	1101
001	11100

Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?

Descreva informalmente a linguagem do autômato

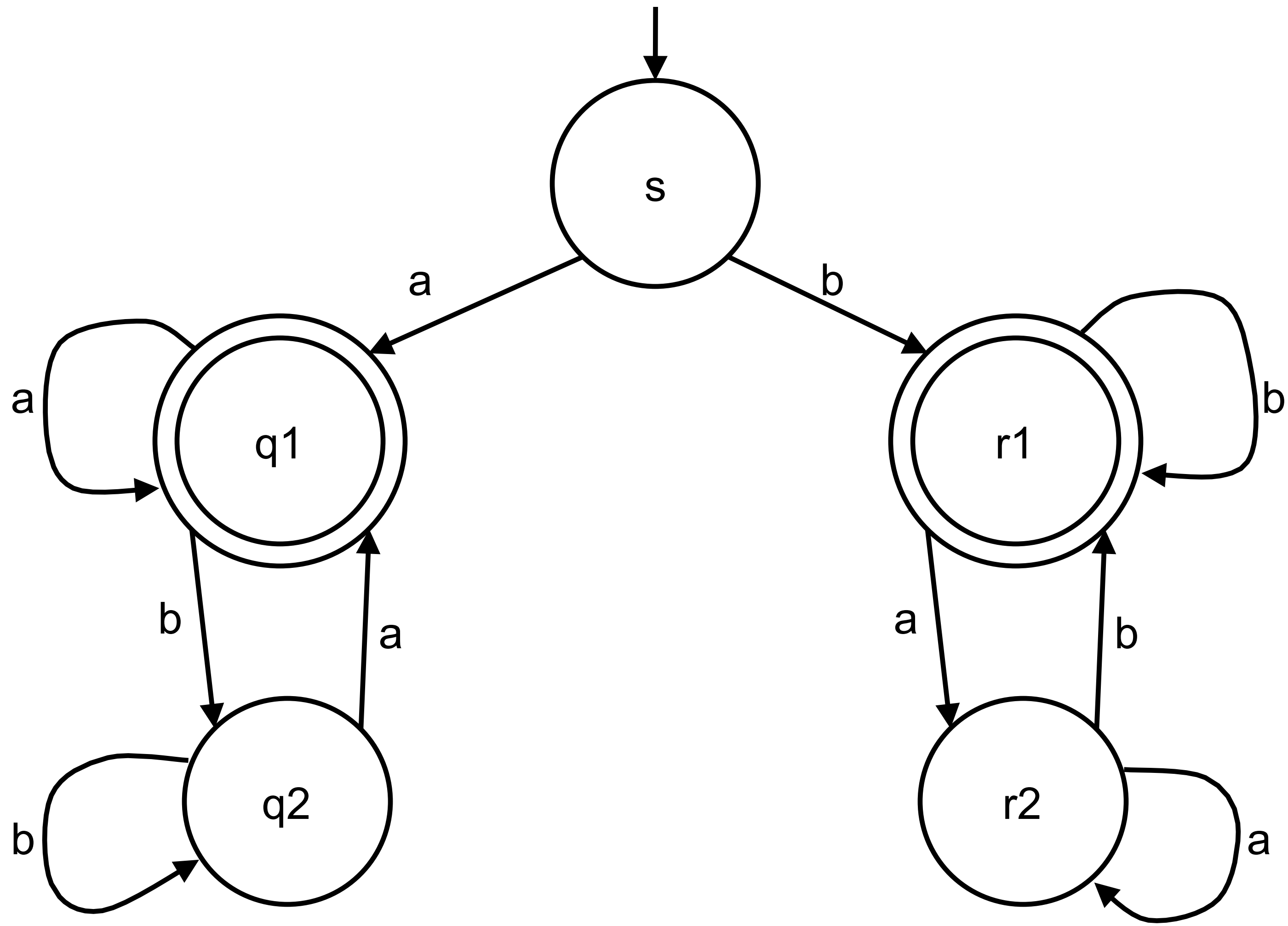
Descreva formalmente a linguagem do autômato

Respostas

Todas as cadeias que terminam com 1

L = {w | w termina com um 1}

Interpretando autômatos finitos



Interpretando autômatos finitos

Calcule a função estendida e mostre, passo a passo, as configurações instantâneas para as seguintes cadeias:

a	b	
aa		bb
bab		ab
ba		bbba

Quais dessas cadeias fazem parte da linguagem do autômato?

Descreva informalmente a linguagem do autômato

Descreva formalmente a linguagem do autômato

Respostas

Cadeias que começam e terminam com o mesmo símbolo

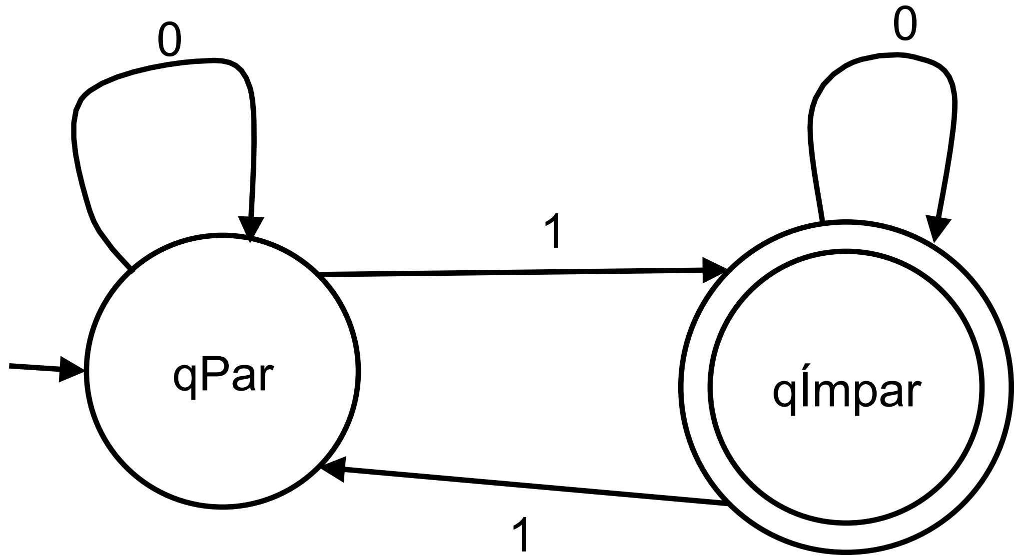
L = {w | w começa e termina com a ou w começa e termina com b}

Projetando autômatos finitos

Ex:

$\Sigma = \{0,1\}$

Linguagem = cadeias com número ímpar de 1s

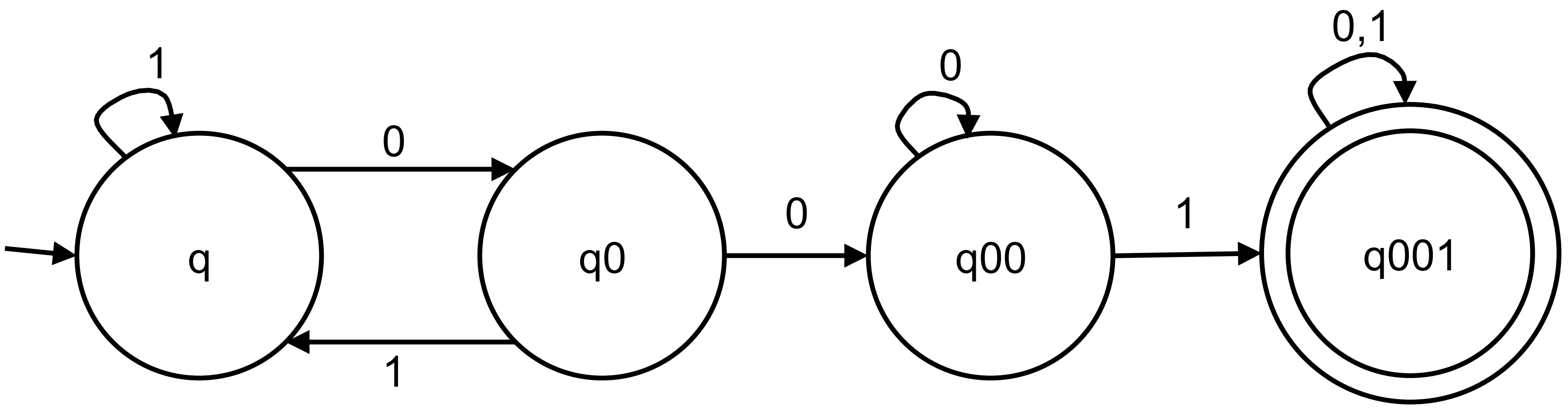


Projetando autômatos finitos

Ex:

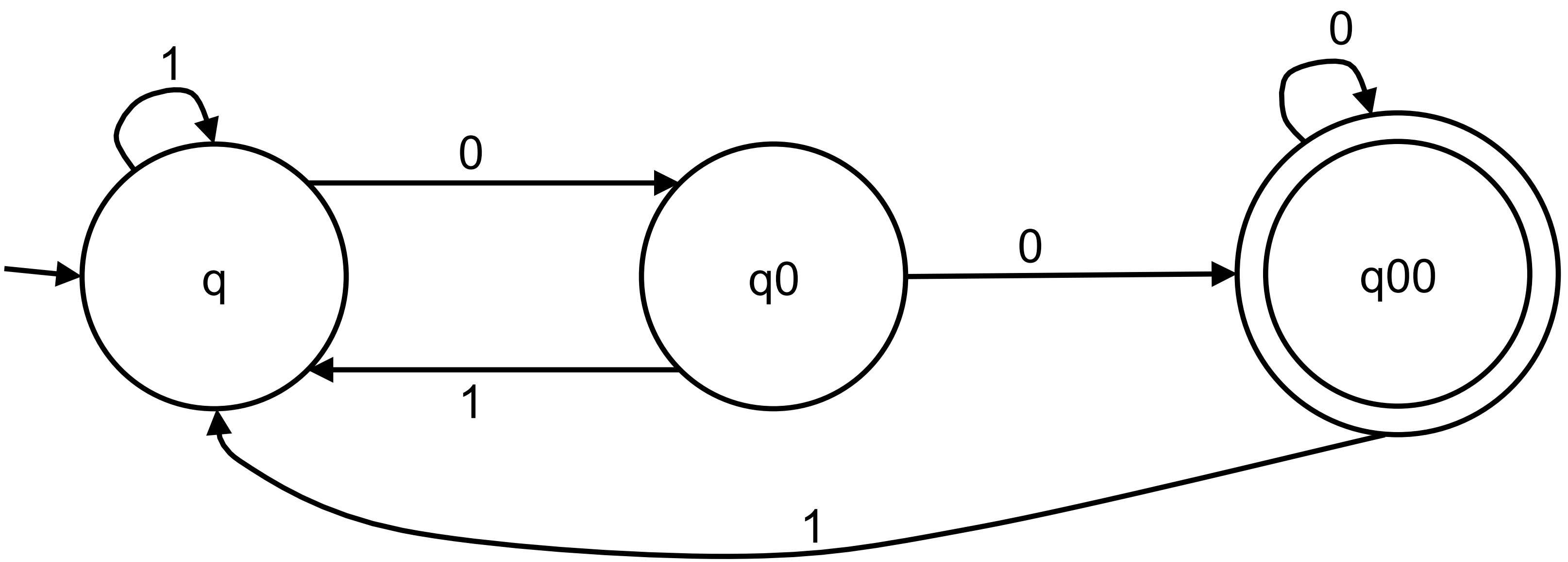
$\Sigma = \{0,1\}$

Linguagem = cadeias que contém a cadeia 001 como uma subcadeia



Projetando autômatos finitos

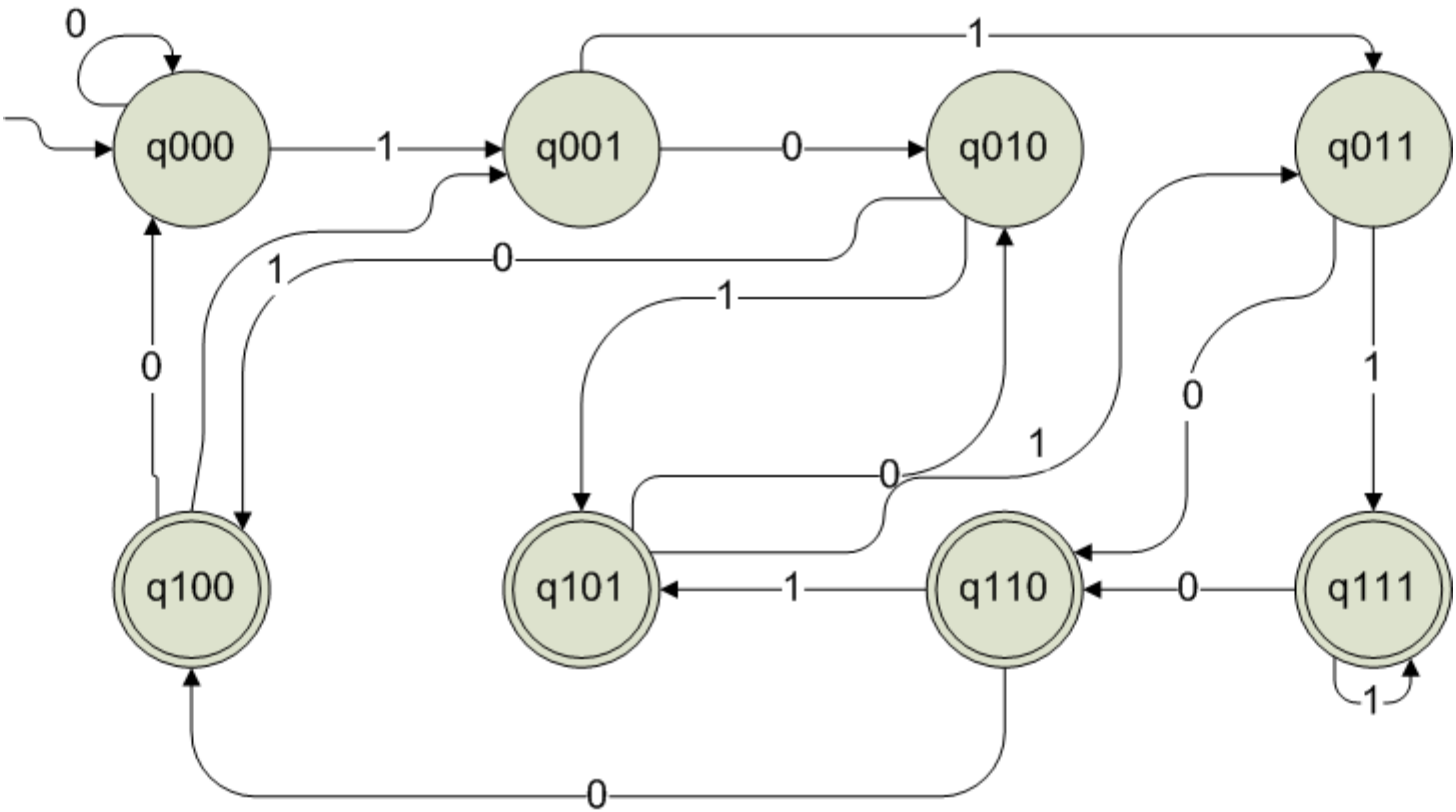
- Ex:
  - $\Sigma = \{0,1\}$
  - Linguagem = cadeias que terminam em 00



Mais um exercício

- Linguagem A consistindo de todas as cadeias sobre {0,1} contendo um 1 na terceira posição a partir do final
  - Ex: 000100, 010110 estão em A, mas 0011 não

Mais um exercício



Autômatos Finitos Equivalentes

Dois Autômatos Finitos M1 e M2 são equivalentes

se e somente se

$$L(M1) = L(M2)$$

Linguagem Regular e Autômato Finito

Uma Linguagem L é linguagem regular

se e somente se

Existe um autômato finito M tal que L=L(M)

Fim