

Aspectos Formais da Computação- 2^a Lista de Exercícios

Linguagens Regulares

1. Descreva os conjuntos denotados pelas expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.

- a- $0 \mid 10^*$
- b- $(0 \mid 1)0^*$
- c- $(0011)^*$
- d- $(0 \mid 1)^* 1(0 \mid 1)^*$
- e- 0^*11^*0
- f- $0(0 \mid 1)^*0$
- g- \emptyset^*
- h- $(\epsilon \mid 0)(\epsilon \mid 1)$
- i- $(000^* \mid 1)^*$
- j- $(0^* \mid 0^*11(1 \mid 00^*11)^*)(\epsilon \mid 00^*)$

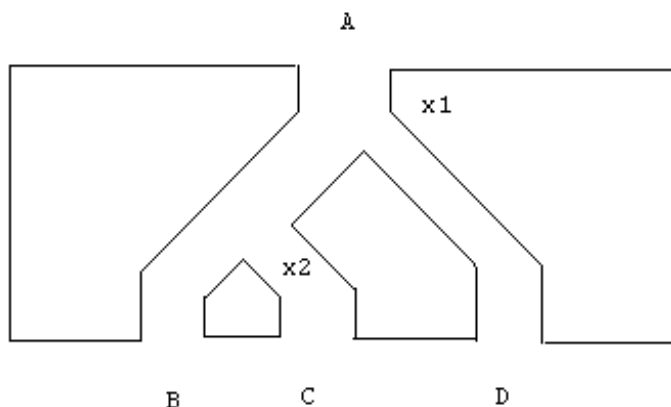
2. Determine para cada linguagem sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$ abaixo, uma expressão regular que a denote. Admita a convenção $|x|_0$ como sendo o número de símbolos 0 que ocorrem na cadeia $x \in \Sigma^*$.

- a- $\{0\} \Sigma^* \{1\}$
- b- $\Sigma^* \{01\}$
- c- $\{x \in \Sigma^* \mid |x|_0 \geq 3\}$
- d- $\{x \in \Sigma^* \mid |x|_1 \text{ é par}\}$
- e- $\{x \in \Sigma^* \mid x \text{ não possui dois 0's e não possui dois 1's consecutivos}\}$

3. Construa um autômato finito que reconhece as sentenças das linguagens abaixo sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.

- a- $L = \{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ não possui três 1's consecutivos}\}$
- b- $L = \{0^m 1^n \mid m \geq 0, n > 0\}$
- c- $L = \{0^* x 1^* \mid x \in \{0,1\}^* \text{ e } x \neq 101\}$
- d- $L = \{0^{2n} \mid n > 0\}$
- e- $L = \{0^i 1^j \mid i, j > 0 \text{ e } i * j \text{ é um número par}\}$

4. Considere o brinquedo abaixo:



Bolinhas são jogadas em A . As alavancas x_1 e x_2 causam o desvio da bolinha para a esquerda ou para a direita. Quando uma bolinha atinge a alavanca, causa alteração no estado da alavanca, sendo que a próxima bolinha a atingir a alavanca pegará o caminho oposto.

Pede-se:

- a- Modele este brinquedo por um autômato finito, considerando que pode-se denotar uma bolinha em A como entrada 1 e uma seqüência de entrada será aceita se a última bolinha cair na saída C.
- b- Qual é a linguagem aceita por este autômato finito?

5. Seja o autômato finito não determinístico (af-nd) $M = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{0,1\}, \delta, q_0, \{q_2\} \rangle$, com o mapeamento δ dado por:

$$\delta(q_0,0) = \{q_1, q_2\} \quad \delta(q_0,1) = \{q_0\}$$

$$\delta(q_1,0) = \{q_0, q_1\} \quad \delta(q_1,1) = \{ \}$$

$$\delta(q_2,0) = \{q_0, q_2\} \quad \delta(q_2,1) = \{q_1\}$$

Pede-se:

- a- encontre um autômato finito determinístico equivalente ao af-nd M dado.
- b- encontre um autômato finito determinístico com um número mínimo de estados que seja equivalente ao af-nd dado.
- c- descreva $L(M)$ por uma expressão regular.

6. Prove que a linguagem L definida abaixo é uma linguagem regular. L é a linguagem sobre o alfabeto $\{0,1\}$ constituída pelas seqüências x tais que:

- o primeiro símbolo de x é igual ao último, e
- x contém pelo menos uma ocorrência do símbolo 1.

7. Seja o af-nd $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, onde

$$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$$

$$\Sigma = \{ 0,1 \}$$

$$F = \{ q_3 \}$$

e o mapeamento δ é dado por:

$$\delta(q_0,0) = \{q_0\} \quad \delta(q_0,1) = \{q_1\}$$

$$\delta(q_1,0) = \{q_2\} \quad \delta(q_1,1) = \{q_1, q_3\}$$

$$\delta(q_2,0) = \{ \} \quad \delta(q_2,1) = \{q_2, q_3\}$$

$$\delta(q_3,0) = \{q_3\} \quad \delta(q_3,1) = \{ \}$$

Pede-se:

- a- Construa um af-d M' , a partir de M, tal que $L(M) = L(M')$
- b- Descreva por uma expressão regular a linguagem $L(M)$.

8. Construa um autômato finito determinístico a partir do af não determinístico $M = \langle \{a,b,c,d\}, \{0,1\}, \delta, a, \{a\} \rangle$, onde o mapeamento δ é dado por:

	0	1
a	{a,b}	a
b	c	c
c	d	---
d	d	d

9. Construa um autômato finito não determinístico que reconhece todas as sentenças sobre o alfabeto $\{a,b,c\}$ que possuem o mesmo valor quando tais sentenças forem avaliadas da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda, de acordo com a tabela de multiplicação não associativa, dada a seguir.

	a	b	c
a	a	a	c
b	c	a	b
c	b	c	a

10. Seja o autômato finito com movimento vazio (ϵ) M , dado por $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, onde:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$F = \{q_3\}$$

e o mapeamento δ é dado por:

	0	1	ϵ
q_0	$\{ \}$	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\{q_3\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{ \}$	$\{ \}$
q_3	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{ \}$

Pede-se:

- Construa um af-dn M' sem movimento vazio que seja equivalente a M .
 - A partir do af-dn M' , construa um af-d M'' que seja equivalente a M .
 - A partir do af-d M'' , construa um af-d M''' que seja equivalente a M e que tenha um número mínimo de estados.
 - Escreva a expressão regular que denota $L(M)$.
11. Construa autômatos finitos que reconhecem as sentenças denotadas pelas seguintes expressões regulares:
- $10 \mid (0 \mid 11) 0^* 1$
 - $01 (((10)^* \mid 111)^* \mid 0)^* 1$
 - $1^* \mid 1^* (011)^* (1^* (011)^*)^*$
 - $(0 \mid 01 \mid 10)^*$
 - $(11 \mid 0)^* (00 \mid 1)^*$

12. Encontre as expressões regulares dos autômatos finitos descritos a seguir:

a- $M_a = (\{a,b,c\}, \{0,1\}, \delta_a, a, \{a\})$

δ_a		0	1
a	a	a	b
b	b	c	b
c	c	a	b

b- $M_b = (\{a,b,c\}, \{0,1\}, \delta_b, a, \{b,c\})$

δ_b		0	1
a		b	c
b		a	c
c		b	a

c- $M_c = (\{a,b\}, \{0,1\}, \delta_c, a, \{b\})$

δ_c		0	1
a		b	a
b		a	b

13. Para as expressões regulares obtidas no exercício anterior, encontre expressões regulares mais simples que sejam equivalentes.

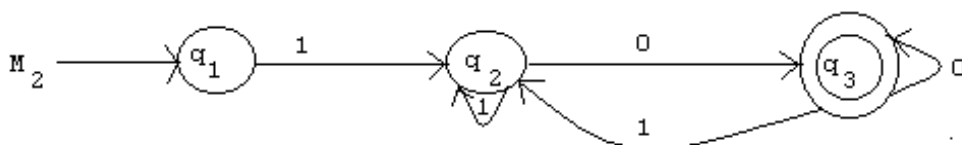
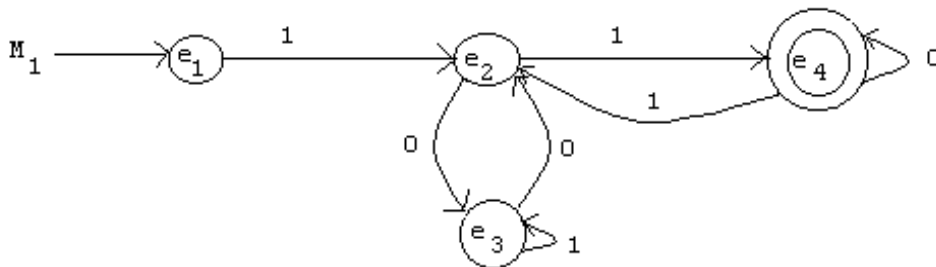
14. Construir uma gramática regular que gere a linguagem L descrita por:

$$L = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 \bmod 2 = 0 \text{ e } |x|_1 \bmod 2 = 1\}$$

Utilizando as propriedades das linguagens regulares, construa, a partir desta gramática, um autômato finito que reconhece as sentenças da linguagem L.

15. Descreva um autômato finito determinístico que aceite todas as cadeias sobre o alfabeto $\{0,1\}$, tal que toda ocorrência do símbolo 0 na sentença tenha o símbolo 1 imediatamente a sua direita. A partir deste autômato finito, construa a gramática regular que gera esta mesma linguagem.

16. Sejam os af-d M_1 e M_2 descritos pelos diagramas de transição de estados a seguir:



Sabendo-se que:

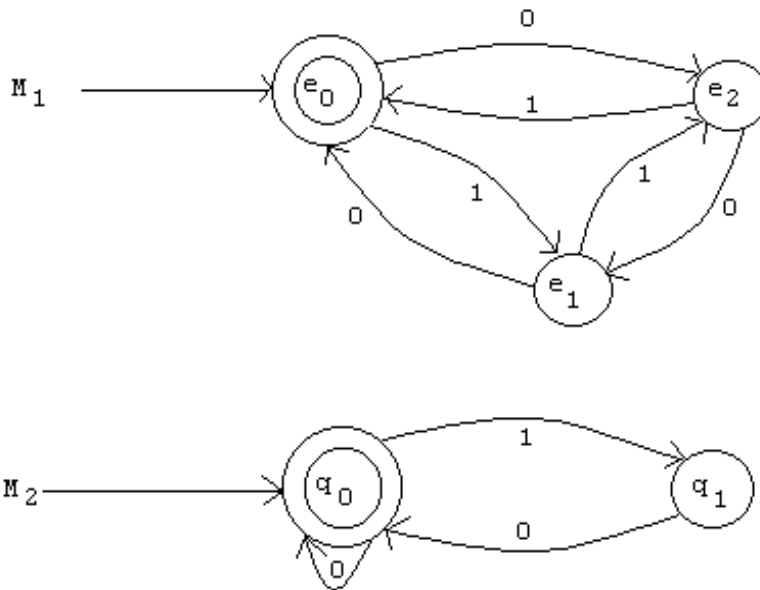
$L(M_1) = \{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ é um número binário maior que zero sem sinal e múltiplo de 3} \}$ e

$L(M_2) = \{x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ é um número binário maior que zero sem sinal e par} \}$

Utilizando as propriedades das linguagens regulares, pede-se para construir um autômato finito M, a partir de M_1 e M_2 , que reconheça a linguagem:

$L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid x \text{ é um número binário ímpar, maior que zero sem sinal e múltiplo de 3} \}$

17. Sejam os autômatos finitos:



que aceitam as linguagens:

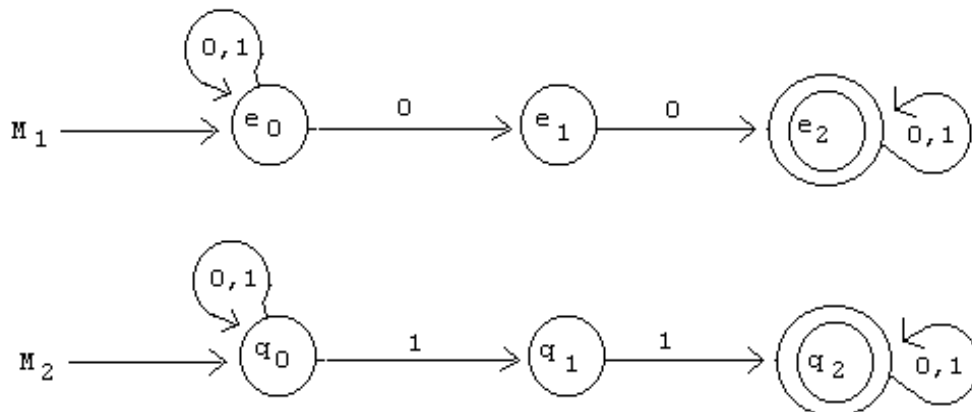
$L(M_1) = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 \bmod 3 = |x|_1 \bmod 3\}$

$L(M_2) = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x| \text{ não contém dois 1's consecutivos}\}$

Utilizando as propriedades das linguagens regulares, pede-se para construir um autômato finito M , a partir de M_1 e M_2 , que aceite a linguagem L , dada por:

$L = \{x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 \bmod 3 = |x|_1 \bmod 3 \text{ e } x \text{ deve conter dois 1's consecutivos}\}$

18. Considere os autômatos finitos M_1 e M_2 a seguir:



Utilizando as propriedades das linguagens regulares, e a partir de M_1 e M_2 , construa os autômatos finitos descritos a seguir:

- M_3 tal que $L(M_3) = L(M_1)^*$
- M_4 tal que $L(M_4) = L(M_1) \cdot L(M_2)$
- M_5 tal que $L(M_5) = L(M_1) \cup L(M_2)$
- M_6 tal que $L(M_6) = (\text{complemento}(L(M_1)) \cup L(M_2))^*$
- M_7 tal que $L(M_7) = L(M_1) \cap L(M_2)$

19. Mostre que:

Se L é uma linguagem regular então

$L^R = \{ x \mid \text{a cadeia reversa de } x \text{ está em } L \}$ também é uma linguagem regular.

A reversa de uma cadeia x , que denotaremos por x^r , é a cadeia formada pelos símbolos de x em reverso. Por exemplo: $(011)^r = 110$.

20. Mostre que:

Se L é uma linguagem regular, então

$\text{INIC}(L) = \{ x \mid xy \in L \}$ também é uma linguagem regular.

21. Mostre que:

Se L é uma linguagem regular, então

$\text{FIM}(L) = \{ y \mid xy \in L \}$ também é uma linguagem regular.

22. Mostre que:

Se L é uma linguagem regular, então

$L' = \{ a_2a_1a_4a_3a_6a_5 \dots a_na_{n-1} \mid a_1a_2a_3 \dots a_n \in L \}$ também é uma linguagem regular.

23. Prove que as linguagens a seguir não são linguagens regulares:

a- $L_a = \{ 0^n1^n \mid n \geq 0 \}$

b- $L_b = \{ 0^n \mid n \geq 0 \text{ é um número primo} \}$

c- $L_c = \{ x x^r \mid x \in \{0,1\}^* \text{ e } x^r \text{ é a cadeia reversa de } x \}$

d- $L_d = \{ x x \mid x \in \{0,1\}^* \}$

e- $L_e = \{ x \in \{0,1\}^* \mid |x|_0 = |x|_1 \}$