MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

Algoritmos e Estruturas de Dados
Lista de exercícios 1

Felipe Menino Carlos

Este documento tem por objetivo apresentar considerações sobre alguns dos vários tópicos abordados durante o desenvolvimento da 1° lista de exercícios de Algoritmos e Estruturas de Dados.

1 Exercício 2

Para o exercício 2 apresentado na lista, que tinha como objetivo a expansão das operações disponíveis da `lista encadeada` implementada durante as aulas, pede-se a classificação das complexidades de cada uma das operações implementadas. Abaixo são listados cada uma das operações implementadas e suas respectivas complexidades.

Tabela 1: *Complexidade das operações implementadas na lista ligada*

Operação	Complexidade	Descrição
front()	O(1)	Retorna o primeiro elemento da lista
back()	O(1)	Retorna o último elemento da lista
push_front(v)	O(1)	Insere o valor v na cabeça da lista
push_back(v)	O(1)	Insere o valor v no final da lista
pop_front()	O(1)	Remove o primeiro elemento da lista
pop_back()	O(1)	Remove o último elemento da lista
splice(L2)	O(2N)	Funde os elementos da lista L2 ao final da lista operada
reverse()	O(N)	Reverte os elementos da lista
merge(L2)	$O(\frac{n^2-n}{2})$	Junta duas listas ordenadas em uma só, também ordenada

Vale citar que, a complexidade da operação *Merge(L2)* tem o formato apresentado por conta do algoritmo selecionado, sendo este o Tree Sort, que tem uma pequena descrição de complexidade apresentada por McLuckie (1986) [1].

2 Exercício 4

O exercício 4 pede a implementação de um *deque* para permitir inserções e remoções de elementos nas duas extremidades em tempo constante O(1), garantindo também o acesso ao *i*-ésimo elemento em tempo constante O(1). Além disto, inserções que não ocorram nas extremidades poderão ser feitas em tempo O(N).

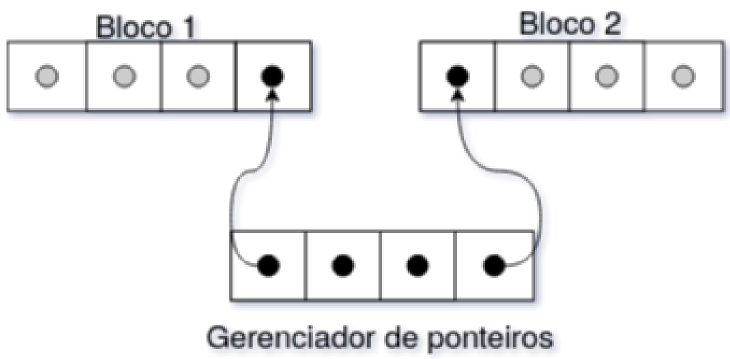
Inicialmente como forma de solução para este exercício foi adotado uma abordagem que faz a utilização de listas ligadas, controlando inserções e remoções em tempo constante, porém, com esta forma de implementação a garantia do acesso ao *i*-ésimo elemento não é garantido, já que, nesta abordagem é necessário percorrer cada um dos elementos da lista ligada até chegar no selecionado, como apresentado no pseudocódigo abaixo.

Algorithm 1 Algoritmo de busca em lista ligada

```
function BuscaEmListaLigada(A, el)
    item ← A.next
    while item != A.end and item.data != el do
      item = item.next
    end while
    return item
end function
```

Com isto, foi necessário a identificação de uma outra abordagem para que os requisitos base da estrutura de dados proposta no exercício fossem atendidos. Inicialmente fez-se uma busca pela estrutura de dados equivalente na **S**tandard **T**emplate **L**ibrary (STL) do C++, esta que como apresentado na documentação[1] garante o acesso ao *i*-ésimo elemento em tempo constante O(1). Musser *et al* (2001) [2] especificam que a STL faz a garantia do tempo constante através de uma implementação que trabalha com o gerenciamento de ponteiros e múltiplos blocos de tamanho fixo. Uma representação para tal implementação pode ser vista na Figura 1.

Figura 1: *Representação da forma de implementação do Deque na STL*



Para este exercício uma abordagem mais simples foi adotada, onde através de um *array* estático de armazenamento contíguo foi utilizado. Este *array* possuí uma representação

[1]https://en.cppreference.com/w/cpp/container/deque

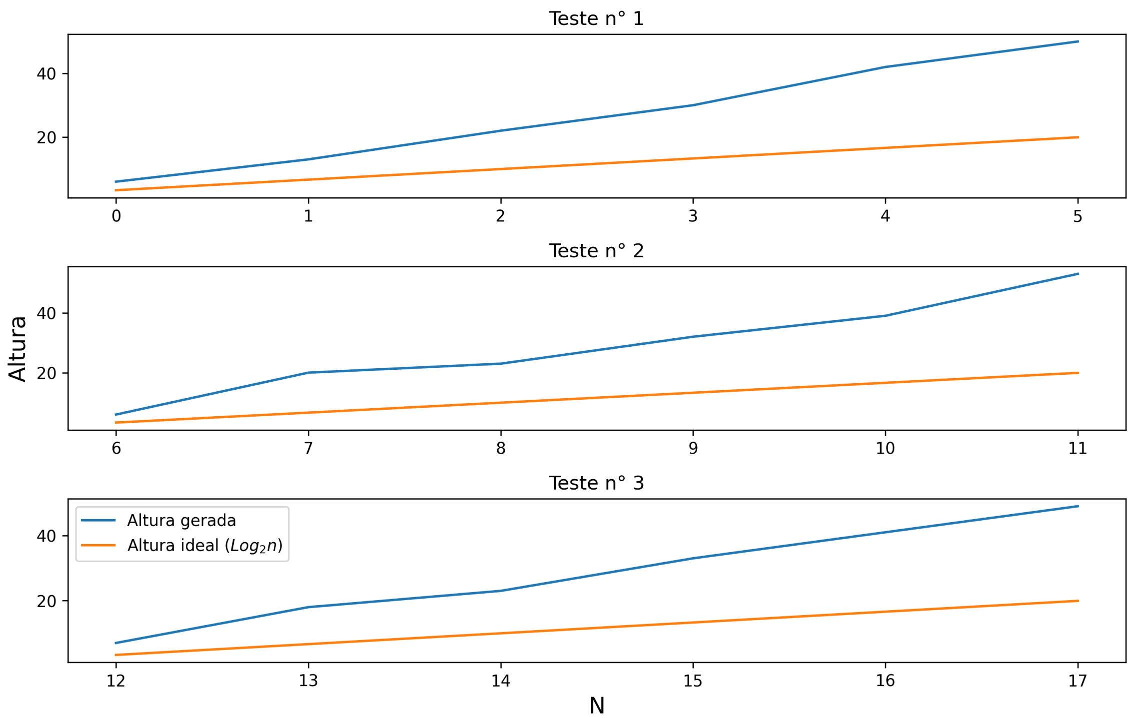
circular dentro da estrutura de dados implementada, sabendo que, com a utilização de dois ponteiros de memória, um representando o início do *deque* e outro representando o fim, todo o comportamento padrão de inserção, remoção e busca foram implementados.

A estrutura de dados implementada neste exercício pode apresentar problemas de usabilidade por conta da necessidade de definição da quantidade de elementos a serem armazenados em tempo de compilação e por não possibilitar o aumento da capacidade em tempo de execução. Por outro lado, garante velocidade O(1) em boa parte das operações implementadas.

3 Exercício 9

A altura das árvores binárias é definida como $log_2 n$, porém, como apresentado por Sedgewick e Wayne (2011) [3] tal característica só é garantida quando a árvore é balanceada, ou seja, quando a altura das duas subárvores de todo nó nunca difere mais que um elemento. Com isto, ao analisar os resultados obtidos com o teste do exercício nove, apresentados na Figura 2, é possível perceber tal comportamento, isso já que, a implementação de árvore binária realizada neste trabalho não realiza nenhum tipo de balanceamento.

Figura 2: *Testes com a altura de árvore binária criada aleatoriamente*



Referências

[1] McLuckie, K. *Sorting routines for microcomputers*. Macmillan, Basingstoke, 1986.

[2] Musser, D., Derge, G., and Saini, A. *STL tutorial and reference guide : C++ programming with the standard template library*. Addison-Wesley, Boston, 2001.

[3] Sedgewick, R., and Wayne, R. *Algorithms*. Addison-Wesley, Upper Saddle River, NJ, 2011.