

# Algebra: Chapter 0

Apuntes de teoría

Mario Román

August 16, 2016

## IV. Álgebra lineal

### 4. Presentaciones y resoluciones

#### 4.1. Torsión

**Definición 1. Torsión.** *Un elemento  $m \in M$  módulo de  $R$  es de **torsión** si  $\{m\}$  es linealmente dependiente. Es decir,*

$$\exists r \in R, r \neq 0 : rm = 0$$

*El conjunto de elementos de torsión se llama  $Tor(M)$ . Un módulo es **libre de torsión** si  $Tor(M) = 0$  y **de torsión** si  $Tor(M) = M$ .*

Un anillo conmutativo es libre de torsión sobre sí mismo si y sólo si es dominio de integridad. Cuando esto ocurre,  $Tor(M)$  es siempre submódulo de  $M$ . Submódulos o sumas de módulos libres de torsión serán libres de torsión, y por todo esto, los módulos libres sobre dominios de integridad serán libres de torsión.

**Definición 2. Cíclico.** *Un módulo es **cíclico** cuando es generado por un elemento. Es decir, cuando  $M \cong R/I$  para algún ideal.*

La equivalencia se ve en este [ejercicio](#). Cuando en un dominio de integridad todos sus módulos cíclicos son libres de torsión, es un cuerpo. Otra forma de pensar sobre un módulo cíclico es como aquel que admite un epimorfismo:

$$R \rightarrow M \rightarrow 0$$

#### 4.2.