Lógica de Predicados

Relembrando....

Quantificadores - Tipos

- Universal:
  - considera todos os elementos de um conjunto

- Existencial:
  - Existe um ou mais elementos de um conjunto.

Traduzindo para o Português

- Fizemos 5 e 6
- Ficou para vocês: 9 a 16

Exercícios Rosen

5) Considere P(x) como a proposição "x passa mais do que cinco horas em aula todos os dias", em que o domínio de x são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x P(x)$

b) $\forall x P(x)$

c) $\exists x \sim P(x)$

d) $\forall x \sim P(x)$

Exercícios Rosen

6) Considere N(x) como a proposição "x visitou Dakota do Norte", em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x N(x)$
b) $\forall x N(x)$
c) $\sim\exists x N(x)$
d) $\exists x \sim N(x)$
e) $\sim\forall x N(x)$
f) $\forall x \sim N(x)$

Exercícios – Rosen 47

9) Considere P(x) como a proposição "x fala russo" e considere Q(x) como a proposição "x sabe a linguagem computacional C++". Expresse cada uma dessas sentenças em termos de P(x), Q(x), quantificadores e conectivos lógicos. O domínio para quantificadores são todos os estudantes de sua escola.

Exercícios – Rosen 47

9) Considere P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

a) Há um estudante em sua escola que fala russo e sabe C++.

Exercícios – Rosen 47

9)P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

a) Há um estudante em sua escola que fala russo e sabe C++.

$\exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$

Exercícios – Rosen 47

9)P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

b) Há um estudante em sua escola que fala russo mas não sabe C++.

Exercícios – Rosen 47

9)P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

b) Há um estudante em sua escola que fala russo mas não sabe C++.

$\exists$ x (P(x) ^ ~Q(x))

Exercícios – Rosen 47

9)P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

c) Todo estudante em sua escola ou fala russo ou sabe C++.

Exercícios – Rosen 47

9)P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

c) Todo estudante em sua escola ou fala russo ou sabe C++.

$\forall x \, (P(x) \vee Q(x))$

Exercícios – Rosen 47

9)P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

d) Nenhum estudante em sua escola fala russo ou sabe C++.

Exercícios – Rosen 47

9)P(x) = “x fala russo”

Q(x)=“x sabe a linguagem C++”.

Domínio ={todos os estudantes de sua escola}

d) Nenhum estudante em sua escola fala russo ou sabe C++.

$\sim \exists x\ (P(x) \vee Q(x))$

Exercícios – Rosen(47)

11) Considere P(x) como o predicado “$x = x^2$”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) P(0)

b) P(1)

c) P(2)

d)P(-1)

e) $\exists x\ P(x)$

f) $\forall x\ P(x)$

{...,-2,-1,0,1,2,...}

Exercícios – Rosen(47)

11) Considere P(x) como o predicado “x =x^2”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) P(0) = “0 =0^2” é Verdade

b) P(1)

c) P(2)

d)P(-1)

e) $\exists$x P(x)

f) $\forall$x P(x)

Exercícios – Rosen(47)

11) Considere P(x) como o predicado “x =x^2”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) P(0) = “0 =0^2” é Verdade

b) P(1) = “1 =1^2” é Verdade

c) P(2)

d)P(-1)

e) $\exists$x P(x)

f) $\forall$x P(x)

Exercícios – Rosen(47)

11) Considere P(x) como o predicado "$x = x^2$". Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) P(0) = "$0 = 0^2$" é Verdade

b) P(1) = "$1 = 1^2$" é Verdade

c) P(2) = "$2 = 2^2$" é Falso

d)P(-1)

e) $\exists x\, P(x)$

f) $\forall\, x\, P(x)$

Exercícios – Rosen(47)

11) Considere P(x) como o predicado “$x = x^2$”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) P(0) = “$0 = 0^2$” é Verdade

b) P(1) = “$1 = 1^2$” é Verdade

c) P(2) = “$2 = 2^2$” é Falso

d)P(-1) = “$-1 = -1^2$” é Falso

e) $\exists x$ P(x)

f) $\forall$ x P(x)

Exercícios – Rosen(47)

11) Considere P(x) como o predicado “x =x^2”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) P(0) = “0 =0^2” é Verdade

b) P(1) = “1 =1^2” é Verdade

c) P(2) = “2 =2^2” é Falso

d)P(-1) = “-1 =-1^2” é Falso

e) $\exists$x P(x) a,b mostram que é Verdade

f) $\forall$ x P(x)

Exercícios – Rosen(47)

11) Considere P(x) como o predicado “x =x^2”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) P(0) = “0 =0^2” é Verdade

b) P(1) = “1 =1^2” é Verdade

c) P(2) = “2 =2^2” é Falso

d)P(-1) = “-1 =-1^2” é Falso

e) $\exists$x P(x) a,b mostram que é Verdade

f) $\forall$x P(x) c,d são contra exemplos,Falso

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere Q(x) como o predicado "x+1>2x". Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) Q(0)

b) Q(-1)

c) Q(2)

d) ∃ x Q(x)

e) ∀ x Q(x)

f) ∃ x ~Q(x)

g) ∀ x ~Q(x)

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere Q(x) como o predicado "x+1>2x". Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) Q(0) = "0 +1>2×0" é Verdade

b) Q(-1)

c) Q(2)

d) ∃ x Q(x)

e) ∀ x Q(x)

f) ∃ x ~Q(x)

g) ∀ x ~Q(x)

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere Q(x) como o predicado “x+1>2x”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) Q(0) = “0 +1>2×0” é Verdade

b) Q(-1) = “-1+1>2×-1” é Verdade

c) Q(2)

d) ∃ x Q(x)

e) ∀ x Q(x)

f) ∃ x ~Q(x)

g) ∀ x ~Q(x)

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere Q(x) como o predicado "x+1>2x". Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) Q(0) = "0 +1>2x0" é Verdade

b) Q(-1) = "-1+1>2x-1" é Verdade

c) Q(2) = "2+1>2x2" é Falso

d) ∃ x Q(x)

e) ∀ x Q(x)

f) ∃ x ~Q(x)

g) ∀ x ~Q(x)

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere Q(x) como o predicado "x+1>2x". Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) Q(0) = "0 +1>2x0" é Verdade

b) Q(-1) = "-1+1>2x-1" é Verdade

c) Q(2) = "2+1>2x2" é Falso

d) ∃ x Q(x) a,b mostram que é Verdade

e) ∀ x Q(x)

f) ∃ x ~Q(x)

g) ∀ x ~Q(x)

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere Q(x) como o predicado “x+1>2x”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) $Q(0)$ = “$0 + 1 > 2 \times 0$” é Verdade

b) $Q(-1)$ = “$-1 + 1 > 2 \times -1$” é Verdade

c) $Q(2)$ = “$2 + 1 > 2 \times 2$” é Falso

d) $\exists x\, Q(x)$ a,b mostram que é Verdade

e) $\forall x\, Q(x)$ c é contra exemplo, é Falso

f) $\exists x \sim Q(x)$

g) $\forall x \sim Q(x)$

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere $Q(x)$ como o predicado "$x+1>2x$". Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) $Q(0)$ = "$0 +1>2\times0$" é Verdade

b) $Q(-1)$ = "$-1+1>2\times-1$" é Verdade

c) $Q(2)$ = "$2+1>2\times2$" é Falso

d) $\exists\, x\, Q(x)$ a,b mostram que é Verdade

e) $\forall\, x\, Q(x)$ c é contra exemplo, é Falso

f) $\exists\, x \sim Q(x)$ c mostra que é Verdade

g) $\forall\, x \sim Q(x)$

Exercícios – Rosen(47)

12) Considere Q(x) como o predicado “x+1>2x”. Se o domínio forem os números inteiros, quais serão os valores-verdade?

a) Q(0) = “0 +1>2×0” é Verdade

b) Q(-1) = “-1+1>2×-1” é Verdade

c) Q(2) = “2+1>2×2” é Falso

d) ∃ x Q(x) a,b mostram que é Verdade

e) ∀ x Q(x) c é contra exemplo, é Falso

f) ∃ x ~Q(x) c mostra que é Verdade

g) ∀ x ~Q(x) a,b são contra exemplos, Falso

Exercícios – Rosen(47)

13) Determine o valor verdade de cada uma destas proposições, se o domínio forem todos os números inteiros.

a) $\forall$ n (n+1>n)

b) $\exists$ n (2n = 3n)

c) $\exists$ n (n = -n)

d) $\forall$ n ($n^2 \geq n$)

Exercícios – Rosen(47)

13) Determine o valor verdade de cada uma destas proposições, se o domínio forem todos os números inteiros.

a) $\forall$ n (n+1>n) é Verdade

b) $\exists$ n (2n = 3n)

c) $\exists$ n (n = -n)

d) $\forall$ n ($n^2 \geq n$)

Exercícios – Rosen(47)

13) Determine o valor verdade de cada uma destas proposições, se o domínio forem todos os números inteiros.

a) $\forall$ n (n+1>n) é Verdade

b) $\exists$ n (2n = 3n) é Verdade (Qual?)

c) $\exists$ n (n = -n)

d) $\forall$ n ($n^2 \geq n$)

Exercícios – Rosen(47)

13) Determine o valor verdade de cada uma destas proposições, se o domínio forem todos os números inteiros.

a) $\forall$ n (n+1>n) é Verdade

b) $\exists$ n (2n = 3n) é Verdade (Qual?)

c) $\exists$ n (n = -n) ????

d) $\forall$ n ($n^2 \geq n$)

Exercícios – Rosen(47)

13) Determine o valor verdade de cada uma destas proposições, se o domínio forem todos os números inteiros.

a) $\forall$ n (n+1>n) é Verdade

b) $\exists$ n (2n = 3n) é Verdade (Qual?)

c) $\exists$ n (n = -n) ????

d) $\forall$ n ($n^2 \geq n$) é Verdade

Lógica de Predicados

Negação

Equivalências

Exercícios Rosen

6) Considere N(x) como a proposição "x visitou Dakota do Norte", em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x N(x)$ b) $\forall x N(x)$

c) $\sim\exists x N(x)$ d) $\exists x \sim N(x)$

e) $\sim\forall x N(x)$ f) $\forall x \sim N(x)$

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de todos os estudantes desta classe terem feito aulas de lógica.

$$\sim \forall x\, P(x)$$

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de todos os estudantes desta classe terem feito aulas de lógica.

$$\sim \forall x\, P(x)$$

Podemos reformular a frase para:

- Existe um estudante desta classe que não teve aula de lógica.

$$\exists x \sim P(x)$$

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de todos os estudantes desta classe terem feito aulas de lógica.

  $$\sim\forall x\ P(x)$$

- Existe um estudante desta classe que não teve aula de lógica.

  $$\exists x\ \sim P(x)$$

Ilustramos que:

$$\sim \forall\ x\ P(x) \equiv \exists\ x\ \sim P(x)$$

Negando Expressões Quantificadas

- Existe um estudante na classe que teve aulas de calculo.

  $\exists$ x P(x)

- Não é o caso de existir um estudante na classe que teve aulas de calculo.

  ~ $\exists$ x P(x)

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de existir um estudante na classe que teve aulas de calculo.

  $\sim \exists\, x\ P(x)$

Podemos reformular a frase para:

- Todo os estudantes nesta classe não tiveram aulas de calculo.

  $\forall x \sim P(x)$

Negando Expressões Quantificadas

- Não é o caso de existir um estudante na classe que teve aulas de calculo.

  $\sim \exists\, x\, P(x)$

Todo os estudantes nesta classe não tiveram aulas de calculo.

$\forall x \sim P(x)$

Ilustramos que:

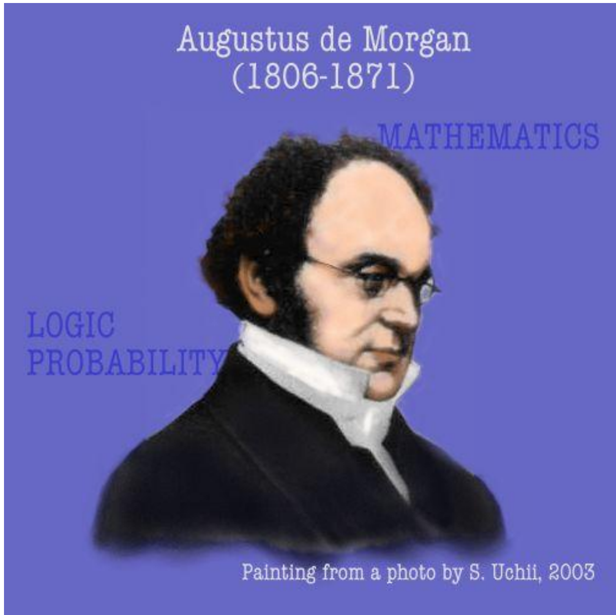
$$\sim \exists\, x\, P(x) \equiv \forall x \sim P(x)$$

Negando Expressões Quantificadas

- As regras para negações de quantificadores são chamadas de Leis de De Morgan para quantificadores.

$$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$$

$$\sim \exists x\, P(x) \equiv \forall x \sim P(x)$$



Exercício

1) Qual a negações de:

a) “Existe um político honesto”

Exercício

“Existe um político honesto”

H(x) = “x é honesto”

Domínio = {todos os políticos}

Como fica a proposição???

Exercício

“Existe um político honesto”

H(x) = “x é honesto”

Domínio = {todos os políticos}

$\exists x\, H(x)$

Exercício

“Existe um político honesto”

$H(x)$ = “x é honesto”

Domínio = {todos os políticos}

$\exists x\, H(x)$ negando $\sim \exists x\, H(x)$

Exercício

“Existe um político honesto”

H(x) = “x é honesto”

Domínio = {todos os políticos}

$\exists$ x H(x) negando ~ $\exists$ x H(x)

Sabemos que ~ $\exists$ x H(x) $\equiv$ $\forall$x ~H(x)

Então podemos dizer que: ....

Exercício

"Existe um político honesto"

H(x) = "x é honesto"

Domínio = {todos os políticos}

$\exists x\, H(x)$ negando $\sim \exists x\, H(x)$

Sabemos que $\sim \exists x\, H(x) \equiv \forall x \sim H(x)$

Então podemos dizer que:

Todos os políticos são desonestos.

Exercício

Quais a negações de:

“Todos os brasileiros comem churrasco”

Exercício

“Todos os brasileiros comem churrasco”

C(x) = “x como churrasco”

Domínio = {todos os brasileiros}

Como fica a proposição???

Exercício

“Todos os brasileiros comem churrasco”

$C(x)$ = “x como churrasco”

Domínio = {os brasileiros}

$\forall x \, P(x)$

Exercício

“Todos os brasileiros comem churrasco”

$P(x)$ = “x como churrasco”

Domínio = {todos os brasileiros}

$x\ P(x)$

$\sim \forall x\ P(x)$

Exercício

"Todos os brasileiros comem churrasco"

P(x) = "x como churrasco"

Domínio = {todos os brasileiros}

$\forall x \, P(x)$

$\sim \forall x \, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$

Exercício

"Todos os brasileiros comem churrasco"

P(x) = "x como churrasco"

Domínio = {todos os brasileiros}

$\forall x\, P(x)$

$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$

Existe pelo menos um brasileiro que não come churrasco.

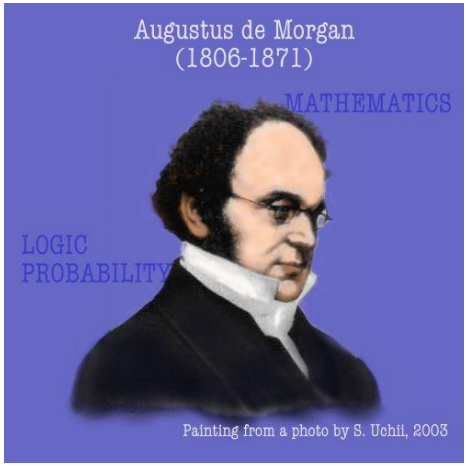
Algum brasileiro não come churrasco.

Equivalências

- Leis de De Morgan

$$\sim \forall x\, P(x) \equiv \exists x \sim P(x)$$

$$\sim \exists x\, P(x) \equiv \forall x \sim P(x)$$



Equivalências ($S \equiv T$)

- Sentenças que envolvem predicados e quantificadores são logicamente equivalentes se e somente se elas têm o mesmo valor verdade quaisquer que sejam os predicados substituídos nessas sentenças e qualquer que seja o domínio para as variáveis nessas funções proposicionais.

Equivalências

- $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$
- $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \equiv \exists x\, P(x) \vee \exists x\, Q(x)$

Equivalências

- $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \equiv \forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$
- $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \equiv \exists x\, P(x) \vee \exists x\, Q(x)$

CUIDADO!!!!

- $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \neq \forall x\, P(x) \vee \forall x\, Q(x)$
- $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) \neq \exists x\, P(x) \wedge \exists x\, Q(x)$

Exercícios – Rosen(47 e 48)

- 17 ao 19
- 33 e 34