

# Fundamentos 1

---

## Lógica Proposicional





# Conteúdo

- Prova da não validade de um argumento.
- Inconsistência das premissas.
- Lista de exercícios.



# Argumento Não Válido

- Ou Sofisma
- Um argumento é não válido se houver uma linha na tabela verdade relativa ao argumento dado em que os valores lógicos da premissa são verdadeiros e o valor lógico da conclusão é falso.



# Argumento Não Valido

- $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$  - Sofisma

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Premissas



# Argumento Não Valido

- Podemos mostrar a não validade sem a tabela.
- Exemplo:  $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ 
  - Sabemos que para ser não valido a conclusão deve ser falsa, logo  $\sim q$  é falso e sendo assim  $q$  é verdadeiro.



# Argumento Não Valido

- Podemos mostrar a não validade sem a tabela.
- Exemplo:  $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ 
  - Valor( $q$ ) = V
  - As premissas devem ser verdadeiras, então  $\sim p$  deve ser verdadeiro. Assim valor( $p$ ) = F



# Argumento Não Valido

- Podemos mostrar a não validade sem a tabela.
- Exemplo:  $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ 
  - $\text{Valor}(q) = V, \text{Valor}(p) = F$
  - $\text{Valor}(p \rightarrow q) = (F \rightarrow V) = V$
  - $\text{Valor}(\sim p) = \text{Valor}(\sim F) = V$
  - $\text{Valor}(\sim q) = \text{Valor}(\sim V) = F$

}

Premissas

→

Conclusão



# Argumento Inconsistente

- Um argumento se diz inconsistente se as suas premissas não podem ser simultaneamente verdadeira (inconsistentes)
- Dois métodos para mostrar inconsistência
  - Tabela Verdade
  - Dedução de uma contradição





# Argumento Inconsistente

- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$p \vee \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$	$p \vee \sim r$	$q \rightarrow r$
V	V	V	F	F	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V	V



# Argumento Inconsistente

- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$p \vee \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$	$p \vee \sim r$	$q \rightarrow r$
V	V	V	F	F	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V	F
F	V	F	F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V	V

As premissas são inconsistentes, pois as três não são verdadeiras ao mesmo tempo



# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição

- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$

1)  $\sim(p \vee \sim q)$

2)  $p \vee \sim r$

3)  $q \rightarrow r$  .

4)  $\sim p \wedge \sim \sim q$       1 De Morgan

5)  $\sim p \wedge q$       4 Dupla Negação

6)  $q$       5 Simplificação

7)  $r$       3,6 Modus Ponens

8)  $\sim p$       5 Simplificação

9)  $\sim r$       2,8 Silogismo Disjuntivo

10)  $r \wedge \sim r$       7,9 Conjunção

Contradição



# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição

- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$

1)  $\sim(p \vee \sim q)$

2)  $p \vee \sim r$

3)  $q \rightarrow r$  .

4)  $\sim p \wedge \sim \sim q$       1 De Morgan

5)  $\sim p \wedge q$       4 Dupla Negação

6)  $q$       5 Simplificação

7)  $r$       3,6 Modus Ponens

8)  $\sim p$       5 Simplificação

9)  $\sim r$       2,8 Silogismo Disjuntivo

10)  $r \wedge \sim r$       7,9 Conjunção

Contradição



# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$ 
  - 1)  $\sim(p \vee \sim q)$
  - 2)  $p \vee \sim r$
  - 3)  $q \rightarrow r$ .
  - 4) 1 De Morgan





# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$ 
  - 1)  $\sim(p \vee \sim q)$
  - 2)  $p \vee \sim r$
  - 3)  $q \rightarrow r$  .
  - 4)  $\sim p \wedge \sim \sim q$       1 De Morgan
  - 5)  $\sim p \wedge q$       4 Dupla Negação
  - 6)      5 Simplificação



# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$ 
  - 1)  $\sim(p \vee \sim q)$
  - 2)  $p \vee \sim r$
  - 3)  $q \rightarrow r$ .
  - 4)  $\sim p \wedge \sim \sim q$       1 De Morgan
  - 5)  $\sim p \wedge q$       4 Dupla Negação
  - 6)  $q$       5 Simplificação
  - 7)  $\sim p$       5 Simplificação
  - 8)      3,6 Modus Ponens





# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$ 
  - 1)  $\sim(p \vee \sim q)$
  - 2)  $p \vee \sim r$
  - 3)  $q \rightarrow r$  .
  - 4)  $\sim p \wedge \sim \sim q$  1 De Morgan
  - 5)  $\sim p \wedge q$  4 Dupla Negação
  - 6)  $q$  5 Simplificação
  - 7)  $\sim p$  5 Simplificação
  - 8)  $r$  3,6 Modus Ponens
  - 9) 2,7 Silogismo Disjuntivo



# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$ 
  - 1)  $\sim(p \vee \sim q)$
  - 2)  $p \vee \sim r$
  - 3)  $q \rightarrow r$  .
  - 4)  $\sim p \wedge \sim \sim q$       1 De Morgan
  - 5)  $\sim p \wedge q$       4 Dupla Negação
  - 6)  $q$       5 Simplificação
  - 7)  $\sim p$       5 Simplificação
  - 8)  $r$       3,6 Modus Ponens
  - 9)  $\sim r$       2,7 Silogismo Disjuntivo



# Argumento Inconsistente

- Método 2: Deduzir uma Contradição

- $\sim(p \vee \sim q), p \vee \sim r, q \rightarrow r$

1)  $\sim(p \vee \sim q)$

2)  $p \vee \sim r$

3)  $q \rightarrow r$  .

4)  $\sim p \wedge \sim \sim q$       1 De Morgan

5)  $\sim p \wedge q$       4 Dupla Negação

6)  $q$       5 Simplificação

7)  $\sim p$       5 Simplificação

8)  $r$       3,6 Modus Ponens

9)  $\sim r$       2,7 Silogismo Disjuntivo

10)  $r \wedge \sim r$       8,9 Conjunção

Contradição



# Exercícios

- Demonstrar a não validade do argumento
  1.  $p \vee \sim q, \sim(\sim r \wedge s), \sim(\sim p \wedge \sim s) \vdash \sim q \rightarrow r$
  2.  $p \wedge q \rightarrow (p \rightarrow r) \vee s, p \wedge \sim r \vdash \sim p \vee \sim q$
- Demonstrar a inconsistência das premissas
  1.  $x=1 \rightarrow y < x, y < x \rightarrow y=0, \sim(y=0 \vee x \neq 1)$
  2.  $\sim p \vee \sim q, p \wedge s, \sim s \vee r, r \rightarrow r \wedge q$
  3.  $\sim(p \vee q), r \rightarrow s, \sim q \wedge r$

# Demonstrar a não validade do argumento



- $p \vee \sim q, \sim(\sim r \wedge s), \sim(\sim p \wedge \sim s) \vdash \sim q \rightarrow r$

$V(p) =$

$V(q) =$

$V(r) =$

$V(s) =$

# Demonstrar a não validade do argumento



- $p \wedge q \rightarrow (p \rightarrow r) \vee s, p \wedge \sim r \vdash \sim p \vee \sim q$

$V(p) =$

$V(q) =$

$V(r) =$

$V(s) =$

# Demonstrar a inconsistência das premissas



- 1)  $x=1 \rightarrow y < x$
- 2)  $y < x \rightarrow y=0$
- 3)  $\sim(y=0 \vee x \neq 1)$
- 4) ????

# Demonstrar a inconsistência das premissas



1)  $\sim p \vee \sim q$

2)  $p \wedge s$

3)  $\sim s \vee r$

4)  $r \rightarrow r \wedge q$

5) ???



# Demonstrar a inconsistência das premissas



1)  $\sim(p \vee q)$

2)  $r \rightarrow s$

3)  $q \wedge r$

4) ????