Lógica de Predicados

Conteúdo

- Quantificadores – Rosen (pg 33)
- Tradução Português – Lógica – Rosen (pg 42)

O que é um Predicado?

O que é um Predicado?

- Predicado → Proposição
- Valor Verdade
- Conjunto Verdade
- Operações com predicados

Exercícios Rosen – pg 46

1) Considere P(x) como o predicado "$x \leq 4$". Quais são os valores verdade das proposições abaixo?

   a) P(0) é Verdade

   b) P(4) é Verdade

   c) P(6) é Falso

Exercícios Rosen – pg 46

2) Considere P(x) como o predicado "a palavra x contém a letra *a*". Quais são os valores verdade das proposições abaixo?

a) P(orange) é Verdade

b) P(lemon) é Falso

c) P(true) é Falso

d) P(false) é Verdade

Exercícios

- Determinar o conjunto verdade em N dos predicados.
  - P(x) = "2x = 6" CV={3}
  - P(x) = "x – 1 < 4" CV={0,1,2,3,4}
  - P(x) = "5x + 6 = 0" CV={ }

Perguntas ????

Quantificadores

- São frases do tipo:
  - “para todo”
  - “para cada”
  - “para algum”
- Ou seja, frases que dizem quantos objetos, em algum sentido, têm uma determinada propriedade.

Quantificadores - Tipos

- Universal:
  - considera todos os elementos de um conjunto
- Existencial:
  - Existe um ou mais elementos de um conjunto.

Quantificador Universal

- Propriedade é verdadeira para todos os valores de uma variável em um determinado domínio, ou seja, todos os elementos do domínio tornam o predicado verdadeiro.

- Domínio = Conjunto Verdade

- Símbolo Usado: $\forall$

Quantificador Universal

- Notação:
  - $(\forall\ x \in A)\ (P(x))$
  - $\forall\ x \in A,\ P(x)$
  - $\forall\ x \in A\!:\ P(x)$
  - $(\forall\ x\ )\ P(x)$
  - $\forall\ x,\ \ P(x)$
  - $\forall\ x\!:\ \ P(x)$
  - $\forall\ x\ \ P(x)$

Quantificador Universal

- Seja A = $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ o domínio considerado para o predicado P(x).

- Então $\forall$x P(x) equivale à conjunção das proposições.

$$\forall\, x\, P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \ldots\ P(a_n)$$

Quantificador Universal

- Seja A = $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ o domínio considerado para o predicado P(x).

- Então $\forall$ x P(x) equivale à conjunção das proposições.

$$\forall x\, P(x) \equiv P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \ldots \wedge P(a_n)$$

- Sendo assim ao usarmos o quantificador universal no predicado este torna se uma proposição pois tem um valor verdade.

Quantificador Universal

- Exemplo:

  A= {3,5,7}

  P(x) = “x é primo”

  $\forall$ x P(x) é ???

Quantificador Universal

- Exemplo:

  $A = \{3,5,7\}$

  $P(x)$ = "x é primo"

  $\forall x\, P(x)$ é Verdade

- Um elemento para o qual $P(x)$ é falsa é chamado de contra exemplo para $\forall x\, P(x)$ e torna $\forall x\, P(x)$ falso também.

Quantificador Universal

- Exemplo:

  $P(x) =$ "$x + 1 > x$"

  Domínio: o conjunto dos números reais.

  $\forall x\, P(x)$ é ?

Quantificador Universal

- Exemplo:

P(x) = “x +1 > x”

Domínio: o conjunto dos números reais.

$\forall$ x P(x) é Verdade

Quantificador Universal

- Exemplo:

$Q(x)$ = "$x < 2$"

Domínio: o conjunto dos números reais

$\forall x\, Q(x)$ é ???

Quantificador Universal

- Exemplo:

  Q(x) = “x < 2”

  Domínio: o conjunto dos números reais

  Q(3) é Falso logo ∀ x Q(x) é Falso

  Contra exemplo

Quantificador Existencial

- Propriedade é verdadeira para pelo menos um valor de uma variável em um determinado domínio, ou seja, existe um elemento do domínio que torna o predicado verdadeiro.
- Símbolo Usado: $\exists$

Quantificador Existencial

- Exemplo

  P(x) = “x é aluno de fundamentos 1 que
  tem N1=10.0”

  Domínio = {alunos desta sala}

  Podemos escrever que: $\exists$ x P(x)

Quantificador Existencial

- Notação:
  - $(\exists\, x \in A)\ (P(x))$
  - $\exists\, x \in A,\ P(x)$
  - $\exists\, x \in A\colon P(x)$
  - $(\exists\, x)\ P(x)$
  - $\exists\, x,\ \ P(x)$
  - $\exists\, x\colon\ P(x)$
  - $\exists\, x\ \ P(x)$

Quantificador Existencial

- Seja $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ o domínio considerado para o predicado $P(x)$.

- Então $\exists\, x\, P(x)$ equivale à disjunção das proposições.

$$\exists\, x\, P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \ldots \vee P(a_n)$$

Quantificador Existencial

- Seja $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ o domínio considerado para o predicado P(x).

- Então $\exists$ x P(x) equivale à disjunção das proposições.

$$\exists x\, P(x) \equiv P(a_1) \vee P(a_2) \vee \ldots \vee P(a_n)$$

- Sendo assim ao usarmos o quantificador existencial no predicado este torna se uma proposição pois tem um valor verdade.

Quantificador Existencial

Exemplo:

$P(x) =$ “$x > 3$”

Domínio: conjunto dos números reais.

Qual valor verdade de $\exists x\, P(x)$?

Quantificador Existencial

- $\exists$ x P(x) será falso quando o conjunto verdade for vazio.
- Exemplo:

  $(\exists\, n \in N)\ (n+4<8)$

  O Conjunto Verdade = {0,1,2,3}, logo a proposição é verdadeira

Quantificador Existencial

- $\exists$ x P(x) será falso quando o conjunto verdade for vazio.
- Exemplo:

  $(\exists\ n \in N)\ (n+4 < 4)$

  O Conjunto Verdade = { }, logo o predicado é falso

Quantificadores

- Existe um número não limitado de quantificadores que podemos definir tais como:
  - “existem exatamente dois”
  - “existem não mais de três”
  - “existe um único x tal que P(x) é verdadeiro”

Quantificadores

- Existe um número não limitado de quantificadores que podemos definir tais como
  - “existem exatamente dois”
  - “existem não mais de três”
  - “existe um único x tal que P(x) é verdadeiro”

Quantificador de Unicidade

Quantificadores

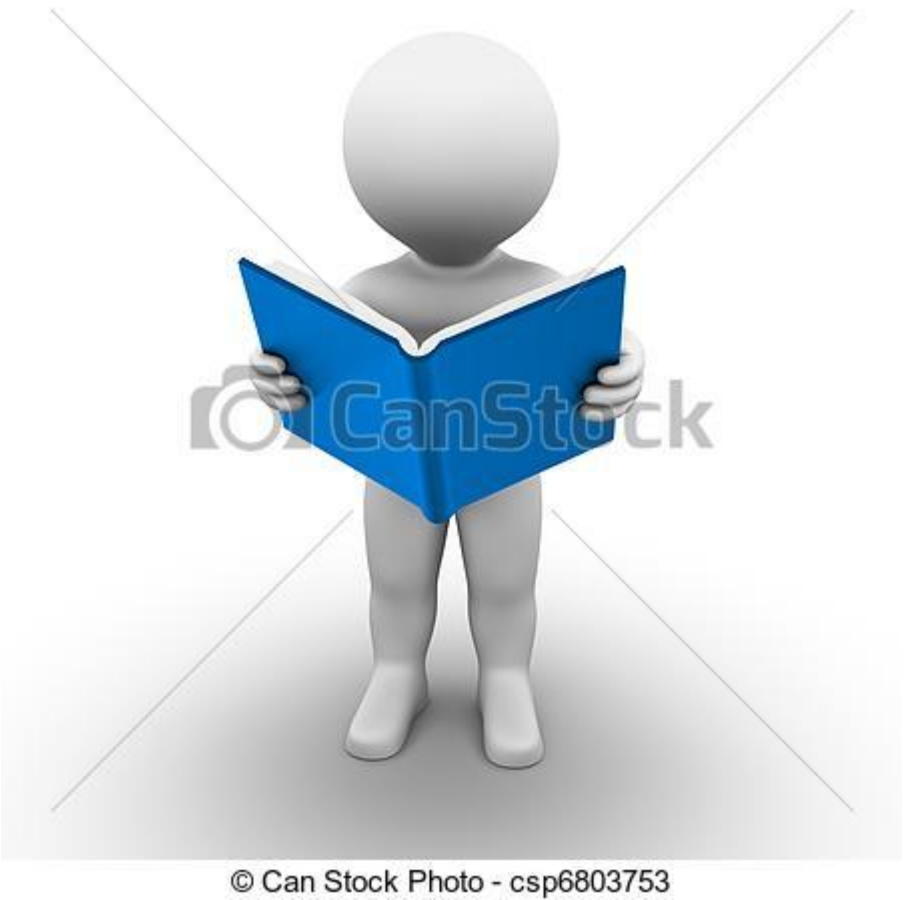
- Existe um número não limitado de quantificadores que podemos definir tais como
  - “existem exatamente dois”
  - “existem não mais de três”
  - “existe um único x tal que P(x) é verdadeiro”

$\boxed{\text{Quantificador de Unicidade}}$

$\boxed{\exists!x\ P(x) \text{ ou } \exists_1 x\ P(x)}$

Traduzindo do Português

Todo estudante desta classe estudou lógica.



Como podemos representar isso na lógica?

Traduzindo do Português

- Todo estudante desta classe estudou lógica.

1) Definir o predicado

$C(x)$ = “x estudou lógica”

Traduzindo do Português

- Todo estudante desta classe estudou lógica.

1) Definir o predicado

C(x) = “x estudou lógica”

2) Definir o domínio

Domínio = {estudantes desta classe}

Traduzindo do Português

- Todo estudante desta classe estudou lógica.

1) Definir o predicado

$C(x)$ = "x estudou lógica"

2) Definir o domínio

Domínio = {estudantes desta classe}

3) Escrever a proposição: $\forall x\ C(x)$

Traduzindo do Português

- Todo estudante desta classe estudou lógica.

1) Definir o predicado

C(x) = "x

2) Definir o do

Domínio a classe}

3) Escrever a proposição: $\forall x\ C(x)$

Existem várias maneiras de tradução!!!!

Exercício 5 – Rosen 46

Considere P(x) como a proposição “x passa mais do que cinco horas em aula todos os dias”, em que o domínio de x são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x P(x)$

Exercício 5 – Rosen 46

Considere P(x) como a proposição "x passa mais do que cinco horas em aula todos os dias", em que o domínio de x são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x P(x)$

b) $\forall x P(x)$

Exercício 5 – Rosen 46

Considere P(x) como a proposição “x passa mais do que cinco horas em aula todos os dias”, em que o domínio de x são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x P(x)$

b) $\forall x P(x)$

c) $\exists x \sim P(x)$

Exercício 5 – Rosen 46

Considere P(x) como a proposição “x passa mais do que cinco horas em aula todos os dias”, em que o domínio de x são todos os estudantes. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x P(x)$

b) $\forall x P(x)$

c) $\exists x \sim P(x)$

d) $\forall x \sim P(x)$

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado “x visitou Dakota do Norte”, em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

a) $\exists x\, N(x)$

b) $\forall x\, N(x)$

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado “x visitou Dakota do Norte”, em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

c) $\sim \exists x\, N(x)$

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado “x visitou Dakota do Norte”, em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

c) $\sim \exists x\, N(x)$

Nenhum estudante da minha escola visitou Dakota do Norte.

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado “x visitou Dakota do Norte”, em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

d) $\exists x \sim N(x)$

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado “x visitou Dakota do Norte”, em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

d) $\exists x \sim N(x)$

Há pelo menos um estudantes da minha escola que não visitou Dakota do Norte.

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado "x visitou Dakota do Norte", em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

e) $\sim \forall x\, N(x)$

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado "x visitou Dakota do Norte", em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

e) $\sim \forall x\, N(x)$

Não é verdade que todos os estudantes da minha escola visitaram Dakota do Norte.

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado “x visitou Dakota do Norte”, em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

f) $\forall x \sim N(x)$

Rosen 47

6) Considere N(x) como o predicado “x visitou Dakota do Norte”, em que o domínio são os estudantes de sua escola. Expresse cada uma dessas quantificações em português.

f) $\forall x \sim N(x)$

Todos os estudantes da minha escola não visitaram Dakota do Norte

Exercícios – Rosen(47)

- 9 a 16