

Fundamentos da Computação 1



Lógica Proposicional

Começamos o
semestre
trabalhando com a
lógica
proposicional!!!



Lógica Proposicional

- O que é uma proposição?
- [Resposta dos alunos]

Da mesma forma em que a matemática trabalha com números, a lógica trabalha com proposições.



Lógica Proposicional

- A. $X + 1 = 2$
- B. Ela é muito talentosa.
- C. Dez é menor do que sete.
- D. $5+7=10$
- E. $x+2 = 11$
- F. Responda esta questão.
- G. Não ultrapasse.
- H. Que horas são?
- I. A lua é feita de queijo verde.
- J. $2^n \geq 100$
- K. Hoje é quinta feira.
- L. Não há poluição em São Paulo.

**Quais dessas frases
são proposições?**



Lógica Proposicional

- A. $X + 1 = 2$ – Não (Indeterminada)
- B. Ela é muito talentosa. – Não (Indeterminada)
- C. Dez é menor do que sete. - Sim
- D. $5+7=10$ - Sim
- E. $x+2 = 11$ – Não (Indeterminada)
- F. Responda esta questão. – Não (Imperativa)
- G. Não ultrapasse. – Não (Imperativa)
- H. Que horas são? – Não (Interrogativa)
- I. A lua é feita de queijo verde. - Sim
- J. $2^n \geq 100$ – Não (Indeterminada)
- K. Hoje é quinta feira. - Sim
- L. Não há poluição em São Paulo. - Sim

**Quais dessas frases
são proposições?**



Lógica Proposicional

- Dez é menor do que sete.
- $5+7=10$
- A lua é feita de queijo verde.
- Hoje é quinta feira.
- Não há poluição em São Paulo.

**Uma proposição
possui um valor
verdade.**



Lógica Proposicional

- O que é uma proposição?
- Uma proposição é uma sentença declarativa que pode ser verdadeira ou falsa, mas não ambos.
- Toda proposição possui um valor verdade.
- [Resposta dos Alunos]

**O que é um valor
verdade?**



Lógica Proposicional

- Dez é menor do que sete.
- $5+7=10$
- A lua é feita de queijo verde.
- Hoje é quinta feira.
- Não há poluição em São Paulo.

**Quais são os valores
verdades dessas
proposições?**



Lógica Proposicional

- Dez é menor do que sete. **Falso**
- $5+7=10$ **Falso**
- A lua é feita de queijo verde. **Falso**
- Hoje é quinta feira. **Falso**
- Não há poluição em São Paulo. **Falso**

**Quais são os valores
verdades dessas
proposições?**



Lógica Proposicional

- Dez é menor do que sete. **p**
- $5+7=10$ **q**
- A lua é feita de queijo verde. **r**
- Hoje é quinta feira. **s**
- Não há poluição em São Paulo. **t**

Uma proposição é representada por uma variável proposicional.



Lógica Proposicional

- O que é uma proposição?
- Uma proposição é uma sentença declarativa que pode ser verdadeira ou falsa, mas não ambos.
- Toda proposição possui um valor verdade, ou seja, ela é verdadeira (V) ou falsa (F)
- Uma proposição é representada por uma variável proposicional, que é uma letra do alfabeto. (usaremos letras minúsculas)

Dúvidas?



Lógica Proposicional

- Dez é menor do que sete. **p**
- $5+7=10$ **q**
- A lua é feita de queijo verde. **r**
- Hoje é quinta feira. **s**
- Não há poluição em São Paulo. **t**

Uma proposição pode ser negada. A negação de uma proposição é o oposto dela.



Lógica Proposicional

- Dez é menor do que sete. **p**
- $5+7=10$ **q**
- A lua é feita de queijo verde. **r**
- Hoje é quinta feira. **s**
- Não há poluição em São Paulo. **t**

Quais são as negações dessas proposições?



Lógica Proposicional

- Dez é menor do que sete. p
- Dez é não menor do que sete. $\sim p$
- Dez é maior ou igual a sete. $\neg p$
- $5+7=10$ q
- $5+7 \neq 10$ $\sim q$
- A lua é feita de queijo verde. r
- A lua não é feita de queijo verde. $\neg r$
- Hoje é quinta feira. s
- Hoje não é quinta feira. $\sim s$
- Não há poluição em São Paulo. t
- Há poluição em São Paulo. $\neg t$



Quais são as negações dessas proposições?



Lógica Proposicional

- O que usamos para juntar duas ou mais proposições em uma formula lógica?
- [Resposta dos alunos]

**Na matemática
usamos operadores
para fazer formulas
com dois ou mais
números.**



Lógica Proposicional

- O que usamos para juntar duas ou mais proposições em uma formula lógica?
- Conectivos Lógicos

**Quais são os
conectivos lógicos?**



Lógica Proposicional

- Conectivos Lógicos
 - Conjunção: e (\wedge)
 - Disjunção: ou (\vee)
 - Disjunção Exclusiva: ($\underline{\vee}$ ou \oplus)
 - Condicional: (\rightarrow)
 - Bicondicional: (\leftrightarrow)

**Lembrando que a
negação não é um
conectivo.**



Lógica Proposicional

- Conectivos Lógicos

- Conjunção: e ($p \wedge q$)
- Disjunção: ou ($p \vee q$)
- Disjunção Exclusiva: ($p \underline{\vee} q, p \oplus q$)
- Condicional: ($p \rightarrow q$)
- Bicondicional: ($p \leftrightarrow q$)

Todo conectivo deve aparecer entre duas proposições!!!



Lógica Proposicional

- Considere as proposições p : “eu gosto de lógica” e q : “eu gosto de algoritmos”.
- Expresse cada uma dessas proposições compostas (formulas) em uma sentença em português.

A. $p \wedge q$

B. $p \vee \sim q$

C. $\sim p \rightarrow q$

D. $p \leftrightarrow q$

E. $\sim p \vee \sim q$

Continuamos nosso estudo passando para o português algumas formulas lógicas.



Lógica Proposicional

- Considere as proposições p : “eu estudo muito” e q : “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando p , q e os conectivos lógicos.
 - Eu estudo muito mas não sou aprovado.

**Nosso próximo passo
foi fazer o inverso.
Traduzir do português
para a formula lógica.**



Lógica Proposicional

- Considere as proposições p : “eu estudo muito” e q : “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando p , q e os conectivos lógicos.
 - Eu estudo muito mas não sou aprovado.
 - $p \wedge \sim q$

Vimos que o conectivo \wedge , pode ser denotado por **e, mas, também, no entanto.**



Lógica Proposicional

- Considere as proposições **p**: “eu estudo muito” e **q**: “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando **p**, **q** e os conectivos lógicos.
 - Eu estudo muito mas não sou aprovado.
 - $p \wedge \sim q$
 - Não é verdade que eu estudo ou sou reprovado.

Vimos que o conectivo
v, é traduzido por **ou**.



Lógica Proposicional

- Considere as proposições **p**: “eu estudo muito” e **q**: “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando **p**, **q** e os conectivos lógicos.
 - Eu estudo muito mas não sou aprovado.
 - $p \wedge \sim q$
 - Não é verdade que eu estudo ou sou reprovado.
 - $\sim(p \vee \sim q)$

Vimos que a **negação**
pode ser expressa por:
**Não é verdade que, É
falso que, Não.**



Lógica Proposicional

- Considere as proposições p : “eu estudo muito” e q : “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando p , q e os conectivos lógicos.
 - Eu estudo ou sou reprovado, mas não ambos.

**Como fica essa
disjunção?**



Lógica Proposicional

- Considere as proposições p : “eu estudo muito” e q : “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando p , q e os conectivos lógicos.
 - Eu estudo ou sou reprovado, mas não ambos.
 - $p \vee \sim q$

Vimos que quando usamos “**mas não ambos**” nos referimos à **disjunção exclusiva**.



Lógica Proposicional

- Considere as proposições p : “eu estudo muito” e q : “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando p , q e os conectivos lógicos.
 - Serei aprovado se somente se estudar muito.

**O se somente se se
refere a qual
conectivo?**



Lógica Proposicional

- Considere as proposições p : “eu estudo muito” e q : “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando p , q e os conectivos lógicos.
 - Serei aprovado se somente se estudar muito.
 - $q \leftrightarrow p$

A **bicondicional** pode ser escrita utilizando:
se somente se, é suficiente e necessário.



Lógica Proposicional

- Considere as proposições **p**: “eu estudo muito” e **q**: “eu sou aprovado”.
- Expresse cada uma dessas proposições usando **p**, **q** e os conectivos lógicos.
 - Serei aprovado se somente se estudar muito.
 - $q \leftrightarrow p$
 - Se estudar muito então serei aprovado.

E finalmente nossa **condicional**. Seu formato clássico é **Se** (premissa) **então** (conclusão).



Lógica Proposicional

- Se p então q
 - Se p , q
 - p é suficiente para q
 - p implica q
 - p apenas se q
-
- Se estudar muito então serei aprovado.
 - $p \rightarrow q$

[Alunos: reescrever a frase usando as outras formas]

Mas a condicional tem suas peculiaridades. E passamos um bom tempo estudando algumas delas.



Lógica Proposicional

- Se p então q
 - q, se p
 - q é necessário para p
 - q quando ocorrer p
 - q sempre que p
-
- Se estudar muito então serei aprovado.
 - $p \rightarrow q$

[Alunos: reescrever a frase usando as outras formas]

Vimos que dependendo da palavra utilizada para expressar a condicional a premissa e a conclusão aparecem trocadas.



Lógica Proposicional

- Se p então q
 - q , se p
 - q é necessário para p
 - q quando ocorrer p
 - q sempre que p
-
- Se estudar muito então serei aprovado.
 - $p \rightarrow q$

Uma tabela sobre essas condicionais se encontra na página 6 do livro do Rosen.



Lógica Proposicional

- Uma tabela verdade deve expressar todas as combinações possíveis de valores verdades das proposições de uma formula.
- Número de combinações é dado por:
 2^n n. de proposições

Depois que aprendemos a traduzir partimos para a análise das proposições através de tabelas verdade.



Lógica Proposicional

- Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas as proposições. Nesse caso (p) e (q).

p	q

Vamos começar a tabela pelas proposições. Tenho duas proposições então minha tabela terá 4 linhas (2^2)



Lógica Proposicional

- Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas as proposições. Nesse caso (p) e (q).

p	q
F	F
F	V
V	F
V	V

Preenchemos as colunas com as possíveis combinações de valores verdade de (p) e (q).



Lógica Proposicional

- Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas as proposições. Nesse caso (p) e (q).

p	q	$p \wedge q$
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Vamos começar com a conjunção. Ela só é verdadeira quando as duas proposições são verdadeiras



Lógica Proposicional

- Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas as proposições. Nesse caso (p) e (q).

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

A disjunção só é falsa quando as duas proposições são falsas.



Lógica Proposicional

- Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas as proposições. Nesse caso (p) e (q).

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \underline{\vee} q$
F	F	F	F	F
F	V	F	V	V
V	F	F	V	V
V	V	V	V	F

A disjunção EXCLUSIVA é falsa quando as duas proposições possuem o mesmo valor.



Lógica Proposicional

- Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas as proposições. Nesse caso (p) e (q).

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \underline{\vee} q$	$p \leftrightarrow q$
F	F	F	F	F	V
F	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	F
V	V	V	V	F	V

A bicondicional é falsa quando as duas proposições possuem valores diferentes.



Lógica Proposicional

- Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas as proposições. Nesse caso (p) e (q).

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \underline{\vee} q$	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

A condicional é falsa quando a premissa é verdadeira e a conclusão é falsa.



Lógica Proposicional

- Precedência dos Operadores

1. Parênteses
2. Negação
3. Ou / E
4. Condicional/Bicondicional

Como na matemática os operadores lógicos também possuem precedência.



Lógica Proposicional

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Por exemplo na formula:
 $p \wedge q \rightarrow p \vee q$ **o que**
devemos fazer primeiro?



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

**Como se tivéssemos um
parênteses:**

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q).$$



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Lembrando que cada
coluna da tabela
representa um operador
lógico da formula.



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Tautologia

Note que ao final essa formula deu sempre verdadeira. Chamamos essas formulas de **TAUTOLOGIA**.



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$	$\sim p$
V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V

Tautologia

**Vamos agora fazer a tabela
de uma outra formula.**
 $(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge q).$



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
V	V	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F

Tautologia

Antes de fazer $\sim p \wedge q$,
fazemos a negação que
tem precedência.



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge q)$
V	V	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F	F

Tautologia

Contradição

Note que ao final essa formula deu sempre falso. Chamamos essas formulas de **CONTRADIÇÃO**.



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge q)$
V	V	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F	F

Tautologia

Contradição

Contingência

Se a formula possui valores Verdadeiros e Falsos então a chamamos de **CONTINGÊNCIA**.



Lógica Proposicional

- 1) A mensagem de diagnostico é armazenada no buffer ou é **retransmitida**. $p \vee q$
- 2) A mensagem de diagnóstico não é armazenada no buffer. $\sim p$
- 3) Se a mensagem de diagnóstico é armazenada no buffer, então **ela é retransmitida**. $p \rightarrow q$

p : A mensagem de diagnostico é armazenada no buffer

q : A mensagem de diagnostico é retransmitida

Usando a tabela verdade podemos mostrar se um sistema de especificação é consistente ou não.



Lógica Proposicional

p: A mensagem de diagnostico é armazenada no buffer

q: A mensagem de diagnostico é retransmitida

p	q	$p \vee q$	$\sim p$	$p \rightarrow q$
V	V	V	F	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	V

**Para isso basta fazer uma
tabela verdade com as
especificações e verificar
se podem ser verdadeiras
ao mesmo tempo**



Lógica Proposicional

- Apreendemos até agora conectivos, ou seja , operações lógicas.
 - \wedge , \vee , \neg , \rightarrow , \leftrightarrow
- Na lógica temos duas relações
 - Implicação
 - Equivalência

Na matemática
as relações são:
 $=$, $>$, $<$, \neq
Entre outras.

**Quando se iniciou o
Regime Letivo Remoto
começamos a falar sobre
as relações das
proposições.**



Implicação Lógica

- Diz-se que uma proposição (composta) P **implica logicamente** ou apenas **implica** uma proposição (composta) Q , se Q é verdadeira todas as vezes que P é verdadeira.

Na implicação, dizer que $P \Rightarrow Q$ significa que se $\text{Valor}(P) = V$ então $\text{Valor}(Q) = V$



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge q)$
V	V	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F	F

[Respostas dos alunos]

Podemos achar alguma
implicação nesta
tabela?



Lógica Proposicional

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \wedge q \rightarrow p \vee q$	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge q)$
V	V	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F	F

Vemos aqui por exemplo
que: $(p \vee q) \Rightarrow p \wedge q \rightarrow p \vee q$.



Lógica Proposicional

- Diz-se que uma proposição P é **logicamente equivalente** ou apenas **equivalente** a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são **idênticas**.

A outra relação que vimos é a Equivalência.



Lógica Proposicional

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Contrapositiva

Fizemos várias tabelas para demonstrar equivalências clássicas, como a contrapositiva.



Lógica Proposicional

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

↑ ↑ ↑
oposta
↑
inversa/contrária

Vimos que uma condicional tem sua oposta e sua inversa, que não são equivalentes a ela.



- Propriedade da Contrapositiva
 - $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$
- Propriedade dos Elementos Neutros
 - $p \wedge V \equiv p$
 - $p \vee F \equiv p$
- Propriedade de Dominação
 - $p \wedge F \equiv F$
 - $p \vee V \equiv V$
- Propriedade Idempotentes
 - $p \wedge p \equiv p$
 - $p \vee p \equiv p$
- Propriedade da Dupla Negação
 - $\sim(\sim p) \equiv p$
- Propriedade Comutativa
 - $p \wedge q \equiv q \wedge p$
 - $p \vee q \equiv q \vee p$

- Propriedade Associativa
 - $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
 - $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

- Propriedade Distributiva

Após verificarmos as equivalências usando a tabela verdade, aprendemos algumas propriedades das equivalências.

- Propriedade Absorção
 - $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
 - $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
- Propriedade Negação
 - $p \wedge \sim p \equiv F$
 - $p \vee \sim p \equiv V$



Lógica Proposicional

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q)$$

[Condicional]

$$(\sim p \vee q) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q)$$

[Condicional]

$$(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim(p \wedge r) \vee q)$$

[De Morgan]

$$(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim p \vee \sim r \vee q)$$

[Comutativa]

$$(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim p \vee q \vee \sim r)$$

[Condicional]

$$\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee q) \vee \sim r$$

[Negação]

$$\vee \vee \sim r$$

[Dominação]

$$\vee$$

Com as propriedades das equivalências, podemos demonstrar/achar novas equivalências utilizando o método dedutivo.



Lógica Proposicional

Aula 17: Revisão da Matéria

06/04 (Noturno)

07/04 (Matutino)

Aula 18: Revisão para a prova

13/04 (Noturno)

14/04 (Matutino)

Aula 19: Prova da N1 (será no moodle)

16/04 (Noturno)

17/04 (Matutino)

**Lembrando o que
combinamos.**



Lógica Proposicional

PP8: Revisão da Matéria

06/04 a 08/04(Noturno – 20:30)

07/04 a 09/04(Matutino - 12:30)

PP Extra 1: Simulado para a prova

09/04 – 12:30 a 11/04 – 23:59

PP Extra 2: Simulado para a prova

13/04 a 15/04 (Noturno- 20:30)

14/04 a 16/04(Matutino – 12:30)

**Sobre os pontos de
participação.**

