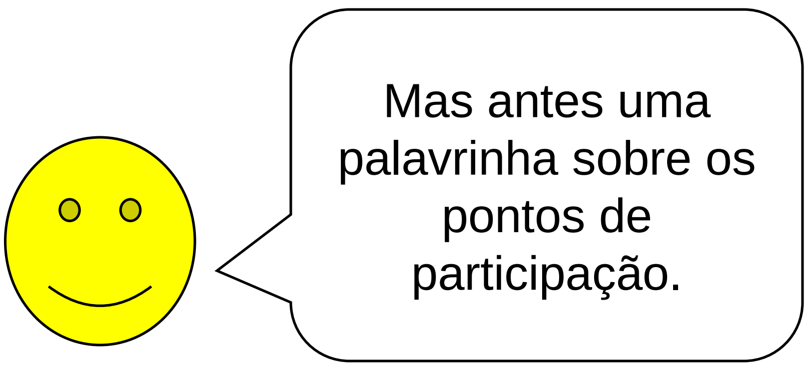
Fundamentos da Computação 1

Aula 13

Conteúdo Visto

- Sintaxe e Semântica da Logica Proposicional
  - Definimos uma proposição
  - Aprendemos os conectivos lógicos
  - Tradução
- Tabela Verdade
- Sistema de Especificação
- Ponto de Participação 01, 02 e 03
- Implicação Lógica

Ponto de Participação 3

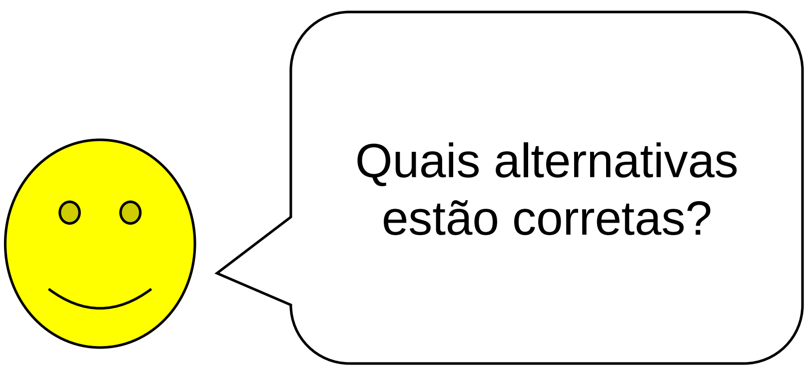


Ponto de Participação 3

Sabendo que o valor da formula $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow q)$ é verdadeiro podemos afirmar que o valor de p, q podem ser respectivamente.

1. V, V
2. F, F
3. F, V
4. V, F

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge (\sim p \rightarrow q)$
F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
V	V	V	F	V	V

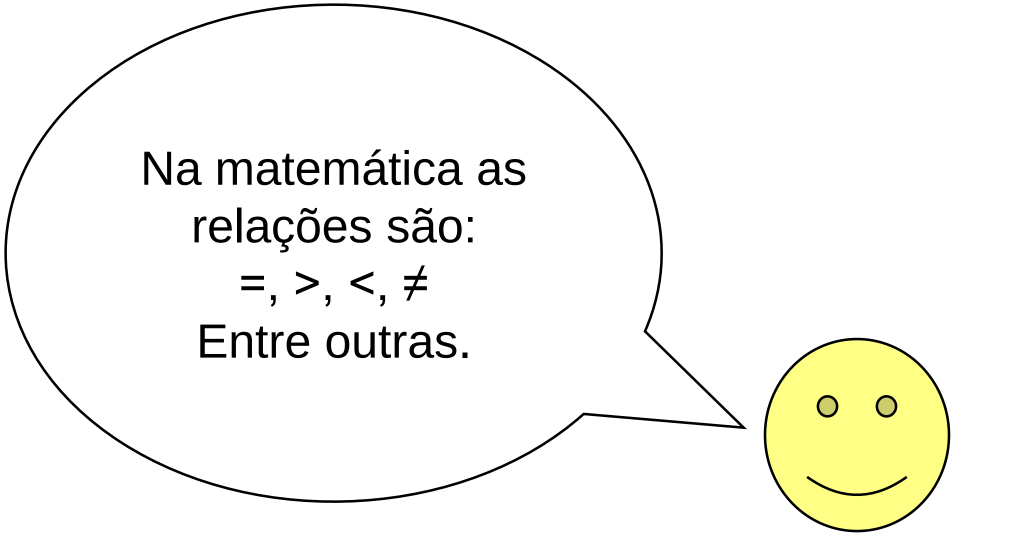


Conteúdo

- Correção de Exercícios
- Equivalências Lógicas

Relação entre Proposições

- Na lógica temos duas relações
  - Implicação
  - Equivalência

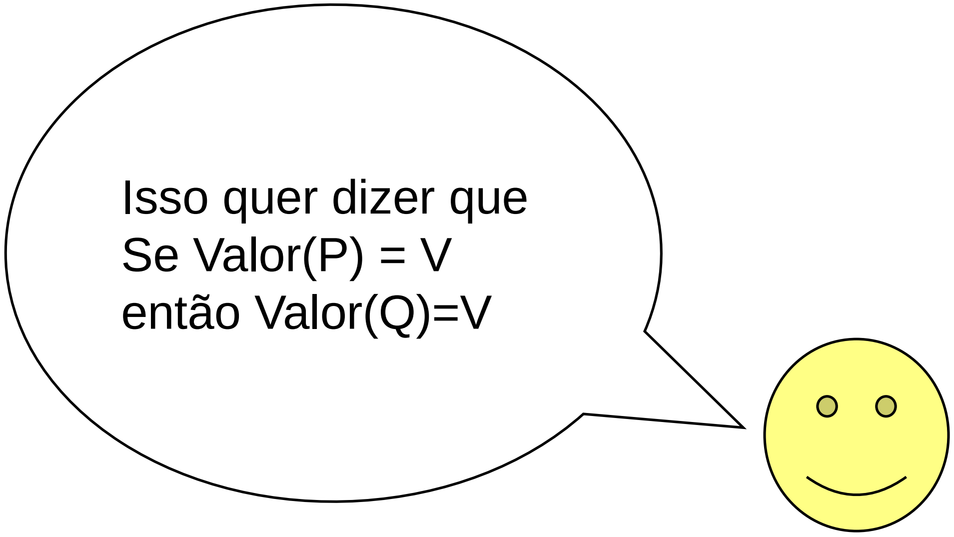


Implicação Lógica

- Diz se que uma proposição (composta) P implica logicamente ou apenas implica uma proposição (composta) Q, se Q é verdadeira todas as vezes que P é verdadeira.

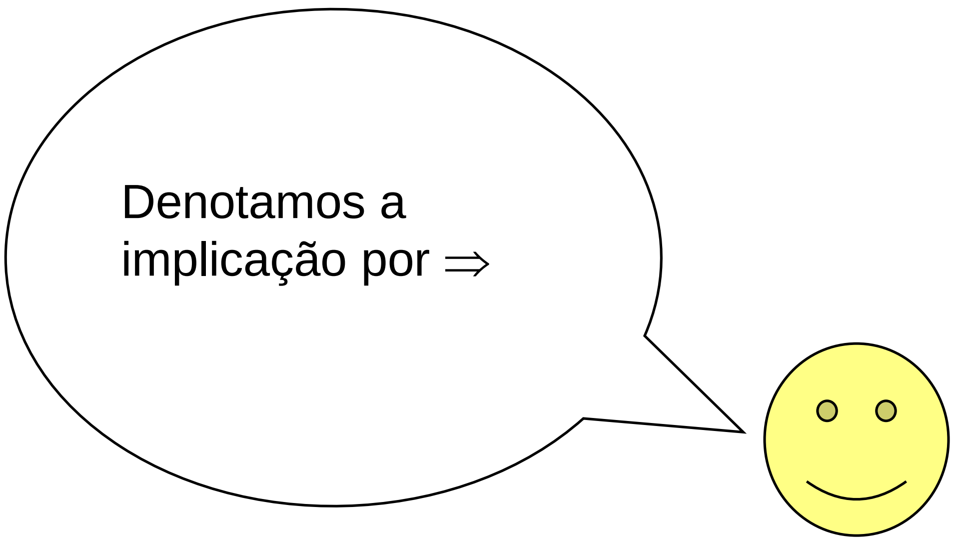
Implicação Lógica

- Diz se que uma proposição (composta) P implica logicamente ou apenas implica uma proposição (composta) Q, se Q é verdadeira todas as vezes que P é verdadeira.



Implicação Lógica

- Diz se que uma proposição (composta) P implica logicamente ou apenas implica uma proposição (composta) Q, se Q é verdadeira todas as vezes que P é verdadeira.



Exercícios

- Sejam H e G as fórmulas indicadas a seguir. Identifique se H $\Rightarrow$ G.
  - H = (p ^ q) , G = (p)
  - H = (p v q) , G = (p)
  - H = ((p v q) ^ ~p) , G = (q)
  - H = ((p v q) ^ ~q) , G
  - H = ((p → q) ^ p) , G
  - H = ((p → q) ^ ~q) , G

Vamos resolver os exercícios da aula passada. Vamos começar fazendo uma tabela verdade com todas as formulas.

Implicação Lógica

$(p \wedge q) \Rightarrow (p)$?

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2 1

Implicação Lógica

(p ^ q) $\Rightarrow$ (p) ? Sim

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2 1

Implicação Lógica

(p v q) $\Rightarrow$ (p) ?

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

Implicação Lógica

$(p \vee q) \Rightarrow (p)$? Não

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F
2					1		

Implicação Lógica

$((p \vee q) \wedge \sim p) \Rightarrow (q)$?

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

Implicação Lógica

$((p \vee q) \wedge \sim p) \Rightarrow (q)$? Sim

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2 1

Implicação Lógica

((p v q) ^ ~q) ⇒ (p) ?

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2

1

Implicação Lógica

((p v q) ^ ~q) ⇒ (p) ? Sim

p	q	~p	~q	p^q	pvq	(p v q) ^ ~p	(p v q) ^ ~q)
F	F	V	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V
V	V	F	F	V	V	F	F

2 1

Implicação Lógica

((p → q) ^ p) ⇒ (q) ?

p	q	~p	~q	p → q	((p → q) ^ p)
F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F
V	V	F	F	V	V

2 1

Implicação Lógica

$((p \rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow (q)$? Sim

p	q	~p	~q	p → q	((p → q) ^ p)
F	F	V	V	V	F
F	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F
V	V	F	F	V	V

2 1

Implicação Lógica

$((p \to q) \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p)$?

p	q	~p	~q	p → q	((p → q) ^ ~q)
F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F
V	V	F	F	V	F

2 1

Implicação Lógica

((p → q) ^ ~q) ⇒ (~p) ? Sim

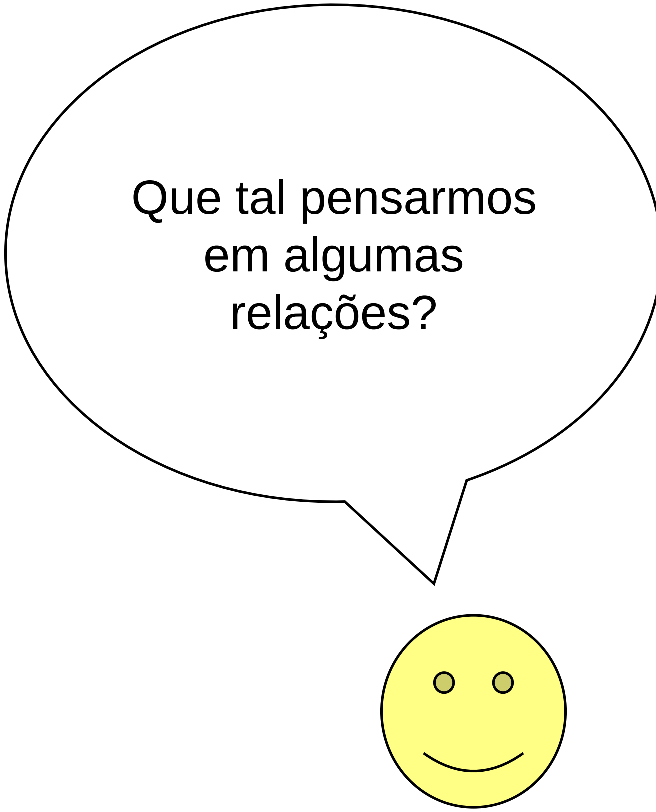
p	q	~p	~q	p → q	((p → q) ^ ~q)
F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	F
V	F	F	V	F	F
V	V	F	F	V	F

2 1

Implicação Lógica

- Toda e qualquer proposição implica uma tautologia.

Certo ou Errado?



Implicação Lógica

- Toda e qualquer proposição implica uma tautologia.

Certo ou Errado?

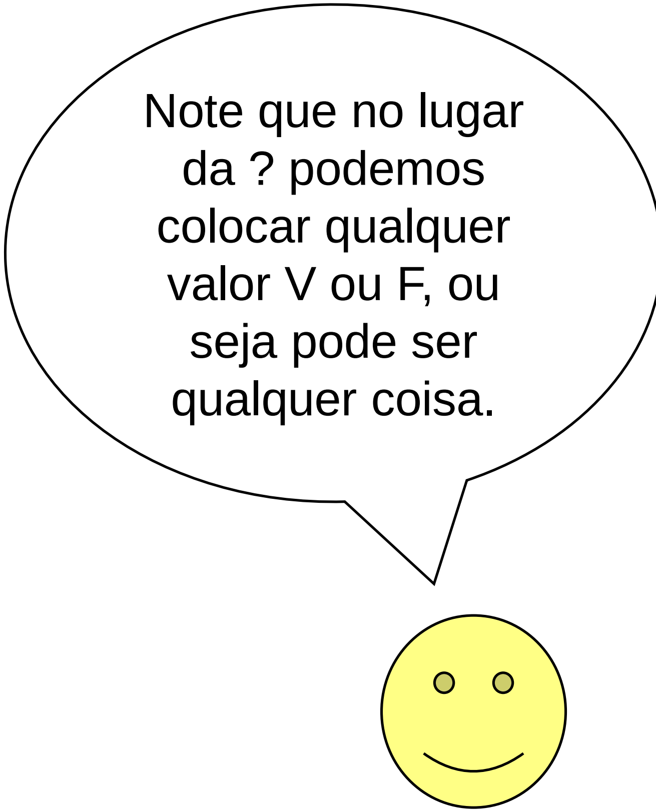
Proposição 1	Proposição 2
?	V
?	V
?	V
?	V

Implicação Lógica

- Toda e qualquer proposição implica uma tautologia.

Certo ou Errado?

Proposição 1	Proposição 2
?	V
?	V
?	V
?	V



Implicação Lógica

- Toda e qualquer proposição implica uma tautologia.

Sim, já que uma tautologia é sempre verdadeira garantimos que a primeira proposição pode ser qualquer coisa.

Implicação Lógica

- Somente uma contradição implica uma contradição!

Certo ou Errado ?

Proposição 1	Proposição 2
?^{1}	F
?^{2}	F
?^{3}	F
?^{4}	F

Implicação Lógica

- Somente uma contradição implica uma contradição!

Certo ou Errado ?

Proposição 1	Proposição 2
?[1]	F
?[2]	F
?[3]	F
?[4]	F

Implicação Lógica

- Somente uma contradição implica uma contradição!

Sim, já que a segunda proposição é sempre F a primeira também deve ser.

Propriedades da Implicação Lógica

- Reflexiva
  - $P \Rightarrow P$
- Transitiva
  - Se $P \Rightarrow Q$ e $Q \Rightarrow R$, então $P \Rightarrow R$

Propriedades da Implicação Lógica

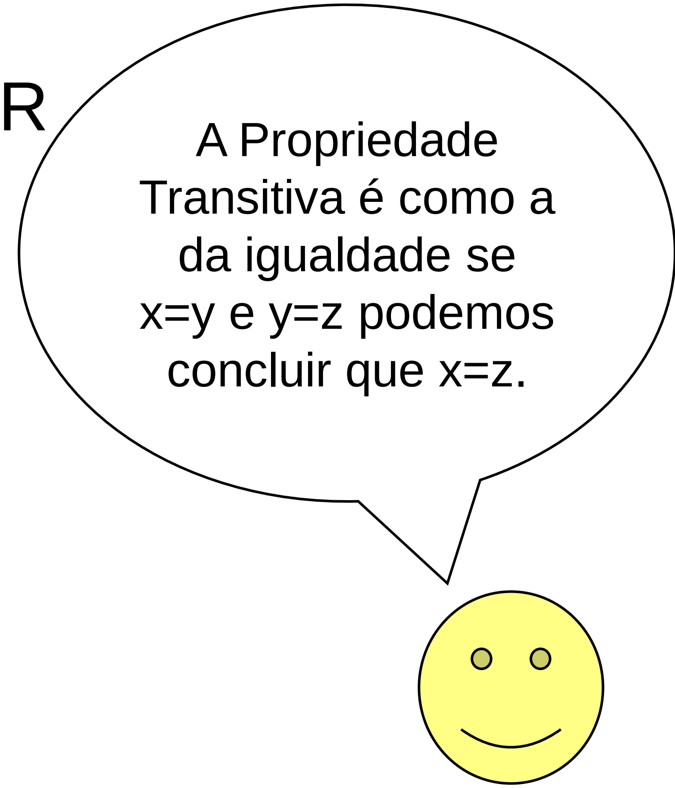
- Reflexiva

$$p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q$$

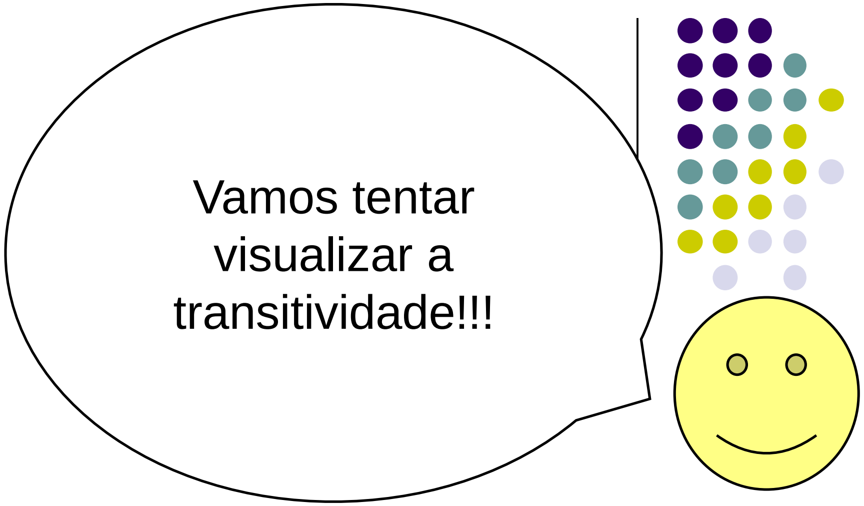
p	q	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow q$
F	F	V	V
F	V	V	V
V	F	F	F
V	V	V	V

Propriedades da Implicação Lógica

- Transitiva
  - Se P $\Rightarrow$ Q e Q $\Rightarrow$ R, então P $\Rightarrow$ R



Implicação Lógica



p	q	p→q	p ^ q	p ^ q ↔ p
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

P Q

- Se P $\Rightarrow$ Q e Q $\Rightarrow$ R, então P $\Rightarrow$ R

Implicação Lógica

Note na tabela que
q implica $p \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \wedge q \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

P Q

- Se $P \Rightarrow Q$ e $Q \Rightarrow R$, então $P \Rightarrow R$

Implicação Lógica

Agora veja que
$p \rightarrow q$
implica $p \wedge q \leftrightarrow p$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \wedge q \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

	P	Q		R

- Se $P \Rightarrow Q$ e $Q \Rightarrow R$, então $P \Rightarrow R$

Implicação Lógica

Então vimos que:
$q \Rightarrow p \rightarrow q$ e
$p \rightarrow q \Rightarrow p \wedge q \leftrightarrow p$
Concluímos que:
$q \Rightarrow p \wedge q \leftrightarrow p$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \wedge q \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V
	P	R		Q

- Se $P \Rightarrow Q$ e $Q \Rightarrow R$, então $P \Rightarrow R$

Implicação Lógica

- Demonstram algumas importantes regras de inferência que serão vistas mais a frente.

- Exemplos:
  - Regra da Adição
  - Regra da Simplificação

Implicação Lógica

- Teorema:
  - Dada duas formulas H e G, H $\Rightarrow$ G , se e somente se a condicional H $\rightarrow$ G é uma tautologia.

- Exemplo:
  - p ^ ~p $\Rightarrow$ q
  - Portanto, p ^ ~p $\rightarrow$ q é uma tautologia.

  - Podemos usar qualquer uma das duas formas para mostrar uma implicação.

Implicação Lógica

- $p \wedge \sim p \Rightarrow q$

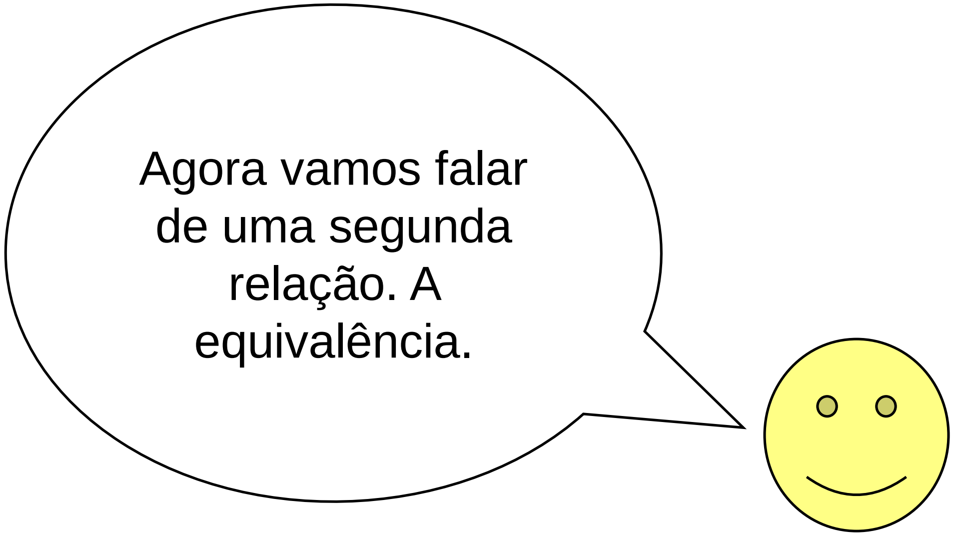
Logo....

p	q	~p	p^~p	p^~p → q
F	F	V	F	V
F	V	V	F	V
V	F	F	F	V
V	V	F	F	V

Isso é uma tautologia

Relação entre Proposições

- Na lógica temos duas relações
  - Implicação
  - Equivalência



Equivalências Lógicas

- Diz se que uma proposição P é logicamente equivalente ou apenas equivalente a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são **idênticas**.

Equivalências Lógicas

- Diz se que uma proposição P é logicamente equivalente ou apenas equivalente a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são **idênticas**.

- Equivalências são usadas na argumentação matemática para substituir uma proposição por outra.

Equivalências Lógicas

- Diz se que uma proposição P é logicamente equivalente ou apenas equivalente a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são **idênticas**.

- Símbolo Utilizado: $\Leftrightarrow$, $\equiv$

Lógica – Tabela Conectivos

- Bicondicional: $p \leftrightarrow q$
  - Você pode tomar o avião. (p)
  - Você comprou passagem. (q)
  - Você pode tomar o avião se e somente se comprou passagem.

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Lógica – Tabela Conectivos

- Bicondicional: $p \leftrightarrow q$
  - $p \rightarrow q$
  - $q \rightarrow p$
  - $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Lógica – Tabela Conectivos

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V

A coluna dessas duas proposições são idênticas, logo são equivalentes!

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	~p	~q	p→q	~q→~p
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	~p	~q	p→q	~q→~p
V	V	F	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	~p	~q	p→q	~q→~p
V	V	F	F	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	V	V	

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	~p	~q	p→q	~q→~p
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	~p	~q	p→q	~q→~p
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

São equivalentes

Equivalências Lógicas

- Exemplos

p	q	~p	~q	p→q	~q→~p
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

- ~q → ~p é chamada de contrapositiva de p→q

Equivalências Lógicas

- Exemplos: condicional e sua oposta

p	q	~p	~q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	V

Não são equivalentes

Equivalências Lógicas

- Exemplos: condicional e sua inversa/contrária

p	q	~p	~q	p→q	~p → ~q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	V

Não são equivalentes

Equivalências Lógicas

- Exemplos: condicional e sua inversa/contrária

p	q	~p	~q	p→q	~p → ~q	~(p→q)
V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	F

Não são equivalentes

Capitulo 1.1 - Rosen

- Exercícios 23 e 24.
  - Estes exercícios falam sobre oposta, contrapositiva e inversa.

Equivalências Lógicas

- Teorema:
  - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

Equivalências Lógicas

- Teorema:
  - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se P ↔ Q é uma tautologia.

p	q	~p	~q	p→q	~q→~p	(p→q) ↔ (~q→~p)
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

Equivalências Lógicas

- Teorema:
  - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.
- A notação $P \equiv Q$ indica que P e Q são logicamente equivalentes.

Equivalências Lógicas

- Teorema:
  - As proposições compostas P e Q são chamadas logicamente equivalentes se $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.
- O símbolo $\equiv$ não é um conectivo lógico e sim uma relação.

Equivalências Lógicas Propriedades

- Reflexiva (idem implicação)
  - $P \equiv P$
- Simétrica (não vale na implicação)
  - Se $P \equiv Q$ então $Q \equiv P$
- Transitiva (idem implicação)
  - Se $P \equiv Q$ e $Q \equiv R$ então $P \equiv R$

Exercícios

- Página: 28
- Exercícios: 1,2,3,4,5,6