### **Fundamentos 1**

Lógica Proposicional



#### Conteúdo



- Prova da n\u00e3o validade de um argumento.
- Inconsistência das premissas.
- Lista de exercícios.



- Ou Sofisma
- Um argumento é não valido se houver uma linha na tabela verdade relativa ao argumento dado em que os valores lógicos da premissa são verdadeiros e o valor lógico da conclusão é falso.



• p  $\rightarrow$  q,  $\sim$ p |—  $\sim$ q - Sofisma

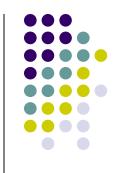
р	q	~p	~q	p→q	
V	V	F	F	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	V	V	

**Premissas** 



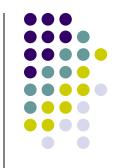
 Podemos mostrar a não validade sem a tabela.

- Exemplo: p → q, ~p |— ~q
  - Sabemos que para ser não valido a conclusão deve ser falsa, logo ~q é falso e sendo assim q é verdadeiro.



 Podemos mostrar a n\u00e3o validade sem a tabela.

- Exemplo: p → q, ~p |— ~q
  - Valor(q) = V
  - As premissas devem ser verdadeiras, então ~p deve ser verdadeiro. Assim valor(p) = F



 Podemos mostrar a não validade sem a tabela.

- Exemplo:  $p \rightarrow q$ ,  $\sim p \mid --- \sim q$ 
  - Valor(q) = V, Valor(p) = F
  - Valor(p→q) = (F → V) = V
    Valor(~p) = Valor(~F) = V Premissas

  - Valor(~q) = Valor(~V) = F
    Conclusão



 Um argumento se diz inconsistente se as suas premissas n\u00e3o podem ser simultaneamente verdadeira (inconsistentes)

- Dois métodos para mostrar inconsistência
  - Tabela Verdade
  - Dedução de uma contradição



•  $\sim$  (p v  $\sim$ q), p v  $\sim$ r, q  $\rightarrow$  r

р	q	r	~q	~	p v ~q	~(p v ~q)	p v ∼r	q→r
V	V	V	F	F	V	F	V	V
V	V	F	F	V	V	F	V	F
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	F	F	V	F	V
F	V	F	F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	F	V	F	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V	V



•  $\sim$  (p v  $\sim$ q), p v  $\sim$ r, q  $\rightarrow$  r

	р	q	r	~q	~r	pv~q	~(p v ~q)	p v ∼r	q→r
	V	V	V	F	F	V	F	V	V
As premissas são							F	V	F
inconsistentes, pois as						F	V	V	
	três não são verdadeiras						F	V	V
a	ao mesmo tempo						V	F	V
	F	V	Ш	F	V	F	V	V	F
	F	F	V	V	F	V	F	F	V
	F	F	F	V	V	V	F	V	V

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- ~(p v ~q), p v ~r , q → r
  - 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
  - 2) p v ~r
  - 3)  $q \rightarrow r$
  - 4) ~p ^ ~~q 1 De Morgan
  - 5) ~p ^ q 4 Dupla Negação
  - 5 Simplificação
  - 7) r 3,6 Modus Ponens
  - 8) ~p 5 Simplificação
  - 9) ~r 2,8 Silogismo Disjuntivo
  - 10) r^~r 7,9 Conjunção

Contradição

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- ~(p v ~q), p v ~r , q → r
  - 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
  - 2) p v ~r
  - 3)  $q \rightarrow r$
  - 4) ~p ^ ~~q 1 De Morgan
  - 5) ~p ^ q 4 Dupla Negação
  - 5 Simplificação
  - 7) r 3,6 Modus Ponens
  - 8) ~p 5 Simplificação
  - 9) ~r 2,8 Silogismo Disjuntivo
  - 10) r^~r 7,9 Conjunção

Contradição

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- ~(p v ~q), p v ~r , q → r
  - 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
  - 2) p v ~r
  - 3)  $q \rightarrow r$
  - 4) 1 De Morgan



- 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
- 2) p v ~r
- 3)  $q \rightarrow r$ .
- 4) ~p ^ ~~q 1 De Morgan
- 5) 4 Dupla Negação



- Método 2: Deduzir uma Contradição
- $\sim$  (p v  $\sim$ q), p v  $\sim$ r, q  $\rightarrow$  r
  - 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
  - 2) p v ~r
  - 3)  $q \rightarrow r$
  - 4) ~p ^ ~~q 1 De Morgan
  - 5) ~p ^ q 4 Dupla Negação
  - 5 Simplificação

- Método 2: Deduzir uma Contradição
- ~(p v ~q), p v ~r , q → r
  - 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
  - 2) p v ~r
  - 3)  $q \rightarrow r$
  - 4) ~p ^ ~~q
    - 1 De Morgan

5) ~p ^ q

4 Dupla Negação

6) q

5 Simplificação

7) ~p

5 Simplificação

8)

3,6 Modus Ponens





- 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
- 2) p v ~r
- 3)  $q \rightarrow r$  .
- 4) ~p ^ ~~q 1 De Morgan
- 5) ~p ^ q 4 Dupla Negação
- 6) q 5 Simplificação
- 7) ~p5 Simplificação
- 8) r 3,6 Modus Ponens
- 9) 2,7 Silogismo Disjuntivo





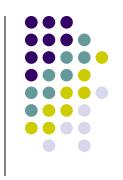
- 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
- 2) P V ~r
- 3)  $q \rightarrow r$
- 4) ~p ^ ~~q 1 De Morgan
- 5) ~p ^ q 4 Dupla Negação
- 5 Simplificação
- 7) ~p 5 Simplificação
- 3,6 Modus Ponens
- 9) ~r 2,7 Silogismo Disjuntivo



- Método 2: Deduzir uma Contradição
- $\sim$  (p v  $\sim$ q), p v  $\sim$ r, q  $\rightarrow$  r
  - 1)  $\sim (p \vee \sim q)$
  - 2) p v ~r
  - 3)  $q \rightarrow r$
  - 4) ~p ^ ~~q 1 De Morgan
  - 5) ~p ^ q 4 Dupla Negação
  - 6) q 5 Simplificação
  - 7) ~p 5 Simplificação
  - 8) r 3,6 Modus Ponens
  - 9) ~r 2,7 Silogismo Disjuntivo
  - o) r^~r 8,9 Conjunção

Contradição

#### **Exercícios**



- Demonstrar a não validade do argumento
  - 1.  $p \vee \sim q$ ,  $\sim (\sim r \land s)$ ,  $\sim (\sim p \land \sim s) \mid --- \sim q \rightarrow r$
  - 2.  $p \land q \rightarrow (p \rightarrow r) \lor s, p \land \sim r \mid --- \sim p \lor \sim q$
- Demonstrar a inconsistência das premissas
  - 1.  $x=1 \rightarrow y < x, y < x \rightarrow y = 0, \sim (y=0 \lor x \neq 1)$
  - 2.  $\sim p \vee \sim q, p \wedge s, \sim s \vee r, r \rightarrow r \wedge q$
  - 3.  $\sim (p \vee q), r \rightarrow s, \sim q \wedge r$

# Demonstrar a não validade do argumento



$$V(p) = V(q) = V(r) = V(s) =$$

# Demonstrar a não validade do argumento



• 
$$p \land q \rightarrow (p \rightarrow r) \lor s, p \land \sim r \mid --- \sim p \lor \sim q$$

$$V(p) = V(q) = V(r) = V(s) =$$

# Demonstrar a inconsistência das premissas



1) 
$$x=1 \rightarrow y < x$$

- 2)  $y < x \rightarrow y = 0$
- 3)  $\sim (y=0 \lor x \neq 1)$
- 4) ????

# Demonstrar a inconsistência das premissas



- 1) ~p v ~q
- 2) p ^ s
- 3) ~S V r
- 4)  $r \rightarrow r \land q$
- 5) ???

# Demonstrar a inconsistência das premissas



- 1)  $\sim (p \vee q)$
- $r \rightarrow s$
- 3)  $q \wedge r$
- 4) ????