



Regras de Inferência



Correção dos exercícios

Exercício 1.a

■ $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ - Sofisma

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

←
→
Premissas

Exercício 1.b

■ $p \leftrightarrow q, q \vdash p$ Valido

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Premissas

Exercício 1.c

■ $p \vee q, \sim q, p \rightarrow r \mid\text{---} r$ Valido

p	q	r	$p \vee q$	$p \rightarrow r$	$\sim q$
V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	F
F	V	F	V	V	F
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V

Exercício 1.d

■ $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$ Sofisma

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	F

Exercício 1.e

■ $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$ Valido

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \vee r$	$p \rightarrow q \vee r$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V

Exercício 2

1. Construir a condicional associada

- a) $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p) \rightarrow \sim q$
- b) $p \leftrightarrow q, q \vdash p$
- c) $p \vee q, \sim q, p \rightarrow r \vdash r$
- d) $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$
- e) $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$

Exercício 2

1. Construir a condicional associada

- a) $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p) \rightarrow \sim q$
- b) $p \leftrightarrow q, q \vdash p$ $(p \leftrightarrow q) \wedge (q) \rightarrow p$
- c) $p \vee q, \sim q, p \rightarrow r \vdash r$
- d) $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$
- e) $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$

Exercício 2

1. Construir a condicional associada

- a) $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p) \rightarrow \sim q$
- b) $p \leftrightarrow q, q \vdash p$ $(p \leftrightarrow q) \wedge (q) \rightarrow p$
- c) $p \vee q, \sim q, p \rightarrow r \vdash r$ $(p \vee q) \wedge (\sim q) \wedge (p \rightarrow r) \rightarrow r$
- d) $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$
- e) $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$

Exercício 2

1. Construir a condicional associada

- | | | |
|----|---|---|
| a) | $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ | $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p) \rightarrow \sim q$ |
| b) | $p \leftrightarrow q, q \vdash p$ | $(p \leftrightarrow q) \wedge (q) \rightarrow p$ |
| c) | $p \vee q, \sim q, p \rightarrow r \vdash r$ | $(p \vee q) \wedge (\sim q) \wedge (p \rightarrow r) \rightarrow r$ |
| d) | $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$ | $(\sim p \rightarrow q) \wedge (p) \rightarrow \sim q$ |
| e) | $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$ | |

Exercício 2

Construir a condicional associada

- | | | |
|----|---|---|
| a) | $p \rightarrow q, \sim p \vdash \sim q$ | $(p \rightarrow q) \wedge (\sim p) \rightarrow \sim q$ |
| b) | $p \leftrightarrow q, q \vdash p$ | $(p \leftrightarrow q) \wedge (q) \rightarrow p$ |
| c) | $p \vee q, \sim q, p \rightarrow r \vdash r$ | $(p \vee q) \wedge (\sim q) \wedge (p \rightarrow r) \rightarrow r$ |
| d) | $\sim p \rightarrow q, p \vdash \sim q$ | $(\sim p \rightarrow q) \wedge (p) \rightarrow \sim q$ |
| e) | $p \rightarrow q \vdash p \rightarrow q \vee r$ | $p \rightarrow q \rightarrow p \rightarrow q \vee r$ |

Exercício 3

Construir o argumento (premissas e conclusão) correspondente a cada uma das seguintes condicionais.

a) $p \wedge (q \vee \sim q) \rightarrow q$

$p, (q \vee \sim q) \vdash q$

b) $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim q) \rightarrow s$

c) $\sim(x < 0 \wedge y = x) \rightarrow x > 0 \vee y = x$

Exercício 3

Construir o argumento (premissas e conclusão) correspondente a cada uma das seguintes condicionais.

a) $p \wedge (q \vee \sim q) \rightarrow q$

$p, (q \vee \sim q) \vdash q$

b) $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim q) \rightarrow s$

$(p \rightarrow q), (p \wedge \sim q) \vdash s$

c) $\sim(x < 0 \wedge y = x) \rightarrow x > 0 \vee y = x$

Exercício 3

Construir o argumento (premissas e conclusão) correspondente a cada uma das seguintes condicionais.

$$\text{a) } p \wedge (q \vee \sim q) \rightarrow q \qquad p, (q \vee \sim q) \vdash q$$

$$\text{b) } (p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \sim q) \rightarrow s \qquad (p \rightarrow q), (p \wedge \sim q) \vdash s$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \sim(x < 0 \wedge y = x) \rightarrow x > 0 \vee y = x \\ & \sim(x < 0 \wedge y = x) \vdash x > 0 \vee y = x \end{aligned}$$



Regras de Inferências

- Como na equivalência, existem também alguns argumentos básicos.



Regras de Inferências

- Como na equivalência, existem também alguns argumentos básicos.
- Estes argumentos básicos são usados para executar os passos de uma dedução ou demonstração.



Regras de Inferências

- Como na equivalência, existem também alguns argumentos básicos.
- Estes argumentos básicos são usados para executar os passos de uma dedução ou demonstração.
- Estes argumentos são chamados de regras de inferência.



Regras de Inferências

- Como na equivalência, existem também alguns argumentos básicos.
- Estes argumentos básicos são usados para executar os passos de uma dedução ou demonstração.
- Estes argumentos são chamados de regras de inferência.
- Tabela 1 da página 66 livro Rosen.

Regra de Inferência

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \mid - q$$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Sempre que $p \rightarrow q$ e p são verdades podemos concluir que q é verdade.

Aplicação da implicação lógica.

Regra de Inferência

■ Modus Tollens

□ $p \rightarrow q, \sim q \mid\!\!\!\mid \sim p$

Sempre que $p \rightarrow q$ e $\sim q$ são verdades podemos concluir que $\sim p$ é verdade.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Regra de Inferência

■ Silogismo Hipotético

□ $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Regra de Inferência

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \mid\text{---} q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	F

Regra de Inferência

■ Adição

$$\square p \mid - p \vee q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	F

Regra de Inferência

■ Simplificação

$$\square p \wedge q \vdash p$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	F

Regra de Inferência

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	F

Regra de Inferência

■ Resolução

$$\square p \vee q, \sim p \vee r \mid - q \vee r$$

p	q	$\sim p$	r	$p \vee q$	$\sim p \vee r$	$q \vee r$
V	V	F	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V
V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V	F

Regra de Inferência

■ Absorção

$$\square p \rightarrow q \vdash p \rightarrow (p \wedge q)$$

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow p \wedge q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Exercícios

- Usar a regra “Modus Ponens” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:
- Modus Ponens
 - $p \rightarrow q, p \vdash q$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $x=y \wedge y=z$
2. $(x=y \wedge y=z) \rightarrow x=z$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $x=y \wedge y=z$

2. $(x=y \wedge y=z) \rightarrow x=z$

Conclusão: $x = z$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $x, y \in R \rightarrow xy \in R$

2. $x, y \in R$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

$$1. \ x, y \in R \rightarrow xy \in R$$

$$2. \ x, y \in R$$

Conclusão: $xy \in R$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $(x > y \wedge y > z) \rightarrow x > z$

2. $x > y \wedge y > z$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $(x > y \wedge y > z) \rightarrow x > z$

2. $x > y \wedge y > z$

Conclusão: $x > z$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $2 > 1 \rightarrow 3 > 1$

2. $2 > 1$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $2 > 1 \rightarrow 3 > 1$

2. $2 > 1$

Conclusão: $3 > 1$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $x+1 = 2$

2. $x+1 = 2 \rightarrow y+1=2$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $x+1 = 2$

2. $x+1 = 2 \rightarrow y+1=2$

Conclusão: $y+1=2$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $x+0 = y$

2. $x+0 = y \rightarrow x=y$

Exercícios

■ Modus Ponens

$$\square p \rightarrow q, p \vdash q$$

1. $x+0 = y$

2. $x+0 = y \rightarrow x=y$

Conclusão: $x=y$

Exercícios

- Usar a regra “Modus Tollens” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:
- Modus Tollens
 - $p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $x \neq 0 \rightarrow x+y \neq y$

2. $x+y = y$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $x \neq 0 \rightarrow x+y \neq y$

2. $x+y = y$

Conclusão: $x=0$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $x=z \rightarrow x=6$

2. $x \neq 6$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $x=z \rightarrow x=6$

2. $x \neq 6$

Conclusão: $x \neq z$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow \sim(r \wedge s)$

2. $\sim\sim(r \wedge s)$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow \sim(r \wedge s)$

2. $\sim\sim(r \wedge s)$

Conclusão: $\sim(p \leftrightarrow q)$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $x > 3 \rightarrow x > y$

2. $x \leq y$

Exercícios

■ Modus Tollens

$$\square p \rightarrow q, \sim q \vdash \sim p$$

1. $x > 3 \rightarrow x > y$

2. $x \leq y$

Conclusão: $x \leq 3$

Exercícios

- Usar a regra “Silogismo Disjuntivo” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:
- Silogismo Disjuntivo
 - $p \vee q, \sim p \mid\text{---} q$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \vdash q$$

1. $x+8 = 12 \vee x \neq 4$

2. $x+8 \neq 12$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \vdash q$$

1. $x+8 = 12 \vee x \neq 4$

2. $x+8 \neq 12$

1. Conclusão: $x \neq 4$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \vdash q$$

1. $y < 6 \vee x + y < 10$

2. $x + y \geq 10$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \vdash q$$

1. $y < 6 \vee x + y < 10$

2. $x + y \geq 10$

1. Conclusão: $y < 6$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \vdash q$$

1. $s \vee (r \wedge t)$

2. $\sim s$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \vdash q$$

1. $s \vee (r \wedge t)$

2. $\sim s$

Conclusão: $(r \wedge t)$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \vdash q$$

1. $\sim p \vee \sim q$

2. $\sim \sim q$

Exercícios

■ Silogismo Disjuntivo

$$\square p \vee q, \sim p \mid\text{---} q$$

1. $\sim p \vee \sim q$

2. $\sim \sim q$

Conclusão: $\sim p$

Exercícios

- Usar a regra “Silogismo Hipotético” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:
- Silogismo Hipotético
 - $p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$$

1. $p \rightarrow r \vee \sim s$

2. $r \vee \sim s \rightarrow t$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \mid\!\!\!-\ p \rightarrow r$$

$$1. p \rightarrow r \vee \sim s$$

$$2. r \vee \sim s \rightarrow t$$

Conclusão: $p \rightarrow t$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$$

1. $x=3 \rightarrow x < y$
2. $x < y \rightarrow x = z$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$$

1. $x=3 \rightarrow x < y$

2. $x < y \rightarrow x = z$

Conclusão: $x=3 \rightarrow x=z$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$$

1. $s \vee t \rightarrow r \wedge q$

2. $r \wedge q \rightarrow \sim p$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$$

$$1. s \vee t \rightarrow r \wedge q$$

$$2. r \wedge q \rightarrow \sim p$$

$$\text{Conclusão: } s \vee t \rightarrow \sim p$$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \vdash p \rightarrow r$$

1. $xy=6 \rightarrow xy+5=11$

2. $xy+5=11 \rightarrow x=2$

Exercícios

■ Silogismo Hipotético

$$\square p \rightarrow q, q \rightarrow r \mid\!\!\!-\ p \rightarrow r$$

1. $xy=6 \rightarrow xy+5=11$

2. $xy+5=11 \rightarrow x=2$

Conclusão: $xy=6 \rightarrow x=2$

Exercícios

- Usar a regra “Conjunção” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:
- Conjunção
 - $p, q \vdash p \wedge q$

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $xy=6$

2. $x=2$

Conclusão:

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $xy=6$

2. $x=2$

Conclusão: $xy=6 \wedge x=2$

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $x > 1$

2. $x < 3$

Conclusão:

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $x > 1$

2. $x < 3$

Conclusão: $x > 1 \wedge x < 3$

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $x \rightarrow y$

2. $x \vee y$

Conclusão:

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $x \rightarrow y$

2. $x \vee y$

Conclusão: $(x \rightarrow y) \wedge (x \vee y)$

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $x \vee y$

2. $x \vee \sim y$

Conclusão:

Exercícios

■ Conjunção

$$\square p, q \vdash p \wedge q$$

1. $x \vee y$

2. $x \vee \sim y$

Conclusão: $(x \vee y) \wedge (x \vee \sim y)$

Exercícios

- Usar a regra “Resolução” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:

- Resolução

- $p \vee q, \sim p \vee r \mid\text{---} q \vee r$

Exercícios

■ Resolução

$$\square p \vee q, \sim p \vee r \mid\text{---} q \vee r$$

1. $x \vee y$

2. $z \vee \sim y$

Conclusão:

Exercícios

■ Resolução

$$\square p \vee q, \sim p \vee r \mid\text{---} q \vee r$$

1. $x \vee y$

2. $z \vee \sim y$

Conclusão: $x \vee z$

Exercícios

■ Resolução

$$\square p \vee q, \sim p \vee r \mid\text{---} q \vee r$$

1. $(p \wedge q) \vee r$
2. $t \vee \sim(p \wedge q)$

Conclusão:

Exercícios

■ Resolução

$$\square p \vee q, \sim p \vee r \mid\text{---} q \vee r$$

1. $(p \wedge q) \vee r$

2. $t \vee \sim(p \wedge q)$

Conclusão: $t \vee r$

Exercícios

- Usar a regra “Simplificação” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:
- Simplificação
 - $p \wedge q \vdash p$

Exercícios

■ Simplificação

$$\square p \wedge q \vdash p$$

$$x > 1 \wedge x < 3$$

Conclusão:

Exercícios

■ Simplificação

$$\square p \wedge q \vdash p$$

$$x > 1 \wedge x < 3$$

Conclusão: $x > 1$

Exercícios

■ Simplificação

$$\square p \wedge q \vdash p$$

$$x > 1 \wedge x < 3$$

Conclusão: $x < 3$

Exercícios

■ Simplificação

$$\square p \wedge q \vdash p$$

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim(p \vee q)$$

Conclusão:

Exercícios

■ Simplificação

$$\square p \wedge q \vdash p$$

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim(p \vee q)$$

Conclusão: $p \rightarrow q$

Exercícios

■ Simplificação

$$\square p \wedge q \vdash p$$

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim(p \vee q)$$

$$\text{Conclusão: } \sim(p \vee q)$$

Exercícios

- Usar a regra “Adição” para deduzir a conclusão de cada um dos seguintes pares de premissas:

- Adição

- $p \mid\text{---} p \vee q$

Indicar a Regra de Inferência que justifica a validade dos seguintes argumentos

- $p \rightarrow q \vdash (p \rightarrow q) \vee \sim r$
- $\sim p \wedge (q \rightarrow r) \vdash \sim p$
- $p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r \vdash p \rightarrow \sim r$
- $p \rightarrow (q \rightarrow r), p \vdash q \rightarrow r$
- $(q \vee r) \rightarrow \sim p, \sim \sim p \vdash \sim(q \vee r)$
- $p \rightarrow q, r \rightarrow \sim s \vdash (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \sim s)$
- $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge r), \sim(\sim p \wedge r) \vdash p \wedge q$
- $x+y = z \rightarrow y+x=z, x+y=z \vdash y+x = z$