# Fundamentos da Computação 1



Começamos o semestre trabalhando com a lógica proposicional!!!

- O que é uma proposição?
- [Resposta dos alunos]

Da mesma forma em que a matemática trabalha com números, a lógica trabalha com proposições.

- A. X + 1 = 2
- B. Ela é muito talentosa.
- C. Dez é menor do que sete.
- D.5+7=10
- E. x+2 = 11
- F. Responda esta questão.
- G. Não ultrapasse.
- H. Que horas são?
- I. A lua é feita de queijo verde.
- J.  $2^n \ge 100$
- K. Hoje é quinta feira.
- L. Não há poluição em São Paulo.

Quais dessas frases são proposições?



- A.  $X + 1 = 2 N\tilde{a}o$  (Indeterminada)
- B. Ela é muito talentosa. Não (Indeterminada)
- C. Dez é menor do que sete. Sim
- D.5+7=10 Sim
- E. x+2 = 11 Não (Indeterminada)
- F. Responda esta questão. Não (Imperativa)
- G. Não ultrapasse. Não (Imperativa)
- H. Que horas são? Não (Interrogativa)
- I. A lua é feita de queijo verde. Sim
- J. 2<sup>n</sup> ≥ 100 Não (Indeterminada)
- K. Hoje é quinta feira. Sim
- L. Não há poluição em São Paulo. Sim

Quais dessas frases são proposições?



- Dez é menor do que sete.
- >5+7=10
- ➤ A lua é feita de queijo verde.
- ➤ Hoje é quinta feira.
- ➤ Não há poluição em São Paulo.

Uma proposição possui um valor verdade.

- O que é uma proposição?
- Uma proposição é uma sentença declarativa que pode ser verdadeira ou falsa, mas não ambos.
- Toda proposição possui um valor verdade.
- [Resposta dos Alunos]

O que é um valor verdade?

- Dez é menor do que sete.
- >5+7=10
- ➤ A lua é feita de queijo verde.
- ➤ Hoje é quinta feira.
- ➤ Não há poluição em São Paulo.

Quais são os valores verdades dessas proposições?



- Dez é menor do que sete. Falso
- >5+7=10 Falso
- > A lua é feita de queijo verde. Falso
- ➤ Hoje é quinta feira. Falso
- Não há poluição em São Paulo. Falso

Quais são os valores verdades dessas proposições?

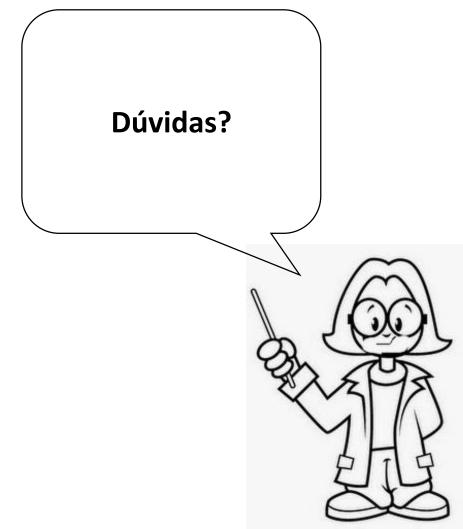


- Dez é menor do que sete. p
- >5+7=10 q
- A lua é feita de queijo verde. r
- ≻Hoje é quinta feira. s
- Não há poluição em São Paulo. t

Uma proposição é representada por uma variável proposicional.



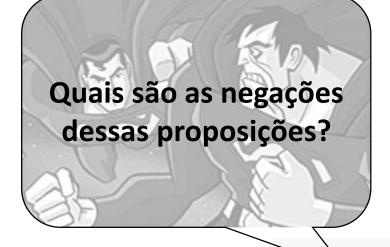
- O que é uma proposição?
- Uma proposição é uma sentença declarativa que pode ser verdadeira ou falsa, mas não ambos.
- Toda proposição possui um valor verdade, ou seja, ela é verdadeira (V) ou falsa (F)
- Uma proposição é representada por uma variável proposicional, que é uma letra do alfabeto. (usaremos letras minúsculas)



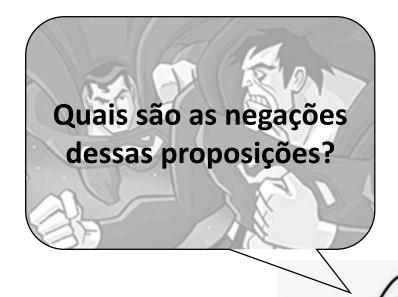
- Dez é menor do que sete. p
- >5+7=10 q
- ► A lua é feita de queijo verde. r
- ➤ Hoje é quinta feira. s
- Não há poluição em São Paulo. t

Uma proposição pode ser negada. A negação de uma proposição é o oposto dela.

- Dez é menor do que sete. p
- >5+7=10 q
- ► A lua é feita de queijo verde. r
- ≻Hoje é quinta feira. s
- Não há poluição em São Paulo. t



- Dez é menor do que sete. p
- ➤ Dez é não menor do que sete. ~p
- ➤ Dez é maior ou igual a sete. ¬p
- >5+7=10 q
- >5+7≠10 ~q
- ► A lua é feita de queijo verde. r
- ► A lua não é feita de queijo verde. ¬ r
- ≻Hoje é quinta feira. s
- ➤ Hoje não é quinta feira. ~s
- Não há poluição em São Paulo. t
- ≻Há poluição em São Paulo. ¬ t



- O que usamos para juntar duas ou mais proposições em uma formula lógica?
- [Resposta dos alunos]

Na matemática usamos operadores para fazer formulas com dois ou mais números.

- O que usamos para juntar duas ou mais proposições em uma formula lógica?
- Conectivos Lógicos

Quais são os conectivos lógicos?

- Conectivos Lógicos
  - Conjunção: e (^)
  - Disjunção: ou (v)
  - Disjunção Exclusiva: (v ou ⊕)
  - Condicional:  $(\rightarrow)$
  - Bicondicional: ( ↔)

Lembrando que a negação não é um conectivo.

- Conectivos Lógicos
  - Conjunção: e ( p ^ q)
  - Disjunção: ou (p v q)
  - Disjunção Exclusiva: (p v q ,p⊕q)
  - Condicional:  $(p \rightarrow q)$
  - Bicondicional: (p ↔q)

Todo conectivo deve aparecer entre duas proposições!!!



- Considere as proposições p: "eu gosto de lógica" e q: "eu gosto de algoritmos".
- Expresse cada uma dessas proposições compostas (formulas) em uma sentença em português.
- A. p ^ q
- B.  $p v \sim q$
- C.  $p \rightarrow q$
- D.  $p \leftrightarrow q$
- E. ~p <u>v</u> ~q

Continuamos nosso estudo passando para o português algumas formulas lógicas.



- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Eu estudo muito mas não sou aprovado.

Nosso próximo passo foi fazer o inverso. Traduzir do português para a formula lógica.



- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Eu estudo muito mas não sou aprovado.
  - p ^ ~q

Vimos que o conectivo ^, pode ser denotado por e, mas, também, no entanto.



- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Eu estudo muito mas não sou aprovado.
  - p ^ ~q
  - Não é verdade que eu estudo ou sou reprovado.

Vimos que o conectivo v, é traduzido por ou.



- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Eu estudo muito mas não sou aprovado.
  - p ^ ~q
  - Não é verdade que eu estudo ou sou reprovado.
  - ~(p v ~q)

Vimos que a negação pode ser expressa por: Não é verdade que, É falso que, Não.



- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Eu estudo ou sou reprovado, mas não ambos.

Como fica essa disjunção?

- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Eu estudo ou sou reprovado, mas não ambos.
  - p<u>v</u>~q

Vimos que quando usamos "mas não ambos" nos referimos à disjunção exclusiva.

- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Serei aprovado se somente se estudar muito.

O se somente se se refere a qual conectivo?

- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Serei aprovado se somente se estudar muito.
  - $q \leftrightarrow p$

A bicondicional pode ser escrita utilizando: se somente se, é suficiente e necessário.

- Considere as proposições p: "eu estudo muito" e q: "eu sou aprovado".
- Expresse cada uma dessas proposições usando p, q e os conectivos lógicos.
  - Serei aprovado se somente se estudar muito.
  - $q \leftrightarrow p$
  - Se estudar muito então serei aprovado.

E finalmente nossa condicional. Seu formato clássico é Se (premissa) então (conclusão).

- Se p então q
- Se p, q
- p é suficiente para q
- p implica q
- p apenas se q

- Se estudar muito então serei aprovado.
- $p \rightarrow q$

[Alunos: reescrever a frase usando as outras formas]

Mas a condicional tem suas peculiaridades. E passamos um bom tempo estudando algumas delas.



- Se p então q
- q, se p
- q é necessário para p
- q quando ocorrer p
- q sempre que p

- Se estudar muito então serei aprovado.
- $p \rightarrow q$

[Alunos: reescrever a frase usando as outras formas]

Vimos que dependendo da palavra utilizada para expressar a condicional a premissa e a conclusão aparecem trocadas.



- Se p então q
- q, se p
- q é necessário para p
- q quando ocorrer p
- q sempre que p

- Se estudar muito então serei aprovado.
- $p \rightarrow q$

Uma tabela sobre essas condicionais se encontra na página 6 do livro do Rosen.

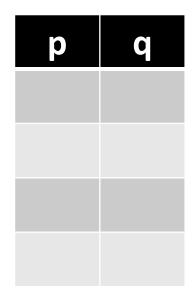


- Uma tabela verdade deve expressar todas as combinações possíveis de valores verdades das proposições de uma formula.
- Número de combinações é dado por:
   2 n. de proposições

Depois que aprendemos a traduzir partimos para a analise das proposições através de tabelas verdade.

 Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas a proposições.
 Nesse caso (p) e (q).

Vamos começar a tabela pelas proposições. Tenho duas proposições então minha tabela terá 4 linhas (2²)





 Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas a proposições.
 Nesse caso (p) e (q).

Preenchemos as colunas com a possíveis combinações de valores verdade de (p) e (q).

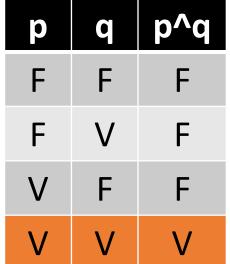
p	q	
F	F	
F	V	
V	F	
V	V	



 Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas a proposições.
 Nesse caso (p) e (q).

conjunção. Ela só é verdadeira quando as duas proposições são verdadeiras

Vamos começar com a



 Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas a proposições.
 Nesse caso (p) e (q).

р	q	p^q	pvq
F	F	F	F
F	V	F	V
V	F	F	V
V	V	V	V

A disjunção só é falsa quando as duas proposições são falsas.



 Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas a proposições.
 Nesse caso (p) e (q).

р	q	p^q	pvq	p <u>v</u> q
F	F	F	F	F
F	V	F	V	V
V	F	F	V	V
V	V	V	V	F

A disjunção EXCLUSIVA é falsa quando as duas proposições possuem o mesmo valor.



 Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas a proposições.
 Nesse caso (p) e (q).

p	q	p^q	pvq	p <u>v</u> q	p↔q
F	F	F	F	F	V
F	V	F	V	V	F
V	F	F	V	V	F
V	V	V	V	F	V

A bicondiconal é falsa quando as duas proposições possuem valores diferentes.



 Começamos a tabela verdade fazendo uma linha com todas a proposições.
 Nesse caso (p) e (q).

p	q	p^q	pvq	p <u>v</u> q	$p \leftrightarrow q$	p→q
F	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	V	V	F	F
V	V	V	V	F	V	V

A condicional é falsa quando a premissa é verdadeira e a conclusão é falsa.



- Precedência dos Operadores
  - 1. Parênteses
  - 2. Negação
  - 3. Ou / E
  - 4. Condicional/Bicondicional

Como na matemática os operadores lógicos também possuem precedência.

р	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Por exemplo na formula: p ^ q → p v q o que devemos fazer primeiro?

р	q	p ^ q	pvq
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

# Como se tivéssemos um parênteses:

 $(p \land q) \rightarrow (p \lor q).$ 



р	q	p ^ q	p <b>v</b> q	p ^ q <del>→</del> p v q
V	V	<b>V</b>	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Lembrando que cada coluna da tabela representa um operador lógico da formula.

р	q	p ^ q	p <b>v</b> q	p ^ q <del>→</del> p v q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Tautologia

Note que ao final essa formula deu sempre verdadeira. Chamamos essas formulas de TAUTOLOGIA.

р	q	p^q	pvq	p ^ q <b>→</b> p v q	~p
V	V	V	V	V	F
V	H	L	<b>V</b>	V	F
F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V

**Tautologia** 

Vamos agora fazer a tabela de uma outra formula.



р	q	p^q	pvq	p ^ q <b>→</b> p ∨ q	~p	~p ^ q
V	V	V	V	V	Ŧ	F
V	H	L	V	V	ш	F
F	V	ΙL	V	V	>	V
F	F	F	F	V	V	F

**Tautologia** 

Antes de fazer ~p ^ q, fazemos a negação que tem precedência.

	р	q	p <b>^</b> q	pvq	p^q <del>&gt;</del> p∨q	~p	~p ^ q	(p ^ q) ^ (~p ^ q)
	\/	\/	\/	\/	V	F		Е
L	<u> </u>	V	V	V	V	ı	<b>I</b>	· ·
	V	F	F	V	V	F	F	F
	F	>	F	V	V	>	V	F
	F	Ш	F	F	V	>	F	F

Tautologia

Contradição

Note que ao final essa formula deu sempre falso. Chamamos essas formulas de CONTRADIÇÃO.



	p	q	p^q	pvq	p ^ q <b>→</b> p v q	~p	~p ^ q	(p ^ q) ^ (~p ^ q)
ł	V	V	V	V	V	F	F	F
ŀ	V	F	F	V	V	F	F	F
Ī	F	V	F	V	V	V	V	F
	F	H	F	F	V	٧	F	F

Tautologia

Contradição

Contingência

Se a formula possui valores Verdadeiros e Falsos então a chamamos de CONTINGÊNCIA.



- 1) A mensagem de diagnostico é armazenada no buffer ou é retransmitida. p v q
- 2) A mensagem de diagnóstico não é armazenada no buffer. ~p
- 3) Se a mensagem de diagnóstico é armazenada no buffer, então ela é retransmitida. p→q

p: A mensagem de diagnostico é armazenada no buffer

q: A mensagem de diagnostico é retransmitida

Usando a tabela verdade podemos mostrar se um sistema de especificação é consistente ou não.



p: A mensagem de diagnostico é armazenada no buffer

q: A mensagem de diagnostico é retransmitida

р	q	pvq	<b>~</b> p	p→q
V	V	V	F	V
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	V

Para isso basta fazer uma tabela verdade com as especificações e verificar se podem ser verdadeiras ao mesmo tempo



- Apreendemos até agora conectivos, ou seja, operações lógicas.
  - ^, v, <u>v</u>, → , ↔
- Na lógica temos duas relações
  - Implicação
  - Equivalência

Na matemática as relações são: =, >, <, ≠ Entre outras. Quando se iniciou o Regime Letivo Remoto começamos a falar sobre as relações das proposições.



#### Implicação Lógica

Diz se que uma proposição (composta)
 P implica logicamente ou apenas
 implica uma proposição (composta) Q,
 se Q é verdadeira todas as vezes que P
 é verdadeira.

Na implicação, dizer que P ⇒Q significa que se Valor(P) = V então Valor(Q)=V

р	q	p^q	pvq	p^q <del>→</del> pvq	~p	~p ^ q	(p ^ q) ^ (~p ^ q)
V	V	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	I	F	F
F	V	F	V	V	>	V	F
F	F	F	F	V	V	F	F

Podemos achar alguma implicação nesta tabela?

[Respostas dos alunos]

р	q	p^q	pvq	p ^ q <b>→</b> p v q	~p	~p ^ q	(p ^ q) ^ (~p ^ q)
V	V	V	V	V	H	F	F
V	F	F	V	V	H	F	F
F	V	F	V	V	>	V	F
F	F	F	F	V	٧	F	F

Vemos aqui por exemplo que:  $(pvq) \Rightarrow p^q \Rightarrow pvq$ .

 Diz se que uma proposição P é logicamente equivalente ou apenas equivalente a uma proposição Q se as tabelas verdade destas duas proposições são idênticas.

A outra relação que vimos é a Equivalência.



р	q	~p	~q	p→q	~q <del>&gt;</del> ~p
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

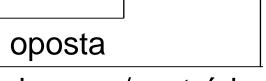
Fizemos várias tabelas para demonstrar equivalências clássicas, como a contrapositiva.

Contrapositiva



р	q	~p	~q	p <del>→</del> q	$q \rightarrow p$	~p <del>-&gt;</del> ~q
V	<b>\</b>	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

Vimos que uma condicional tem sua oposta e sua inversa, que não são equivalentes a ela.



inversa/contrária

- Propriedade da Contrapositiva
  - $p \rightarrow q \equiv q \rightarrow p$
- Propriedade dos Elementos Neutros
  - p ^ V ≡ p
  - p v F ≡ p
- Propriedade de Dominação
  - p ^ F ≡ F
  - $p v V \equiv V$
- Propriedade Idempotentes
  - $p \land p \equiv p$
  - $p v p \equiv p$
- Propriedade da Dupla Negação
  - ~(~p) ≡ p
- Propriedade Comutativa
  - p ^ q = q ^ p
  - $p v q \equiv q v p$

- Propriedade Associativa
  - $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
  - $(p ^ q) ^ r \equiv p ^ (q ^ r)$
- Propriedade Distributiva

Após verificarmos as equivalências usando a tabela verdade, aprendemos algumas propriedades das equivalências.

- Propriedade Absorção
  - $p v (p \wedge q) \equiv p$
  - $p \land (p \lor q) \equiv p$
- Propriedade Negação
  - p ^ ~p ≡ F
  - p v ~p ≡ V



$$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \land r \rightarrow q)$$

$$(\neg p \lor q) \rightarrow (p \land r \rightarrow q)$$

$$(\neg p \lor q) \rightarrow (\neg (p \land r) \lor q)$$

$$(\neg p \lor q) \rightarrow (\neg p \lor \neg r \lor q)$$

$$(\neg p \lor q) \rightarrow (\neg p \lor q \lor \neg r)$$

$$(\neg p \lor q) \lor (\neg p \lor q) \lor \neg r$$

$$\forall \lor \neg r$$

[Condicional][Condicional][De Morgan][Comutativa][Condicional]

[Negação]

[Dominação]

Com a propriedades das equivalências, podemos demonstrar/achar novas equivalência utilizando o método dedutivo.



Aula 17: Revisão da Matéria

06/04 (Noturno)

07/04 (Matutino)

Aula 18: Revisão para a prova

13/04 (Noturno)

14/04 (Matutino)

Aula 19: Prova da N1 (será no moodle)

16/04 (Noturno)

17/04 (Matutino)

Lembrando o que combinamos.



PP8: Revisão da Matéria
06/04 a 08/04(Noturno – 20:30)
07/04 a 09/04(Matutino - 12:30)

PP Extra 1: Simulado para a prova 09/04 – 12:30 a 11/04 – 23:59

PP Extra 2: Simulado para a prova 13/04 a 15/04 (Noturno- 20:30) 14/04 a 16/04(Matutino – 12:30) Sobre os pontos de participação.