Quelle: <http://www.lehre.jan-wieners.de/wisem15/bit-i/darstellung-ganzer-zahlen-im-binaersystem-vorzeichendarstellung-und-zweierkomplement/>

Als „ganze Zahlen“ bezeichnen wir die natürlichen Zahlen einschließlich der negativen Zahlen; für die Kenntnis einer ganzen Zahl ist somit nicht nur der absolute Zahlenwert nötig, sondern darüber hinaus noch das Vorzeichen (‚+‘ oder ‚-‚). Für diese zwei Möglichkeiten wird ein weiteres Bit an Information benötigt.

Die naheliegende Möglichkeit besteht darin, das Vorzeichen über das führende Bit auszudrücken. Hierbei repräsentiert eine führende 0 den positiven – und eine führende 1 den negativen Zahlenbereich. Diese Darstellung wird als  **Vorzeichendarstellung** bezeichnet.

Bei einer Breite von **4 Bit** erhalten wir folgende Möglichkeiten, positive und negative ganze Zahlen zu repräsentieren:

|  |  |
| --- | --- |
| **0000 = +0** | **1000 = -0** |
| **0001 = +1** | **1001 = -1** |
| **0010 = +2** | **1010 = -2** |
| **0011 = +3** | **1011 = -3** |
| **0100 = +4** | **1100 = -4** |
| **0101 = +5** | **1101 = -5** |
| **0110 = +6** | **1110 = -6** |
| **0111 = +7** | **1111 = -7** |

Bei näherer Betrachtung hat diese Darstellung jedoch eine Reihe von Nachteilen:

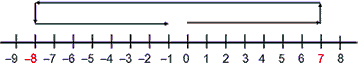
* Die Zahl **0** wird durch zwei verschiedene Bitfolgen darstellt (als ‚**+0**‚ und als ‚**-0**‚).
* Das Rechnen ist komplizierter geworden. Es ist nicht mehr so einfach möglich, Zahlen untereinander zu schreiben und zu addieren.

Im Folgenden wird eine Variante beschrieben, die diese Probleme vermeidet und deshalb zu einer gebräuchlichen Darstellung geworden ist: die **Zweierkomplementdarstellung**.

**Zweierkomplementdarstellung**

Die [**Zweierkomplementdarstellung**](http://de.wikipedia.org/wiki/Zweierkomplement) ist die gebräuchliche interne Repräsentation ganzer positiver und negativer Zahlen und lässt sich auf sehr einfache Art und Weise abbilden. Im Folgenden wird die Zweierkomplementdarstellung für **N = 4** erläutert.

Mit 4 Bits lässt sich ein Zahlenbereich von **24 = 16** ganzen Zahlen abdecken. Der Bereich ist frei wählbar, also z.B. die 16 Zahlen von **-8** bis **+7**. Um Dezimalzahlen über das Zweierkomplement abzubilden, wird von **0** beginnend aufwärts gezählt, bis die obere Grenze **+7** erreicht ist. Anschließend wird an der unteren Grenze **-8** fortgefahren und aufwärts gezählt, bis die Zahl **-1** erreicht ist:

[](http://www.lehre.jan-wieners.de/wp-content/uploads/zahlenstrahl.jpg)

Aus diesem Verfahren resultiert nun folgende Zuordnung von Bitfolgen zu ganzen Zahlen:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **1000 = -8** | **1100 = -4** | **0000 = 0** | **0100 = 4** |
| **1001 = -7** | **1101 = -3** | **0001 = 1** | **0101 = 5** |
| **1010 = -6** | **1110 = -2** | **0010 = 2** | **0110 = 6** |
| **1011 = -5** | **1111 = -1** | **0011 = 3** | **0111 = 7** |

Nun offenbart sich, wieso der Bereich von -8 bis +7 gewählt wurde und nicht etwa der Bereich von -7 bis +8:

* Bei dem mit 0 beginnenden Hochzählen wird bei der achten Bitfolge zum ersten Mal das erste Bit zu 1. Springt man also ab der 8. Bitfolge in den negativen Bereich, so hat man die folgende Eigenschaft: **Bei den Zweierkomplementzahlen stellt das erste Bit das Vorzeichen dar.**
* Das Zweierkomplement hat zudem den Vorteil, dass die ‚0‘ nur einmal vorkommt.
* Darstellbar sind mit dem Zweierkomplement die Zahlen von **-2N-1** bis **2N-1-1**.
* Zweierkomplementzahlen werden auch als **signed binary numbers** oder **signed integers** bezeichnet.

## Berechnung des Zweierkomplements

Das **Zweierkomplement** resultiert aus Bildung des **Einerkomplements** und anschließender Addition von 1. Das **Einerkomplement** lässt sich durch bitweises Vertauschen der Werte 0 und 1 erhalten.

Ein Beispiel:  
Die Zweierkomplementdarstellung von **-6** lässt sich erstellen, indem zuerst die Binärdarstellung von **+6**, also (**0110**)2 gebildet wird. Anschließend wird das Einerkomplement – also (**1001**)2 – generiert und eine **1** addiert. Die Zahl (**-6**)10 wird im Zweierkomplement somit als Binärzahl (**1010**)2 ausgedrückt.

## Addition von Zweierkomplementzahlen

Da das Bilden des Negativen einer Zahl so einfach ist, lässt sich die **Subtraktion** auf eine **Negation** mit **anschließender Addition** zurückführen.

Um 210 – 610 zu berechnen, **addieren** wir einfach **2** + (**-6**).  
Das schaut binär so aus:

**0010**      || = (2)10  
+ **1010**      || Zweierkomplement von ( ***-6***)10 (s.o.)  
———  
**1100**

Das erste Bit (**1**xxx) zeigt, dass es sich um eine **negative Zahl** handelt.

Den Betrag der Zahl erhalten wir, indem wir erneut das **Zweierkomplement** bilden, also zunächst die einzelnen Bits vertauschen (Einerkomplement) und dann 1 addieren:

Einerkomplement von  **1100** = **0011**

Zweierkomplement –> **0011 + 0001 = 01002** = **410**

Zusammen mit der Vorzeicheninformation von eben erhalten wir als Ergebnis der Rechnung also (**-4**)10.