Folgen & Reihen

Was bisher geschah:

Folge: Abbildung $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ (bzw. $\mathbb{C}$)

Erzeugender Term: $a_n = \ldots$

z.B. $a_n = \frac{n^2}{n+1}$

Darstellung: $\langle 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$

aufzählende

Rekursive Folge: z.B. $a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$

arithmetische: $a_n = a_0 + n \cdot d$

geometrische: $b_n = b_0 \cdot q^n$

$(b_n = b_1 \cdot q^{n-1})$

Reihe: Summe der Partialfolgen

arithmetische: $s_n = \frac{n}{2}(a_0 + a_n)$

geometrisch: Endlich: $s_n = b_0 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

Unendlich: $s_n = b_0 \cdot \frac{1}{q-1}$

Monotonie: $a_n < a_{n+1}$ ... str. mon. w.

$a_n \leq a_{n+1}$ ... mon. w.

Analog f. fallend

Bsp: $a_n = \frac{8n^2+5}{7n}$ Monotonie?

Vermutung: str. mon. wachsend

$a_n < a_{n+1}$

$$\frac{8n^2+5}{7n} < \frac{8(n+1)^2+5}{7(n+1)}$$

$$\frac{8n^2+5}{7n} < \frac{8n^2+16n+13}{7(n+1)}$$

$$8n^2+5 < \frac{(8n^2+16n+13)\cdot \cancel{7}n}{\cancel{7}(n+1)}$$

$$(8n^2+5)(n+1) < (8n^2+16n+13)n$$

$$\cancel{8n^3} + 8n^2 + 5n + 5 < \cancel{8n^3} + 16n^2 + 13n$$

$$0 < 8n^2 + 8n - 5$$

$\nexists$ a_0; dann w.A. $\Rightarrow$ str. mon. wachsend