

## Kurvendiskussion (extended)

gegeben:  $f(x)$

1) Definitionsmenge (+ Polstellen/Lücken)

2) Nullstellen:  $f(x) = 0$

3) Extremstellen:

↳ Notwendige:  $f'(x) = 0$

↳ Hinreichende:  $f''(x) \neq 0$

$f'' > 0 \Rightarrow \text{Minimum}$        $f'' < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$

4) Monotonieverhalten  
(tabellarisch)

5) Wendestellen:  $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$

6) Krümmungsverhalten (tabellarisch)

7) Wendetangenten:  $t(x) = kx + d$

8) Graph

9) Symmetrie

10) Periodizität

Bsp.:  $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

1) Definitionsmenge:  $D = \mathbb{R}$

2) Nullstellen:  $f(x) = 0$

$$N = +1, -1, -1$$

3) Extremstellen: Notwendige Bedingung:

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 0 = 3x^2 + 2x - 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - (-12)}}{6} \quad \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{1}{3} \\ \searrow x_2 = -1 \end{matrix}$$

Hinreichende Bedingung:

$$f''(x) = 6x + 2$$

$$f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6 \cdot \frac{1}{3} + 2 > 0 \Rightarrow \text{Minimum}$$

$$f''(-1) = 6 \cdot (-1) + 2 < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

4) Monotonieverhalten

$(-\infty, -1)$	$-1$	$(-1, \frac{1}{3})$	$\frac{1}{3}$	$(\frac{1}{3}, +\infty)$
$\nearrow$	Max	$\searrow$	Min	$\nearrow$