Logarithmisches Differenzieren

$f(x) = x^x$ für $x > 0$

Problem: keine bisherige Regel greift

$\log f(x) = \log x^x$ Substituieren $f(x) = p$

$\underbrace{\log f(x)}_{p} = \underbrace{\log x^x}_{x \log x}$

$\underbrace{\log p}_{\frac{1}{p} p'} = \underbrace{x \log x}_{\log x + x \frac{1}{x}}$ Diff. beide Seiten

$\frac{1}{p} p'$ ↑ Kettenregel

$\log x + x \frac{1}{x}$ ↑ Produktregel

$1 + \log x$

$\Rightarrow \frac{p'}{p} = 1 + \log x \Rightarrow p' = p(1 + \log(x))$

$\Rightarrow f'(x) = f(x)(1 + \log(x))$

$\Rightarrow f'(x) = x^x (1 + \log(x))$

$s'(t) = \dot{s}(t)$ Punktableitung ist Ableitung nach der Zeit

Bsp: a) $s(t) = \frac{1}{2} g t^2$ Freier Fall

$\dot{s}(t) = gt = v(t)$

$\ddot{s}(t) = g = a(t)$

b) $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$

$v(t) = ?$

$a(t) = ?$

c) $y(t) = (A + Bt) e^{-\delta t}$

$v(t) =$

$a(t) =$