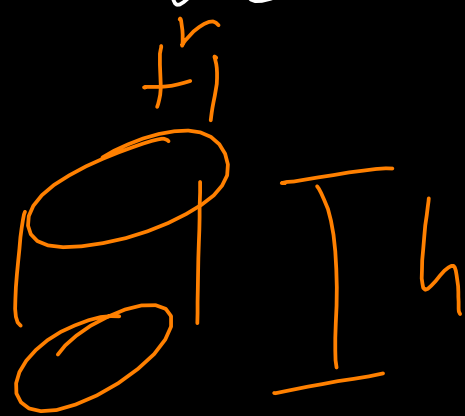


Extremwertaufgabe

Aufgabe: Getränkehersteller
neues Produkt mit einer
Füllmenge von 0,33l

Diese Dose soll möglichst
wenig Material verbrauchen.

1) Skizze



2) HB: $O \rightarrow \text{Min}$

$$O(r, h) = 2r^2\pi + 2r\pi h$$

$$O(r, h) = 2\pi(r^2 + rh)$$

3) NB: $V = 0,33 \text{ dm}^3 \Rightarrow V = 330 \text{ cm}^3$
 $\quad \quad \quad \uparrow r^2\pi h$

4) NB \rightarrow HB: $h = \frac{330}{r^2\pi}$

$$O(r) = 2\pi \left(r^2 + \frac{330r^{-1}}{\pi} \right)$$

5) $O'(r) = 2\pi \left(2r - \frac{330}{\pi} r^{-2} \right)$

$$O''(r) = 2\pi \left(2 + \frac{660}{\pi} r^{-3} \right)$$

$$O'(r) = 4\pi \left(r - \frac{165}{r^2\pi} \right)$$

$$O''(r) = 4\pi + \frac{1320}{r^3}$$

6) $O'(r) = 0$

$\leftarrow r \neq 0$

$$0 = r - \frac{165}{r^2\pi} \quad | (r^2\pi)$$

$$0 = r^3\pi - 165 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}}$$

$$O''\left(\sqrt[3]{\frac{165}{\pi}}\right) = 4\pi + \frac{1320}{\frac{165}{\pi}} > 0$$

\Rightarrow Minimum ✓

7) $h = \frac{330}{\sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} \pi}$