

8) / 10) keine Symmetrie
keine Periodizität

$$f(x) = \frac{-5x^2+5}{x^3} \quad | \quad f(t) = 3e^{-\frac{1}{10}t} \cos(t)$$

Bemerkung: $f'(x)=0 \wedge f''(x)=0$
 \hookrightarrow Sattel Punkt (Terrassenpunkt)

Umgekehrte KD:

Bsp: Der Graph einer Polynomfkt f vom Grad 4 hat einen Hochpunkt im Ursprung. Im Wendepunkt $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist die Tangente parallel zur ersten Achse.
Ermittle die Termdarstellung von f .

Lösung: $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

Hochpunkt: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow f(0)=0$
 $f'(0)=0$

Wendepunkt: $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow f(-1)=1$
 $f''(-1)=0$

Tangente $\Rightarrow f'(-1)=0$

$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$$

$$\begin{aligned} f(0)=0 &= e & f(-1)=1 &= a-b+c \\ f'(0)=0 &= d & f''(-1)=0 &= 12a-6b+2c \\ f'(-1)=0 &= -4a+3b-2c & \hookrightarrow 0 &= 6a-3b+c \end{aligned}$$

$$\text{I: } e-b+c=1$$

$$\text{II: } 6a-3b+c=0$$

$$\text{III: } -4a+3b-2c=0$$

I \cap III:

$$\begin{aligned} 2a-2b+2c &= 2 \\ -4a+3b-2c &= 0 \\ \hline -2a+b &= 2 \end{aligned}$$

I \cap II:

$$\begin{aligned} a-b+c &= 1 \\ 6a-3b+c &= 0 \\ \hline -5a+2b &= 1 \end{aligned}$$

$$-4a+2b=4$$

$$-5a+2b=1$$

$$\hline a=3$$

$$\Rightarrow b=8$$

$$\Rightarrow c=6$$

$$f(x) = 3x^4 + 8x^3 + 6x^2$$

Matrizen: $Ax=b$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 6 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & -2 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ -6I \\ +4I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & -6 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & -5 & -6 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \\ +3II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right) \begin{array}{l} \begin{array}{l} a-8+6=1 \\ a=3 \end{array} \\ -b+12=4 \\ b=8 \\ c=6 \end{array}$$

$$f(x) = 3x^4 + 8x^3 + 6x^2$$