

1 Kurvendiskussion (extended)

Gegeben: $f(x)$

- 1) Definitionsmenge (+ Polstellen/Lücken)
- 2) Nullstellen: $f(x) = 0$
- 3) Extremstellen:
 - Notwendige: $f'(x) = 0$
 - Hinreichende: $f''(x) \neq 0$
 - $f''(x) > 0 \Rightarrow \text{Minimum}$
 - $f''(x) < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$
- 4) Monotonieverhalten (tabellarisch)
- 5) Wendestellen: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$
- 6) Krümmungsverhalten (tabellarisch)
- 7) Wendetangenten : $t(x) = kx + d$
- 8) Graph
- 9) Symmetrie
- 10) Periodizität

Bsp:

$$f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$$

- 1) Definitionsmenge: $D = \mathbb{R}$
- 2) Nullstellen: $f(x) = 0$
 $N = +1, -1, -1$
- 3) Extremstellen:
 - Notwendige:
$$f'(x) = 0$$
$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$$
$$f'(x) = 0 \Rightarrow 0 = 3x^2 + 2x - 1$$
$$x_1 = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - (-12)}}{6} \quad x_1 = \frac{1}{3} \quad x_2 = -1$$
 - Hinreichende:
$$f''(x) = 6x + 2$$
$$f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6 * \frac{1}{3} + 2 > 0 \Rightarrow \text{Minimum}$$
$$f''(-1) = 6 * (-1) + 2 < 0 \Rightarrow \text{Maximum}$$

4) Monotonieverhalten

$(-\infty, -1)$	-1	$(-1, \frac{1}{3})$	$\frac{1}{3}$	$(\frac{1}{3}, +\infty)$
\nearrow	<i>Max</i>	\searrow	<i>Min</i>	\nearrow