1 Berechnung des Differentialquotient

Beispiel:

Funktion für dieses Beispiel: $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$
Steigung von $f(x)$ an der Stelle 2

Differentialquotienten: $k = \lim\limits_{\triangle x \to 0} \frac{\triangle f(x)}{\triangle x} \Rightarrow \lim\limits_{\triangle x \to 0} \frac{f(x+\triangle x)-f(x)}{\triangle x}$

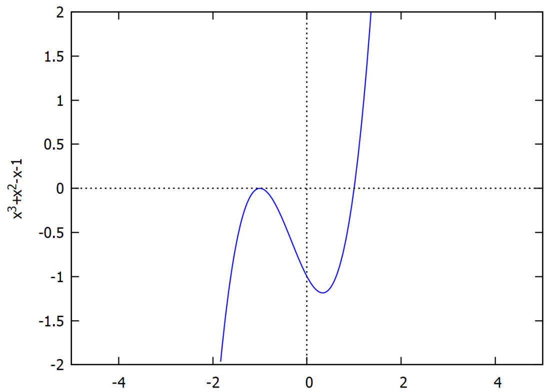

Abbildung 1: Darstellung der Funktion

$\Rightarrow \lim\limits_{\triangle x \to 0} \frac{(x+\triangle x)^3+(x+\triangle x)^2-(x+\triangle x)-1-(x^3+x^2-x-1)}{\triangle x}$
$\Rightarrow \lim\limits_{\triangle x \to 0} \frac{x^3+3x^2*\triangle x+3x*(\triangle x)^2+(\triangle x)^3+x^2+2x*\triangle x+(\triangle x)^2-x-\triangle x-1-x^3-x^2+x+1}{\triangle x}$
$\Rightarrow \lim\limits_{\triangle x \to 0} \frac{3x^2*\triangle x+3x*(\triangle x)^2+(\triangle x)^3+2x*\triangle x+(\triangle x)^2-\triangle x}{\triangle x}$
$\Rightarrow \lim\limits_{\triangle x \to 0} \frac{\triangle x*(3x^2+3x*\triangle x+(\triangle x)^2+2x+\triangle x-1)}{\triangle x}$
$\Rightarrow k = 3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow k$ an $2 \Rightarrow 12 + 4 - 1 = 15$

Definition:

Eine Funktion heißt differenzierbar, wenn der Grenzwert $\lim\limits_{\triangle x \to 0} \frac{\triangle f(x)}{\triangle x}$ existiert.
Dieser Grenzwert heißt erste Ableitung. $f'(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx}$

Bemerkung:

i $f'(x_0)$ heißt erste Ableitung an der Stelle x_0

ii Eine differenzierbar Funktion ist dort im Intervall stetig. Das heißt eine stetige Funktion kann differenzierbar sein, muss es aber nicht.