Quotientenkriterium

Sei $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ eine Reihe mit $a_k \neq 0$

Definition: $r := \lim_{k\to\infty} \left| \frac{a_{k+1}}{a_k} \right|$

r existiert

a) $r < 1$: Reihe a_k absolut konv.

b) $r > 1$: Reihe a_k divergent

Bsp: a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} = a_k$

Mühsam: konvergent

QT: $r := \lim_{k\to\infty} \left| \frac{\frac{1}{(k+1)!}}{\frac{1}{k!}} \right| = \lim_{k\to\infty} \left| \frac{k!}{(k+1)!} \right|$

$= \lim_{k\to\infty} \left| \frac{\cancel{k!}}{(k+1) \cdot \cancel{k!}} \right| = \lim_{k\to\infty} \frac{1}{k+1} = 0$

$0 < 1 \Rightarrow$ Reihe abs. konv.

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k}$

QT: $r := \lim_{k\to\infty} \left| \frac{\frac{2^{k+1}}{k+1}}{\frac{2^k}{k}} \right| = \lim_{k\to\infty} \left| \frac{\frac{\cancel{2^k} \cdot 2}{k+1}}{\frac{\cancel{2^k}}{k}} \right|$

$= \lim_{k\to\infty} \left| \frac{2k}{k+1} \right| = 2 > 1 \Rightarrow$ divergent