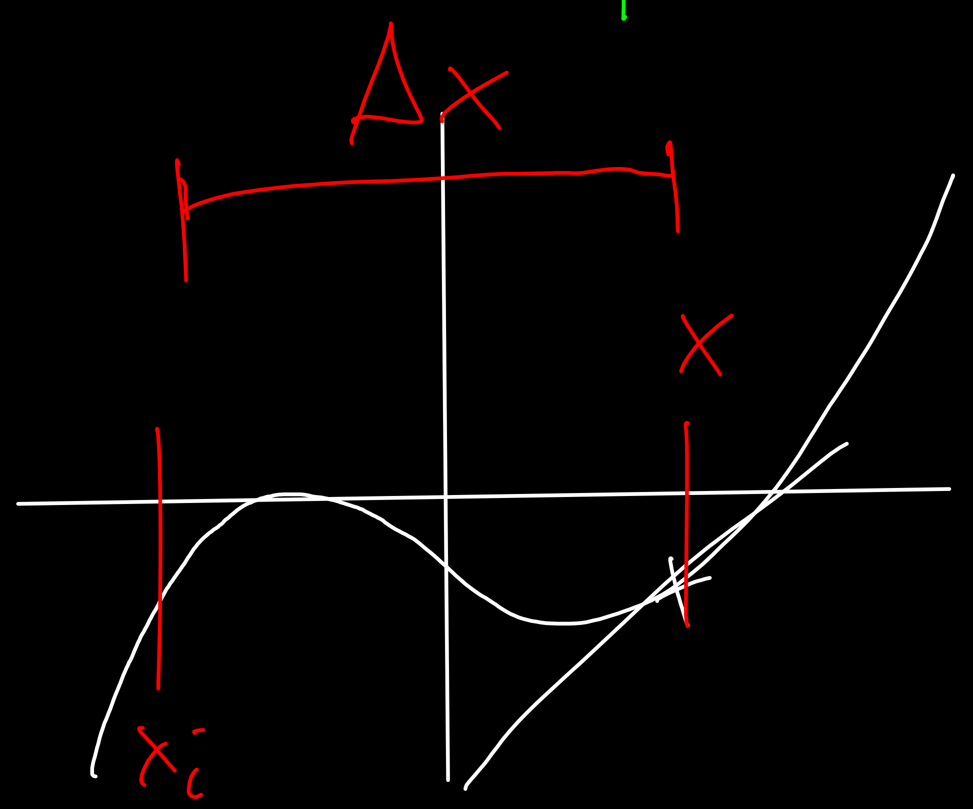
Berechnung des Differentialquo.

Bsp: $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

Steigung von $f(x)$ an der Stelle 2

Differentialquotienten: $k = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$



$$\Rightarrow \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x)^3 + (x+\Delta x)^2 - (x+\Delta x) - 1 - (x^3 + x^2 - x - 1)}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x^3} + 3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 + \cancel{x^2} + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 \cancel{-x} - \Delta x \cancel{-1} \cancel{-x^3} \cancel{-x^2} \cancel{+x+1}}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \lim_{\Delta x \to 0} \frac{3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - \Delta x}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{\Delta x}\,(3x^2 + 3x\overset{\to 0}{\Delta x} + (\overset{\to 0}{\Delta x})^2 + 2x + \overset{\to 0}{\Delta x} - 1)}{\cancel{\Delta x}}$$

$\Rightarrow k = 3x^2 + 2x - 1 \quad \Rightarrow k$ an $2 \Rightarrow 12 + 4 - 1 = 15$

Definition: Eine Funktion heißt differenzierbar, wenn der Grenzwert $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ existiert.

Dieser Grenzwert heißt erste Ableitung.

$\left(f'(x) \Rightarrow \dfrac{dy}{dx} \right)$

Bemerkung: i) $f'(x_0)$ heißt erste Ableitung an der Stelle x_0.

(ii) Eine diffbare Fkt ist dort im Intervall stetig. D.h. eine stetige Fkt kann diffbar, muss aber nicht.