

Da  $b_k$  gegen  $\infty$  strebt (divergiert), kann man dies unendlich oft machen. Daher ist der Grenzwert immer größer als  $n$ , falls er existiert.

Daher hat die unsortierte Reihe ein anderes Grenzwertverhalten, deren Grenzwert immer um 1 kleiner ist.

## Konvergenzkriterien (EK)

### Satz: Majoranten-/Minorantenkriterium

Gegeben sei eine Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ .

a) Falls es ein  $n_0 \in \mathbb{N}$ , eine Konstante  $M > 0$  sowie eine konvergente Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} c_k$  gibt, so dass

für alle  $k \geq n_0$  gilt:  $|a_k| \leq M c_k$

dann ist die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  absolut konvergent.

$\sum_{k=1}^{\infty} c_k$  heißt Majorante von  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ .

b) Falls es ein  $n_0 \in \mathbb{N}$ , eine Konstante

$M > 0$  sowie eine divergente Reihe

$\sum_{k=1}^{\infty} d_k$  gibt, so dass für alle  $k \geq n_0$

gilt:  $|a_k| \geq M d_k \geq 0$  dann ist

die Reihe  $\sum_{k=1}^{\infty} |a_k|$  ebenfalls divergent

d.h.  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$  ist nicht absolut konvergent.

$\sum_{k=1}^{\infty} d_k$  heißt Minorante von  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ .

Bsp: a)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$  konvergenz?

Majorante?  $k^2 \geq k(k-1)$

$$\frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{k(k-1)}$$

$$\sum_{k=2}^n \frac{1}{k(k-1)} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k(k+1)} = \sum_{k=1}^{n-1} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{(n-1)+1} \leftarrow \underline{\underline{\text{Grenzwert } 1}}$$

Majorante konvergiert  $\Rightarrow$  Reihe konv.