# Abgabe 1 für Computergestützte Methoden

Gruppe 12

Silvan Mustafa – Matrikelnummer: 4175171 Huy Pham Do – Matrikelnummer: 4181331 (26.11.2024)

# Inhaltsverzeichnis

1	$\operatorname{Der}$	zentrale Grenzwertsatz
	1.1	Aussage
	1.2	Erklärung der Standardisierung
	1.3	Anwendungen
	ъ	1.4
2	Bea	rbeitung zur Aufgabe 1

#### 1 Der zentrale Grenzwertsatz

Der zentrale Grenzwertsatz (ZGS) ist ein fundamentales Resultat der Wahrscheinlichkeitstheorie, das die Verteilung von Summen unabhängiger, identisch verteilter (i.i.d.) Zufallsvariablen (ZV) beschreibt. Er besagt, dass unter bestimmten Voraussetzungen die Summe einer großen Anzahl solcher ZV annähernd normalverteilt ist, unabhängig von der Verteilung der einzelnen ZV. Dies ist besonders nützlich, da die Normalverteilung gut untersucht und mathematisch handhabbar ist.

#### 1.1 Aussage

Sei  $X_1, X_2, \ldots, X_n$  eine Folge von i.i.d. ZV mit dem Erwartungswert  $\mu = \mathbb{E}(X_i)$  und der Varianz  $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$ , wobei  $0 < \sigma^2 < \infty$  gelte. Dann konvergiert die standardisierte Summe  $Z_n$  dieser ZV für  $n \to \infty$  in Verteilung gegen eine Standardnormalverteilung:

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1).$$

Das bedeutet, dass für große n die Summe der ZV näherungsweise normalverteilt ist mit Erwartungswert  $n\mu$  und Varianz  $n\sigma^2$ :

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2).$$

### 1.2 Erklärung der Standardisierung

Um die Summe der ZV in eine Standardnormalverteilung zu transformieren, subtrahiert man den Erwartungswert  $n\mu$  und teilt durch die Standardabweichung  $\sigma\sqrt{n}$ . Dies führt zu der obigen Formel. Die Darstellung ist für  $n\to\infty$  nicht wohldefiniert.

### 1.3 Anwendungen

Der ZGS wird in vielen Bereichen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie angewendet. Typische Beispiele sind:

- Schätzung des Mittelwerts
- Analyse von verschiedenen Daten

1

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Der zentrale Grenzwertsatz hat verschiedene Verallgemeinerungen. Eine davon ist der **Lindeberg-Feller-Zentrale-Grenzwertsatz** [1, Seite 328], der schw"achere Bedingungen an die Unabh"angigkeit und die identische Verteilung der ZV stellt.

### 2 Bearbeitung zur Aufgabe 1

(Der Datensatz verfügt über verschiedene Attribute. Dabei handelt es sich um "Station", "Date", "Day of year", "Day of week", "Month of year", "Precipation", "Windspeed", "Mintemperatur", "Averagetemperatur", "Maxtemperatur", "Count". Der Datensatz enthält also Daten zu Wetterverhältnissen an verschiedenen Tagen.

Höchste mittlere Temperatur (Gruppe 12): Zunächst haben wir den Datensatz in Excel importiert. Anschließend haben wir den für uns relevanten Teil (Gruppe 12 Zeile 4010-4373) in eine neue Excel-Datei importiert. Da die Daten kompakt in einer Spalte waren, haben wir sie in verschiedene Spalten aufgeteilt. Dies haben wir gemacht, indem wir sie markiert haben und anschließend über die Excel-Funktion "Text in Spalten" aufgeteilt haben. Dabei haben wir das "," als Trennzeichen verwendet. Anschließend haben wir uns über folgenden Befehl die höchste mittlere Temperatur ausgeben lassen: =MAX(J1:J364). Das Ergebnis für die höchste mittlere Temperatur lautet 83 Grad Celcius.

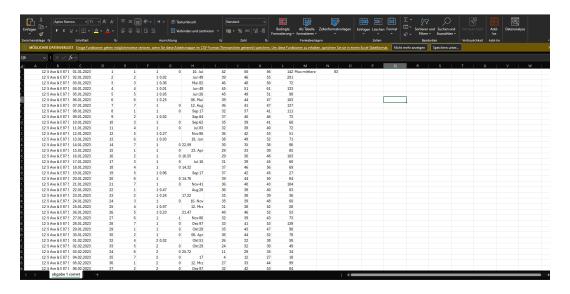


Abbildung 1: Excel-Datei Ausschnitt

# Literatur

 $[1]\$  Achim Klenke. Wahrscheinlichkeitstheorie. Springer, 3. Edition, 2013.