

Abgabe 1 für Computergestützte Methoden

Gruppe 12

Silvan Mustafa – Matrikelnummer: 4175171

Huy Pham Do – Matrikelnummer: 4181331

(26.11.2024)

Inhaltsverzeichnis

1	Der zentrale Grenzwertsatz	2
1.1	Aussage	2
1.2	Erklärung der Standardisierung	2
1.3	Anwendungen	2
2	Bearbeitung zur Aufgabe 1	3

1 Der zentrale Grenzwertsatz

Der zentrale Grenzwertsatz (ZGS) ist ein fundamentales Resultat der Wahrscheinlichkeitstheorie, das die Verteilung von Summen unabhängiger, identisch verteilter (i.i.d.) Zufallsvariablen (ZV) beschreibt. Er besagt, dass unter bestimmten Voraussetzungen die Summe einer großen Anzahl solcher ZV annähernd normalverteilt ist, unabhängig von der Verteilung der einzelnen ZV. Dies ist besonders nützlich, da die Normalverteilung gut untersucht und mathematisch handhabbar ist.

1.1 Aussage

Sei X_1, X_2, \dots, X_n eine Folge von i.i.d. ZV mit dem Erwartungswert $\mu = \mathbb{E}(X_i)$ und der Varianz $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$, wobei $0 < \sigma^2 < \infty$ gelte. Dann konvergiert die standardisierte Summe Z_n dieser ZV für $n \rightarrow \infty$ in Verteilung gegen eine Standardnormalverteilung:

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0, 1).$$

Das bedeutet, dass für große n die Summe der ZV näherungsweise normalverteilt ist mit Erwartungswert $n\mu$ und Varianz $n\sigma^2$:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2).$$

1.2 Erklärung der Standardisierung

Um die Summe der ZV in eine Standardnormalverteilung zu transformieren, subtrahiert man den Erwartungswert $n\mu$ und teilt durch die Standardabweichung $\sigma\sqrt{n}$. Dies führt zu der obigen Formel. Die Darstellung ist für $n \rightarrow \infty$ nicht wohldefiniert.

1.3 Anwendungen

Der ZGS wird in vielen Bereichen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie angewendet. Typische Beispiele sind:

- Schätzung des Mittelwerts
- Analyse von verschiedenen Daten

1

¹Der zentrale Grenzwertsatz hat verschiedene Verallgemeinerungen. Eine davon ist der **Lindeberg-Feller-Zentrale-Grenzwertsatz** [1, Seite 328], der schwächere Bedingungen an die Unabhängigkeit und die identische Verteilung der ZV stellt.

2 Bearbeitung zur Aufgabe 1

(Der Datensatz verfügt über verschiedene Attribute. Dabei handelt es sich um „Station“, „Date“, „Day of year“, „Day of week“, „Month of year“, „Precipitation“, „Windspeed“, „Mintemperatur“, „Averagetemperatur“, „Maxtemperatur“, „Count“. Der Datensatz enthält also Daten zu Wetterverhältnissen an verschiedenen Tagen.

Höchste mittlere Temperatur (Gruppe 12): Zunächst haben wir den Datensatz in Excel importiert. Anschließend haben wir den für uns relevanten Teil (Gruppe 12 Zeile 4010-4373) in eine neue Excel-Datei importiert. Da die Daten kompakt in einer Spalte waren, haben wir sie in verschiedene Spalten aufgeteilt. Dies haben wir gemacht, indem wir sie markiert haben und anschließend über die Excel-Funktion „Text in Spalten“ aufgeteilt haben. Dabei haben wir das „ „ als Trennzeichen verwendet. Anschließend haben wir uns über folgenden Befehl die höchste mittlere Temperatur ausgeben lassen: =MAX(J1:J364). Das Ergebnis für die höchste mittlere Temperatur lautet 83 Grad Celcius.

	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
12 S Ave & E BT 1	01.01.2023	1	1	1	0	15. Jul	42	50	55	142	Max mittlere	83								
12 S Ave & E BT 2	02.01.2023	2	2	1	0.02	Jun 49	39	46	55	201										
12 S Ave & E BT 3	03.01.2023	3	3	1	0.36	Mai 82	46	48	50	72										
12 S Ave & E BT 4	04.01.2023	4	4	1	0.01	Jun 49	45	51	61	133										
12 S Ave & E BT 5	05.01.2023	5	5	1	0.05	Jun 26	45	49	51	98										
12 S Ave & E BT 6	06.01.2023	6	6	1	0.25	08. Mai	39	44	47	103										
12 S Ave & E BT 7	07.01.2023	7	7	1	0	12. Aug	36	41	47	137										
12 S Ave & E BT 8	08.01.2023	8	1	1	0	Sep 17	32	37	41	111										
12 S Ave & E BT 9	09.01.2023	9	2	1	0.02	Sep 84	37	40	46	73										
12 S Ave & E BT 10	10.01.2023	10	3	1	0	Sep 52	35	39	41	68										
12 S Ave & E BT 11	11.01.2023	11	4	1	0	Jul 83	32	38	40	72										
12 S Ave & E BT 12	12.01.2023	12	5	1	0.27	Nov 86	36	42	53	51										
12 S Ave & E BT 13	13.01.2023	13	6	1	0.03	19. Jan	38	49	52	71										
12 S Ave & E BT 14	14.01.2023	14	7	1	0.22.99	30	35	38	86											
12 S Ave & E BT 15	15.01.2023	15	1	1	0	23. Apr	29	33	39	85										
12 S Ave & E BT 16	16.01.2023	16	2	1	0.16.55	29	36	48	103											
12 S Ave & E BT 17	17.01.2023	17	3	1	0	Jul 16	31	39	45	60										
12 S Ave & E BT 18	18.01.2023	18	4	1	0.14.32	37	46	56	69											
12 S Ave & E BT 19	19.01.2023	19	5	1	0.96	Sep 17	37	42	45	27										
12 S Ave & E BT 20	20.01.2023	20	6	1	0.14.76	39	44	50	84											
12 S Ave & E BT 21	21.01.2023	21	7	1	0	Nov 41	36	40	43	104										
12 S Ave & E BT 22	22.01.2023	22	1	1	0.47	Aug 28	36	38	40	83										
12 S Ave & E BT 23	23.01.2023	23	2	1	0.24	17.22	35	38	39	36										
12 S Ave & E BT 24	24.01.2023	24	3	1	0	16. Nov	35	39	48	60										
12 S Ave & E BT 25	25.01.2023	25	4	1	0.97	12. Mrz	31	38	52	28										
12 S Ave & E BT 26	26.01.2023	26	5	1	0.23	21.47	40	46	52	53										
12 S Ave & E BT 27	27.01.2023	27	6	1	-1	Nov 86	32	39	43	73										
12 S Ave & E BT 28	28.01.2023	28	7	1	0	Dec 97	33	41	53	139										
12 S Ave & E BT 29	29.01.2023	29	1	1	0	Okt 29	35	43	47	98										
12 S Ave & E BT 30	30.01.2023	30	2	1	0	06. Apr	36	44	52	78										
12 S Ave & E BT 31	31.01.2023	31	3	1	0.02	Okt 11	26	32	38	56										
12 S Ave & E BT 32	02.02.2023	32	4	2	0	Okt 29	24	32	39	49										
12 S Ave & E BT 33	03.02.2023	33	5	2	0	25.72	11	29	35	34										
12 S Ave & E BT 34	04.02.2023	34	6	2	0	17	4	12	27	18										
12 S Ave & E BT 35	05.02.2023	35	7	2	0	12. Mrz	27	33	44	99										
12 S Ave & E BT 36	06.02.2023	36	1	2	0	Dec 97	32	42	53	84										
12 S Ave & E BT 37	07.02.2023	37	2	2	0															

Abbildung 1: Excel-Datei Ausschnitt

Literatur

- [1] Achim Klenke. *Wahrscheinlichkeitstheorie*. Springer, 3. Edition, 2013.