Taller 11

1) Use aproximaciones con diferencias finitas hacia adelante y hacia atrás y centradas para estimar la primera y segunda derivada en x = 0,7 y h = 0,1 de la función f(x) = $0{,}22x^4 - 0{,}56x^2 + 4{,}8$ Calcule además el valor verdadero de las derivadas.

• Primera diferencia finita dividida hacia adelante:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi+1} - f_{xi}}{h} + O(h)$$

$$f'(0{,}7) = \frac{3{,}7317 - 4{,}578422}{0{,}1} = \mathbf{-0{,}467}$$

- Segunda diferencia finita dividida hacia adelante:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi+2} - 2f_{xi+1} + f_{xi}}{h^2} + O(h)$$

$$f''(0{,}7) = \frac{3{,}690742 - 2(3{,}7317) + 4{,}578422}{(0{,}1)^2} + O(h)$$

$$f''(0{,}7) = \frac{3{,}690742 - 7{,}4634 + 4{,}578422}{0{,}01} = \mathbf{0{,}5742}$$

- Primera diferencia finita dividida hacia atrás:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi} - f_{xi-1}}{h} + O(h)$$

$$f'(0{,}7) = \frac{3{,}7784 - 3{,}826912}{0{,}1} = \mathbf{-0{,}48512}$$

- Segunda diferencia finita dividida hacia atrás:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi} - 2f_{xi-1} + f_{xi-2}}{h^2} + O(h)$$

$$f''(0{,}7) = \frac{3{,}7784 - 2(3{,}826912) + 3{,}87375}{(0{,}1)^2} + O(h)$$

$$f''(0{,}7) = \frac{3{,}7784 - 7{,}653824 + 3{,}87375}{0{,}01} = -\mathbf{0{,}1674}$$

- Primera diferencia finita dividida centrada:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi+1} - f_{xi-1}}{2h} + O\ (h)$$

$$f'(0{,}7) = \frac{3{,}7317 - 3{,}826912}{0{,}2} = -\mathbf{0{,}47606}$$

- Segunda diferencia finita dividida centrada:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi+1} - 2f_{xi} + f_{xi-1}}{h^2} + O\ (h)$$

$$f''(0{,}7) = \frac{3{,}7317 \ \ -2(3{,}7784) + 3{,}826912}{(0{,}1)^2} + O\ (h)$$

$$f''(0{,}7) = \frac{3{,}7317 - 7{,}5568 + 3{,}826912}{0{,}01} = \mathbf{0{,}1736}$$

- Derivadas verdaderas:

$$f(x) = 0{,}22\ x^4 - 0{,}56\ x^2 + 4{,}8$$

$$f'(x) = 0{,}88x^3 - 1{,}12\ x\ = f'(0{,}7) = -\mathbf{0{,}48216}$$

$$f''(x) = 2{,}64x^2 - 1{,}12\ \ = f'(0{,}7) = \mathbf{0{,}1736}$$

2) Realice los cálculos de la primera y segunda diferencias centradas para el mismo punto x = 0,7 y h = 0,05. Comparado con los valores verdaderos ¿es este resultado mejor que el anterior?

- Primera diferencia finita dividida centrada:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi+1} - f_{xi-1}}{2h} + O\ (h)$$

$$f'(0{,}7) = \frac{4{,}5546 - 4{,}60267}{0{,}1} = -\mathbf{0{,}4807}$$

- Segunda diferencia finita dividida centrada:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi+1} - 2f_{xi} + f_{xi-1}}{h^2} + O\ (h)$$

$$f''(0{,}7) = \frac{4{,}5546 \ \ -2(4{,}578422) + 4{,}60267}{(0{,}05)^2} = \mathbf{0{,}1704}$$

El resultado con h=0.05 mejora la precisión con respecto a los cálculos con h=0.1; Por lo tanto este resultado es mejor que el anterior.