

Taller 11

1) Use aproximaciones con diferencias finitas hacia adelante y hacia atrás y centradas para estimar la primera y segunda derivada en $x = 0,7$ y $h = 0,1$ de la función $f(x) = 0,22x^4 - 0,56x^2 + 4,8$. Calcule además el valor verdadero de las derivadas.

- Primera diferencia finita dividida hacia adelante:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi+1} - f_{xi}}{h} + O(h)$$

$$f'(0,7) = \frac{3,7317 - 4,578422}{0,1} = -0,467$$

- Segunda diferencia finita dividida hacia adelante:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi+2} - 2f_{xi+1} + f_{xi}}{h^2} + O(h)$$

$$f''(0,7) = \frac{3,690742 - 2(3,7317) + 4,578422}{(0,1)^2} + O(h)$$

$$f''(0,7) = \frac{3,690742 - 7,4634 + 4,578422}{0,01} = 0,5742$$

- Primera diferencia finita dividida hacia atrás:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi} - f_{xi-1}}{h} + O(h)$$

$$f'(0,7) = \frac{3,7784 - 3,826912}{0,1} = -0,48512$$

- Segunda diferencia finita dividida hacia atrás:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi} - 2f_{xi-1} + f_{xi-2}}{h^2} + O(h)$$

$$f''(0,7) = \frac{3,7784 - 2(3,826912) + 3,87375}{(0,1)^2} + O(h)$$

$$f''(0,7) = \frac{3,7784 - 7,653824 + 3,87375}{0,01} = -0,1674$$

- Primera diferencia finita dividida centrada:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi+1} - f_{xi-1}}{2h} + O(h)$$

$$f'(0,7) = \frac{3,7317 - 3,826912}{0,2} = -0,47606$$

- Segunda diferencia finita dividida centrada:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi+1} - 2f_{xi} + f_{xi-1}}{h^2} + O(h)$$

$$f''(0,7) = \frac{3,7317 - 2(3,7784) + 3,826912}{(0,1)^2} + O(h)$$

$$f''(0,7) = \frac{3,7317 - 7,5568 + 3,826912}{0,01} = 0,1736$$

- Derivadas verdaderas:

$$f(x) = 0,22 x^4 - 0,56 x^2 + 4,8$$

$$f'(x) = 0,88x^3 - 1,12 x = f'(0,7) = -0,48216$$

$$f''(x) = 2,64x^2 - 1,12 = f''(0,7) = 0,1736$$

2) Realice los cálculos de la primera y segunda diferencias centradas para el mismo punto $x = 0,7$ y $h = 0,05$. Comparado con los valores verdaderos ¿es este resultado mejor que el anterior?

- Primera diferencia finita dividida centrada:

$$f'(x_i) = \frac{f_{xi+1} - f_{xi-1}}{2h} + O(h)$$

$$f'(0,7) = \frac{4,5546 - 4,60267}{0,1} = -0,4807$$

- Segunda diferencia finita dividida centrada:

$$f''(x_i) = \frac{f_{xi+1} - 2f_{xi} + f_{xi-1}}{h^2} + O(h)$$

$$f''(0,7) = \frac{4,5546 - 2(4,578422) + 4,60267}{(0,05)^2} = 0,1704$$

El resultado con $h=0.05$ mejora la precisión con respecto a los cálculos con $h=0.1$; Por lo tanto este resultado es mejor que el anterior.