

محاضرات في الإقتصاد القياسي

ECON382

الدكتور محيي الدين ياسين أيوب

الإقتصاد القياسي

■ الإقتصاد القياسي يعني بتطبيق وإستخدام:

■ النظرية الإقتصادية.

■ الرياضيات.

■ الأساليب الإحصائية.

■ من أجل :

■ إختبار الفرضيات

■ وإجراء التنبؤات

■ عن ظواهر إقتصادية .

الإقتصاد القياسي والإنحدار

■ إرتبط الإقتصاد القياسي بالإنحدار .

■ الإنحدار:

■ يربط متغير تابع

■ بمتغير أو متغيرات مستقلة

■ بما أن العلاقة بين المتغيرات الإقتصادية ليست مضبوطة او تامة

■ فلا بد من إدراج عنصر خطأ في المعادلة ويسمى عنصر الإقلاق

■ هذا العنصر ذو خصائص إحتماالية.

مثال: نموذج إقتصاد قياسي

- دالة الطلب يمكن أن تمثل نموذج إقتصاد القياسي .
- في النموذج يربط الطلب على سلعة ما بمحددات الطلب
- مثال ذلك :

$$Q = \alpha + \beta_1 P + \beta_2 Y + \mu$$

مثال: نموذج إقتصاد قياسي

- حيث يمثل الطلب على السلعة
- α, β_1, β_2 هي ثوابت مجهولة ينبغي تقديرها وتسمى معلمات
- α ، يمثل المقطع ، الكميات المطلوبة Q عند الثمن صفر.
- β_1 يمثل الميل، هو مقدار التغير في الكميات المطلوبة Q عندما يتغير الثمن بوحدة واحدة، ويفترض أن تكون الإشارة هنا سالبة بحكم العلاقة السلبية بين الثمن و الكميات المطلوبة .
- بما أن محددات الطلب لا تنحصر في الثمن فقط، فإنه يجب إدراج عنصر الخطأ μ ذو الخصائص الإحصائية.

مراحل بحوث الإقتصاد القياسي

- تتضمن المراحل التالية:
- تحديد النموذج في شكل معادلة احتمالية واضحة.
- تحديد التوقعات النظرية عن إشارات وأحجام معلمات الدالة.
- جمع بيانات متغيرات النموذج.
- إجراء التقديرات باستخدام أسلوب الإقتصاد القياسي المناسب.
- تقييم معلمات الدالة المقدرة باستخدام المعايير الإقتصادية والإحصائية والقياسية المناسبة.

تحليل الانحدار البسيط

■ تحليل الانحدار البسيط ، سمي بذلك لإحتوائه على متغير مستقل واحد فقط، بينما يتضمن الانحدار المتعدد متغيرات مستقلة متعددة.

■ نموذج خطي لدراسة العلاقة بين متغير تابع Y ومتغير مستقل X

$$Y = \alpha + \beta X + \mu$$

■ يتم استخدام أسلوب المربعات الصغرى لتقدير قيمة المعلمات.

تحليل الانحدار البسيط

متغير مستقل

متغير تابع

■ يمكن كتابة معادلة الانحدار بالشكل التالي :

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X$$

■ المعلمات α و β ثوابت مجهولة ينبغي تقديرها، α المقطع ، β الميل يعني التغير في المتغير التابع بناءا على التغير في المتغير المستقل .

■ يمكن حساب تقديرات المعلمات بالمعادلات التالية :

$$\hat{\beta} = \frac{\sum XY - n \bar{X} \bar{Y}}{\sum X^2 - n \bar{X}^2}$$

■ يمكن بعد ذلك إجراء تقييم شامل كاختبار t الفرضيات على معنويات المعلمات كما سيأتي في المثال.

مثال:

| المبيعات Y | الإعلانات X | XY | X ² | Y ² |
|------------|-------------|------|----------------|----------------|
| 31 | 5 | 155 | 25 | 961 |
| 40 | 11 | 440 | 121 | 1600 |
| 30 | 4 | 120 | 16 | 900 |
| 34 | 5 | 170 | 25 | 1156 |
| 25 | 3 | 75 | 9 | 625 |
| 20 | 2 | 40 | 4 | 400 |
| 180 | 30 | 1000 | 200 | 5642 |

مثال في الإنحدار وإختبار فرضيات المعنويات:

■ باستخدام الجدول في المثال السابق عن المبيعات والإعلانات، إحسب تقديرات معادلة الإنحدار ومن ثم إختبر الفرضيات عن معنويات المعلومات.

■ الحل: المعطيات من الجدول:

$$\sum XY = 1000 \dots \sum X^2 = 200 \dots \bar{X} = 5 \dots \bar{Y} = 30 \dots n = 6$$

■ بناء على ذلك فإن المعلومات المقدرة:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum XY - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\bar{X}^2} = \frac{1000 - 6 * 5 * 30}{200 - 6 * 5^2} = 2$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} = 30 - 2 * 5 = 20$$

تابع الحل:

■ المعادلة المقدرة:

$$\hat{Y} = 20 + 2X$$

■ المعادلة تعني بأن إجمالي المبيعات سيتغير بمقدار وحدتين كلما تغيرت الإعلانات بوحدة واحدة.

■ كما أن قيمة المتغير التابع يساوي 20 إذا كان المتغير المستقل مساويا للصفر.

تقييم معادلة الإنحدار: إختبار الفرضيات لمعنويات المقطع والميل وجودة التوفيق.

■ بعد الحصول على معادلة الإنحدار المقدرة يجب تقييمها بإجراء الآتي:

1. إختبار الفرضيات لمعنويات كل من المقطع والميل.
2. الحصول على معامل جودة التوفيق R^2 .

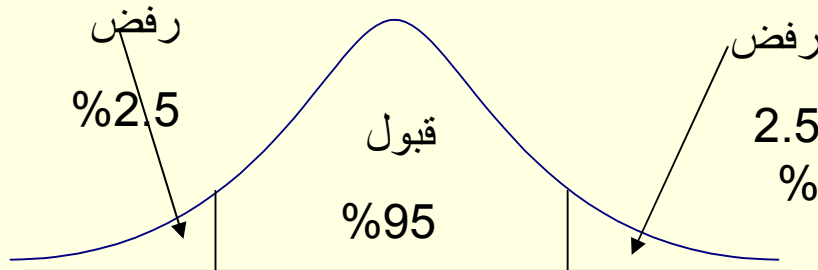
إختبار الفرضيات لمعنويات المقطع α والميل β

■ يتم إجراء إختبار الفرضيات على النحو التالي:

■ صياغة الفرضية:

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_1: \beta \neq 0$$



■ تحديد منطقتي القبول والرفض بتحديد درجة الحرية $df = n - 2$ وإستخراج قيمة t الجدولية عند درجة الأهمية المحددة .

■ حساب قيمة t .

$$t = \frac{\hat{\beta}}{S_{\beta}}$$

المعلمة المقدرة

الخطأ المعياري

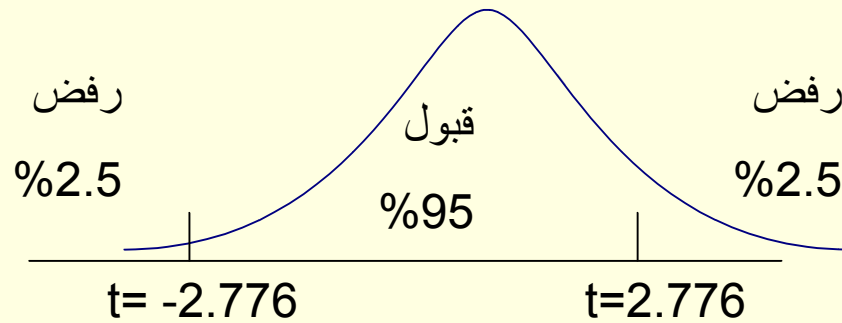
إختبار الفرضيات لمعنويات المقطع α والميل β

- الخطوة السابقة تتطلب الحصول على الخطأ المعياري لكل من المقطع α والميل β .
- المقارنة بين قيمة المحسوبة t وقيمة t الجدولية.
- القرار: إقبل فرضية العدم H_0 إذا كانت قيمة المحسوبة t أصغر من قيمة t الجدولية بمستوى الأهمية المحدد.

مثال لإختبار الفرضيات

■ باستخدام نتيجة معادلة الانحدار في المثال السابق، إختبر معنوية المعلمات المقطع α والميل β .

■ إختبار الفرضية لمعنوية المقطع α



■ صياغة الفرضية:

$$H_0 : \alpha = 0$$

$$H_1 ; \alpha \neq 0$$

■ حساب قيمة t الجدولية وتحديد منطقة القبول والرفض:

قيمة t الجدولية عند مستوى أهمية 5%، $t = 2.776$

الخطأ المعياري للمقطع والميل:

■ ويمكن إستخراج قيمة الخطأ المعياري لكل من المقطع α والميل β على النحو التالي بإستخدام الجدول الأخير والمعادلات التالية :

$$S_{\beta} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n - 2 \sum x^2}}$$
$$S_{\alpha} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n - 2} \frac{\sum X^2}{n \sum x^2}}$$

تابع الحل:

| e^2 | e | \hat{Y} | xy | x^2 | x | y^2 | y | Y^2 | X^2 | XY | X | Y |
|-------|-----|-----------|------|-------|-----|-------|-----|-------|-------|------|-----|-----|
| 1 | 1 | 30 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 961 | 25 | 155 | 5 | 31 |
| 4 | -2 | 42 | 60 | 36 | 6 | 100 | 10 | 1600 | 121 | 440 | 11 | 40 |
| 4 | 2 | 28 | 0 | 1 | - | 0 | 0 | 900 | 16 | 120 | 4 | 30 |
| 16 | 4 | 30 | 0 | 0 | 0 | 16 | 4 | 1156 | 25 | 170 | 5 | 34 |
| 1 | -1 | 26 | 10 | 1 | - | 25 | -5 | 625 | 9 | 75 | 3 | 25 |
| 16 | -4 | 24 | 30 | 16 | - | 100 | -10 | 400 | 4 | 40 | 2 | 20 |
| 42 | 0 | 180 | 100 | 50 | 0 | 242 | 0 | 5642 | 200 | 1000 | 30 | 180 |
| | | | | | | | | | | | 5 | 30 |

ملاحظات على الجدول

■ الحرف الإنجليزي الصغير يعني الفرق بين قيمة المتغير ومتوسطه أي:

$$x = X - \bar{X} = 5 - 5 = 0$$

$$y = Y - \bar{Y} = 31 - 30 = 1$$

■ e الفرق ما بين Y و المعادلة المقدرة ، كمثال:

$$e_1 = Y - \hat{Y} = 31 - (20 + 2 * 5) = 1$$

$$e_2 = Y - \hat{Y} = 40 - (20 + 2 * 11) = -2$$

تابع المثال:

■ الخطأ المعياري للمقطع:

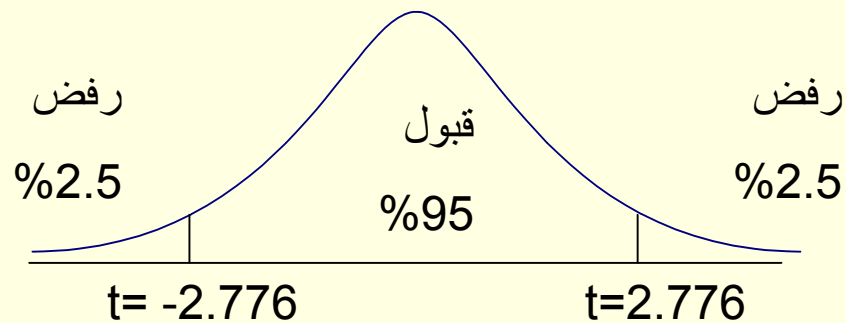
$$S_{\alpha} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-2} \frac{\sum X^2}{n \sum x^2}} = \sqrt{\frac{42}{4} * \frac{200}{6*50}} = 2.64$$

■ حساب قيمة t للمقطع:

$$t = \frac{\alpha}{S_{\alpha}} = \frac{20}{2.64} = 7.559$$

■ بما أن قيمة t المحسوبة أكبر من قيمة t الجدولية فإننا نرفض فرضية العدم H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ، ونقرر بأن المقطع α مختلف تماماً عن الصفر بأهمية مقدارها 5%.

مثال لإختبار الفرضيات



■ إختبار الفرضية لمعنوية الميل β

■ صياغة الفرضية: $H_0 ; \beta = 0$

■ $H_1 ; \beta \neq 0$

■ حساب قيمة t الجدولية وتحديد منطقة القبول والرفض:

قيمة t الجدولية عند مستوى أهمية 5%، $t=2.776$

تابع حل إختبار الفرضية لمعنوية الميل β

■ قيمة t المحسوبة والخطأ المعياري:

الخطأ المعياري

$$S_{\beta} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-2\sum x^2}} = \sqrt{\frac{42}{4*50}} = 0.4583$$

حساب قيمة t للميل:

$$t = \frac{\beta}{S_{\beta}} = \frac{2}{0.4583} = 4.364$$

بما أن قيمة t المحسوبة أكبر من قيمة t الجدولية فإننا نرفض فرضية العدم H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ، ونقرر بأن المقطع مختلف تماماً عن الصفر بأهمية مقدارها 5%.

معامل جودة التوفيق R^2

■ معامل جودة التوفيق R^2 يشرح جودة المعادلة ، يظهر النسبة المفسرة من التغيرات في المتغير التابع .

■ تتراوح قيمته ما بين الواحد الصحيح والصفر أي أن

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

ويمكن حساب R^2 بالمعادلة:

$$R^2 = \frac{\alpha \sum Y + \beta \sum XY - n\bar{Y}^2}{\sum Y^2 - n\bar{Y}^2}$$

مثال :معامل جودة التوفيق:

- إحسب معامل جودة التوفيق لمعادلة الإنحدار السابقة:
- الحل باستخدام نتائج الجدول الأول ومعادلة الإنحدار المقدرة، نجد أن :

$$R^2 = \frac{\alpha \sum Y + \beta \sum XY - n\bar{Y}^2}{\sum Y^2 - n\bar{Y}^2} = \frac{20*180 + 2*1000 - 6*30^2}{5642 - 6*30^2} = 0.8264$$

- أي أن المعادلة تفسر ما نسبته 82.64% من التغيرات الحاصلة في المبيعات .

اسلوب المربعات الصغرى

Ordinary Least Squares “OLS”

- من أهم أساليب الإنحدار ومن أهم وسائل الإقتصاد القياسي.
- وهو أسلوب يستخدم لإيجاد أفضل وضع لخط مستقيم لعينة من XY من المشاهدات.
- يتطلب ذلك أدنى مجموع قيم من الاختلافات “الرأسية المربعة” عن نقاط الخط المستقيم:

$$\text{Min} \Sigma (Y_i - \hat{Y}_i)$$

هنا Y_i يعني القيم الأصلية للمشاهدات، و \hat{Y}_i تعني القيم المقدرة المقابلة لها، بحيث أن الفرق بينهما تعطي البقايا أو عنصر الخطأ:

$$(Y_i - \hat{Y}_i) = e_i$$

اسلوب المربعات الصغرى

Ordinary Least Squares "OLS"

وذلك يعطي المعادلتين الطبيعيين:

$$\Sigma Y_i = n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\Sigma X_i$$

$$\Sigma X_i Y_i = \hat{\alpha}\Sigma X_i + \hat{\beta}\Sigma X_i^2$$

حيث n عدد المشاهدات، و α و β المقدرات للمعلمات الحقيقية .

بحل المعادلتين الطبيعيين نحصل على كل من

$$\hat{\beta} = \frac{n\Sigma X_i Y_i - \Sigma X_i \Sigma Y_i}{n\Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X}$$

كما أنه يمكن الحصول على تقدير بالمعادلة التالية:

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma x_i y_i}{\Sigma x_i^2}$$

حيث $x_i = X_i - \bar{X}$ و $y_i = Y_i - \bar{Y}$

اسلوب المربعات الصغرى

Ordinary Least Squares “OLS”

■ وتكون معادلة المربعات الصغرى المقدرة للانحدار:

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_i$$

■ للمثال السابق يمكن استخدام معادلة الفروق للحصول على نفس النتيجة:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{100}{50} = 2$$

خصائص المربعات الصغرى

- يمكن تلخيص تلك الخصائص في عبارة واحدة:
- ”مقدرات المربعات الصغرى تعتبر أفضل مقدرات خطية نزيهة“
- أو:

BLUE ■

BEST LINEAR UNBAISED ESTIMATORS ■

■ ذلك يعني:

- المقدرات نزيهة.
- أفضل مقدرات نزيهة أي أنها فعالة.

خصائص المربعات الصغرى

■ أولاً: النزاهة تعني:

■ القيمة المتوقعة للمعلمة المقدرة تساوي المعلمة الأصلية. أي:

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$

$$E(\hat{\beta}) - \beta = \text{التحيز}$$

■ الفعالية: تعني بأن المقدرات ذات أدنى تباين.

■ وعليه فإن أسلوب المربعات الصغرى يعطي أفضل مقدرات خطية نزيهة مقارنة بالأساليب الأخرى.

■ مقدرات المربعات الصغرى متناسقة ، لأنها مع تزايد حجم العينة وإقترابها من اللانهاية ، فإن قيمها تقترب من القيم الحقيقية للمعلمة.

مثال آخر

- من كتاب الدكتور سلفاتور :
- الجدول التالي يظهر بيانات المحصول الزراعي للهكتار الواحد والكميات المختلفة بالرطل من السماد لكل هكتار.
- المطلوب:
- حساب معادلة الإنحدار المقدرة.
- تقديم التقييم اللازم للمعادلة.
- المحصول المتوقع إذا تم استخدام 35 رطل من السماد للهكتار مع تقديم مجال الثقة اللازم الذي يمكن أن يحوي ذلك المحصول المتوقع.

مثال

| Year | n | Y | X |
|------|-----------------|----|----|
| 1971 | 1 | 40 | 6 |
| 1972 | 2 | 44 | 10 |
| 1973 | 3 | 46 | 12 |
| 1974 | 4 | 48 | 14 |
| 1975 | 5 | 52 | 16 |
| 1976 | 6 | 58 | 18 |
| 1977 | 7 | 60 | 22 |
| 1978 | 8 | 68 | 24 |
| 1979 | 9 | 74 | 26 |
| 1980 | 10 د. محيي أيوب | 80 | 32 |

حل المثال

■ يمكن تقدير المعلمات بالمعادلتين:

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$
$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}$$

■ وعليه يجب إضافة بعض الأعمدة إلى الجدول السابق للحصول المجاميع المختلفة اللازمة لحل المعادلة

تابع حل المثال

| Year | n | Y | X | X ² | XY |
|----------|----|-----|-----|----------------|-------|
| 1971 | 1 | 40 | 6 | 36 | 240 |
| 1972 | 2 | 44 | 10 | 100 | 440 |
| 1973 | 3 | 46 | 12 | 144 | 552 |
| 1974 | 4 | 48 | 14 | 196 | 672 |
| 1975 | 5 | 52 | 16 | 256 | 832 |
| 1976 | 6 | 58 | 18 | 324 | 1044 |
| 1977 | 7 | 60 | 22 | 484 | 1320 |
| 1978 | 8 | 68 | 24 | 576 | 1632 |
| 1979 | 9 | 74 | 26 | 676 | 1924 |
| 1980 | 10 | 80 | 32 | 1024 | 2560 |
| Σ | | 570 | 180 | 3816 | 11216 |

تابع الحل

■ وعليه وبالتعويض في المعادلتين، فإن معادلة الإنحدار المقدرة :

$$\hat{\beta} = \frac{10(11216) - (570)(180)}{10(3816) - (180)^2} = 1.6597$$

$$\hat{\alpha} = 57 - (1.66)(18) = 27.12$$

$$\hat{Y} = 27.12 + 1.66X$$

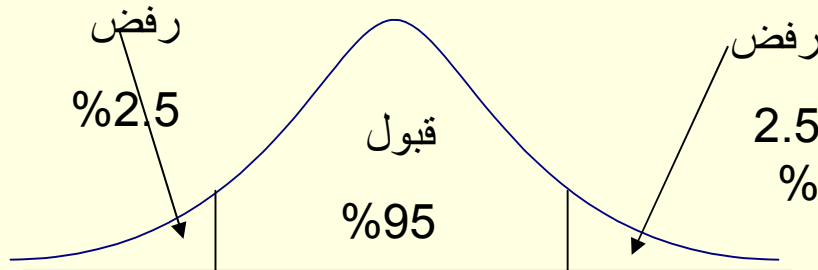
تابع الحل: إختبار الفرضيات لمعنويات المقطع α والميل β

■ يتم إجراء إختبار الفرضيات على النحو التالي:

■ صياغة الفرضية:

$$H_0; \beta = 0$$

$$H_1: \beta \neq 0$$



■ تحديد منطقتي القبول والرفض بتحديد درجة الحرية $df = n - 2$ وإستخراج قيمة t الجدولية عند درجة الأهمية المحددة .

■ حساب قيمة t .

$$t = \frac{\hat{\beta}}{S_{\beta}} = \frac{1.65}{S_{\beta}}$$

المعلمة المقدرة

الخطأ المعياري

تابع الحل: تقييم المعادلة

■ أولاً : إختبارات الفروض لمعنوية المعلمات، يتطلب الأمر الحصول على الخطأ المعياري للمعلمتين.

$$s_{\beta} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-k} * \frac{1}{\sum x^2}}$$
$$s_{\alpha} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-k} * \frac{\sum X^2}{n \sum x^2}}$$

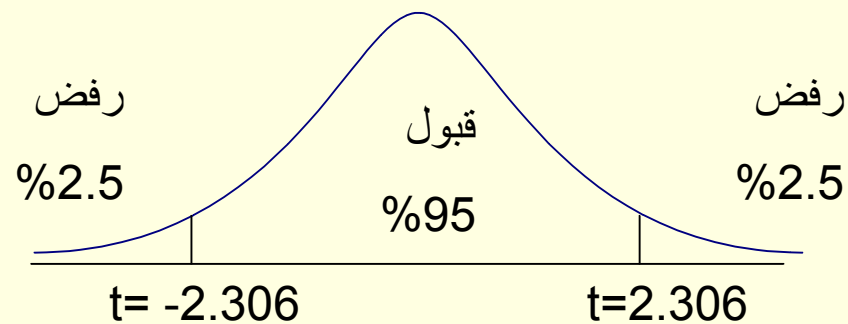
■ وهذا يتطلب إضافة اعمدة جديدة لمكونات المعادلتين السابقتين.

تابع الحل

| \hat{Y} | $e=Y-\hat{Y}$ | e^2 | $x^2 = (X - \bar{X})^2$ | y^2 |
|-----------|---------------|--------|-------------------------|-------|
| 37.08 | 2.92 | 8.526 | 144 | 289 |
| 43.72 | 0.28 | 0.078 | 64 | 189 |
| 47.04 | -1.04 | 1.0816 | 36 | 121 |
| 50.36 | -2.36 | 5.5696 | 16 | 81 |
| 53.68 | -1.68 | 2.822 | 4 | 25 |
| 57 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 63.64 | -3.64 | 513.2 | 16 | 9 |
| 66.96 | 1.04 | 1.0816 | 36 | 121 |
| 70.28 | 3.72 | 13.838 | 64 | 289 |
| 80.24 | -0.24 | 0.0576 | 196 | 529 |
| | 0 | 47.31 | 576 | 1634 |

د. محيي أيوب

تابع الحل: إختبار الفرضيات



■ إختبار الفرضية لمعنوية المقطع α

■ صياغة الفرضية: $H_0 ; \alpha = 0$

■ $H_1 ; \alpha \neq 0$

■ حساب قيمة t الجدولية وتحديد منطقة القبول والرفض:

قيمة t الجدولية عند مستوى أهمية 5%، $t=2.306$

تابع الحل: إختبار الفرضيات

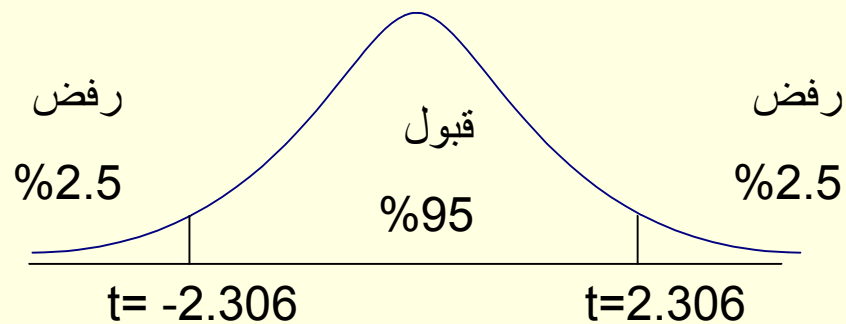
■ وبحساب قيم الخطأ المعياري وقيم t المحسوبة:

$$S_{\alpha} = \sqrt{\frac{43.3056 * 3816}{10-2} \frac{1}{10(576)}} \cong \sqrt{3.92} \cong 1.98$$

$$t_{\alpha} = \frac{\hat{\alpha}}{S_{\alpha}} \cong \frac{27.12}{1.98} = 13.697$$

■ وبما أن قيمة t المحسوبة أكبر من الجدولية فإننا نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديل، مما يعني بأن المقطع مختلف تماماً عن الصفر.

تابع الحل: إختبار الفرضيات



■ إختبار الفرضية لمعنوية الميل β

■ صياغة الفرضية: $H_0 ; \beta = 0$

■ $H_1 ; \beta \neq 0$

■ حساب قيمة t الجدولية وتحديد منطقة القبول والرفض:

قيمة t الجدولية عند مستوى أهمية 5%، $t=2.306$

تابع الحل: إختبار الفرضيات

■ وبحساب قيم الخطأ المعياري وقيم t المحسوبة:

$$S_{\beta} = \sqrt{\frac{47.3056}{(10-2)576}} \cong \sqrt{.01} \cong 0.1$$

$$t_{\beta} \cong \frac{\hat{\beta}}{S_{\beta}} \cong \frac{1.66}{0.1} \cong 16.6$$

■ وبما أن قيمة t المحسوبة أكبر من الجدولية فإننا نرفض فرضية العدم ونقبل الفرضية البديل، مما يعني بأن الميل مختلف تماماً عن الصفر.

تابع الحل: جودة التوفيق

■ ويمكن الحصول على معامل جودة التوفيق باستخدام الجدول السابق على النحو التالي:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2} = 1 - \frac{47.31}{1634} = 0.9710$$

■ وعلى ذلك يمكن القول بأن المعادلة أمكنها أن تفسر أكثر من 97% من التغيرات في المتغير التابع.

الصياغة النهائية للمعادلة المقدرة.

■ يمكن صياغة النتائج على النحو التالي:

$$\hat{Y} = 27.12 + 1.66X$$

| | | |
|----------------|--------|------|
| Se | 1.98 | 0.01 |
| t | 13.697 | 16.6 |
| R ² | 0.97 | |

حسابات التوقعات والتنبؤات

■ حسابات التوقع:

- تقدير قيمة المتغير التابع Y_f عندما تُعطى القيمة الفعلية أو المُخططة للمتغير المستقل X_f .
- ويمكن أن تكون معادلة الانحدار المقدرة بالنسبة للمخطط والمتوقع:

$$\hat{Y}_f = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_f$$

حسابات التوقعات والتنبؤات

■ وينبغي عمل مجال ثقة للقيمة المخططة للمستقبل

■ ويمكن تقدير تباين خطأ التنبؤ ب: S_f^2

$$S_f^2 = S^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_f - \bar{X})^2}{\sum x^2} \right]$$

■ حيث:

$$S^2 = \frac{\sum e^2}{n - k}$$

مثال : حسابات التوقعات والتنبؤات

- المثال السابق للمحصول الزراعي وكميات المحصول.
- إذا كان مخططا استخدام ما مقداره 35 رطلا للهكتار في عام 1981 أي:
 $X_f = 35$ فإننا نحصل على الآتي:

$$\hat{Y}_f = 27.12 + 1.66(35) = 45.38$$

- ويمكن عمل مجال ثقة بمستوى يحتوي بين حديه القيمة الفعلية للمحصول الزراعي على النحو التالي:

$$\hat{Y}_f \pm t_{0.025} S_f$$

- وعليه ينبغي حساب تباين التنبؤ S_f^2 ومن ثم حساب الخطأ المعياري للتنبؤ على النحو التالي.

مثال : حسابات التوقعات والتنبؤات

■ تباين التنبؤ للمثال، والخطأ المعياري على التوالي:

$$S_f^2 = 5.91 \left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(35-18)^2}{576} \right] = 9.46$$

$$s = 3.08$$

■ ومجال الثقة للمحصول الزراعي للعام القادم :

$$45.38 \pm (2.31)(3.08)$$

■ أي ما بين 38.27 و 52.49 وذلك بثقة مقدارها 95%.

فرضيات المربعات الصغرى

1. عنصر الخطأ u ذو توزيع طبيعي:

■ نتيجة لذلك فإن المتغير التابع وتوزيع المعاينة للمعاملات الخاصة بالإنحدار أيضاً تتبع التوزيع الطبيعي، وعليه يمكن إجراء اختبارات المعنوية للمعاملات .

2. القيمة المتوقعة لعنصر الخطأ تساوي الصفر أي أن :

$$E(u)=0$$

■ هذه الفرضية تجعل $Y = \alpha + \beta X$ ، وهي تعطي القيمة المتوسطة لـ Y .

■ بما أن قيم X يفترض بأنها ثابتة، فإن قيمة Y تتراوح بين أعلى من وأدنى

من متوسطه عندما تزيد قيمة عن الصفر أو تنقص في $Y = \alpha + \beta X + u$

■ وبما أن $E(u)=0$ فإن المعادلة الأولى تعطي القيمة المتوسطة لـ Y .

فرضيات المربعات الصغرى

$$E(u)^2 = \sigma_u^2 \quad .3$$

- أي أن تباين μ ثابت في كل فترة ولكل قيمة.
- هذه الفرضية تؤكد أن كل مشاهدة يمكن الإعتماد عليها بشكل متساوي.
- أي أن معلومات الانحدار فعالة وأن اختبارات الفرضيات غير متحيزة ويمكن الإعتماد عليها.
- الفرضيات الثلاثة السابقة تقرر:

$$u \sim N(0, \sigma_u^2)$$

فرضيات المربعات الصغرى

$$4. \quad i \neq j \quad E(u_i, u_j) = 0$$

■ أي أن عنصر الخطأ μ لفترة ما غير متعلقة ومستقلة عن عنصر الخطأ في فترة أخرى.

■ هذا يؤكد أن متوسط قيمة Y يعتمد فقط على X وليس على μ .

■ هذا مطلوب من أجل الحصول على تقديرات فعالة لمعاملات الإنحدار، ولأختبارات نزيهة لمعنوياتها

$$5. \quad E(X, u_i) = 0$$

■ المتغير المستقل يفترض قيم ثابتة يمكن الحصول عليها في العينات المتكررة، ولذا فإنه غير مرتبط بعنصر الخطأ u .

فرضيات المربعات الصغرى

5. إنعدام الارتباط بين المتغيرات المستقلة.

■ عدم وجود ارتباط خطي تام بين $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$
■ الهدف من ذلك الحصول على الأثر المستقل لـ $X_1, X_2,$
 X_3, \dots, X_k على Y



6. عدم وجود تحيز تحديدي:

■ أي أن النموذج تم تحديده بشكل صحيح.

تحليل الإنحدار المتعدد

- النموذج ذو المتغيرين قد يعجز عن تقديم التفسير الدقيق لتغيرات المتغير التابع.
- الدخل ليس المتغير الوحيد المؤثر في الإستهلاك،
- هناك الكثير من الأمثلة التي تستدعي تطوير نموذج يشمل أكثر من متغيرين، متغيران مستقلان أو أكثر ومتغير تابع.
- أبسط نموذج يمكن أخذه، نموذج ذو ثلاث متغيرات:
$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u_i$$
- المقطع، α ، يعطي متوسط اثر كل المتغيرات الغير مدرجة في النموذج، متوسط أثرها على Y
- التفسير الميكانيكي للمقطع أنه متوسط قيمة Y عندما تكون قيمة كل من X_1, X_2 مساوية للصفر.

تفسير معادلة الإنحدار المتعدد

- بوجود الفرضيات السابقة لنموذج الإنحدار .
- وبأخذ التوقع الشرطي لنموذج الإنحدار المتعدد ، نحصل علي :

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u_i$$

$$E(Y | X_1, X_2) = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2$$

- أي ان تحليل الإنحدار مشروط بقيم ثابتة للمتغيرات المستقلة.
- ما نحصل عليه هو متوسط قيمة Y أو متوسط إستجابة Y لقيم ثابتة للمتغيرات المستقلة X .

معنى المعلومات الجزئية في الإنحدار المتعدد

- المقطع، α ، يعطي متوسط اثر كل المتغيرات الغير مدرجة في النموذج، متوسط أثرها على Y
- التفسير الميكانيكي للمقطع أنه متوسط قيمة Y عندما تكون قيمة كل من X_1, X_2 مساوية للصفر.
- الميل β_1 ، يقيس التغير في متوسط قيمة Y ، $E(Y|X_1, X_2)$ لكل وحدة تغير في X_1 مع ثبات X_2 .

معنى المعلومات الجزئية في الإنحدار المتعدد

- β_1 تعطي ميل $E(Y|X_1, X_2)$ بالنسبة لـ X_1 مع ثبات X_2 .
- تعطي التأثير المباشر أو التأثير الصافي لكل وحدة تغير في X_1 على القيمة المتوسطة لـ Y بدون المتغير المستقل الآخر X_2 .
- β_2 تقيس التغير في القيمة المتوسطة لـ Y لكل وحدة تغير في X_2 مع تثبيت X_1 .
- أي التأثير المباشر أو الصافي لتغير وحدة من X_2 على القيمة المتوسطة لـ Y بدون X_1 .

تقدير معلمات الإنحدار المتعدد

■ يمكن تقدير معادلة الإنحدار ذات الثلاث متغيرات على النحو التالي:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_2 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2$$

معامل جودة التوفيق المتعدد R^2

- يفسر معامل جودة التوفيق المتعدد R^2 نسبة من التغيرات الكلية في المتغير التابع، وذلك بتحديد Y على X_1 و X_2 .
- يمكن حساب المعامل كما يلي:

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y^2} = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2} = \frac{\hat{\beta}_1 \sum yx_1 + \hat{\beta}_2 \sum yx_2}{\sum y^2}$$

- من المتوقع أن تتزايد قيمة R^2 مع تزايد عدد المتغيرات المستقلة.
- ومن أجل الأخذ في الحسبان تناقص درجات الحرية مع تزايد عدد المتغيرات المستقلة يمكن استخدام معامل جودة التوفيق المعدل \bar{R}^2

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

معنوية المعادلة ككل

■ يمكن إختبار معنوية معادلة الإنحدار بإستخدام توزيع F على النحو التالي:

$$F_{k-1, n-k} = \frac{\sum \hat{y}^2 / (k-1)}{\sum e^2 / (n-k)} = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)}$$

■ وتتم صياغة الفرضية على النحو التالي

$$H_0: \alpha = \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \alpha \neq \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$$

■ ويتم قبول الفرضية البديلة إذا كانت القيمة الجدولية لـ F أصغر من المحسوبة عند درجة الحرية $k-1, n-k$ ومستوى الأهمية المحدد، والعكس.

مثال

| X2 | X1 | Y |
|-----|-----|-----|
| 8 | 9 | 6 |
| 13 | 10 | 8 |
| 11 | 8 | 8 |
| 10 | 7 | 7 |
| 12 | 10 | 7 |
| 16 | 4 | 12 |
| 10 | 5 | 9 |
| 10 | 5 | 8 |
| 12 | 6 | 9 |
| 14 | 8 | 10 |
| 12 | 7 | 10 |
| 16 | 4 | 11 |
| 14 | 9 | 9 |
| 10 | 5 | 10 |
| 12 | 8 | 11 |
| 180 | 105 | 135 |

الجدول يوضح دخل الفرد بآلاف الدولارات ونسبة العمالة في القطاع الزراعي وسنوات التعليم للسكان .

المطلوب دراسة ذلك، وتقدير دالة الإنحدار التي تفسر العلاقة ما بين دخل الفرد وأثر كل من نسبة العمالة في القطاع الزراعي وسنوات التعليم للسكان فوق 25 سنة.

تقديم التحليل اللازم والتقييم للنتائج.

النتائج

- لقد تم تقدير معادلة الدخل التي تم تحديدها على أنها دالة النسبة المئوية العاملة في القطاع الزراعي ومتوسط عدد سنوات التعليم للسكان الذين تزيد أعمارهم على الـ 25 عام ،
- وقد تم استخدام برنامج الحاسب الآلي للحصول على التقديرات اللازمة. فكانت النتائج التي يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

نتائج الانحدار

| | | | | SUMMARY OUTPUT |
|----------------|---------------|-----------------------|---------------------|-------------------|
| | | | 0.832588 | Multiple R |
| | | | 0.693203 | R Square |
| | | | 0.64207 | Adjusted R Square |
| | | | 15 | Observations |
| <i>F</i> | <i>MS</i> | <i>SS</i> | <i>df</i> | |
| 13.5569 | 13.86406 | 27.72812 | 2 | Regression |
| | 1.022657 | 12.27188 | 12 | Residual |
| | | 40 | 14 | Total |
| <i>P-value</i> | <i>t Stat</i> | <i>Standard Error</i> | <i>Coefficients</i> | |
| 0.00598 | 3.3309 | 1.862253 | 6.20298 | Intercept |
| 0.01505 | -2.83419 | 0.132724 | -0.37616 | X1 |
| 0.00259 | 3.786374 | 0.119511 | 0.452514 | X2 |

النتائج

■ ويمكن تلخيص ذلك كما يلي:

$$\hat{Y} = 6.203 - 0.38X_1 + 0.45X_2$$

$$\text{SE} \quad 1.86 \quad 0.14 \quad 0.10$$

$$t \quad 3.33 \quad -2.834 \quad 3.786$$

$$R^2 = 0.693203$$

$$\text{Adj } R^2 = 0.64$$

$$F_{2,12} = 13.56$$

تفسير معادلة الانحدار:

- تشير النتائج السابقة على العلاقة العكسية ما بين دخل الفرد Y ونسبة العمالة في القطاع الزراعي، X_1 ،
- تفيد المعلمة β_1 على ان زيادة 1% في نسبة العمالة في القطاع الزراعي يرافقه نقص في الدخل القومي بما مقداره 380 دولار، مع بقاء X_2 ثابتا.
- كما ان نتيجة الانحدار توضح بأن العلاقة ما بين سنوات الدراسة للسكان فوق 25 سنة ودخل الفرد علاقة مباشرة " كما هو متوقع".

تفسير معادلة الانحدار:

- وتفيد المعلمة β_2 ، على أن زيادة سنوات التعليم بسنة واحدة للسكان فوق 25 سنة ترافق زيادة بمقدار 450 دولار، مع إبقاء المتغير المستقل الآخر ثابتاً.
- على أنه عند غياب كلا من المتغيرين X_1 , X_2 ومساواتهما للصفر، فإن دخل الفرد يكون مساوياً لـ 6203 دولار كما يشير المقطع α .
- ويمكن القول هنا على أن متوسط اثر كل المتغيرات الغير مدرجة في النموذج، متوسط أثرها على Y ، هو ما قيمته 6203 دولار.

تحليل مصداقية معادلة الانحدار المقدرة:

- من أجل الحصول على نتائج يمكن الإعتماد عليها ومن أجل الحصول على إستنتاجات نزيهة عن التغيرات في دخل الفرد يمكن الوثوق بها، كان لا بد من إجراء بعض الإختبارات:
- معنويات المعلومات ومصدقية وجودة المعادلة.
- معامل جودة التوفيق R^2 :
- إختبار معنوية معادلة الانحدار بإستخدام توزيع F :

إختبارات الفرضية عن المعلومات ومعنوياتها

تقدم النتائج السابقة ما توصلت إليه إختبارات الفروض عن مصداقية المعادلة وجودتها.

■ قيم t الإحصائية تشير إلى معنوية جميع المعلومات السابقة. حيث أن القيمة الجدولية هي 2.179 وهي اصغر من جميع قيم t الإحصائية المحسوبة عند إجراء إختبارات الفرضيات.

■ أثبت إختبار الفرضية بأن المقطع α ، مختلف تماما عن الصفر عند مستوى الأهمية 5%. ويدل ذلك على وجود مؤثرات أخرى غير المتغيرين المستقلين تؤثر في دخل الفرد بثقة مقدارها 95%.

معنويات المعلومات

■ لقد أثبت إختبار الفرضية معنوية المعلمة β_1 ، وأنها مختلفة بشكل كبير عن الصفر عند مستوى الأهمية 5%. ذلك يؤكد أثر نسبة العمالة في القطاع الزراعي X_1 على دخل الفرد، بثقة مقدارها 95%.

■ كما أن النتائج تشير إلى معنوية β_2 ، حيث برهنت إختبارات الفروض على أن المعلمة مختلفة بشكل كبير عن الصفر عند مستوى الأهمية 5%.

■ ذلك يؤكد أثر نسبة سنوات التعليم X_2 على دخل الفرد بثقة مقدارها 95%.

معامل جودة التوفيق: R^2

■ يظهر R^2 على أن المعادلة استطاعت أن تفسر حوالي 69% من التغيرات في الدخل ، وأن حوالي 30% من التغيرات في الدخل قد تكون بسبب عوامل أخرى.

■ ويشير معامل جودة التوفيق المعدل ($\bar{R}^2 = 0.64$) على انخفاض النسبة المفسرة من التغيرات في الدخل إلى حوالي 64% عندما نأخذ درجات الحرية في الحسبان.

إختبار معنوية المعادلة

■ لقد تم إجراء إختبار فرضية لمعنوية المعادلة إجمالاً، بأن جميع معاملات المعادلة مختلفة تماماً عن الصفر، وذلك باستخدام الفرضية:

$$H_0: \alpha = \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1: \alpha \neq \beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$$

وقد تم الحصول على قيمة F الإحصائية:

$$F_{k-1, n-k} = \frac{\sum \hat{y}^2 / (k-1)}{\sum e^2 / (n-k)} = \frac{R^2 / (k-1)}{(1-R^2) / (n-k)} = 13.56$$

وبمقارنتها F الجدولية 3.88، تم رفض فرضية العدم وقبول الفرضية البديلة وأن معاملات المعادلة مختلفة تماماً عن الصفر.

معامل الارتباط الجزئي

■ يقيس الارتباط الصافي بين المتغير التابع ومتغير مستقل واحد بعد إستبعاد تأثير المتغير المستقل الآخر، أي بتأثير الآخر.

■ r_{YX_1, X_2} هو الارتباط الجزئي بعد إستبعاد أثر X_2 من بين كل من Y, X_1

$$r_{YX_1 \cdot X_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} r_{X_1X_2}}{\sqrt{1 - r_{X_1X_2}^2} \sqrt{1 - r_{X_2Y}^2}}$$

$$r_{YX_2 \cdot X_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} r_{X_1X_2}}{\sqrt{1 - r_{X_1X_2}^2} \sqrt{1 - r_{X_1Y}^2}}$$

معامل الارتباط الجزئي

- r_{YX_1} معامل الارتباط البسيط بين Y, X_1 .
- r_{YX_2} معامل الارتباط البسيط بين Y, X_2 .
- $r_{X_1X_2}$ معامل الارتباط البسيط بين X_1, X_2 .
- معامل الارتباط الجزئي $-1 \leq r \leq +1$
- له إشارات المعامل المقدّر.
- يستخدم لتحديد الأهمية النسبية لمختلف المتغيرات المستقلة في معادلة الإنحدار المتعدد.
- معامل الارتباط الجزئي يعطي الارتباط الصافي الترتيبي .

مثال

■ لحساب معامل الارتباط الجزئي للمثال السابق ينبغي حساب معاملات الارتباطات بين مختلف المتغيرات على النحو التالي:

$$r_{Y X_1} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{\sum x_1^2} \sqrt{\sum y^2}} = -0.5715$$

$$r_{Y X_2} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\sum x_2^2} \sqrt{\sum y^2}} = 0.6984$$

$$r_{x_1 x_2} = \frac{\sum x_1 x_2}{\sqrt{\sum x_1^2} \sqrt{\sum x_2^2}} = -0.1801$$

تابع المثال

■ وعليه يمكن حساب الارتباط الجزئي الصافي بين المتغير التابع وكل متغير من المتغيرات المستقلة على النحو التالي:

$$r_{YX_1 \cdot X_2} = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} r_{X_1X_2}}{\sqrt{1 - r_{X_1X_2}^2} \sqrt{1 - r_{YX_2}^2}} = -0.6331$$

$$r_{YX_2 \cdot X_1} = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} r_{X_1X_2}}{\sqrt{1 - r_{X_1X_2}^2} \sqrt{1 - r_{YX_1}^2}} = 0.8072$$

■ وعليه يمكن القول بأن إسهام المتغير المستقل الثاني أكبر من إسهام المتغير الأول إلى النموذج.

جدول

| | Y | 1X | الدخل X | y | yy | x1 | x1*x1 | x2 | x2x2 | yx1 | yx2 |
|--------|-----|-----|---------|----|----|----|-------|----|------|-----|-----|
| | 6 | 9 | 8 | -3 | 9 | 2 | 4 | -4 | 16 | -6 | 12 |
| | 8 | 10 | 13 | -1 | 1 | 3 | 9 | 1 | 1 | -3 | -1 |
| | 8 | 8 | 11 | -1 | 1 | 1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 1 |
| | 7 | 7 | 10 | -2 | 4 | 0 | 0 | -2 | 4 | 0 | 4 |
| | 7 | 10 | 12 | -2 | 4 | 3 | 9 | 0 | 0 | -6 | 0 |
| | 12 | 4 | 16 | 3 | 9 | -3 | 9 | 4 | 16 | -9 | 12 |
| | 9 | 5 | 10 | 0 | 0 | -2 | 4 | -2 | 4 | 0 | 0 |
| | 8 | 5 | 10 | -1 | 1 | -2 | 4 | -2 | 4 | 2 | 2 |
| | 9 | 6 | 12 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 10 | 8 | 14 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| | 10 | 7 | 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 11 | 4 | 16 | 2 | 4 | -3 | 9 | 4 | 16 | -6 | 8 |
| | 9 | 9 | 14 | 0 | 0 | 2 | 4 | 2 | 4 | 0 | 0 |
| | 10 | 5 | 10 | 1 | 1 | -2 | 4 | -2 | 4 | -2 | -2 |
| | 11 | 8 | 12 | 2 | 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 | 0 |
| الجموع | 135 | 105 | 180 | 0 | 40 | 0 | 60 | 0 | 74 | -28 | 38 |

د. محيى الربوب

الأشكال الدالية للإنحدار

- قد يتطلب الأمر في كثير من الأحيان استخدام نماذج غير خطية.
- نظرية الإنتاج مثلا تستدعي استخدام جميع عناصر الإنتاج ، مثل العمل ورأس المال ، وعدم تواجد أي منهما يعني إنتفاء الإنتاج.
- الدالة الخطية لا تشترط تواجد جميع المدخلات معا.
- لذلك كان لا بد من اللجوء إلى أشكال غير خطية للوفاء بخصائص الإنتاج.

الأشكال الدالية للإنحدار

- المعادلات يمكن أن تكون غير خطية كلياً أو جزئياً.
- المعادلات الغير خطية يمكن تحويلها إلى خطية لو غاريتمية ثم تقديرها بإستخدام أسلوب المربعات الصغرى.
- معلمات المعادلات المحولة لها خصائص مفيدة للغاية.

الأشكال الدالية للانحدار

- فيما يلي بعض الأشكال الدالية التي يمكن تحويلها:
- الشكل اللوغاريتمي المزدوج ، التي تكون في الأصل:

$$Y = \alpha X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} e^{\mu}$$

- وبعد التحويل إلى لوغاريتم طبيعي تصبح الدالة:

$$\ln Y = \ln \alpha + \ln \beta_1 X_1 + \ln \beta_2 X_2 + \ln e^{\mu}$$

- المعلومات بعد التحويل هي مروّنات المتغير التابع بالنسبة للمتغيرات المستقلة.
- هذه المعلومات يمكن تفسيرها على مقدار التغير النسبي في المتغير التابع المصاحب لتغير نسبي في المتغير المستقل.

الأشكال الدالية للانحدار

■ الشكل الشبه اللوغاريتمي :

$$\ln Y = \alpha + \beta X + u$$

■ تشير المعلمة هنا إلى التغير النسبي في المتغير التابع لتغير وحدة واحدة في المتغير المستقل

$$Y = \alpha + \ln \beta X + u \quad \text{أو}$$

■ تشير المعلمة هنا إلى مقدار التغير في المتغير التابع لكل تغير نسبي في المتغير المستقل

$$Y = \alpha + \beta/X + u$$

■ الشكل المعكوس

$$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + u$$

■ شكل القوى: أو

مثال:

| Q | L | K |
|-----|------|-----|
| 240 | 1480 | 410 |
| 400 | 1660 | 450 |
| 110 | 1150 | 380 |
| 530 | 1790 | 430 |
| 590 | 1880 | 480 |
| 470 | 1860 | 450 |
| 450 | 1940 | 490 |
| 160 | 1240 | 395 |
| 290 | 1240 | 430 |
| 490 | 1850 | 460 |
| 350 | 1570 | 435 |
| 550 | 1700 | 470 |
| 560 | 2000 | 480 |
| 430 | 1850 | 440 |

- المثال التالي من كتاب الدكتور
دومنيك سلفاتور عن إنتاجيات 14
منشأة، والكميات المستخدمة من
المدخلات، عمل L ورأس مال K
- المطلوب: تقدير دالة الإنتاج لتلك
المنشآت باستخدام دالة كوب-
دجلاس، وتقديم شرح عن دلالات
المعلومات.
- تكلم بإيجاز عن وضع الصناعة.

الحل

■ دالة: كوب- دجلاس الإنتاجية:

$$Y = \alpha X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} e^{\mu}$$

■ الدالة نحتّم وجود جميع المتغيرات المستقلة، المدخلات، وإلا فإن الدالة تصبح صفراً.

■ وبعد التحويل إلى لو غاريتم طبيعي تصبح الدالة:

$$\ln Y = \ln \alpha + \beta_1 \ln X_1 + \beta_2 \ln X_2 + \ln u$$

■ وعليه يجب تحويل بيانات الجدول إلى بيانات لو غاريتمية ثم القيام بالتحدير.

الجدول اللوغاريتمي الطبيعي

| lnQ | lnL | lnK |
|----------|----------|----------|
| 5.480639 | 7.299797 | 6.016157 |
| 5.991465 | 7.414573 | 6.109248 |
| 4.70048 | 7.047517 | 5.940171 |
| 6.272877 | 7.489971 | 6.063785 |
| 6.380123 | 7.539027 | 6.173786 |
| 6.152733 | 7.528332 | 6.109248 |
| 6.109248 | 7.570443 | 6.194405 |
| 5.075174 | 7.122867 | 5.978886 |
| 5.669881 | 7.122867 | 6.063785 |
| 6.194405 | 7.522941 | 6.131226 |
| 5.857933 | 7.358831 | 6.075346 |
| 6.309918 | 7.438384 | 6.152733 |
| 6.327937 | 7.600902 | 6.173786 |
| 6.063785 | 7.522941 | 6.086775 |

نتائج الانحدار

| | | | | |
|-------------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------|
| Multiple R | 0.937039 | | | |
| R Square | 0.878041 | | | |
| Adjusted R Square | 0.855867 | | | |
| Standard Error | 0.191279 | | | |
| Observations | 14 | | | |
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> |
| Regression | 2 | 2.897539 | 1.448769 | 39.5972 |
| Residual | 11 | 0.402464 | 0.036588 | |
| Total | 13 | 3.300003 | | |
| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | |
| Intercept | -23.2312 | 5.236462 | -4.43643 | |
| lnL | 1.430253 | 0.560843 | 2.550183 | |
| lnK | 3.045391 | د. محيي أيوب 1.367235 | 2.227409 | 81 |

النتائج

■ يمكن تلخيص النتائج على النحو التالي:

$$\ln Q = -23.23 + 1.43 \ln L + 3.05 \ln K$$

$$t \quad (-4.44) \quad (2.55) \quad (2.23)$$

$$R^2 = 0.878$$

$$\text{Adj } R^2 = 0.856$$

$$F = 39.597$$

شرح النتائج

- تشير النتائج على أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل هي 1.43 ، كما أن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال هي 3.05 .
- أي أنه عندما يتغير العمل بنسبة 1% فذلك يؤدي إلى تغير في الإنتاج بنسبة 1.43%.
- عندما تتغير المدخلات الرأسمالية بنسبة 1% ، فإن الإنتاج سيتغير بنسبة 3.05%.
- بما أن $\beta_2 + \beta_2$ أكبر من الواحد الصحيح فذلك يعني أن الصناعة تتمتع بعائد غلة نسبي متزايد .
- أي أن زيادة 10% من كلا المدخلين تؤدي إلى زيادة أكثر من 10% في المخرجات.

شرح النتائج

- بما أن $\beta_2 + \beta_2 = 4.48$ ، فإن ذلك يعني بأن هذه الصناعة تتمتع بخاصية تزايد الغلة النسبي.
- بناءً على النتيجة السابقة، فإن زيادة المدخلات بنسبة 10% تؤدي إلى زيادة إجمالي الإنتاج بنسبة 44.8%.
- النتائج تشير إلى أن قيم t الإحصائية لكل المعلمات أكبر من قيم t الجدولية.
- وعليه فإن إختبارات الفرضيات عن المعلمات تشير إلى معنوية المعلمات كل على حدة.
- أي أن كل معلمة من المعلمات مختلف بشكل كبير عن الصفر.

شرح النتائج

- ذلك يؤكد على أهمية ودور المتغيرات المستقلة في شرح سلوك المتغير التابع، الإنتاج.
- يشير معامل جودة التوفيق R^2 إلى أن المعادلة تمكنت من شرح حوالي 88% من التغيرات في الإنتاج.
- 12% من التغيرات في كميات الإنتاج قد تكون بسبب متغيرات أخرى لم يتم إدراجها في المعادلة .
- الدالة بشكلها الكلي ذات معنوية ، حيث أن قيمة F الإحصائية أكبر من F الجدولية.

المتغيرات الصورية

■ في تحليل الإنحدار يتأثر المتغير التابع بالمتغيرات المستقلة الكمية، مثل:

■ الدخل، الأسعار، المخرجات، ...

■ ويتأثر أيضا بالمتغيرات المستقلة النوعية ، مثل:

■ الجنس ، الحروب، الجنسية، اللون، الديانة....

■ مع تثبيت جميع الأمور الأخرى، فقد وجد أن الجنسية تلعب دورا في مراتب الموظفين.

■ في بعض الدول الغربية، وجد أن:

■ الذكور مراتبهم أعلى من الإناث،

■ وأن البيض يحصلون على مراتب أعلى ممن سواهم.

المتغيرات الصورية

- المتغيرات النوعية لها دور أساسي في التأثير على المتغير التابع.
- لذا يجب إدراج المتغيرات النوعية بشكل مناسب.
- المتغيرات النوعية تشير إلى وجود أو عدم وجود نوع أو صفة ما، مثل:
 - ذكر أو أنثى، متعلم أو أمي، سعودي أو غير سعودي.
 - أحد أساليب استخدام المتغيرات النوعية في الإنحدار هو وضع متغيرات صورية.

المتغيرات الصورية

- في المتغيرات الصورية يتم استخدام الرقم 1 أو صفر.
- صفر يشير إلى غياب الصفة ، و 1 إلى وجودها.
- 1 يمكن أن يشير على ان الشخص ذكر وصفر يعطي للأنثى.
- 1 يمكن أن يشير على ان الشخص جامعي وصفر يعطي لغير الجامعي.
- مثل تلك المتغيرات 1 و 0، تسمى بالمتغيرات الصورية.
- تلك المتغيرات يمكن أن تسمى بالمتغيرات المشيرة، المتغيرات النوعية، المتغيرات ذات الفئة.
- يمكن استخدام المتغيرات الصورية ، في الانحدار بنفس السهولة التي يمكن بها استخدام المتغيرات الكمية.
- ويمكن أن يتضمن نموذج الإنحدار متغيرات صورية فقط.

المتغيرات الصورية

■ على سبيل المثال رواتب الموظفين والموظفات:

$$Y = \alpha + \beta D + u \quad (1)$$

حيث:

$Y =$ الراتب

$D = 1$ مدرس

$D = 0$ مدرسة

■ هذا النموذج من نماذج الانحدار ذات المتغيرين.

■ النموذج بدلا من ان يحوي على متغير كمي X فهو يحوي على متغير صوري D .

■ النموذج يمكننا من معرفة عما إذا كان الجنس يكون سببا في التفرقة في مرتبات الموظفين ، مع ثبات العوامل الأخرى مثل التحصيل العلمي ، الخبرة ، السن.

■ للنموذج السابق يمكن أن نحصل على:

$$E(Y|D=0) = \alpha \quad \text{متوسط مرتبات الموظفين:}$$

المتغيرات الصورية

متوسط مرتبات الموظفين: $E(Y|D=1)=\alpha+\beta$

- أي المقطع الراسي α يمكن أن يعطي متوسط مرتبات الموظفين.
- معامل الميل β يبين المقدار الذي يختلف فيه متوسط مرتبات الموظفين عن متوسط مرتبات الموظفين.
- و يمثل $\alpha+\beta$ متوسط مرتبات الموظفين.
- ويمكن إجراء إخبارات الفرصية بعدم وجود فروق أو تمييز بسبب الجنس أي

$$(H_0 : \beta=0)$$

- وحساب المعادلة بالأسلوب المعتاد والتأكد من الأهمية الإحصائية ل β على ضوء اختبار t .

المتغيرات الصورية

- النموذج السابق يستخدم بكثرة في أبحاث التسويق ويعض العلوم الإجتماعية.
- الأبحاث الإقتصادية تستخدم نماذج بمتغيرات مفسرة كمية وبعضها نوعية.
- نماذج الإنحدار التي تحوي على خليط من المتغيرات الكمية والنوعية تسمى نماذج تحليل التباين المشترك (ACOVA).
- دراستنا ستتركز على مثل هذه النماذج.

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي واحد بصنفين أو طبقتين.

■ مثال لنموذج ACOVA المعادلة التالية:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 D_i + \beta X_i + u \quad (2)$$

وفيها:

$Y =$ راتب الموظف

$D = 1$ إذا كان ذكراً

$D = 0$ إذا كانت أنثى

$X =$ عدد سنوات الخبرة

■ هذا النموذج يحوي:

1. متغير كمي واحد "سنوات الخبرة في مجال العمل".
2. متغير نوعي واحد "الجنس" الذي له طبقتان أو صنفان من حيث التصنيف ذكر أو أنثى.

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي واحد بصنفين أو طبقتين.

■ شرح النموذج: بافتراض: $E(u)=0$ ، يمكن القول :

■ متوسط مرتبات الموظفة:

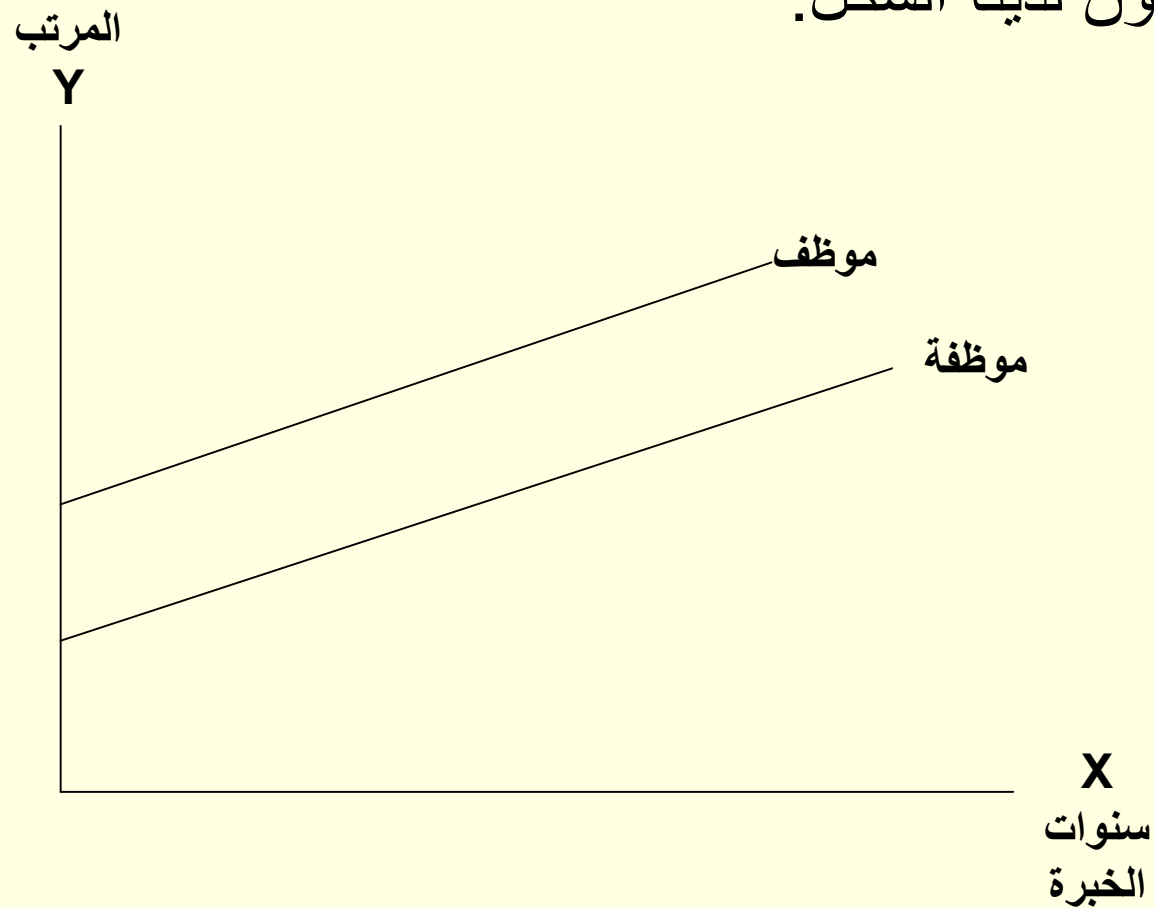
$$E(Y|X_i, D=0) = \alpha_0 + \beta X_i \quad (3)$$

■ متوسط مرتبات الموظف:

$$E(Y|X_i, D=1) = (\alpha_0 + \alpha_1) + \beta X_i \quad (4)$$

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي واحد بصنفين أو طبقتين.

■ هندسياً، سيكون لدينا الشكل:



الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي واحد بصنفين أو طبقتين.

- النموذج يبين بان مرتبات الموظفين والموظفات:
 - تتناسب مع العلاقة مع عدد سنوات الخبرة في مجال العمل ،
 - ولها نفس المعامل β
 - لها مقاطع مختلفة.
- مستوى متوسط مرتبات الذكور يختلف عن متوسط مرتبات الإناث ويرى في α_0 .

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي واحد بصنفين أو طبقتين.

- معدل التغير في متوسط المرتبات السنوية المرتبط بسنوات الخبرة هو نفسه لكلا الجنسين.
- يمكن إجراء اختبار الفرضية بأن المعادلتين (3) و(4) لهما نفس المقطع، أي عدم وجود تمييز جنسين،
- وذلك بإجراء الإنحدار على (4) وملاحظة الأهمية الإحصائية لـ α_1 المقدرة على أساس إمتحان t .
- إذا نتج عن الإختبار بأن α_1 المقدرة له أهمية إحصائية ، فيتم رفض فرضية تساوي مرتبات الموظفين والموظفين.

بعض القواعد للمتغيرات الصورية.

أولاً: للتفريق بين صنفين، ذكر وانثى مثلاً، يتم تقديم متغير صوري واحد.

■ لا يمكن تقديم نموذج مثل:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 D_i + \alpha_2 D_2 + \beta X_i + u \quad (5)$$

بعض القواعد للمتغيرات الصورية.

وفيه

■ ذكر $D_1=1$

■ غير ذلك $D_1=0$

■ أنثى $D_2=1$

■ غير ذلك $D_2=0$

■ ذلك النموذج لا يمكن تقديره بسبب الارتباط التام بين D_1, D_2

■ قاعدة: إذا كان عدد المتغيرات النوعية m من الأصناف، فسيتم تقديم $m-1$

بعض القواعد للمتغيرات الصورية.

ثانياً: تخصيص 1 و 0 للصنفين مثل الذكر والأنثى هو إعتباطي
فيمكننا تخصيص : $D=1$ للأنثى و $D=0$ للذكر.

ثالثاً: المجموعة أو الصنف الذي أخذ القيمة 0 يسمى دائماً الأساس.

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي بأكثر من طبقة.

- إذا أردنا عمل إنحدار على بيانات متقاطعة للإنفاق السنوي على الرعاية الصحية من قبل الأفراد كدالة للدخل والمستوى التعليمي.
- المتغير التعليمي هو متغير نوعي بطبيعته، فيمكن النظر إلى 3 مستويات تعليمية :
 - أقل من التعليم الثانوي.
 - تعليم ثانوي.
 - تعليم جامعي.
- لدينا أكثر من صنفين من المتغير النوعي.

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي بأكثر من طبقة.

- بإتباع القاعدة ، يكون عدد المتغيرات الصورية أقل بواحد من عدد أصناف المتغير النوعي، أي متغيرين صوريين إثنين .
- النموذج الذي يمكن تقديمه:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \beta X_i + u \quad (2)$$

■ وفيه:

| | |
|-----------|-----------------------------------|
| $Y =$ | الإنفاق السنوي على الرعاية الصحية |
| $X =$ | الدخل السنوي |
| $D_1 = 1$ | تعليم ثانوي |
| $D_1 = 0$ | غير ذلك |
| $D_2 = 1$ | تعليم جامعي |
| $D_2 = 0$ | غير ذلك |

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي واحد بصنفين أو طبقتين.

■ شرح النموذج: بافتراض : $E(u)=0$ ، يمكن القول :

■ متوسط الإنفاق على الرعاية لما دون الثانوي:

$$E(Y|X_i, D_1 = 0, D_2 = 0) = \alpha_0 + \beta X_i$$

■ متوسط الإنفاق على الرعاية لمستوى الثانوي :

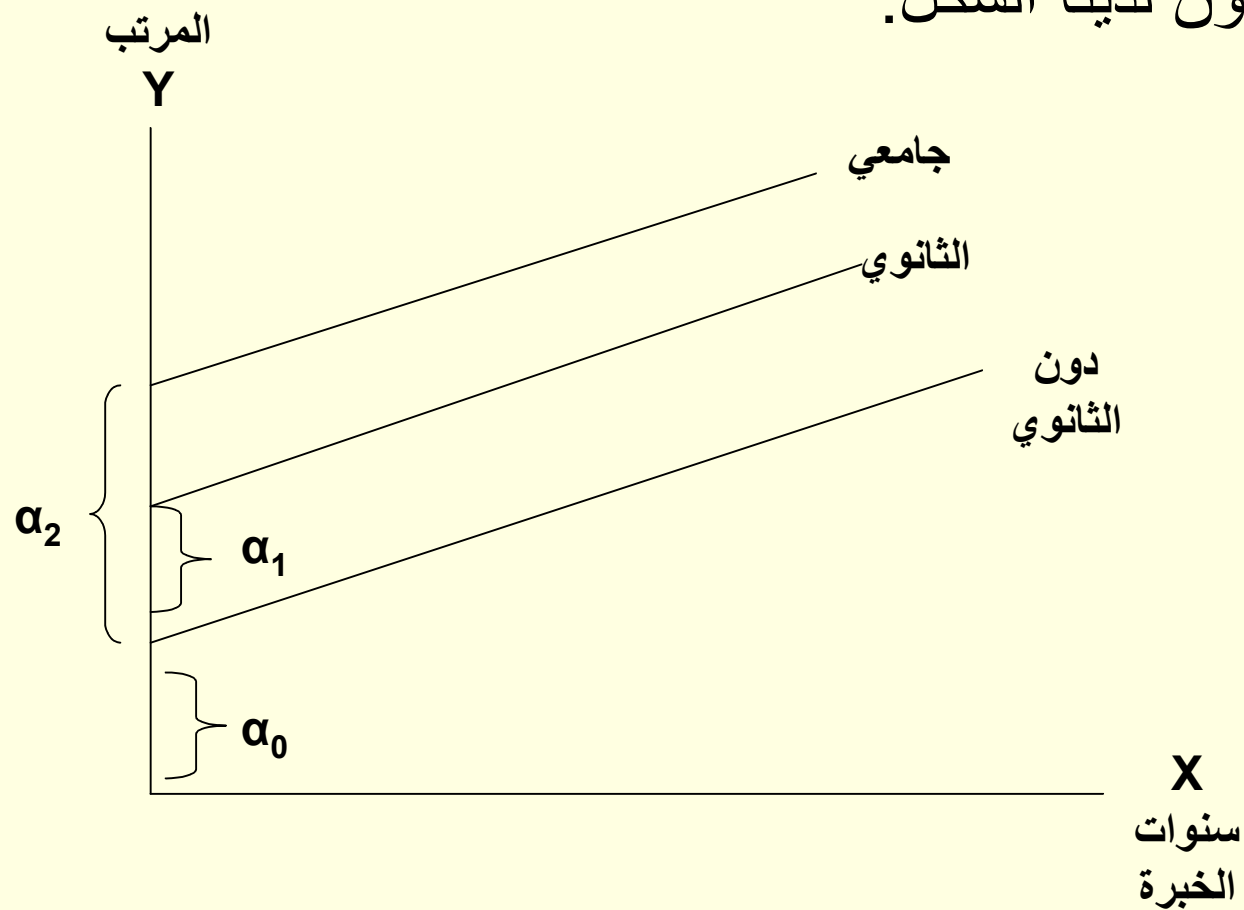
$$E(Y|X_i, D_1 = 1, D_2 = 0) = (\alpha_0 + \alpha_1) + \beta X_i$$

■ متوسط الإنفاق على الرعاية لمستوى الجامعي :

$$E(Y|X_i, D_1 = 0, D_2 = 1) = (\alpha_0 + \alpha_2) + \beta X_i$$

الإنحدار على متغير كمي واحد ومتغير نوعي واحد بصنفين أو طبقتين.

■ هندسياً، سيكون لدينا الشكل:



الإنحدار بمتغير كمي واحد ومتغيرين نوعيين

- يمكن التوسع فس استخدام أسلوب المتغيرات الصورية ليعالج أكثر من متغير نوعي.
- لندرس حالة المدرسين ورواتبهم في أحد المجتمعات حيث يؤثر في الرواتب عدد سنوات الخبرة والجنس واللون .
- وعليه يمكن تحديد النموذج على النحو التالي:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2 + \beta X_i + u$$

■ وفيه :

- | | | |
|----|--------------|-----------|
| 1. | الراتب | $Y =$ |
| 2. | سنوات الخبرة | $X =$ |
| 3. | ذكر | $D_1 = 1$ |
| 4. | أنثى | $D_1 = 0$ |
| 5. | أبيض | $D_2 = 1$ |
| 6. | غير ذلك | $D_2 = 0$ |

الإنحدار بمتغير كمي واحد ومتغيرين نوعيين

■ لاحظ أن كلا المتغيرين النوعيين، الجنس واللون، له صنفين، فنستخدم متغير صوري واحد لكل منهما.

■ الصنف المحذوف ، أو الأساس، هو المدرسة السوداء.

■ بافتراض $E(u)=0$

■ متوسط راتب المدرسة السوداء:

$$E(Y|X_i, D_1 = 0, D_2 = 0) = \alpha_0 + \beta X_i$$

■ متوسط راتب المدرس الأسود :

$$E(Y|X_i, D_1 = 1, D_2 = 0) = (\alpha_0 + \alpha_1) + \beta X_i$$

■ متوسط راتب المدرسة البيضاء.

$$E(Y|X_i, D_1 = 0, D_2 = 1) = (\alpha_0 + \alpha_2) + \beta X_i$$

■ متوسط راتب المدرس الأبيض :

$$E(Y|X_i, D_1 = 1, D_2 = 1) = (\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2) + \beta X_i$$

مشاكل في تحليل الانحدار

■ أولاً: الارتباط الخطي المتعدد بين المتغيرات المفسرة:

Multicollinearity

■ الحالة التي يكون فيها متغيران مستقلان أو أكثر في نموذج الانحدار بينها ارتباط عالي.

■ هذا الأمر يجعل عزل تأثير كل عامل أو متغير على المتغير التابع صعباً أو مستحيلاً.

■ يكون المتغيران المستقلان مترابطان خطياً بصورة تامة إذا كان أحد المتغيرات أو أكثر يمكن التعبير عنه كاتحاد خطي مع المتغير الآخر أو المتغيرات الأخرى.

مشاكل في تحليل الانحدار

■ مثال: يكون هناك ارتباط خطي تام بين X_1 ، X_2 إذا كان

$$X_1 = 2 X_2 \text{ ، أو } X_1 = 5 - 0.3 X_2$$

■ عندما يكون متغيران أو أكثر من المتغيرات المستقلة مرتبطان ارتباط تام ، سيكون مستحيلا حساب تقديرات OLS للمعاملات ، لأن هيكل المعادلات سيكون محتويا على معادلتين أو أكثر غير مستقلة.

مشاكل في تحليل الانحدار

- إذا كان الارتباط عاليا وليس تاما، فإن Multicollinearity يعني حالة المتغيرات المستقلة التي تكون مرتبطة بشكل عال.
- هذا الأمر يجعل عزل أو فصل تأثيرات كل متغير من المتغيرات المستقلة على المتغير التابع صعبا أو مستحيلا.
- معلمات OLS نزيهة إذا تم تحديد النموذج بشكل جيد.
- لا يشكل ارتباط الخطي المتعدد Multicollinearity مشكلة للتنبؤ إذا كان نفس الارتباط موجودا خلال فترة التنبؤ.

مشاكل في تحليل الانحدار

إكتشاف لإرتباط الخطي المتعدد :Multicollinearity

- يبدو ظاهرا عندما لا يكون أي من المتغيرات المستقلة في الـ OLS له أهمية إحصائية. حتى أن بعضه يكون له إشارات غير صحيحة على الرغم من كون R^2 عاليا حوالي 1.
- يمكن إستخدام معاملات الارتباط الجزئي أو البسيط كمقاييس لـ Multicollinearity.
- الارتباط الخطي المتعدد Multicollinearity يمكن ان يكون موجودا حتى لو كان معامل الارتباط الجزئي أو البسيط منخفضا من 0.5.

مشاكل في تحليل الانحدار

التصحيح:

- التوسع في حجم بيانات العينة .
- استخدام معلومات مسبقة كأن نعلم بأن $B_2 = 0.3B_1$.
- تحويل العلاقات الدالية.
- إلغاء المتغير ذو الارتباط العالي ، لكن قد يؤدي ذلك على إخطاء او عدم نزاهة ، إذا كانت النظرية تتضمن وجوب شمول النموذج للمتغير الذي جرى حذفه.

الإرتباط التسلسلي بين عناصر الخطأ

■ هو العلاقة بين أعضاء القراءات المتسلسلة في الإنحدار مرتبة:

1. في الزمن "في السلاسل الزمنية".

2. أو في المكان "البيانات المقطعية".

■ الإنحدار التقليدي يفترض عدم وجود مثل هذا الارتباط بين عناصر الخطأ، رمزياً:

$$E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \\ i \neq j$$

الإرتباط التسلسلي بين عناصر الخطأ

- النموذج التقليدي يفترض عدم تأثير عنصر الخطأ لأي قراءة بعنصر الخطأ في أي قراءة أخرى.
- على سبيل المثال إذا حدث عطل في إحدى آلات الإنتاج في أحد أرباع السنة ، ليس هناك ما يدعو للإعتقاد بأن هذا الخلل سيتواصل أثره إلى الربع التالي من السنة.
- إذا إنخفض الإنتاج في الربع الذي حصل فيه الخلل، فلا يوجد ما يدعو للإعتقاد بأن الإنتاج سينخفض في الربع التالي.

الإرتباط التسلسلي بين عناصر الخطأ

- عند التعامل مع بيانات مقطعية لدخول أسر، وزاد دخل إحدى الأسر ، فلا مبرر للاعتقاد بزيادة الإنفاق في الأسر الأخرى.
- إذا حدث مثل ذلك الإرتباط، فذلك يعني حدوث إرتباط تسلسلي، أي:

$$E(\varepsilon_i, \varepsilon_j)=0 \\ i \neq j$$

الإرتباط التسلسلي بين عناصر الخطأ

- في مثل هذه الحالة :
- فإن الخلل الذي يحدث في نظام الإنتاج، يمكن أن يمتد إلى فترة لاحقة، ويؤثر في الإنتاج فيها.
- وإستهلاك أسرة ما ، يمكن أن يؤثر في إستهلاك أسرة أخرى حتى تكون في نفس المستوى.
- وهكذا فإن الإرتباط التسلسلي يقصد به أن عامل الخطأ في فترة ما مرتبط بعامل الخطأ في فترة أخرى.

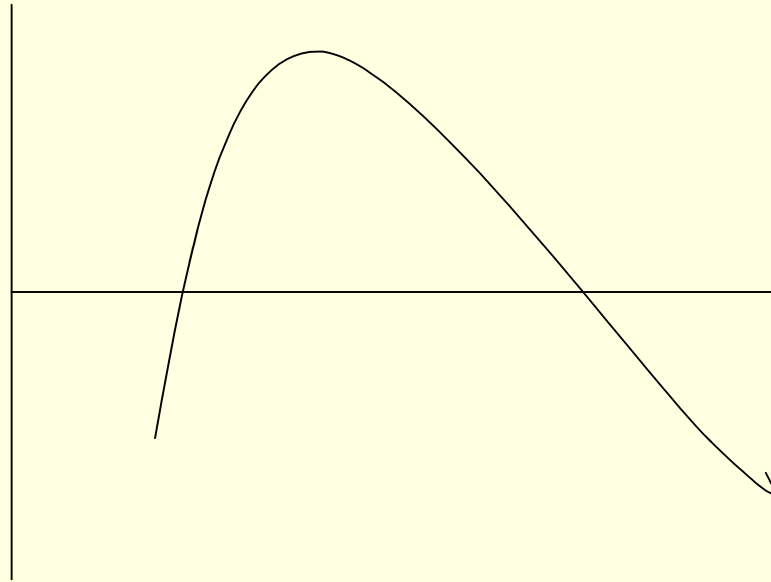
الإرتباط التسلسلي بين عناصر الخطأ

- إذا كان عامل الخطأ في فترة ما مرتبط بعامل الخطأ في فترة سابقة فهذا ما يسمى بالإرتباط التسلسلي من الدرجة الأولى.
- في الإقتصاد القياسي فإن معظم التطبيقات على الدرجة الأولى.
- على أن الإرتباط السلبي يمكن حصوله.
- في معظم حالات السلاسل الزمنية الاقتصادية نجد الإرتباط التسلسلي الموجب من الدرجة الأولى.

الإرتباط التسلسلي بين عناصر الخطأ

■ الإرتباط التسلسلي الموجب:

■ يكون عندما تكون إشارة عوامل الخطأ متسلسلة في نفس الإتجاه
كما في الشكل :



خطوات إختبار وجود الارتباط الذاتي:

يمكن إختبار وجود الارتباط التسلسلي بحساب إحصاء دوربن –
واطسون ,d, Durbin-Watson

خطوات إختبار وجود الارتباط الذاتي:

1. أجري التحدير واحصل على قيم e

2. احصل على قيمة d المحسوبة:

$$d = \frac{\sum (e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2}$$

ويمكن الحصول عليها من الحاسب الآلي بسهولة.

$$d_L \leq d \leq d_U$$

خطوات إختبار وجود الارتباط الذاتي:

1. هذه القيمة تتراوح بين 0 و 4
2. لا يكون هناك ارتباط عندما d حوالي 2
3. ويتم إختبار d عند مستوى أهمية 5% و 1% لعدد n من القراءات و k من المتغيرات المستقلة.
4. إذا كان d المحسوب أقل من d_L " الحد الأدنى " المجدول فإن فرضية وجود ارتباط تسلسلي موجب تقبل.
5. إذا كان $d > d_U$ فإن الفرضية ترفض،
$$d_L \leq d \leq d_U$$

خطوات إختبار وجود الارتباط الذاتي:

1. لا يمكن الحسم إذا كان $d_L \leq d \leq d_U$
2. أدنى عدد للقراءات يجب أن يكون 15 قراءة.
3. يمكن إختبار وجود الارتباط التسلسلي بإجراء إختبار الفرضية لذلك على النحو التالي:

عدم وجود ارتباط تسلسلي موجب $H_0: \rho=0$

وجود ارتباط تسلسلي موجب $H_1: \rho \neq 0$

وبجعل

$$\rho = \frac{\sum e_t e_{t-1}}{\sum e^2}$$

كمعلمة للارتباط التسلسلي من الدرجة الأولى، وبالإبطاء ب 1

خطوات إختبار وجود الارتباط الذاتي:

ويمكن التعبير عن d بما يلي:

$$d=2(1- \rho)$$

إذا كان $\rho=0$ و $d=2$ فلا وجود للارتباط التسلسلي.

ويتوقع أن يكون حوالي 2

كلما إقترب من 0 زادت دلائل وجود الارتباط التسلسلي الموجب.

ويمكن تلخيص الخطوات فيما يلي:

1. إجراء الإنحدار والحصول على e_s .
2. الحصول على d .
3. الحصول على d_L و d_U .
4. إذا كان $d < d_L$ إرفض H_0 عدم وجود الارتباط التسلسلي.
5. إذا كان $d > d_U$ لاترفض H_0 عدم وجود الارتباط التسلسلي.

Autocorrelation

1. إذا كانت الفرضية الأولى H_0 عدم وجود ارتباط تسلسلي سالب عندئذ: ،

$$4-d_U \leq d \leq 4-d_L$$

2. ارفض H_0 إذا كان $d > 4 - d_L$

3. لا ترفض H_0 إذا كان $d < 4 - d_L$ $4-d_U \leq d \leq 4-d_L$

4. لا يمكن التقرير إذا كان

$$d_L \leq d \leq d_U$$

Autocorrelation $4-d_U \leq d \leq 4-d_L$

إذا كانت الفرضية الأولى H_0 ذات جانبيين عدم وجود ارتباط تسلسلي سالب أو موجب ، عندئذ:

$$d_L \leq d \leq d_U$$

1. ارفض H_0 إذا كان $d < d_L$

2. ارفض H_0 إذا كان $d > 4 - d_L$

$$4-d_U \leq d \leq 4-d_L$$

Autocorrelation

$4-d_U \leq d \leq 4-d_L$

1. لا ترفض H_0 إذا كان $d_U < d < 4 - d_U$
2. الإختبار غير حاسم إذا كان: $d_L \leq d \leq d_U$
أو: $4-d_U \leq d \leq 4-d_L$
5. لا يمكن التقرير بوجود أو عدم وجود الارتباط التسلسلي إذا وقع d في المنطقة الغير حاسمة.
6. عند هذه الحالة ينبغي الحصول على بيانات إضافية أو عينة أخرى.
7. مع ملاحظة أن

تغير تباين عامل الخطأ Heteroscedasticity

■ هي الحالة التي يكون فيها تباين عامل الخطأ غير ثابت لكل قيم المتغير المستقل:

أي ■ $E(X_i, \varepsilon_i) \neq 0$

أي ■ $E(\varepsilon_i)^2 \neq \sigma^2$

■ وهذا يخالف الفرضية الثالثة لنموذج إنحدار OLS .

تغير تباين عامل الخطأ Heteroscedasticity

- وهذا يحدث بشكل رئيسي في البيانات المقطعية.
- مثال ذلك : تباين الخطأ المرافق لإنفاق أسر الدخل المنفقة أصغر من تباين بالنسبة للأسر ذوي الدخل المرتفعة ، حيث أن معظم إنفاق الأسر الفقيرة على الضروريات مع إمكانية محدودة للاختيار.
- عدم وجود تغير تباين عامل الخطأ هو Homoscedasticity أي ثبات التباين.

تغير تباين عامل الخطأ Heteroscedasticity

■ نتائج وجود المشكلة:

- وجود المشكلة لا يلغي النزاهة للمعلومات ،
- تقديرات معلومات المربعات الصغرى تصبح غير فعالة، أي لها تباينات أكبر من أدنى التباينات.
- وجود المشكلة يجعل تباينات المعلومات غير نزيهة الأمر الذي يقود إلى إختبارات غير صحيحة للمعلومات ، ومجالات ثقة غير نزيهة.

تغير تباين عامل الخطأ Heteroscedasticity

إختبار وجود المشكلة:

يمكن إختبار وجود المشكلة بإجراء إختبار Gold Feld-Quandt على النحو التالي

1. ترتيب البيانات من القيم الصغيرة إلى الكبيرة للمتغيرات المستقلة.
2. عمل إنحدارين :
 1. الأول للقيم الصغيرة لـ X
 2. الثاني للقيم الكبيرة لـ X
3. إلغاء المنتصف – الخمس- من القراءات.
4. عمل نسبة : إجمالي مربعات الأخطاء للإنحدار الثاني/إجمالي مربعات الأخطاء للإنحدار الأول

$$\frac{E S S_2}{E S S_1}$$

5. إختبار النسبة لإيجاد مدى إختلافها عن الصفر بصورة كبيرة.

تغير تباين عامل الخطأ Heteroscedasticity

5. استخدام توزيع F لهذا الاختبار مع درجة حرية .

$$\frac{(n - d - 2k)}{2}$$

وفيها $n =$ عدد القراءات d عدد القراءات المحذوفة k عدد المعلومات.

6. يكون الاختبار أكثر فعالية مع العينات الكبيرة ، 30 أو أكبر.

7. إذا لم تحذف البيانات الوسطى ، فغن الاختبار يظل صحيحا، ولكن تضعف قوته في إظهار المشكلة.

تغير تباين عامل الخطأ Heteroscedasticity

■ تصحيح المشكلة:

- يمكن تصحيح المشكلة بقسمة كل عنصر من عناصر النموذج على X ثم إعادة تقدير الانحدار باستخدام المتغيرات المحولة.
- في حالة الانحدار البسيط لنموذج مثل

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

- نحصل على :

$$\frac{Y}{X} = \frac{\beta_0}{X} + \beta_1 + \frac{\varepsilon}{X}$$

- فيكون عنصر الخطأ المحول الآن ذو تباين ثابت
- يلاحظ في النموذج بأن المقطع قد أصبح الآن متغيراً، بينما معامل الميل قد أصبح مقطوعاً.

تغير تباين عامل الخطأ Heteroscedasticity

■ نتائج التصحيح:

- يجب الجذر في تفسير نتائج الانحدار.
- وبما أن الانحدار الجديد فيه ذو تباين ثابت فإن تقديرات OLS ليست فقط نزيهة و مترابطة ولكن فعالة أيضا.
- في حالة الانحدار المتعدد، نقسم كل عامل في الانحدار على المتغير المستقل الذي يظن بأنه سبب المشكلة ، فننقل X_2
- فيكون لدينا

$$\frac{Y}{X_2} = \frac{\beta_0}{X_2} + \beta_1 \frac{X_1}{X_2} + \beta_2 + \frac{\varepsilon}{X_2}$$