

Kjersti Wæge

Samtaletrekk – redskap i matematiske diskusjoner

Matematiske diskusjoner og kommunikasjon fremheves som avgjørende for elevers forståelse og læring i matematikk.¹ Carpenter, Franke og Levi (2003) påpeker at:

Students who learn to articulate and justify their own mathematical ideas, reason through their own and others' mathematical explanations, and provide a rationale for their answers develop a deep understanding that is critical to their future success in mathematics and related fields. (p. 6)

Denne artikkelen fokuserer på hvordan lærere kan bruke matematiske samtaler til å fremme elevers tenkning og læring i matematikk. Den beskriver redskaper som kan brukes for å implementere diskusjoner i matematikk og for i større grad å involvere elevers tenkning i undervisningen.

Målet er ikke å øke mengden av samtaler i klasserommet, men å øke mengden av samtaler med høy kvalitet - matematisk produktive

samtaler. Å lede matematiske samtaler eller diskusjoner kan være utviklende og utfordrende for læreren. Det er enkelt å starte diskusjoner med å spørre elevene om hvordan de tenker. Men hva så? Matematiske diskusjoner handler ikke bare om at elevene skal få forklare hva de har tenkt. Lærerens rolle i helklassesdiskusjoner vil være å hjelpe elevene til å se sammenhenger mellom ulike fremgangsmåter og å se sammenhenger mellom dem og de matematiske ideene som utgjør læringsmålene for timen (Smith & Stein, 2011). Læringsmålene for timen vil hjelpe lærerne til å vite hva de skal lytte etter, og hvilke ideer de skal forfølge og fremheve i diskusjonen. Smith og Stein (2011) beskriver betydningen av at lærere spesifiserer tydelige læringsmål før de planlegger diskusjonen.

Samtaletrekk

Det finnes utallige tekster, eksempler og videoer som viser gode diskusjoner i matematikk.² Hvordan kan vi som matematikklærere gå frem for å lede matematiske diskusjoner, for å implementere diskusjoner av høy kvalitet i egne klasserom? Chapin, O'Connor og Anderson (2009) presenterer fem samtaletrekk som kan være til hjelp.

De fremhever også betydningen av å etablere et trygt klasseromsmiljø med tydelige regler for respektfulle samtaler. De gir utdypende beskrivelser av hvordan læreren kan gå frem for å

Kjersti Wæge

Matematikksenteret

kjersti.wage@matematikksenteret.no

Artikkelen er basert på forfatterens plenumsforedrag, Novemberkonferansen 2014.

| Samtaletrekk | Det kan høres ut som... | Hva en lærer gjør |
|-----------------|---|---|
| 1. Gjenta | «Så du sier at ...?» | Repeterer deler eller alt en elev sier, og ber deretter eleven respondere og bekrefte om det er korrekt eller ikke. |
| 2. Repetere | «Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?» | Spør en elev om å gjenta en annens elevs resonnering |
| 3. Resonnere | «Er du enig eller uenig, og hvorfor?» «Hvorfor gir det mening?» | Spør elevene om å bruke deres egen resonnering på noen andres resonnering |
| 4. Tilføye | «Har noen noe de vil føye til?» | Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon |
| 5. Vente | «Ta den tiden du trenger ... vi venter.» (Teller sakte til 10 inni deg.) | Venter uten å si noe |
| 6. Snu og snakk | «Snu og snakk med sidemannen din» | Sirkulerer og lytter til samtale mellom elevene. Bruker informasjonen til å velge hvem du skal spørre. |
| 7. Endre | «Har noen av dere forandret tenkingen deres?» | Tillater elevene å endre tenkingen etter som de får ny innsikt. |

Figur 1: Samtaletrekk for å støtte klasseromsdiskusjoner (Chapin et al., 2009; Kazemi & Hintz, 2014)

lykkes i å etablere et slikt miljø. Deretter kan læreren bruke samtaletrekkene for å implementere diskusjoner i klasserommet.

Denne artikkelen beskriver jeg de fem samtaletrekkene som Chapin og kolleger presenterer (Chapin et al., 2009, s. 13–18). Deretter presenteres to samtaletrekk som Kazemi og Hintz (2014). Oversikten i figur 1 er relatert til eksempel fra barnetrinnet, men samtaletrekkene kan brukes på alle klasstrinn.

Samtaletrekk 1: Gjenta

Når elever snakker om matematikk, kan det noen ganger være vanskelig å forstå hva de sier. Selv om de tenker og resonnerer på en fornuftig måte, kan det være vanskelig for dem å sette ord på det. Lærerens mål er å hjelpe alle elevene til å tenke og resonnerer matematisk. Det er viktig at ikke bare forståelige bidrag blir tatt i betrakt-

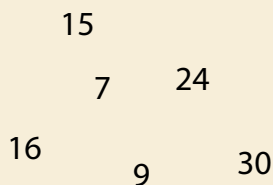
ning. Lærere trenger samtaletrekk til hjelp for å håndtere uklarheter i elevenes forklaringer. De trenger redskap som kan bidra til å få klarhet i hvordan elevene tenker, og som kan hjelpe andre elever til å følge med på hvordan medelevene resonnerer. Samtaletrekket «gjenta» er et slikt redskap. Læreren gjentar helt eller delvis det en elev sier, og ber så elevene gi tilbakemelding på om det er korrekt eller ikke.

Chapin et al. (2009) bruker et eksempel fra fjerde trinn for å illustrere de fem samtaletrekkene.³ Læreren i eksemplet har gitt elevene en rekke tall, og i en helklassediskusjon spør hun dem om tallene er partall eller oddetall. Klassen har på forhånd etablert at et tall som kan deles inn i to like store grupper, er et partall (figur 2).

1. Tore: Hvis vi kan bruke tre, så det kan gå inn i det, men tre er oddetall. Så

Partall eller oddetall?

Hvis du kan dele et tall i to like store grupper, så er det et partall.



Figur 2: Tore har arbeidet med tallet 24.

hvis det var ... men ... tre er et partall. Jeg mener oddetall. Så hvis det er oddetall, så er det ikke partall.

2. Lærer: Ok, la meg se om jeg forstår. Så du sier at tjuefire er et oddetall?

3. Tore: Ja. Fordi tre går inn i det, fordi tjuefire delt på tre er åtte. (s. 14, min oversettelse)

Det er vanskelig for læreren å forstå hva Tore sier, men hun tenker at han kanskje sier at 24 er et oddetall. Hun gjetter ved å bruke gjenta-trekket: «Så du sier at tjuefire er et oddetall?» Hun spør Tore om hennes forståelse er korrekt, og han får en sjanse til å tydeliggjøre hva han mener. Svaret forteller henne at Tore har en misoppfatning om partall og oddetall. Hun har fått større innsikt i hvordan eleven tenker. Samtaletrekket gjør elevenes ideer tilgjengelige for lærer og elever. Elevene får tid til å tenke, slik at de lettere kan følge med på det matematiske innholdet.

Samtaletrekk 2: Repetere

Læreren kan også utvide gjenta-trekket til å gjelde medelevene ved å spørre en elev om han eller hun kan gjenta hva en annen elev har sagt, og så umiddelbart følge opp den første eleven. Læreren i eksemplet fortsetter samtalen ved å bruke repetere-trekket.

4. Lærer: Kan noen repetere det Tore nettopp sa med deres egne ord? Anne?

5. Anne: Hm, jeg tror jeg kan det. Jeg tror han sa at tjuefire er oddetall, fordi det kan deles med tre.

6. Lærer: Er det riktig, Tore? Var det det du sa?

7. Tore: Ja.

Samtaletrekket gir elevene tid til å fordøye en idé, de får høre den på en annen måte. Dette kan være spesielt verdifullt for elever som ikke har norsk som førstespråk. Læreren får bekreftet at andre elever har hørt ideen til eleven, og hun viser elevene at ideene deres er viktige.

Samtaletrekk 3: Resonnere

Etter at en eleven har kommet med en påstand, og læreren er sikker på at elevene har hørt den og hatt tid til å tenke over den, kan hun fortsette samtalen for å få frem hvordan elevene resonnerer omkring den. Læreren i eksemplet bruker resonner-trekket til å forfølge en påstand.

8. Lærer: Anne, er du enig eller uenig med det Tore sa?

9. Anne: Vel, jeg er på en måte ... som, jeg er uenig?

10. Lærer: Kan du fortelle oss hvorfor du er uenig med det han sa? Hvordan har du resonneret?

11. Anne: Fordi jeg trodde at vi sa i går at du kan dele partall på to. Og jeg tenker at du kan dele tjuefire på to. Og det er tolv. Så er ikke det et partall?

Ved å spørre Anne om og hvorfor hun er enig eller uenig i Tores påstand, settes fokus på Annes resonnerment. Læreren har ikke støttet noen av påstandene. Hun bruker samtaletrekken til å få i gang en diskusjon omkring ideer. Senere, når elevene i større grad forstår hva det handler om, er det viktig at læreren forsikrer seg om at elevene ender opp med en felles, korrekt forståelse av partall. Læreren spør ikke bare Anne om hun er enig eller ikke, hun følger også opp ved å be henne forklare hvorfor. I likhet med gjenta-trekket er hovedhensikten med

resonnere-trekket å be elevene forklare hvordan de tenker. Det kan fungere som en inngangsdør til hvordan elever tenker, og det hjelper dem til å engasjere seg i hverandres tenkemåter.

Samtaletrekk 4: Tilføy

Læreren i eksemplet ønsker å involvere flere i diskusjonen og spør om de andre elevene har noen kommentarer. Dette trekket kalles å tilføy, men aller først bruker hun gjenta-trekket for å tydeliggjøre de to påstandene.

12. Lærer: Så vi har to forskjellige ideer her om tallet tjuefire. Tore, du sier at tjuefire er et oddetall fordi du kan dele det på tre?

13. Tore: Ah, ja

14. Lærer: Og Anne, du sier at det er et partall fordi du kan dele det med to? Er det riktig?

15. Anne: Ja

16. Lærer: Ok, så hva med dere andre? Hvem vil føye til noe til denne diskusjonen? Er dere enige eller uenige med Annas eller Tores ideer? Fortell oss hva dere tenker, eller føy til andre kommentarer.

Chapin et al. (2009) hevder at dette trekket over tid vil bidra til at elevene blir mer villige til å komme med egne tanker og ideer i diskusjoner. Det kan oppmuntre elevene til å dele ideer. Det kan bidra til å etablere en norm om å se sammenhenger mellom matematiske ideer og bygge videre på dem.

Samtaletrekk 5: Vente

Det siste samtaletrekket handler om å være stille og gi elevene tid til å tenke. Læreren kan la elevene tenke i minst fem sekunder før hun ber om svar. Elevene kan også få minst fem sekunder til å organisere tankene sine. Etter at læreren i eksemplet har spurt om elevene har noe å tilføy, venter hun. To elever rekker umiddelbart opp hånda. Etter fem sekunder ser elevene at læreren fremdeles venter på flere bidrag. Elev-

ene i denne klassen vet at det ikke alltid er de raskeste elevene som får svare. De vet at hun vil vente til flere har fått tenkt. Etter ca. 20 sekunder begynner flere elever å rekke opp hånda. Etter 45 sekunder spør hun Tomas. Han nøler og sier ingenting, men etter 10 sekunder svarer han.

17. Tomas: Ja, jeg er enig med Annes ide, fordi den eneste måten du fortalte oss vi kan finne om noe er partall er å dele det med to. Og hvis vi deler tjuefire på tre, vi kan også dele det på fire. Og vi kan dele det på seks, også. Så jeg tenker vi bare skal holde oss til to.

Ved å vente gjør læreren det mulig for flere elever å delta. Selv om Chapin (2009) viser hvor viktig det er å gi elevene tid til å tenke, viser det seg at det er vanskelig for lærere å gjennomføre. (Et tips kan være å telle sakte til ti inni seg.) Vente-trekket kan bringe viktige bidrag fra flere elever inn i diskusjonen, og det kan kommunisere en forventning om at alle elever har viktige ideer de kan bidra med.

Kazemi og Hintz (2014) har som nevnt føyd til to samtaletrekk i tillegg til de fem som Chapin og kolleger beskriver. På grunn av plassmangel beskriver jeg ikke disse i samme detalj som de fem første samtaletrekkene.

Samtaletrekk 6: Snu og snakk

Samtaletrekket «snu og snakk» innebærer at læreren ber elevene om å snu seg til sidemannen for å diskutere et spørsmål eller en påstand. Deretter går læreren rundt og lytter til elevenes samtaler. Informasjonen hun får, bruker hun når hun skal velge hvem hun skal henvende seg til i helklassediskusjonen. Læreren får innsikt i hva elevene forstår, og hvordan de tenker. Elevene får tydeliggjøre og dele ideene sine med hverandre. De blir orientert mot hverandres tenkemåter (Kazemi & Hintz, 2014).

Samtaletrekk 7: Endre

Elevene får anledning til å endre tenking underveis. De får mulighet til å revurdere og endre tenkemåtene sine etter nye innspill. Å endre svar eller påstander underveis etter å ha fått ny innsikt blir dermed en naturlig del av elevenes læring. Kazar og Hinz (2014) beskriver hvordan dette kan rette fokus mot prosessen og ikkebare på produktet.

Egne erfaringer med samtaletrekk

Matematikksenteret har startet et forsknings- og utviklingsprosjekt som blant annet skal undersøke bruk av samtaletrekk knyttet til matematikklæreres kompetanseheving. I dette prosjektet samarbeider senteret med flere skoler i Trondheim, hvor vi prøver ut ulike aktiviteter og redskaper. Eksemplet under viser hvordan læreren, som er en av prosjektdeltakerne

| | | | | | | | |
|-----|------|------|------|--|--|--|--|
| 120 | 720 | 1320 | 1920 | | | | |
| 240 | 840 | 1440 | 2040 | | | | |
| 360 | 960 | 1560 | 2160 | | | | |
| 480 | 1080 | 1680 | | | | | |
| 600 | 1200 | 1800 | | | | | |

Figur 3: Telle i kor med 120.

| Transkripsjon | | Samtaletrekk |
|---------------|--|--------------|
| Lærer: | ... Andre forslag? | Tilføye |
| Olav: | Jeg hadde regnet ut alt i den rekka... så da hadde jeg liksom... først tok jeg 600 pluss 600 pluss 600 pluss 600 pluss 600 som er 3000. Og så er det tre på... ja... som er 360. | |
| Lærer: | Kan du gjenta det, Lise? | Repetere |
| | Lise gjentar ordrett det Olav sa. | |
| Lærer: | Hvorfor kan han legge på 360? | Resonnere |
| Lise: | Fordi det var litt over halvparten... | |
| Trond: | Det var tre sånne ruter og 120 ganger tre er 360 | |
| Lærer: | Supert. Var det slik du tenkte, Olav? | |
| Olav: | Ja. | |
| Lærer: | Var det noen som tenkte annerledes? | Tilføye |
| | (Venter uten å si noe) | Vente |
| Svein: | Jeg tok 2160 og så tok jeg og plusset på 1200, for 600 ganger to er 1200, så plusset jeg på med det da. | |
| Lærer: | Så du plusset på 600 eller 600 ganger to som ble 1200? | Gjenta |
| | (Læreren illustrerer det hun sier på tavla) | |
| Svein: | Ja, det stemmer | |

Figur 4

ved Matematikksenteret, bruker samtaletrekkene som et redskap i en helklassediskusjon på syvende trinn. Klassen arbeider med aktiviteten «Telle i kor». De starter på 120 og adderer 120 for hver gang. Læreren skriver tallene på tavla etter hvert som de teller (figur 3).

Eksemplet i figur 4 viser et utdrag fra aktiviteten. Læreren har stoppet elevene på 2160 og spurt dem hva de tror vil komme på plassen markert med rødt (samme rad, men to kolonner til høyre for 2160). Tidligere i aktiviteten har klassen begrunnet at tallene øker med 600 for hver kolonne.

En av elevene foreslår 3360, og læreren spør om noen har andre forslag.

Eksemplet viser hvordan læreren bruker de fem første samtaletrekkene i helklassediskusjonen. I denne korte sekvensen er det fire elever som deltar i den matematiske samtalen, og det var merkbart i resten av samtalen at mange elever deltok i diskusjonen, også flere elever som typisk ikke deltar i matematiske samtaler. Prosjektet er i oppstartsfasen, men vi har rukket å prøve ut de syv samtaletrekkene i ulike klasser og på ulike trinn. Våre foreløpige erfaringer viser at samtaletrekkene fungerer som redskap for lærere også i den norske konteksten. De hjelper til å engasjere elevene i samtalene og til å få dem til å begrunne løsninger og se sammenhenger mellom fremgangsmåter. De er også gode redskaper for å fremme elevers læring og forståelse i matematikk og lede elevene til formulerte læringsmål.

Noter

- 1 Se for eksempel Chapin, O'Connor, & Anderson, 2009; Cobb, Boufi, McClain, & Whitenack, 1997; NCTM, 2014
- 2 (Se for eksempel Boaler & Humphreys, 2005; Carpenter, Franke, & Levi, 2003a; Kazemi & Hintz, 2014)
- 3 Utdrag fra klasseromssamtaler er oversatt av forfatteren.

Referanser

- Boaler, J., & Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas*. Portsmouth: Heinemann.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically. Integrating Arithmetic & Algebra in Elementary School*. Portsmouth: Heinemann.
- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions. Using math talk to help students learn*. Sausalito: Math Solutions.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258-277.
- Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk. How to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland, Maine: Stenhouse Publishers.
- NCTM. (2014). *Principles to Actions. Ensuring Mathematical Success for All*: National Council of Teachers of Mathematics.
- Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions*. Reston: NCTM.