به نام خداوند جان و خرد

دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

اصول سیستم‌های مخابراتی

استاد: دکتر مریم صباغیان

پروژه شماره۳

نام و نام خانوادگی	محمدامین علی‌نژاد
شماره دانشجویی	۸۱۰۱۹۹۴۶۳
تاریخ ارسال گزارش	۱۴۰۲ / ۱۰ / ۲۴

فهرست گزارش سوالات (لطفاً پس از تکمیل گزارش، این فهرست را به‌روز کنید.)

بخش ۱ – آمار و احتمالات (توزیع رایلی)

- ## تابع چگالی احتمال و رسم آن:

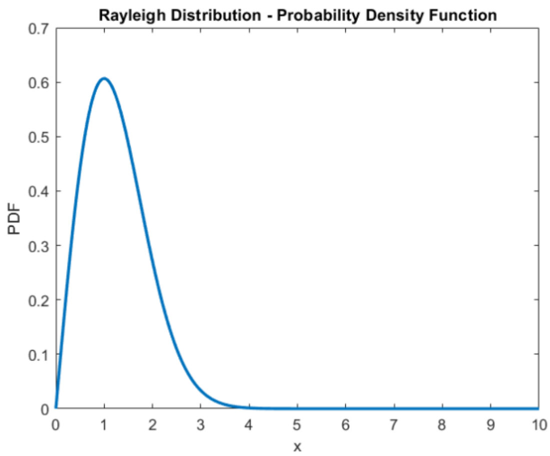
در ابتدا، به صورت دستی مقادیر واریانس و میانگین این فرایند تصادفی که توزیع رایلی دارد را محاسبه میکنیم.

$$\begin{cases} X\sim N(0,1) \Rightarrow f_X(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}} \\ Y\sim N(0,1) \Rightarrow f_Y(y)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}} \end{cases} \xRightarrow{Z=\sqrt{X^2+Y^2}} CDF: \boxed{F_Z(z)=1-e^{-\frac{z^2}{2}}} \xRightarrow{f_Z(z)=\frac{dF_Z(z)}{dz}} PDF: \boxed{f_Z(z)=ze^{-\frac{z^2}{2}}}$$

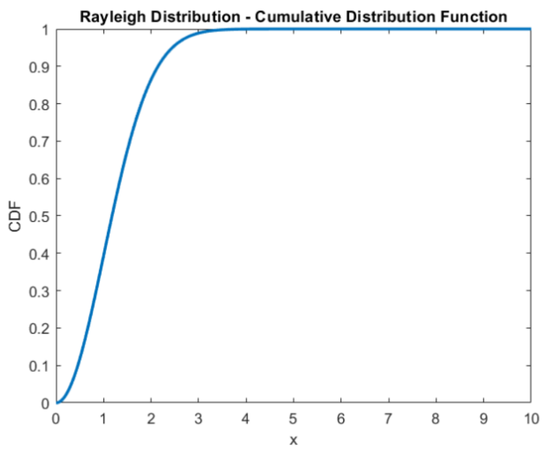
$$Mean(Z)=E(Z)=\int_{-\infty}^{+\infty} zf_Z(z)dz=\int_{-\infty}^{+\infty} z^2e^{-\frac{z^2}{2}}dz=\boxed{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}$$

$$Variance(Z)=\sigma_Z^2=E(Z^2)-E(z)^2=\boxed{\frac{4-\pi}{2}}$$

اکنون تابع توزیع این فرایند و چگالی طیف آن را رسم میکنیم.



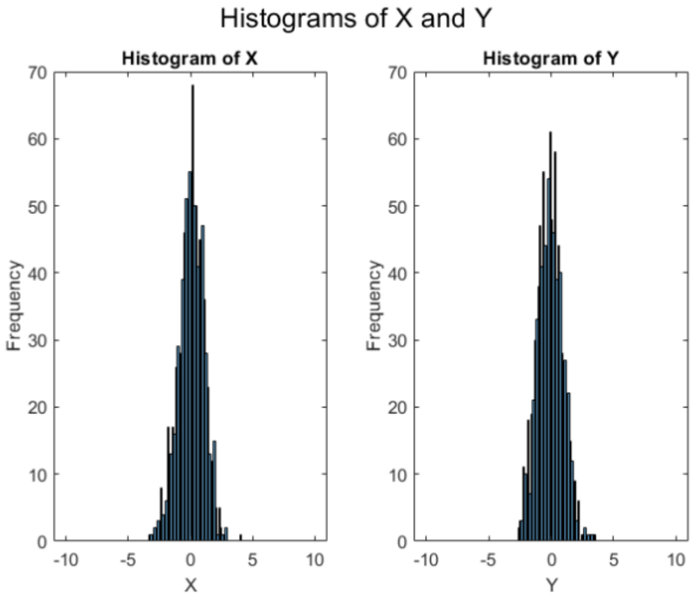
۱-۱ تابع توزیع فرایند رایلی



۱-۲ چگالی طیف فرایند رایلی

- ## تولید متغیرهای تصادفی نرمال:

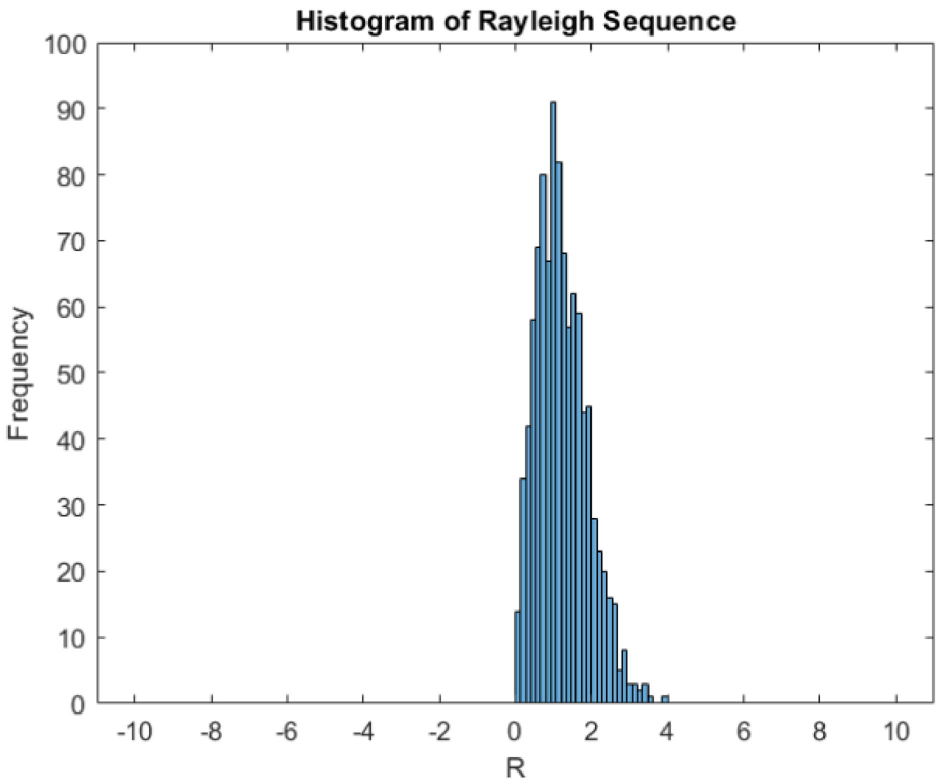
هیستوگرام دو متغیر را رسم کرده و مشاهده میشود که مطابق انتظار، مقادیر رندومی به ازای هر خانه رسم شده اند. همچنین شمای کلی یک متغیر گوسی در این هیستوگرام مشاهده میشود. این اتفاق مطابق با انتظار ماست زیرا نحوه تعریف متغیرهای تصادفی طبق صورت پروژه، به این شکل بوده است.



۱-۳ تصویر نمودار هیستوگرام دو متغیر تصادفی X و Y

- **تولید متغیر تصادفی رایلی:**

بر اساس رابطه فرایند تصادفی رایلی، کد متلب را پیاده‌سازی کرده و نمودار هیستوگرام را رسم میکنیم.



۱-۴ تصویر نمودار هیستوگرام فرایند تصادفی رایلی

همانطور که مشاهده میشود، شکل بدست آمده تا حدود خوبی شبیه به شکل رسم شده در بخش اول میباشد با این تفاوت که به صورت نمونه‌گیری شده، مقادیر فرکانس ترسیم شده است.

```
Average of the Rayleigh sequence: 1.2300
Variance of the Rayleigh sequence: 0.4399
```

۱-۵ مقادیر میانگین و واریانس توزیع رایلی در حالت شبیه‌سازی

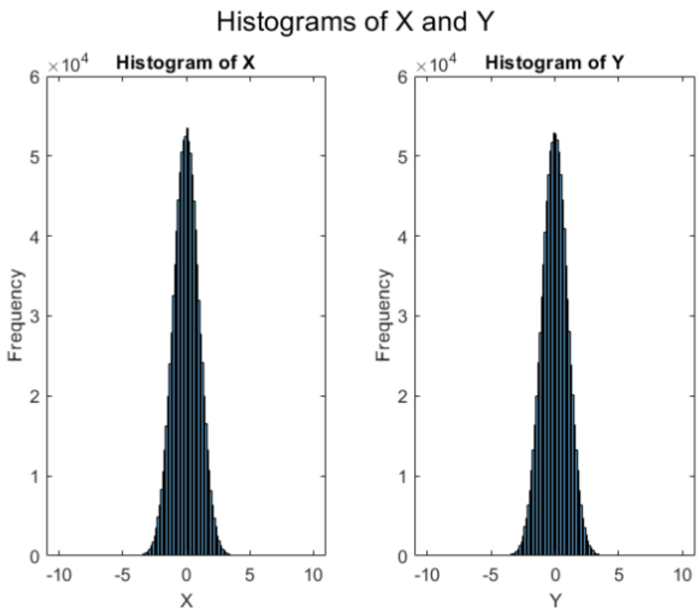
```
Average of the Rayleigh sequence: 0.0999
Variance of the Rayleigh sequence: 0.0343
```

۱-۶ مقادیر میانگین و واریانس توزیع رایلی در محاسبات دستی

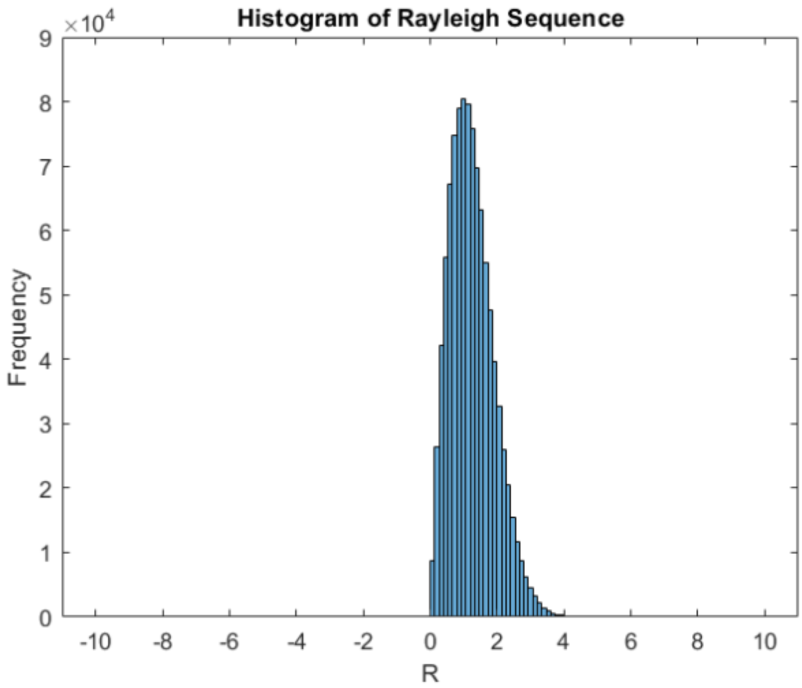
همانطور که مشاهده میشود، مقادیر خطا و میانگین در حالت محاسبات دستی کمتر میباشد. زیرا در شبیه‌سازی متلب بر اساس هیستوگرام های رسم شده، درصدی خطا و تخمین در محاسبات وجود دارد و از طرف دیگر امکان پیوسته در نظر گرفتن سیگنال ها موجود نیست.

لذا این امر موجب بروز واریانس و خطای بیشتر در مقدار N خواسته شده میشود.

- **تاثیر افزایش N:**



۱-۷ تصویر نمودار هیستوگرام دو متغیر تصادفی X و Y در نمونه‌برداری با سمپل بیشتر



۱-۸ تصویر نمودار هیستوگرام فرایند تصادفی رایلی در نمونه‌برداری با سمپل بیشتر

با افزایش مقدار نمونه‌برداری، شباهت نمودار هیستوگرام با نمودار رسم شده در بخش الف بسیار افزایش پیدا میکند و تقریبا یکی میشود. زیرا با افزایش این مقدار، درواقع سیگنال گسسته رسم شده، شباهت بیشتری با سیگنال پیوسته اصلی خواهد داشت و اطلاعات کمتری از دست خواهد رفت.

بخش ۲ – فرایند تصادفی

- **میانگین و خودهمبستگی فرایند تصادفی X(t):**

$$E\{X(t,\theta)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{X}(t,\theta)\, f_\Theta(\theta) d\theta = \int_0^{2\pi} 10(\cos(5\pi t + \theta))\frac{1}{2\pi} d\theta$$

$$\Rightarrow E\{X(t,\theta)\} = \frac{10}{2\pi}\int_0^{2\pi} (\cos(5\pi t)\cos(\theta) - \sin(5\pi t)\sin(\theta))\, d\theta = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{E\{X(t,\theta)\} = 0}$$

$$R_x(t+\tau, t) = R_x(\tau) = E\{X(t+\tau)X(t)\}$$

$$\Rightarrow R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{X}(t+\tau,\theta)\mathrm{X}(t,\theta)\, f_\Theta(\theta) d\theta = \int_0^{2\pi} 100(\cos(5\pi(t+\tau)+\theta))(\cos(5\pi t + \theta))\frac{1}{2\pi} d\theta$$

$$\Rightarrow R_x(\tau) = \frac{100}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1}{2}[\cos(5\pi(2t+\tau)+2\varphi) + \cos(5\pi\tau)]\, d\theta$$

$$\Rightarrow R_x(\tau) = \frac{100}{4\pi}\int_0^{2\pi} [\cos(5\pi(2t+\tau)+2\varphi) + \cos(5\pi\tau)]\, d\theta = \frac{100}{4\pi}(2\pi)\cos(5\pi\tau)$$

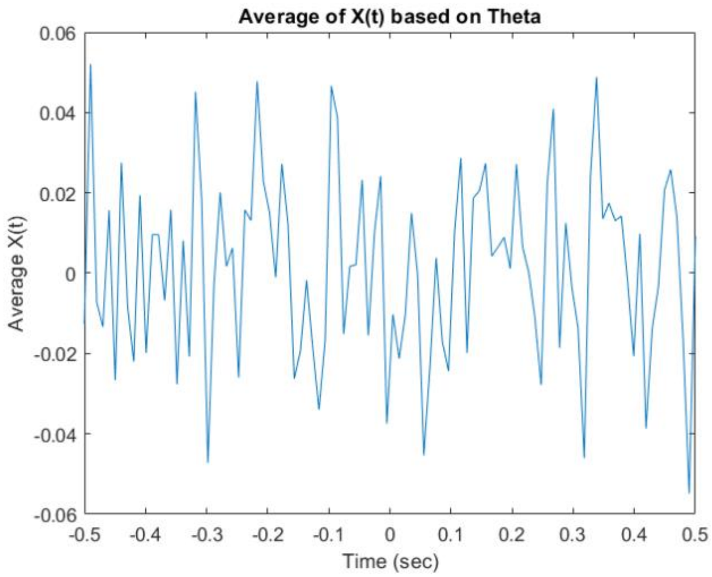
$$\Rightarrow \boxed{R_x(\tau) = 50\cos(5\pi\tau)}$$

مقدار میانگین این فرایند برابر با یک عدد ثابت میباشد و وابستگی به مقدار t یا Φندارد.

از طرف دیگر تابع خودهمبستگی این فرایند نیز تنها تابع tau میباشد و وابستگی به t ندارد.

لذا این فرایند، یک فرایند ایستان میباشد.

- **رسم نمودار میانگین فرایند تصادفی X(t):**



۲-۱ نمودار میانگین فرایند تصادفی بر اساس تتا

همانطور که مشاهده میشود، مقدار میانگین این فرایند تقریبا برابر با صفر میباشد. این اتفاق مطابق انتظار ماست زیرا در محاسبات دستی نیز مقدار میانگین را برابر با صفر بدست آوردیم.

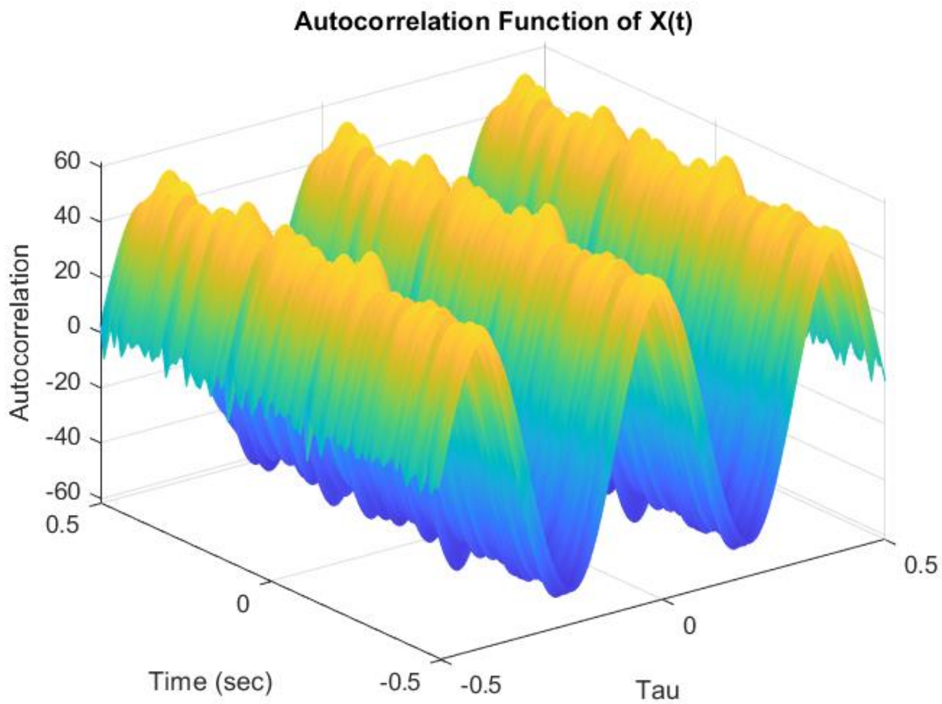
- **رسم نمودار خودهمبستگی فرایند تصادفی X(t):**

در این قسمت برای بدست آوردن تابع خودهمبستگی، از یک حلقه for استفاده میکنیم و با استفاده از مقدار tau که بر اساس حدود زمان معمول محاسبات تعریف شده است، مقدار تابع خودهمبستگی را با کانولوشن عبارت بر حسب t و بر حسب tau بدست میاوریم.

سپس با استفاده از دستور mesh، نمودار ۳بعدی این تابع را رسم میکنیم.

نتیجه‌گیری حاصل از این دو نمودار، میتواند به شرح زیر باشد:
نمودار میانگین، تقریبا مقدار ثابتی دارد و برابر صفر میباشد.

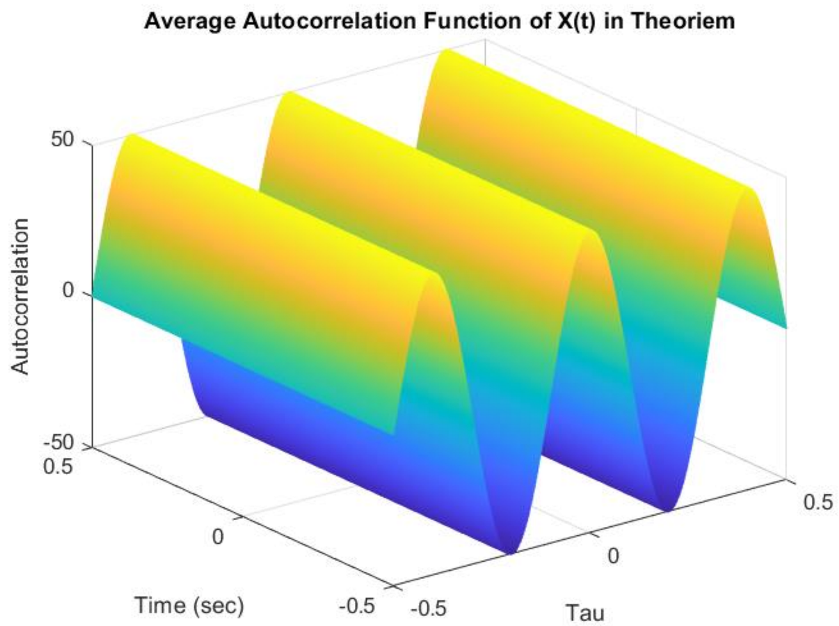
از طرف دیگر، در نمودار ۳ بعدی رسم‌شده تابع خودهمبستگی، مشاهده میشود که به ازای tau های مختلف، این تابع مقادیر تقریبا یکسانی دارد و وابسته به t نمیباشد. لذا میتوان نتیجه گرفت که این فرایند، یک فرایند ایستان است.



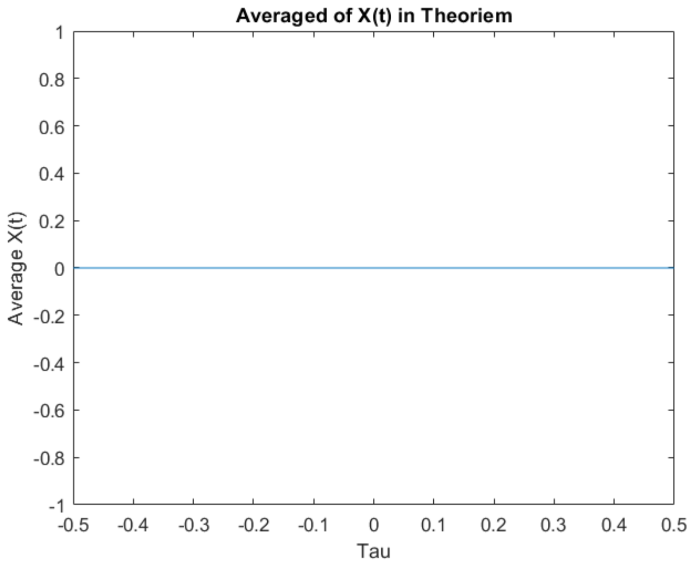
۲-۲ تابع خودهمبستگی بر اساس t و tau به صورت سه بعدی

- **مقایسه با محاسبات تئوری:**

ابتدا نمودارهای خواسته شده را مجدد برای حالت تئوری رسم میکنیم و سپس به مقایسه با حالت پیاده-سازی در متلب میپردازیم.



۲-۳ تابع خودهمبستگی بر اساس t و tau به صورت سه بعدی بر اساس محاسبات تئوری

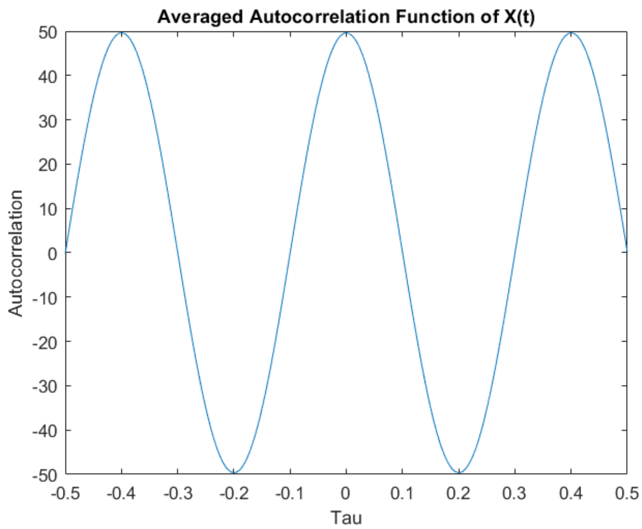


۲-۴ نمودار میانگین فرایند تصادفی بر اساس تتا بر اساس محاسبات دستی

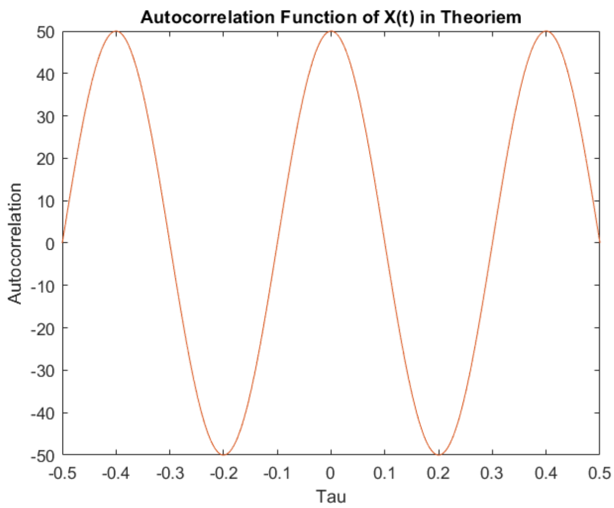
همانطور که مشاهده میشود، جوابها به طور تقریبی با یکدیگر برابر میباشند.

علت تفاوت اندک بوجود آمده، در مقادیر نمونه‌برداریست که مقدار کمی خطا ایجاد میکند.

- **ایستان‌سازی فرایند:**



۲-۵ ایستان‌سازی در پیاده‌سازی متلب



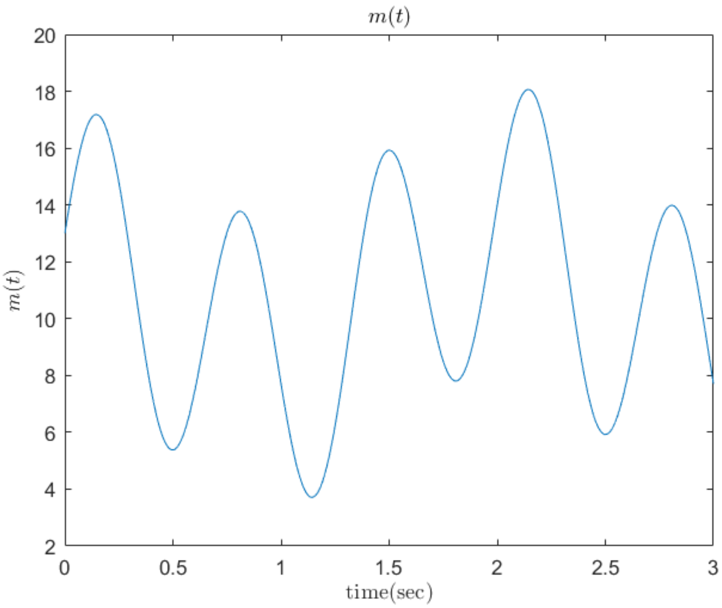
۲-۶ ایستان‌سازی بر اساس محاسبات تئوری

همانطور که مشاهده میشود، نتایج یکسان هستند. در شکل ۲-۵ نسبت به میانگین بدست آمده، نسبت به زمان میانگیری کرده‌ایم و در حالت دوم و تئوری، از میانگین بدست آمده نسبت به tau میانگین‌گیری کرده‌ایم.

بخش ۳ – آشنایی با مخابرات دیجیتال (کوانتیزاسیون)

- **تعریف سیگنال پیوسته:**

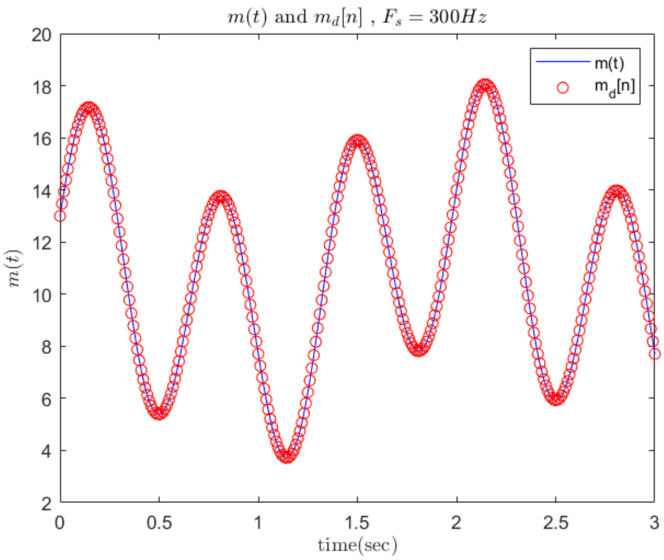
سیگنال خواسته شده را بر اساس تعداد نمونه‌گیری ۵۰۰۰۰ تایی رسم میکنیم. این سیگنال با توجه به نرخ بالای نمونه‌برداری، مانند یک سیگنال پیوسته عمل میکند.



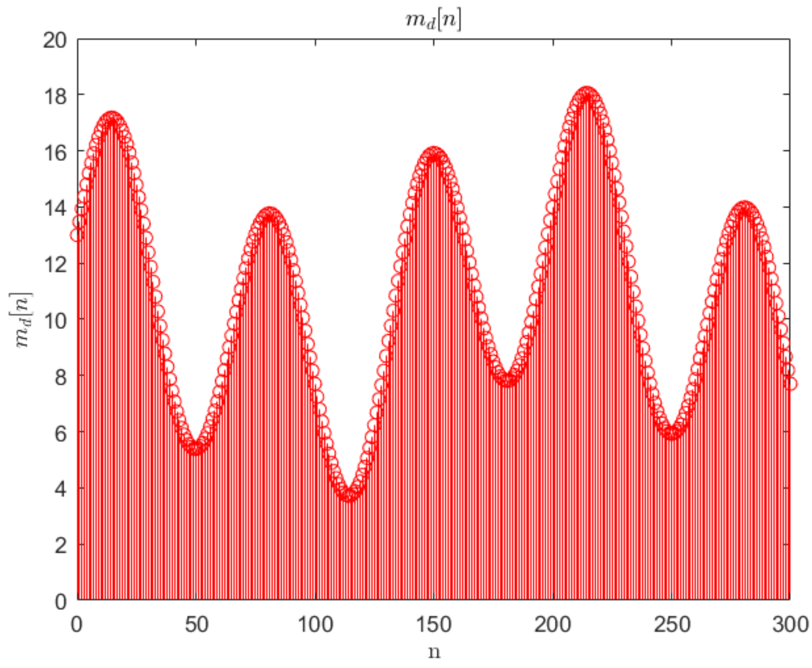
۱-۳ سیگنال پیوسته فرایند خواسته شده

- **نمونه‌برداری و تعریف سیگنال گسسته:**

با نمونه‌برداری با تعداد نرخ پایین‌تر، یک سیگنال گسسته در زمان را رسم میکنیم.



۲-۳ نقاط منحنی سیگنال گسسته

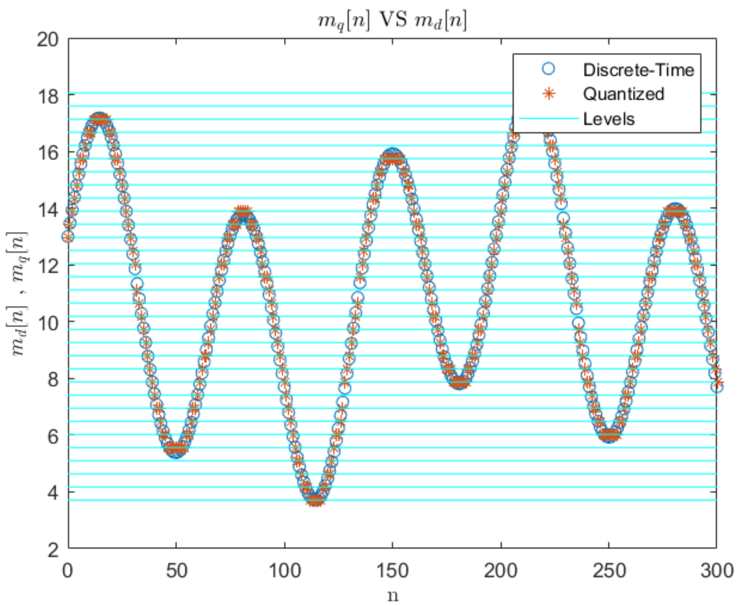


۳-۳ سیگنال گسسته و رسم مقادیر هر یک از المان‌های آن

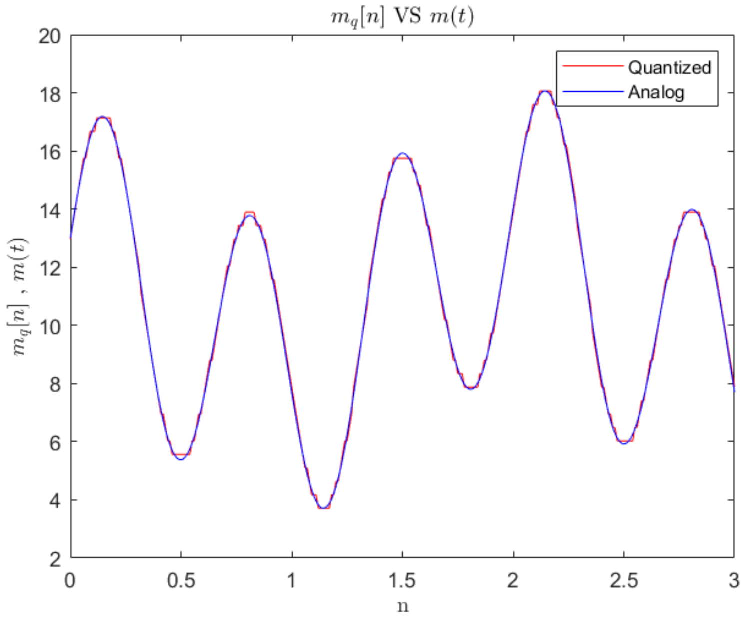
- **کوانتیزاسیون:**

برای انجام این کار، ۳۲ سطح مختلف تعریف میکنیم و با استفاده از یک حلقه for تو در تو، مقادیر هر یک از سمپل‌های بدست آمده را به یکی از سطح‌های تعریف شده، اتلاق میکنیم.

این کار با پیدا کردن ماکسیمم و مینیمم هر مرکز و اتلاق آن به نزدیک‌ترین سطح بالا یا پایین آن انجام میشود.



۴-۳ تعیین سطح‌های مختلف کوانتیزاسیون

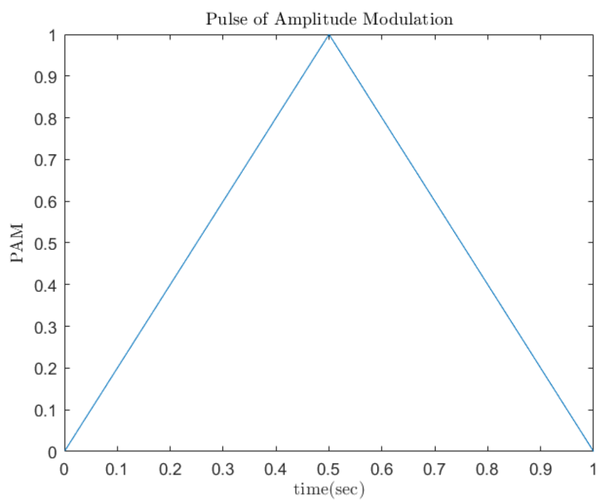


۳-۵ پیاده‌سازی حالت کوانتیزه شده و مقایسه آن با سیگنال پیوسته در زمان

همانطور که مشاهده میشود به جز بعضی از نواحی اکستریم، در سایر نقاط با توجه به تعداد نمونه‌برداری، سیگنال کوانتیزه شده تطبیق مناسبی با سیگنال پیوسته دارد.

- **دیجیتال‌سازی سیگنال کوانتایز شده:**

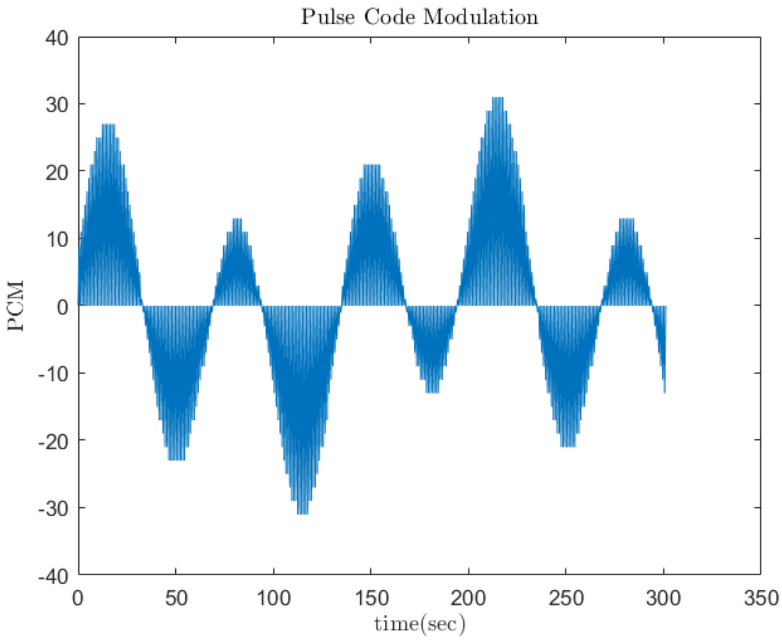
ابتدا شکل پالس قرار گرفته در فایل p.mat را رسم میکنیم.



۳-۶ پالس مثلثی برای پیاده‌سازی دیجیتال کردن سیگنال کوانتایز شده

اکنون برای محاسبه توان، مقدار هر خانه از پالس را به توان ۲ رسانده و با یکدیگر جمع میزنیم.

```
PAM_Egy = 333.3340
```

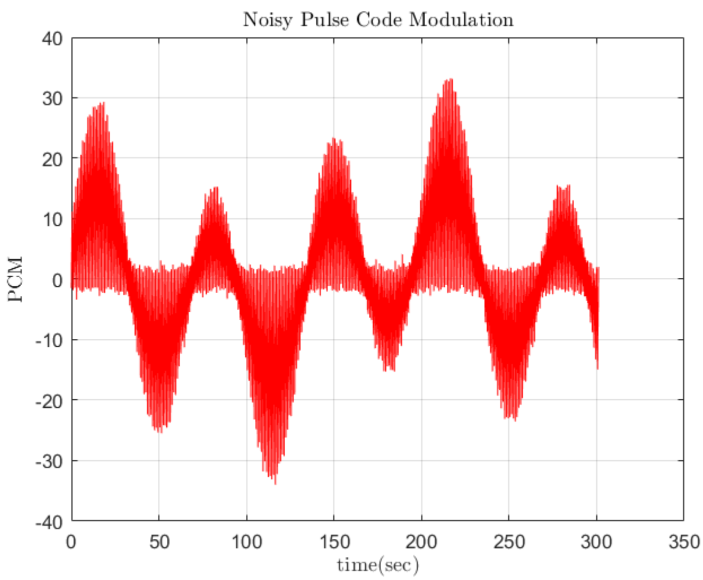


۳-۷ تصویر دیجیتال شده سیگنال کوانتیزه شده

در نهایت با کدگذاری مناسب بر اساس توابعی مانند dec2bin و bin2gray، هر مقدار کوانتیزه شده را با یک خط آدرس مشخص میکنیم و در نهایت فرایند دیجیتال‌سازی را بر اساس پالس p انجام میدهیم.

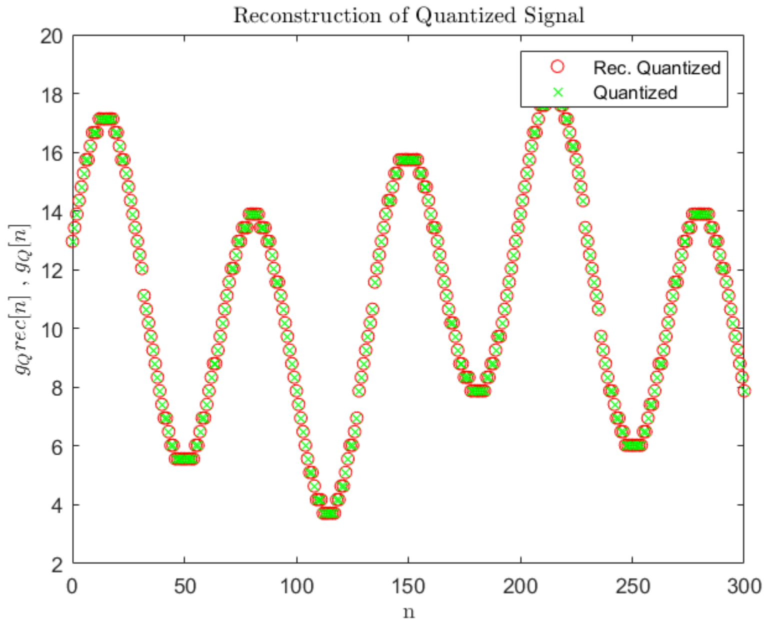
- **دریافت سیگنال دیجیتال در گیرنده:**

ابتدا بر اساس رابطه بین SNR و توان سیگنال اصلی و توان نویز، توان نویز موجود را بدست میاوریم. سپس بر اساس نوع تعریف نویز که یک نویز گوسی درنظر گرفته شده است، در متلب این نویز را تعریف کرده و به گیرنده اضافه میکنیم.



۳-۸ سیگنال دریافت شده در گیرنده به همراه نویز

- **دیکود کردن سیگنال دیجیتال:**



۳-۹ سیگنال دیکود شده و دریافت شده در قسمت پایانی

همانطور که مشاهده میشود، پس از تعیین دامنه هر واحد از سیگنال در گیرنده به وسیله یک حلقه for تو در تو، شکل بدست آمده را رسم میکنیم که مشابه تصویر بالا میباشد.

از طرفی خطای بدست آمده در این دیکودینگ با مقدار کوانتایز شده سیگنال، صفر است و سیگنال به صحت دریافت شده است.

بخش ۴ – لینک اکانت گیتهاب پروژه

با توجه به خواست صورت پروژه، یک Repository برای این پروژه تعریف شده و اطلاعات این پروژه در آن قرار گرفته است که لینک آن را در ادامه میتوانید مشاهده کنید.

https://github.com/MA-Alinejad/Random-process-and-Quantization-in-Communication-Systems