LAB #9

Soluzione di problemi di conduzione stazionaria e transitoria in 2D, con uno schema alle differenze finite

1) Si consideri la sezione di una trave in acciaio, riportata in Figura 1.

a. Si calcoli e si rappresenti la mappa di temperatura in condizioni stazionarie, quando le condizioni al contorno sono quelle rappresentate in figura, con Tin = 20°C;
b. Si calcoli la potenza dispersa dai bordi che si trovano a temperatura inferiore per unità di lunghezza della trave;
c. **(A CASA)** Se la condizione al contorno sul bordo interno, dove è applicata la Tin, fosse modificata in una condizione al contorno convettiva con aria a Tin = 20°C e un coefficiente di scambio termico pari a 5 W/m^2K, come cambierebbero la mappa di temperatura e la potenza dispersa per unità di lunghezza della trave?
d. A partire dalla soluzione stazionaria al punto a, studiare l'evoluzione di temperatura nel punto (0.05 m,0.05 m) quando la trave sia soggetta a un transitorio in cui la temperatura sulla superficie esterna varia nel tempo secondo la funzione:

$$T_e[\,^oC] = 5 + 15\cos(2\pi \frac{t}{24\,h})$$

Per l'acciaio si assuma la densità di 7800 kg/m3, conducibilità termica di 10 W/mK e calore specifico di 450 J/kgK.

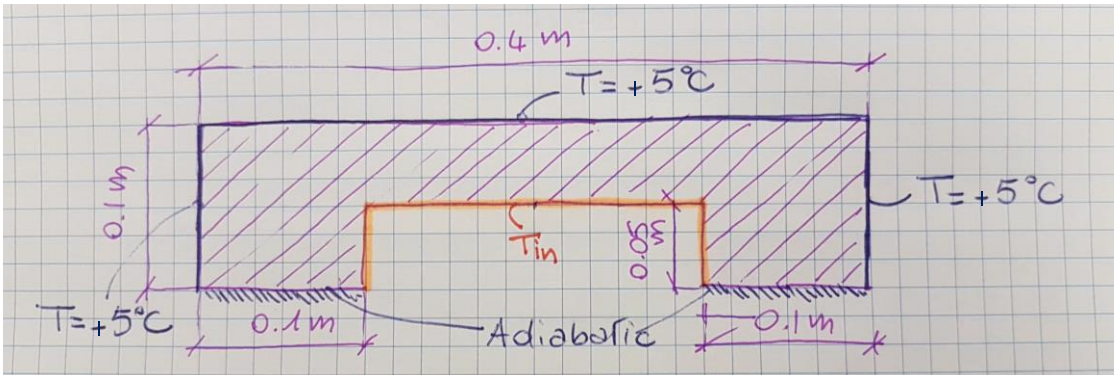

Figura 1

2) **(A CASA)**

Una grande fornace industriale è sostenuta da una colonna di mattoni, di lato 1 m × 1 m. Durante l'operazione in condizioni stazionarie, l'installazione del forno è tale per cui tre facce della colonna sono mantenute a 500 K, mentre la faccia rimanente è esposta a una corrente di aria a 300 K, con un coefficiente di scambio termico *h* = 10 W/m2K. Determinare la mappa di temperatura sulla sezione della colonna e la potenza dispersa nell'aria, per unità di lunghezza della colonna. Calcolare poi l'evoluzione della temperatura media del lato della colonna esposto al flusso di aria, quando la temperatura delle tre facce riscaldate venga variata istantaneamente da 500K a 400K.

Property	**Value**	**Unit**
Densità	1920	Kg/m^3
Conducibilità termica	0.72	W/m/K
Calore specifico	835	J/kg/K

3) **(A CASA)**

Una lunga barra di conducibilità termica 1.5 W/mK, di sezione rettangolare 0.4m × 0.6 m, è soggetta alle condizioni al contorno rappresentate in Figure 2. Due face della barra sono mantenute ad una temperatura uniforme di 200°C; una faccia è adiabatica e la rimanente è soggetta ad uno scambio termico convettivo con un coefficiente di scambio termico h = 50 W/mK verso un fluido a T =30°C. Determinare la mappa di temperatura nella barra e la potenza dispersa verso il fluido per unità di lunghezza.

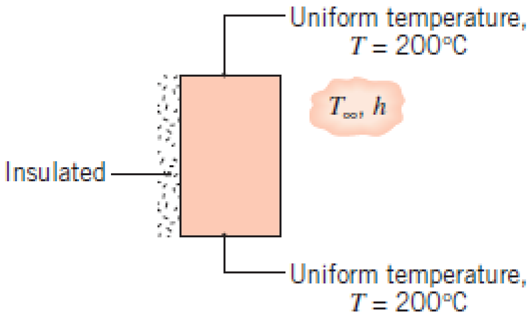

Figura 2

4) **(A CASA)**

Una rappresentazione semplificata del raffreddamento di componenti di microelettronica è mostrata in figura. Un chip di silicone è installato in un substrato dielettrico, e una superficie del sistema è raffreddata per convezione, mentre le superfici rimanenti sono perfettamente isolate da ciò che le circonda. Il problema può essere considerato bi-dimensionale assumendo che il sistema sia molto lungo nella direzione perpendicolare al foglio. In condizioni stazionarie la dissipazione di corrente elettrica nel chip genera un calore per unità di volume uguale a $\dot{q}$. Il calore fornito è limitato dalla temperatura massima che il chip può raggiungere.

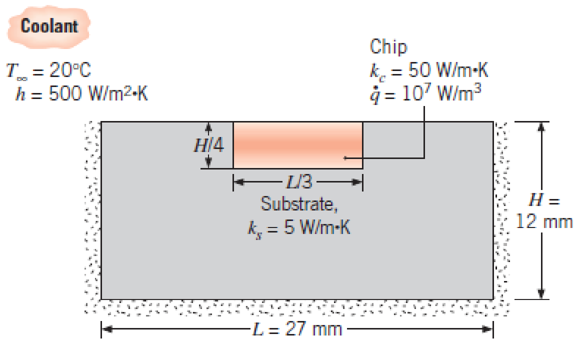

Figura 3

Per le condizioni illustrate in figura, la temperatura massima del chip supererà gli 85 °C, ovvero la massima temperatura ammessa dagli standard industriali?

5) **(A CASA)**

Un pozzo di calore utilizzato per il raffreddamento dei chip di un computer è fabbricato in rame (k = 400 W/m/K). Il design prevede la presenza di micro-canali attraverso cui scorre un fluido di raffreddamento con T = 25°C e h = 30000 W/m^2/K. Dal lato inferiore del pozzo di calore non è rimosso calore e il design preliminare prevede le dimensioni di a = b = w_s = w_f = 200 [mm].

Un elemento simmetrico del pozzo di calore attraverso cui si ha la trasmissione di calore dal chip al fluido è illustrato in figura.

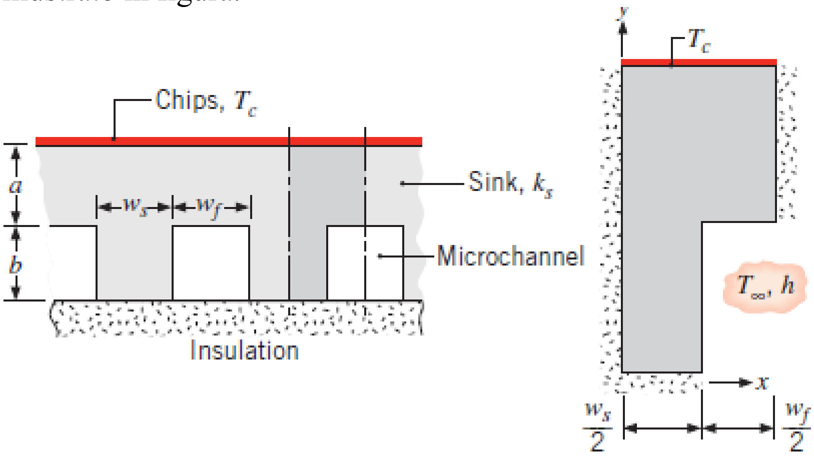

Figura 4

Usando l'elemento simmetrico discretizzato con una rete nodale quadrata, determina il campo di temperature corrispondente e il calore ceduto al refrigerante per unità di lunghezza del condotto [W/m] tale per cui la temperatura massima del chip risulti essere minore o uguale a $T_{c,max} = 75$ °C.

- Qual è la massima dissipazione di calore per un chip di dimensioni 10 [mm] x 10 [mm]?
- Completa lo studio di grid independence della soluzione
- Rispettando il vincolo a+b = 400 [mm] è possibile modificare le dimensioni del pozzo di calore al dine di ridurre la resistenza termica totale?

6) (A CASA)

Un'aletta rettilinea a sezione costante è prodotta con un materiale di conducibilità termica k = 50 W/m/K, spessore w = 6 [mm] e lunghezza L = 48 [mm] ed è molto lunga nella direzione perpendicolare alla figura. Il coefficiente di scambio termico convettivo è h = 500 W/m^2/K e la temperatura dell'aria ambiente è di $T_a = 30$ °C. la base dell'aletta è mantenuta alla temperatura costante di $T_b = 100$ °C, mentre la punta è perfettamente isolata.

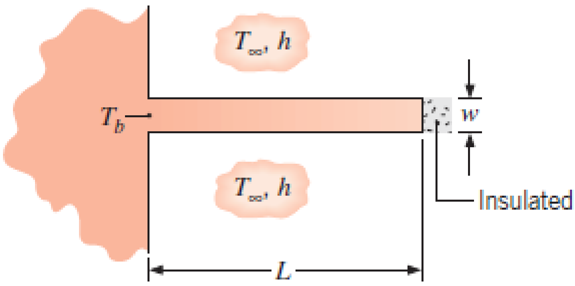

Figura 5

a. Usando il metodo alle differenze finite stima la distribuzione di temperatura lungo l'aletta. L'assunzione di scambio termico monodirezionale è ragionevole per questa aletta?
b. Stima il calore scambiato dall'aletta per unità di lunghezza normale alla figura [W/m]
c. Usando la mesh del punto a calcola e rappresenta in un grafico la distribuzione di temperatura per h = 10, 100, 500 e 1000 W/m^2/K.

7) **(A CASA)**

Una barra di diametro D = 10 [mm] e lunghezza L = 100 [mm] ha una estremità mantenuta a T_b = 100°C. la superficie della barra è raffreddata da aria ambiente in convezione libera a T_{inf} = 25°C e un coefficiente di scambio termico che dipende dalla differenza di temperatura fra la superficie e l'aria ambiente secondo la correlazione:

$$h_{fc} = 2.89 \cdot \left[0.6 + 0.624 \cdot (T - T_\infty)^{1/6}\right]^2$$

nella quale le unità di misura sono [W/m^2/K] per il coefficiente di scambio termico e [K] per le temperature. La superficie della barra ha emissività $\varepsilon = 0.2$ e scambia calore in modo radiativo con l'ambiente circostante a temperatura fissata T_{surf} = 25°C.

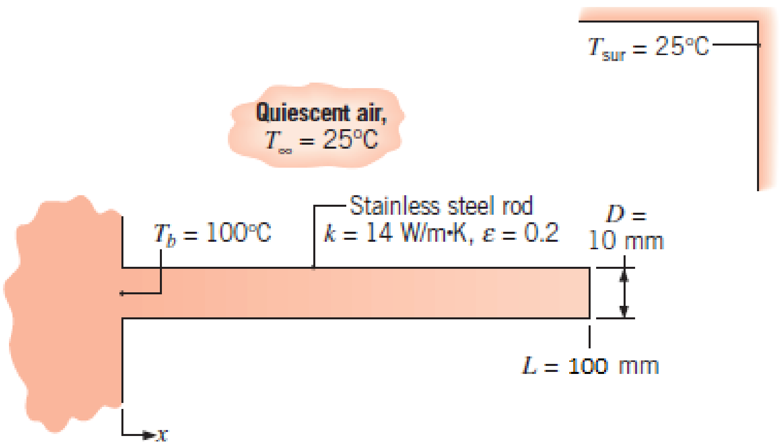

Figura 6

Utilizzando il metodo delle differenze finite 2D calcola:

a. La distribuzione di temperatura
b. La temperatura media della punta

8) **(A CASA)**

Una piastra (k = 10 [W/m/K]) è rinforzata da una serie di nervature longitudinali a sezione rettangolare di lunghezza L = 8 [mm] e spessore w = 4 [mm]. La base del piatto è mantenuta alla temperatura costante T_b = 45°C, mentre le superfici delle nervature sono esposte all'aria a temperatura T_{inf} = 25°C e coefficiente di scambio termico h = 600 [W/m^2/K].

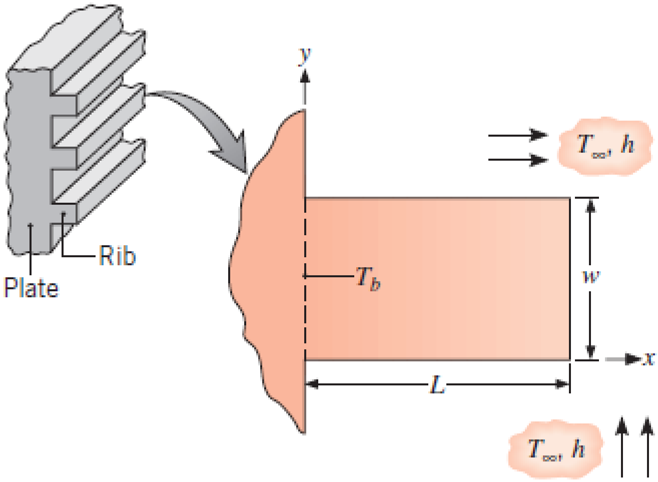

Figura 7

a. Usando il metodo delle differenze finite calcola la distribuzione di temperatura e il calore scambiato alla base della nervatura.
b. Valuta l'accuratezza della soluzione con uno studio di grid independence

9) (A CASA)

Dei riscaldatori elettrici di piccolo diametro dissipano 50 [W/m] (lunghezza normale al foglio) e sono utilizzati per riscaldare una piastra di ceramica con conducibilità termica k = 2 [W/m/K]. La superficie superiore della piastra è esposta all'aria ambiente alla temperatura di 30°C con un coefficiente di scambio termico h = 100 [W/m^2/K], mentre la superficie inferiore è perfettamente isolata.

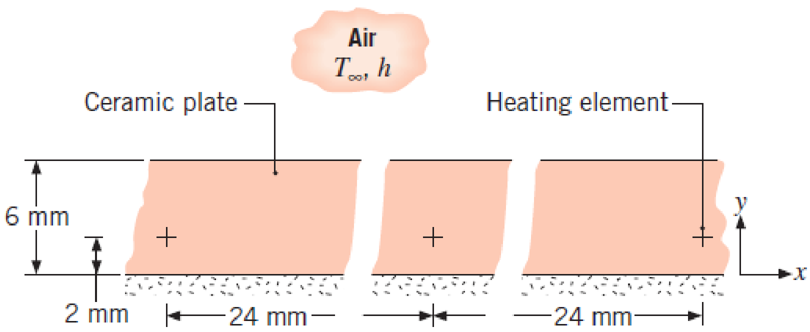

Figura 8

Improvvisamente i riscaldatori elettrici vengono accesi. Usando il metodo delle differenze finite con uno schema in tempo implicito, stima il tempo richiesto alla differenza fra la temperatura di superficie e la temperatura iniziale a raggiungere il 95 % della differenza in condizioni stazionarie. (Suggerimento: usa un $\Delta t = 2\ [s]$).

10) (A CASA)

La diagonale della sezione di una lunga barra a sezione triangolare è perfettamente isolata, mentre i lati, della stessa lunghezza, sono mantenuti a temperatura costante e uniforme T_a e T_b.

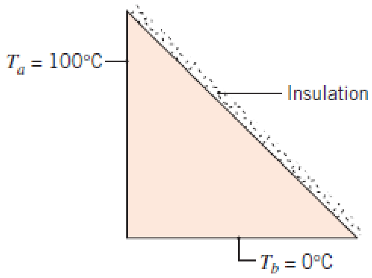

Figura 9

Ottieni l'equazione alle differenze finite per i nodi della diagonale riconoscendo che essendo isolata rappresenta un piano di simmetria. Considera una rete nodale quadrata e rappresenta la diagonale come una linea di simmetria. Riconosci quali nodi da entrambi i lati della diagonale hanno la stessa temperatura. Dimostra che i nodi della diagonale possono essere trattati come nodi interni e scrivi l'equazione alle differenze finite corrispondente.

11) **(A CASA)**

Una lunga barra a sezione trapezoidale ha due superfici mantenute a temperatura costante mentre le due rimanenti sono perfettamente isolate. Se la conducibilità termica del materiale è k = 20 [W/m/K], calcola il calore scambiato per unità di lunghezza usando il metodo delle differenze finite.

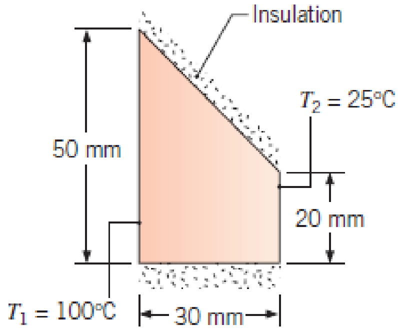

Figura 10