# LAB #5

## Soluzione dell'equazione della conduzione 1D con DF – problemi addizionali

1) Le pareti esterne di un edificio sono costituite da uno strato di mattoni (conduttività termica $k_b$ = 0.55 W/m/K) rivestiti esternamente da uno strato di isolante (conduttività termica $k_i$ = 0.04 W/m/K), con uno spessore rispettivamente di $t_b$ = 25 cm e $t_i$ = 10 cm (vedi Fig. 1). Si richiede di calcolare e rappresentare graficamente la distribuzione 1D di temperatura attraverso la parete nella stagione invernale, quando la superficie interna della parete è pari a $T_{in} = 20$℃ e la superficie esterna sperimenta convezione con l'aria a $T_{ext} = -5$℃ (coefficiente di scambio termico $h_{ext} = 25$ W/m$^2$/K). Poi si richiede di calcolare (e rappresentare) le perdite termiche attraverso la parete in funzione della conduttività dello strato di isolante, facendolo variare dal valore $k_i$ a $k_b$.

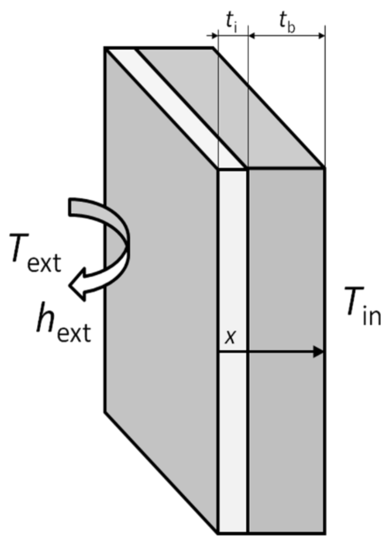


Fig. 1

2) La sezione trasversale di un cavo di rame (conduttività termica $k_{Cu}$ = 150 W/(m K), calore specifico $c_{p,Cu}$ = 350 J/(kg K), densità $\rho_{Cu}$ = 8900 kg/m$^3$, resistività elettrica $\rho_{el,Cu} = 2\times10^{-8}$ Ω m) per il trasporto combinato di $N_2$ liquido e potenza elettrica è mostrato in figura. Il conduttore è attraversato da una corrente $I$ = 20 kA ed è refrigerato internamente dalla portata di $N_2$, che si trova alla temperatura $T_N$ = 77 K (coefficiente di scambio termico $h_{int}$ = 1200 W/(m$^2$ K)), mentre sul lato esterno è isolato termicamente da uno strato di isolante termico (conduttività termica $k_{ins}$ = 0.5 W/(m K), calore specifico $c_{p,ins}$ = 1800 J/(kg K), densità $\rho_{ins}$ = 2500 kg/m$^3$, resistività da assumersi infinita), che, invece, scambia calore con aria stagnante a $T_a$ = 25 °C (coefficiente di scambio termico $h_{ext}$ = 15 W/(m$^2$ K)). La resistenza di contatto fra il cilindro interno di rame e l'isolante si può considerare trascurabile.

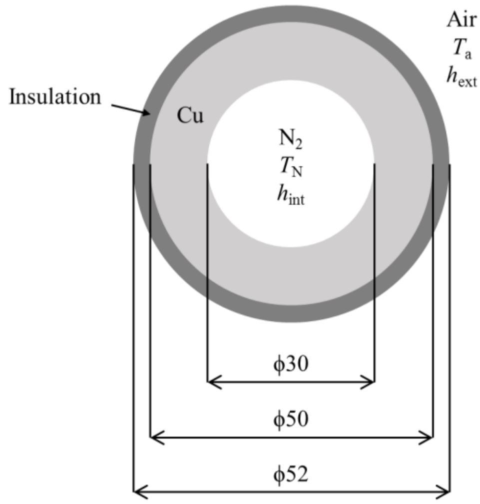


Fig. 2 (quote in mm)

a) Si calcoli numericamente e si rappresenti graficamente la distribuzione radiale di temperatura attraverso la sezione trasversale del cavo (sia nel rame, sia nell'isolante).
b) Verificare, con un grafico opportuno, che il costo computazionale dell'algoritmo scelto per la soluzione del sistema lineare sia proporzionale a N, numero di elementi non nulli, per matrice definita sparsa.
c) Facendo variare parametricamente lo spessore dell'isolante fra 0.1 mm e 15 mm, si calcoli numericamente e si rappresenti graficamente il valore del calore trasferito per unità di lunghezza attraverso l'isolante, con lo scopo di valutare lo spessore di isolante critico $t_c$ che massimizza le perdite di calore del cavo. Si ricordi che l'espressione analitica per il raggio critico è $t_c = k_{ins} / h_{ext} - r_{in}$, dove $r_{in}$ è il raggio dell'isolante termico.

3) In una lavastoviglie, il pannello superiore (60 cm x 60 cm) si compone di due strati (acciaio inox e isolamento acustico), come mostrato nello schizzo sottostante.

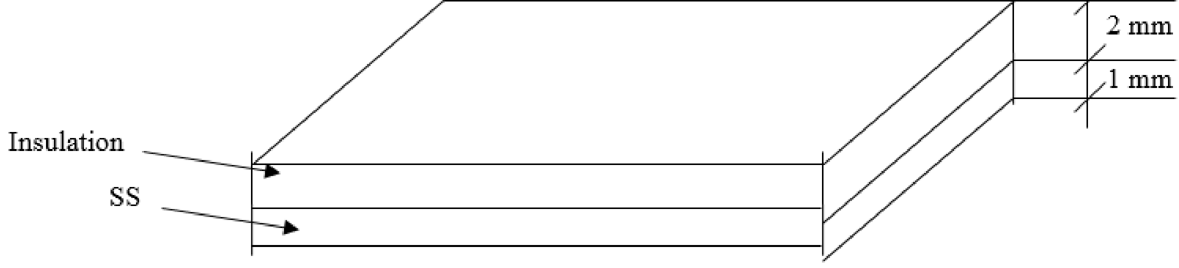


Fig. 3

In una lavastoviglie, lo strato superiore (60 cm x 60 cm) si compone di due strati (acciaio inox e isolamento acustico) come mostrato nello schizzo sottostante. Lo strato inferiore della parete multistrato è mantenuto a 70°C, mentre il pannello superiore è raffreddato da aria a 20°C con un coefficiente di scambio termico pari a 15 W/m$^2$K.

*Le proprietà materiali da usare sono:*

1. SS: densità = 7800 kg/m$^3$, conduttività termica = 15 W/mK, $c_p$ = 500 J/kgK
2. isolante: densità = 2000 kg/m$^3$, conduttività termica = 1 W/mK, $c_p$ = 1000 J/kgK

Si risolva l'equazione della conduzione 1D nel problema, considerando nulla la resistenza di contatto tra i due materiali. Si mostri lo studio di convergenza spaziale dell'algoritmo in un grafico opportuno.

Si calcoli e si compare il flusso termico scambiato su entrambi i contorni e si valuti la conservazione dell'energia per diverse griglie spaziali usate per discretizzare la parete, producendo un grafico opportuno.

Risolvere nuovamente con una resistenza di contatto R=2.5e-5 m$^2$K/W dovuto ad una guarnizione di 0.5 mm.

4) Una barra di rame a sezione rettangolare (lunghezza $L$ = 50 cm, profondità $b$ = 10 cm, spessore $a$ = 2 cm, conduttività termica $k$ = 350 W/m/K, densità $\rho$ = 8900 kg/m$^3$, $c_p$ = 350 J/kg/K), è immersa (e raffreddata) in un bagno di elio liquido a $T_{He}$ = 4.5 K (coefficiente di scambio termico $h$ = 500 W/m$^2$/K), mentre i due contorni sono mantenuti ad una temperatura costante $T = T_{He}$ (l'origine degli assi di riferimento è da ritenersi posto al centro della barra).

Una corrente di $I$ = 7 kA fluisce all'interno della barra, la cui resistenza elettrica segue un profilo spaziale cosinusoidale con forma ($\rho_{el,0}$ = 1.75e-8 Ωm, $L_0$ = 56 cm):

$$\rho_{el}(z) = \rho_{el,0} \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi z}{L_0}\right)\right]^2 \quad [\Omega m]$$

Ipotizzando che la barra possa essere considerata un oggetto 1D lungo la direzione z, si scriva un codice che calcoli la distribuzione di temperatura 1D lungo la barra. Eseguire uno studio di indipendenza della griglia spaziale.

5) Una barretta di combustibile in un reattore nucleare sperimentale (diametro $d_1$ = 20 cm, lunghezza L = 50 cm) è raffreddata da $CO_2$ a $T_{CO2}$ = 300 °C (coefficiente di scambio termico h = 50 W/m$^2$/K) su tutte le superfici esterne e con una sorgente volumetrica di calore all'interno q'''= 80 kW/m$^3$. A partire da metà della geometria L/2 è presente una guarnizione in acciaio di diametro $d_2$ = 23 cm (vedi figura).

*Proprietà termofisiche:*

- Barra di combustibile: conduttività termica $k_{barra}$ = 350 W/m/K.
- Guarnizione in acciaio: conduttività termica $k_{ss}$= 50 W/m/K.

Ipotizzando che la barretta possa essere considerate un oggetto 1D, si risolva l'equazione della conduzione 1D sfruttando le DF, rappresentando chiaramente in una figura la distribuzione di temperatura in condizioni stazionarie, ed eseguire lo studio di convergenza.

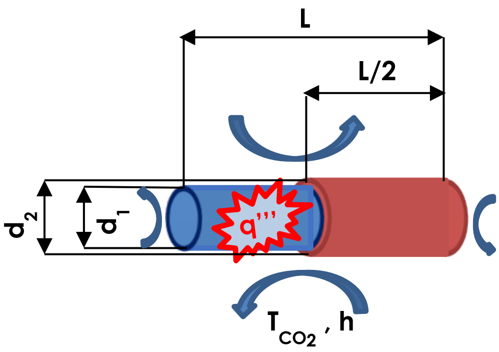


Fig. 4

6) Un cavo elettrico per trasmissione di potenza è composto da 3 diversi strati (vedi fig. 5). Esso è internamente raffreddato da un fluido a $T_{in}$ = 25 °C e $h_{in}$ = 2 kW/m$^2$/K, mentre la superficie più esterna è soggetta a convezione con aria a $T_{aria}$ = 15 °C e $h_{aria}$ = 5 W/m$^2$/K. Nel cavo scorre una corrente nominale di $I_{nom}$=16 kA.

*Dimensioni geometriche:* r1 = 10mm, r2= 14 mm, r3= 17 mm e r4= 18.5.

*Proprietà dei materiali:*

1. SS: conducibilità 1.5 W/mK, resistività elettrica 5e-6 Ωm
2. Cu: conducibilità 30 W/mK, resistività elettrica 1.8e-8 Ωm
3. Isolante: conducibilità 0.21 W/mK, resistività elettrica 1e-2 Ωm

Risolvere l'equazione di conduzione 1D rappresentando chiaramente in una figura la distribuzione di temperatura in condizioni stazionarie.

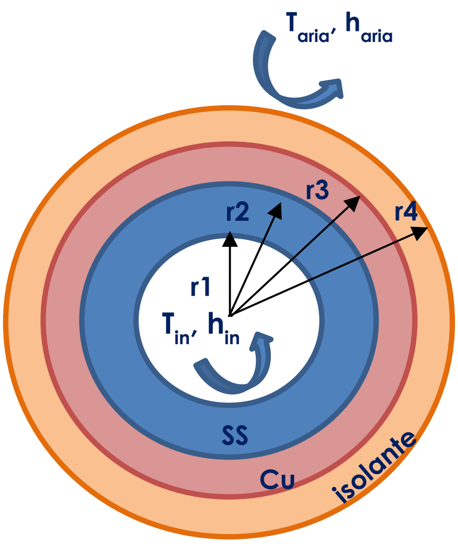


Fig. 5