LAB #4

Soluzione dell'equazione del calore con le FD – convergenza spaziale

1) In una piastra piana infinita di spessore $\delta = 50$ mm (v. Fig. 1) e conducibilità termica $k = 5$ W/(m K) è presente una generazione volumetrica di calore $q'''(x) = 500 \sin(\pi x/\delta)$ kW/m^3. Le due estremità sono mantenute a temperatura costante $Ta = Tb = 300$ K rispettivamente. Calcolare la distribuzione di temperatura a stazionario, con una accuratezza relativa pari almeno allo 0.1%.
Verificare l'indipendenza dei risultati dal parametro di discretizzazione utilizzato.

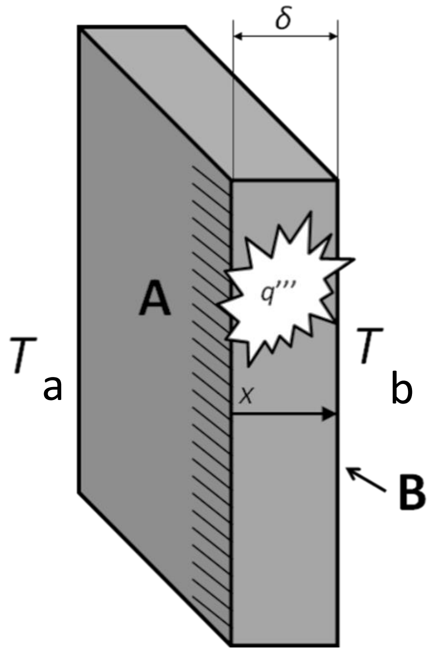

Fig. 1

Per uno studio di convergenza corretto, procedere secondo i seguenti passi:

- *Calcolare numericamente la distribuzione di temperatura in stazionario con le differenze finite (FD) risolvendo il sistema lineare con un metodo diretto, utilizzando per la discretizzazione diversi valori di Δx, ad es. 1 mm, 0.1 mm e 0.01 mm, rispettivamente.*
- *Calcolare e plottare l'errore relativo* della soluzione numerica <u>rispetto alla soluzione analitica</u>, *in funzione di Δx.*
- *Calcolare e plottare l'errore relativo* della soluzione numerica <u>rispetto alla soluzione numerica più accurata</u>, *in funzione di Δx*

2) Una barra cilindrica in rame (diametro $D = 0.01$ m, lunghezza $L = 4$ m) è percorsa da una corrente $I = 1$ kA. La barra (v. Fig. 2) è immersa in (e refrigerata da) un bagno di azoto liquido a $T_b = 77$ K (coefficiente di scambio termico $h = 500$ W/(m^2 K)). I due estremi sono mantenuti alla temperatura costante $T = T_b$. Calcolare numericamente la distribuzione di temperatura lungo la barra in stazionario e farne il grafico. Verificare l'indipendenza dei risultati dal parametro di discretizzazione utilizzato.
Proprietà dei materiali:

Resistività elettrica Cu $\rho_{el} = 1.75\times10^{-8}\ \Omega$ m
Conducibilità elettrica Cu $k = 350$ W/(m K)

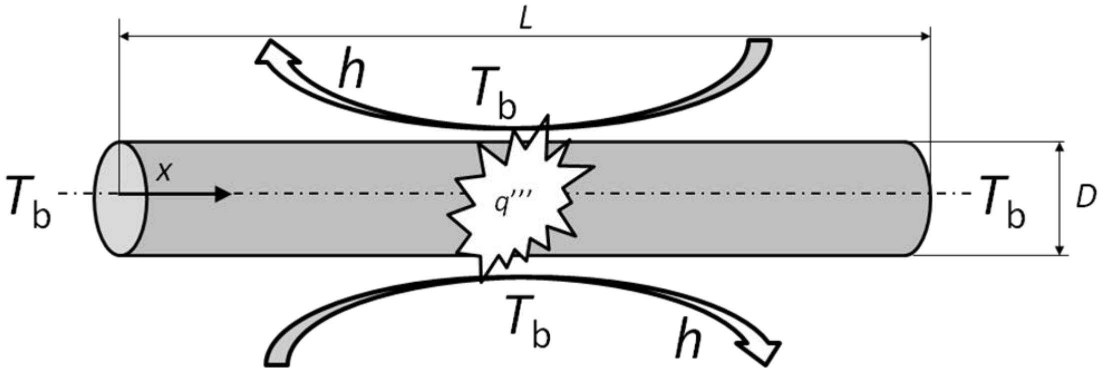

Fig. 2

3) Le pareti esterne di un edificio sono costituite da uno strato di mattoni (conducibilità termica $k_b = 0.55$ W/(m K)), di spessore $t_b = 25$ cm. Calcolare e fare il grafico la distribuzione di temperatura stazionaria attraverso la parete nel periodo invernale, quando la superficie interna della parete viene mantenuta a $T_{in} = 20$ °C e la superficie esterna è soggetta a convezione con aria a $T_{ext} = -5$ °C (coefficiente di scambio termico $h_{ext} = 25$ W/(m^2 K)). Un fluido molto caldo scorre in condotti all'interno della parete, e si può quindi assumere che il calore depositato dal fluido è equivalente ad una generazione interna $q''' = 1$ kW/m^3. Calcolare la temperatura massima della parete, la sua posizione attraverso lo spessore della parete, e la temperatura nel punto centrale.
Verificare l'indipendenza dei risultati dal parametro di discretizzazione utilizzato.

4) Una pastiglia di combustibile nucleare, avente diametro interno di 1 cm, diametro esterno di 2 cm e conducibilità termica k =0.1 W/(m^2 K), presenta una generazione di calore interna pari a 2 MW/m^3. La pastiglia è refrigerate sulla superficie esterna da acqua a 300 °C con $h_{out} = 10$ W/(m^2 K), v. Fig. 4. La cavità interna della pastiglia è riempita con elio stagnante e può essere considerata adiabatica. Calcolare la temperatura massima della pastiglia, verificando l'indipendenza dei risultati dal parametro di discretizzazione utilizzato.

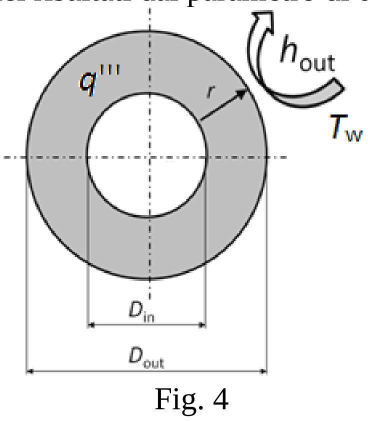

Fig. 4

5) Nella notte di Halloween una zucca viene decorata ed esposta in cortile ad una temperatura di $\mathbf{T_{aria} = 5}$ **°C** con un coefficiente di scambio termico $\mathbf{h_{aria} = 100}$ **W/m²K**. All'interno di essa viene posta una torcia il cui carico termico sulla superficie interna di è **50 W/m^2**. Approssimando la zucca ad un guscio sferico, calcolare numericamente la distribuzione di temperatura lungo la direzione r e rappresentarla graficamente. Calcolare il flusso

scambiato sulla superficie esterna, verificando l'indipendenza dei risultati dal parametro di discretizzazione utilizzato.
Diametro interno: **d_{in}=20 cm**
Diametro esterno: **d_{out}= 30 cm**
Conducibilità termica: **k= 0.2 W/mK**

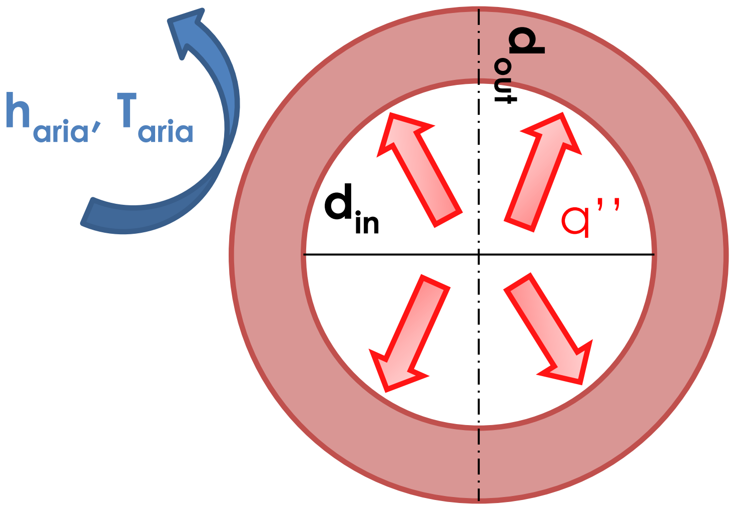

Fig. 5