

LAB #10

Soluzione dell'equazione di pura advezione 1D con il metodo delle differenze finite

- 1) Dell'elio supercritico ($\rho = 140 \text{ kg/m}^3$, $c_p = 6000 \text{ J/(kgK)}$) scorre in un tubo con diametro $D = 5 \text{ mm}$ e lunghezza $L = 1 \text{ m}$. Si consideri il flusso 1D lungo la lunghezza del condotto, considerando che $L \gg D$.

Scrivere un codice MATLAB che utilizzi uno schema alle differenze finite (per lo spazio) e uno schema implicito (per il tempo) per valutare la soluzione numerica del problema di advezione monodimensionale:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

con $u = 0.25 \text{ cm/s}$ e $T(x, 0) = 5 \text{ K}$; $T(0, t > 0) = 10 \text{ K}$;

- Plottare il profilo di temperatura del fluido lungo il tubo a diversi istanti di tempo ($t=25, 50, 75$ e 100 s).
- Studiare la convergenza temporale dello schema utilizzato.
- Studiare la convergenza spaziale dello schema utilizzato.
- Risolvere nuovamente il problema utilizzando uno schema esplicito e confrontare il risultato con il metodo implicito.

- 2) Dell'elio supercritico scorre in un tubo con diametro $D = 5 \text{ mm}$ e lunghezza $L = 1 \text{ m}$. Si consideri il flusso 1D lungo la lunghezza del condotto, considerando che $L \gg D$.

Scrivere un codice MATLAB che utilizzi lo schema delle differenze finite *upwind* (per lo spazio) per valutare la soluzione numerica del problema di avvezione monodimensionale:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \rho \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

con $\rho = 10/(T + 1)$ e $T(x, 0) = 5 \text{ K}$; $T(0, t > 0) = 10 \text{ K}$;

- 3) **(a casa)** Il tubo del problema 1 è adesso raffreddato in modo omogeneo lungo tutta la sua lunghezza mediante trasferimento di calore in un bagno di elio a 5 K (coefficiente di scambio termico $= 100 \text{ W/m}^2/\text{K}$). Si consideri adesso $u=1 \text{ cm/s}$. Si trascuri la conduzione lungo il condotto. Valutare numericamente e tracciare il profilo di temperatura lungo il tubo a $t=5, 10, 25, 50$ e 100 s .
- 4) **(a casa)** Si consideri un condotto circolare di lunghezza $L=3 \text{ m}$ e diametro $D=20 \text{ m}$, con un riscaldatore resistivo avvolto attorno al tubo lungo i 40 cm centrali. Il riscaldatore, costituito da un filo di rame (resistenza elettrica $= 1.5 \Omega$), è inizialmente spento, ma a $t=1 \text{ s}$ viene acceso e alimentato da una corrente di 50 A . Nel tubo scorre dell'acqua con portata massica di 0.1 kg/s e temperatura di ingresso pari a 300 K . Risolvere numericamente il problema e mostrare in una figura l'evoluzione della temperatura al centro e alla fine del tubo. Plottare il profilo di temperatura stazionaria lungo il condotto.
- 5) **(a casa)** Si consideri una singola spirale di un tubo in polietilene ad alta densità di un impianto a pavimento di lunghezza 100 m e diametro interno 11 mm in cui scorre acqua inizialmente a 20°C (schema in Figura 1). Il tubo è annegato nel pavimento costituito da massetto di 3 cm e piastrelle in ceramica di 1 cm , e isolato verso il basso. L'ambiente da riscaldare si trova ad una temperatura media di 20°C . L'impianto viene avviato e l'acqua in uscita dalla caldaia entra nel tubo con una portata di 3 l/min e una temperatura di 35°C . Risolvere numericamente il problema di pura advezione con uno schema alle differenze finite.

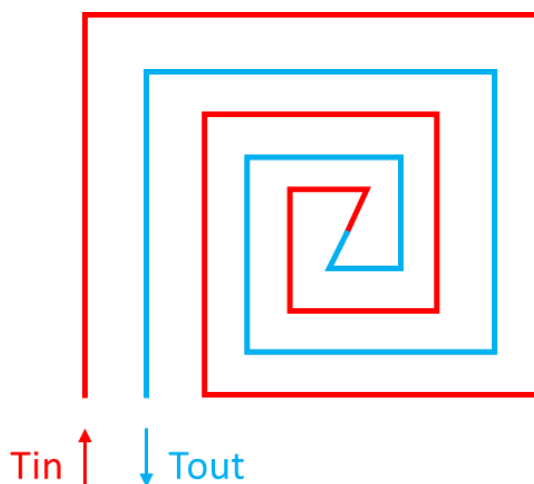


Figura 1: schema di una serpentina di un pavimento radiante

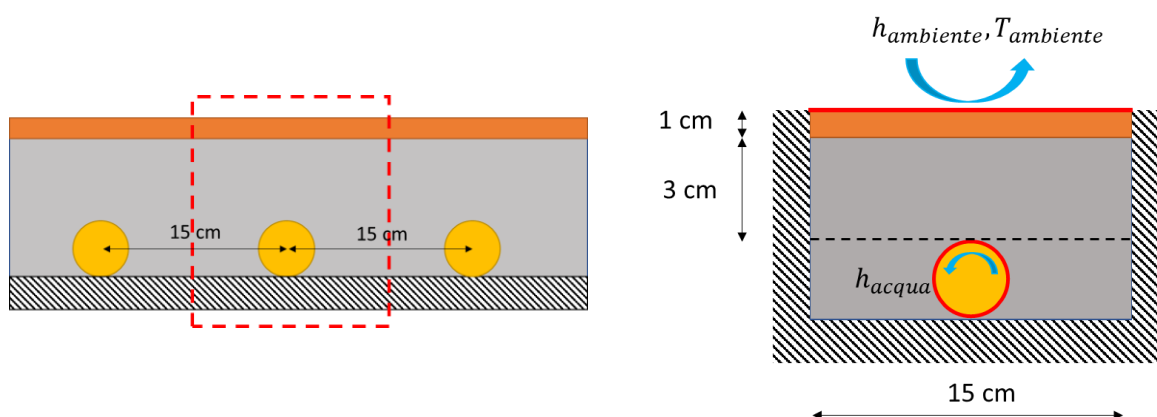


Figura 2: Sezione verticale del pavimento radiante

Si consideri lo scambio convettivo interno al tubo caratterizzato dal seguente coefficiente convettivo di scambio termico approssimato (per poterlo trattare come un caso monodimensionale).

$$U_{globale} = \frac{1}{\frac{1}{h_{acqua}} + \sum_{i=1}^n R_{conduttivo,i} + \frac{1}{h_{ambiente}}}$$

Si trascuri la resistenza termica dovuta alla conduzione nello spessore del tubo. Attenzione alla definizione dell'area di scambio! (vedere Figura 2)

- Valutare il tempo necessario perché il profilo di temperatura nel tubo si stabilizzi con una tolleranza di 10^{-5} .
- Plottare in un grafico la temperatura di ritorno dell'acqua durante il transitorio.

Si considerino le seguenti proprietà dei materiali:

- Piastrelle e massetto: conducibilità termica 1 W/m/K;
- Acqua: conducibilità termica=0.63 W/m/K, densità=994 kg/m³; cp=4186, viscosità dinamica=719E-06 Pa*s;
- Si consideri una resistenza superficiale interna dovuta allo scambio termico per convezione ed irraggiamento con l'aria di 0.1 m²*K/W.

- 6) (a casa) Nell'impianto solare termodinamico (CSP) Archimede Solar Energy di Priolo Gargallo (Siracusa) sono installati 6 collettori solari a concentrazione parabolici (lunghezza 100 m e apertura 5.96 m) che riflettono e concentrano la radiazione diretta del sole su un tubo ricevitore posizionato nel fuoco del paraboloide come mostrato in figura 3. All'interno del tubo (lunghezza 100 m, diametro interno ed esterno rispettivamente 64 mm e 70 mm) scorre il fluido termovettore, costituito da una miscela di sali fusi (60% NaNO_3 e 40% KNO_3), che assorbe l'energia solare.

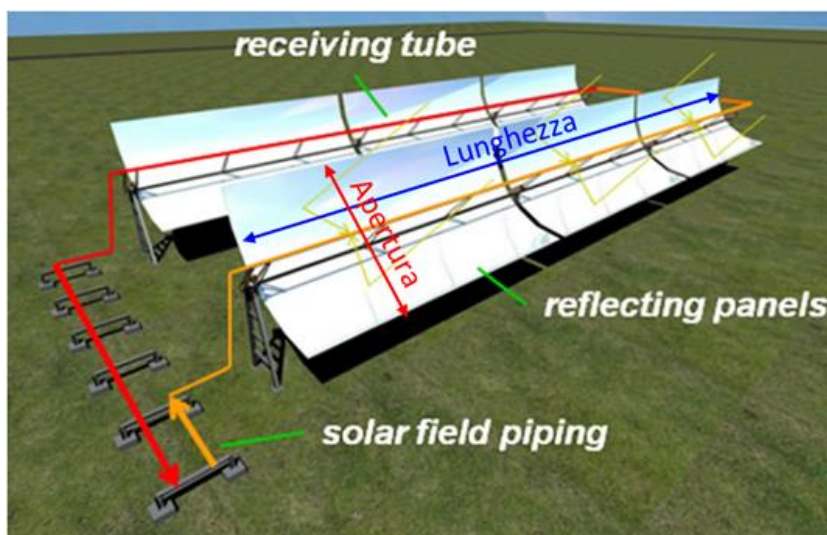


Figura 3: schema CSP

Si consideri un giorno tipico del mese di luglio in cui si ha un'irradianza solare diretta pari a 800 W/m^2 . In queste condizioni il carico termico sul tubo ricevitore è 4768 W/m . La portata del fluido è 1.2 kg/s . La temperatura iniziale e di ingresso è 290°C . Per i Sali fusi si considerino le seguenti proprietà:

$c_p = 1500 \text{ J/kg/K}$

$\text{densità} = 4.444 \times 10^{-7} T^2 - 1.389 \times 10^{-3} T + 2.519 \text{ (g/cm}^3 \text{) (temperatura in K)}$

Risolvere numericamente il problema di pura advezione con uno schema alle differenze finite e plottare il profilo di temperatura a diversi istanti di tempo.

- 7) (a casa) Si consideri il sistema descritto nell'esercizio 6 in una tipica giornata di Luglio. L'irradianza diretta durante l'arco della giornata varia secondo la curva riportata in figura 4 di cui si ha uno zoom in figura 5. Valutare l'evoluzione della temperatura nel tempo al centro e alla fine del tubo nell'arco orario che va dalle 08:00 alle 18:00, risolvendo il problema di pura advezione con uno schema alle differenze finite.
(suggerimento: il carico termico per unità di lunghezza si trova moltiplicando l'irradianza diretta per l'apertura del paraboloide).

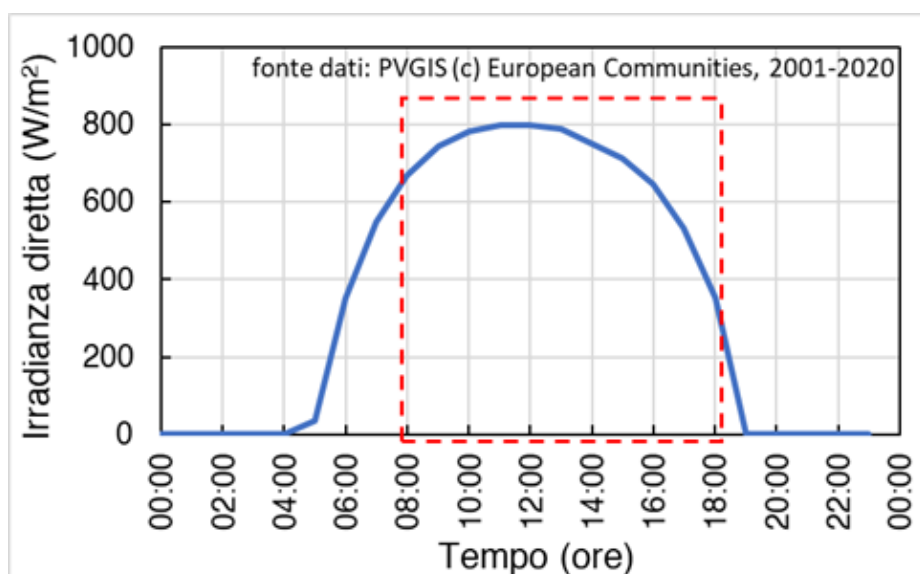


Figura 4: Profilo di irradianza diretta durante una giornata di luglio.

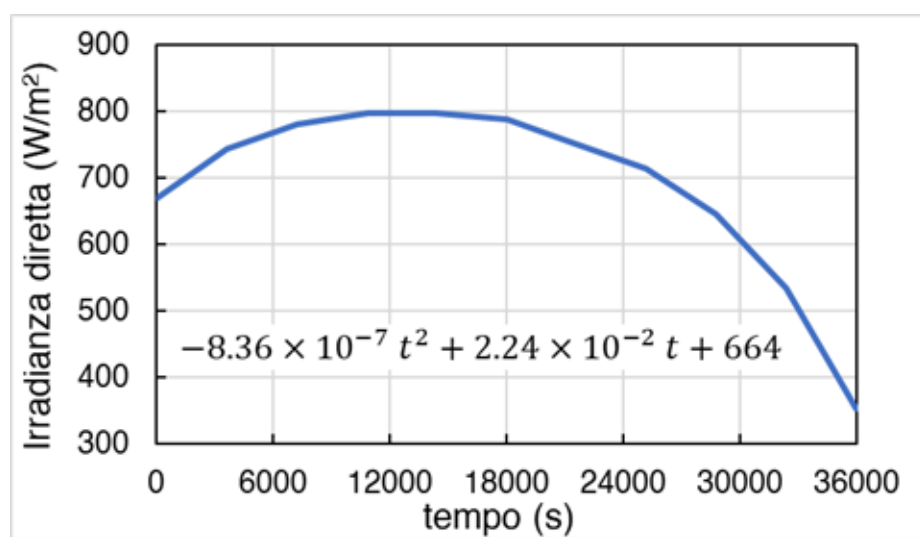


Figura 5: dettaglio del profilo di irradianza