# LAB #3

## Risoluzione dell'equazione della diffusione del calore 1D stazionaria con le FD

- Soluzione dei sistemi lineari con MATLAB
  - Soluzione diretta dei sistemi lineari "\" (mldivide):
    x = $A\backslash b$, dove $A$ è una matrice quadrata e $b$ è un vettore colonna, dà la soluzione del sistema lineare di equazioni $Ax = b$.
    MATLAB sceglie automaticamente l'algoritmo più appropriato per la soluzione del Sistema, a seconda della struttura di $A$ (*ad es.* il MEG - Metodo di Eliminazione di Gauss viene utilizzato per matrici piene o sparse generiche, Thomas viene usato per matrici sparse tridiagonali).
- Istruzioni speciali
  - "spy(*A*)" grafica lo "sparsity pattern" (distribuzione degli elementi non nulli) della matrice *A*.
  - "sparse(*A*)" converte una matrice sparsa o piena in forma sparsa eliminando tutti gli elementi pari a zero.
  - "full(*A*)" converte una matrice sparsa in una piena introducendo gli elementi pari a zero.
  - "spdiags(*B*, *c*, *m*, *n*)" crea una matrice sparsa m×n inserendo le colonne di *B* sulle diagonali specificate dal vettore *c*. <u>ATTENZIONE</u>: se $m >= n$ spdiags prende gli elementi delle sopradiagonali dalla parte inferiore delle colonne di *B*, e gli elementi delle sottodiagonali dalla parte superiore delle colonne di *B*; se $m < n$, le sopradiagonali corrispondono alla parte superiore delle colonne di *B*, e le sottodiagonali corrispondono alla parte inferiore.

# ESERCIZI

**1)** In una parete infinita di spessore $\delta = 50$ mm (v. Fig. 1) e conducibilità termica $k = 5$ W/(m K) è presente una generazione volumetrica di calore $q''' = 500$ kW/m$^3$. La superficie A è adiabatica, mentre la superficie B è mantenuta ad una temperatura costante $T_0 = 300$ K. Assumendo che il problema sia 1D lungo $x$, calcolare analiticamente e graficare la distribuzione di temperatura all'interno della parete. Ricalcolare quindi la distribuzione di temperatura utilizzando il metodo delle differenze finite (DF) e confrontare la soluzione numerica con quella analitica, usando stili di linea diversi, spiegati in una legenda.

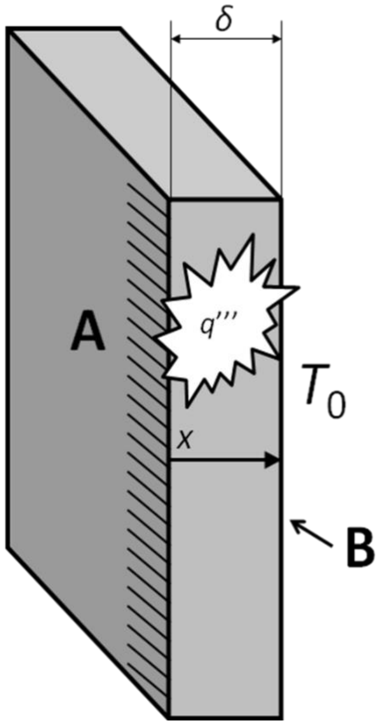


Fig. 1

**2)** In uno stabilimento industriale un tubo isolato (conducibilità termica isolante $k = 0.15$ W/(m K), con un diametro interno $D_{\text{int}} = 20$ mm ed un diametro esterno $D_{\text{out}} = 50$ mm (vedi figura)) scorre acqua a temperatura costante $T_{\text{w}} = 15$ °C con un coefficiente di scambio termico $h_{\text{in}} = 1000$ W/m$^2$/K. Nell'ambiente in cui si trova, la superficie esterna del tubo riceve un flusso termico uniforme $q'' = 2$ kW/m$^2$. Calcolare e visualizzare la distribuzione di temperatura (in condizioni stazionarie) attraverso l'isolante (lungo la direzione "$r$") e confrontarla con la soluzione analitica, usando stili di linea diversi, spiegati in una legenda.

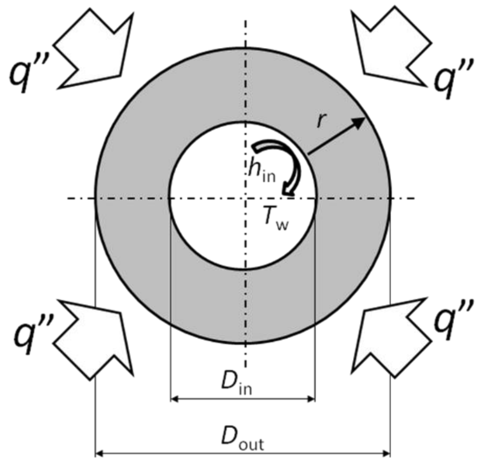


Fig. 2

**3)** Una barra cilindrica in rame (diametro $D = 0.01$ m, lunghezza $L = 4$ m) è percorsa da una corrente $I = 1$ kA. La barra (v. Fig. 3) è immersa in (e refrigerate da) un bagno di azoto liquido a $T_{\text{b}} = 77$ K (coefficiente di scambio termico $h = 500$ W/(m$^2$ K)). Le due estremità sono mantenute alla temperatura costante $T = T_{\text{b}}$. Calcolare numericamente la distribuzione di temperatura stazionaria lungo la barra in uno script, e plottare la temperatura lungo la barra in una figura.
Resistività elettrica Cu $\rho_{\text{el}} = 1.75\text{e-}8\ \Omega$ m
Conducibilità termica Cu $k = 350$ W/(m K)
Risvolgere l'esercizio considerando il minimo dominio computazionale.

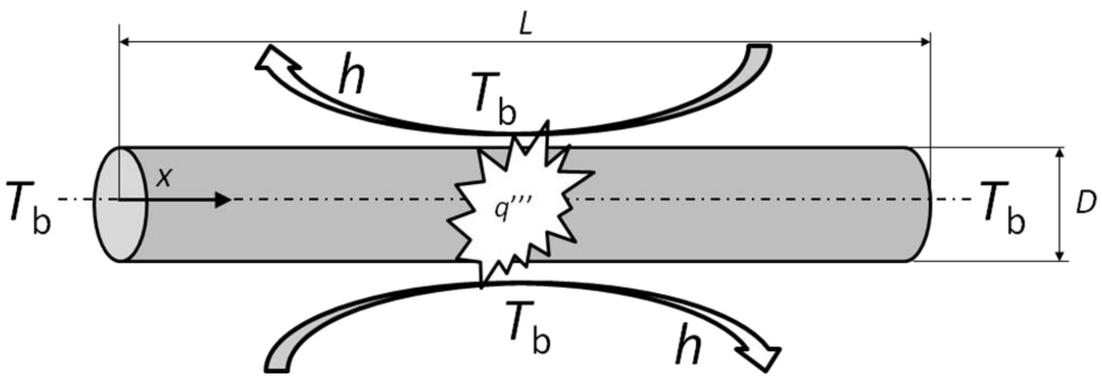


Fig. 3

**4)** Nella stessa geometrica dell'esercizio 1, l'isolamento viene rimosso dalla superficie adiabatica, così che la superficie A si trova in contatto con un fluido a $T_f$ = 273 K con cui scambia calore per convezione (coefficiente di scambio termico $h_f$ = 100 W/(m² K)), v. Fig. 4. Calcolare analiticamente e numericamente (utilizzando le DF) la distribuzione di temperatura nella parete, e confrontare le due soluzioni sullo stesso grafico.

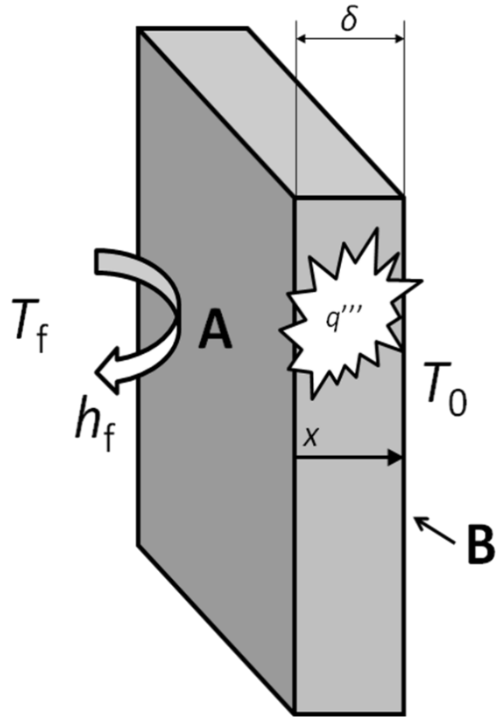


Fig. 4

**5)** Acqua pressurizzata alla temperature costante $T_w$ = 400 K scorre in un tubo cilindrico (diametro interno $D_{in}$ = 20 mm, diametro esterno $D_{out}$ = 24 mm, conducibilità $k$ = 0.035 W/(m K), coefficiente di scambio termico $h_{in}$ = 100 W/(m$^2$ K)). Sulla superficie esterna il tubo è refrigerato da aria a $T_a$ = 300 K (coefficiente di scambio termico $h_{out}$ = 10 W/(m$^2$ K)), v. Fig. 6. Calcolare analiticamente e numericamente il profilo di temperature radiale attraverso la sezione trasversale del tubo, utilizzando il metodo alle DF, e confrontare i due risultati in un grafico con una legenda adatta.

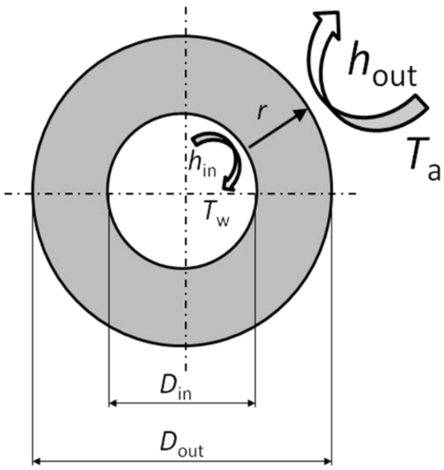


Fig. 6

**6)** Le pareti esterne di un edificio sono costituite da uno strato di mattoni (conduttività termica $k_b = 0.55$ W/m/K) rivestiti esternamente da uno strato di isolante (conduttività termica $k_i = 0.04$ W/m/K), con uno spessore rispettivamente di $t_b = 25$ cm e $t_i = 10$ cm (vedi figura). Si richiede di calcolare e rappresentare graficamente la distribuzione 1D di temperatura attraverso la parete nella stagione invernale, considerando un materiale omogeneo equivalente alla lastra di partenza, quando la superficie interna della parete è pari a $T_{in} = 20$ ℃ e la superficie esterna sperimenta convezione con l'aria a $T_{ext} = -5$ ℃ (coefficiente di scambio termico $h_{ext} = 25$ W/m$^2$/K). Poi si richiede di calcolare le perdite termiche attraverso la parete in funzione della conduttività dello strato di isolante.

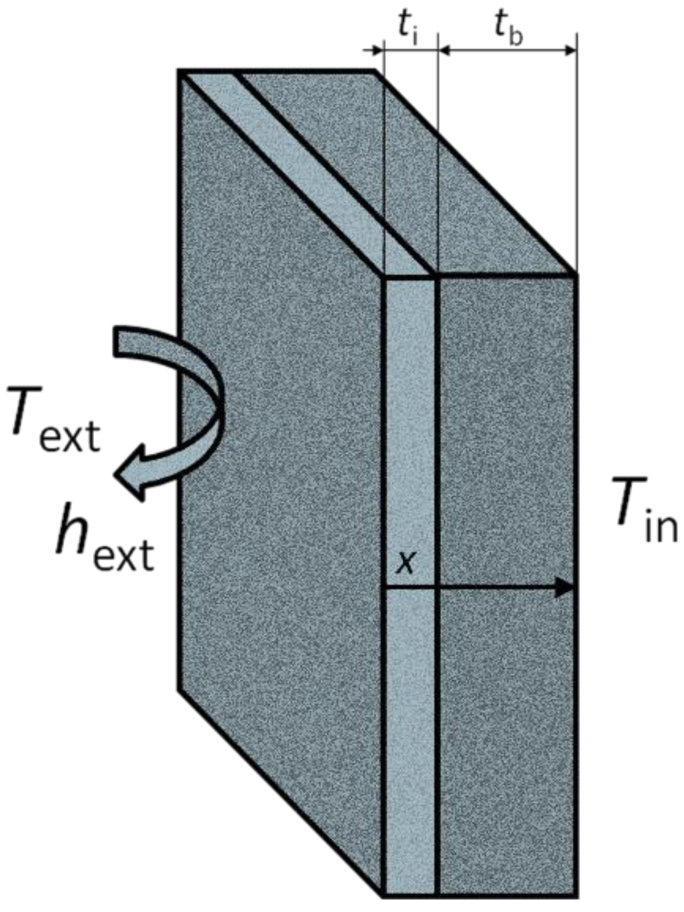


Fig. 6

**7)** In un impianto industriale, per ovvi motivi di compattezza, vengono utilizzati tubi esagonali in acciaio inossidabile (conduttività termica k = 17 W/m/K) per il trasporto di acqua pressurizzata ad una temperatura di $T_{acqua}$ = 450 K ed un coefficiente di scambio termico con la $h_{aria}$ = 1000 W/m$^2$K. Il tubo si trova in ambiente a temperatura ambiente: $T_{aria}$ = 298.15 K e $h_{aria}$ = 100 W/m$^2$K. Approssimando il tubo ad una geometria assialsimmetrica equivalente al tubo a base esagonale di partenza, calcolare analiticamente e numericamente il profilo di temperature attraverso la sezione trasversale del tubo.
Dimensioni: e= 35 mm, s=30 mm, d=25 mm.

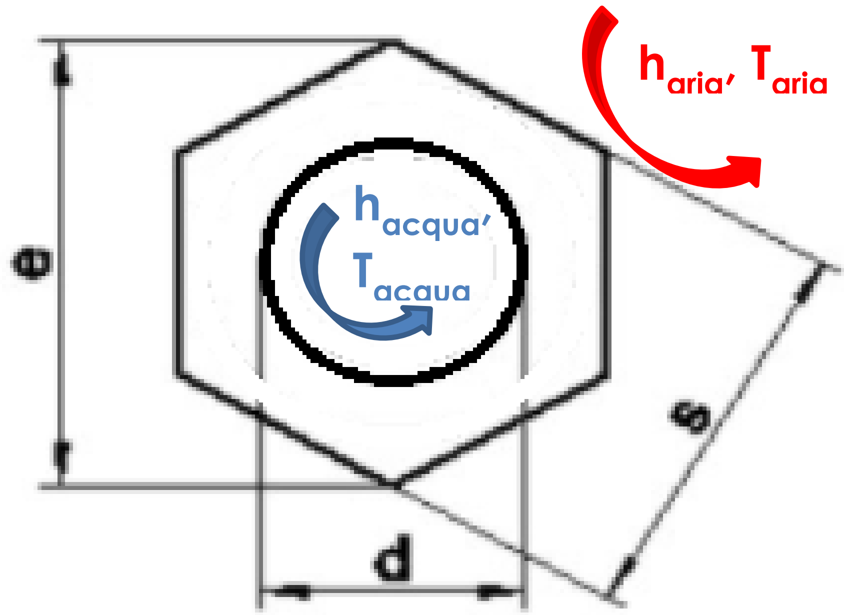


Fig. 7

**8)** Nella notte di Halloween una zucca viene decorata ed esposta in cortile ad una temperatura di $T_{aria}$ = 5 °C con un coefficiente di scambio termico $h_{aria}$ = 100 W/m$^2$K. All'interno di essa viene posta una torcia il cui carico termico sulla superficie interna di è 50 W/m$^2$. Approssimando la zucca ad un guscio sferico, calcolare numericamente la distribuzione di temperatura lungo la direzione r e rappresentarla graficamente.
Diametro interno: $d_{in}$=20 cm
Diametro esterno: $d_{out}$= 30 cm
Conducibilità termica: k= 0.2 W/mK

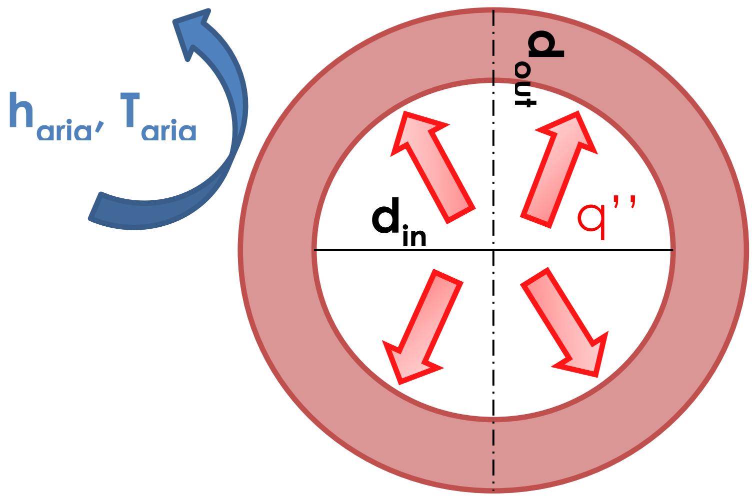


Fig .8