Florence Alyssa Sakuma Shibata, Shayenne da Luz Moura

Método Simplex
Fase 2

São Paulo

2015

Sumário

	Introdução	2
1	DESCRIÇÃO DO ALGORITMO	3
2	FUNCIONAMENTO DO ALGORITMO	4
2.1	Solução ótima	4
2.2	Custo ótimo ilimitado	4
3	RESULTADOS	5
	Conclusão	6
	Referências	7

Introdução

O método simplex é baseado em encontrar uma solução viável ótima para um problema de programação linear e realiza esta busca movendo-se de uma solução viável básica para outra, percorrendo os lados do poliedro que define a região viável, sempre numa direção onde o custo se reduz. Enfim, uma solução viável básica é alcançada quando nenhuma das direções viáveis reduzem o custo; então a solução viável básica é ótima e o algoritmo termina.

1 Descrição do algoritmo

O método simplex utilizado como base para o desenvolvimento do algoritmo está descrito em Bertsimas e Tsitsiklis (1997, pág. 90-91).

Dadas uma matriz $A \in \Re^{m \times n}$, uma solução viável básica $x \in \Re^n$, $b \in \Re^m$, o vetor de custos $c \in \Re^n$, o algoritmo realiza os seguintes passos:

1 Gera a matriz básica B associada a x.

2 Calcula o vetor de custos reduzidos para toda variável não básica. Se nenhuma componente é negativa, então a solução viável básica atual é ótima, acabou.

3 Caso contrário, armazena o índice da variável cujo custo reduzido foi menor. Calcula $u = B^{-1}A_j$. Se nenhum componente de u é positivo, então o custo ótimo é $-\infty$, acabou;

4 Caso contrário, toma $\theta^* = min_{(i=1,\ldots,m|u_i>0)}\{\frac{x_{B(i)}}{u_i}\}$. Seja l o índice onde o mínimo foi encontrado. Forma uma nova base substituindo $A_{B(l)}$ por A_j. Sendo y é a nova solução viável básica, os valores das novas variáveis básicas são $y_j = \theta^*$, $y_{B(i)} - \theta^* u_i$, $i \neq l$. Volta ao passo 1.

É necessário que o problema possua pelo menos uma solução viável básica e que todas as soluções viáveis básicas sejam não degeneradas.

2 Funcionamento do algoritmo

A seguir está a descrição do funcionamento do algoritmo quando o problema de programação linear dado possue pelo menos uma solução ótima ou quando o custo ótimo é ilimitado.

2.1 Solução ótima

Existem duas possibilidades para este caso:

- A solução ótima é dada;
- A solução ótima é encontrada ao percorrer as direções viáveis que reduzem o custo.

2.2 Custo ótimo ilimitado

3 Resultados

O desenvolvimento do algoritmo em linguagem Octave baseado no método simplex descrito em Bertsimas e Tsitsiklis (1997).

Além da análise do funcionamento do algoritmo, conforme descrito na seção anterior, que demonstrou a corretude do mesmo, desde que fossem garantidas as hipóteses sobre os parâmetros de inicialização.

Conclusão

O algoritmo simplex implementado para resolver problemas de programação linear com soluções viáveis básicas não degeneradas e com pelo menos uma ótima é correto.

Mantendo as hipóteses em todos os casos, obtêm-se os resultados esperados em problemas cuja solução ótima é dada, quando o custo ótimo é ilimitado, ou seja necessário encontrar uma direção viável cujo custo seja menor, encontrando a solução ótima.

Referências

BERTSIMAS, D.; TSITSIKLIS, J. *Introduction to Linear Optimization*. [S.l.]: Athena Scientific, 1997. (Athena Scientific series in optimization and neural computation). ISBN 9781886529199. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 5.