

Medidas de Desigualdade e Dados

Curso de Programação - 2025

João Pedro de Freitas Gomes

26 de Maio, 2025



1. Por que e como medir desigualdade?
2. Gini e Coeficiente de Concentração
3. Índices de Entropia Generalizada
4. Desigualdade no Topo
5. Bibliografia

Por que e como medir desigualdade?

Qual desigualdade?

- Existem diversas variáveis relevantes que se distribuem de diferentes maneiras pela população: Rendimentos, riqueza, capacidades, etc.
- Pode-se escolher quaisquer uma delas para se analisar, no entanto, a disponibilidade de dados muitas vezes acaba restringindo quais são as possíveis escolhas a serem feitas.
- Outra questão relevante é que a variável e a medida escolhida para análise possuem alguma forma de teoria da justiça por trás. (Sen, 1995)

Qual desigualdade?

- Se entendermos que a renda é uma variável interessante que se analisar, pois ela captura uma série de características sociais e econômicas, como acesso à bens de consumo, serviços, etc., ainda temos um problema: Qual período será analisado?
- Idealmente, analisaríamos a renda de uma pessoa ao longo de toda a sua vida, pois assim não teríamos problemas de capturar algum efeito daquele momento de vida.
- No entanto, só capturaríamos a renda de alguém após sua morte ou então teria de se estimar ganhos futuros de alguma forma. Por isso, em geral, analisamos desigualdade a partir da renda anual ou mensal. (Cowell, 2011).
- Há alguns trabalhos que analisam a renda toda a vida, como Landersø and Heckman, 2016

Qual renda?

- Mesmo entendendo que devemos utilizar a renda como variável de análise, ainda fica um questionamento: Qual renda?
- Podemos utilizar diversas definições de renda: Antes e depois da aplicação de impostos diretos e indiretos, com ou sem a presença de rendimentos de capital, com benefícios in-kind, etc.
- A definição de renda utilizada depende da pergunta de pesquisa a ser respondida.

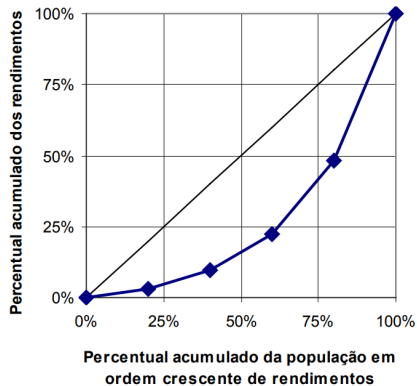
Como representar?

- Podemos representar distribuições graficamente de diversas formas, duas formas relevantes são: Curvas de Lorenz e Curvas de Concentração.
- Índices de desigualdade podem ser definidos da seguinte forma: Uma representação escalar das diferenças de renda entre pessoas de uma dada população.

Gini e Coeficiente de Concentração

- As curvas de Lorenz representam exclusivamente desigualdade *relativa*. (Medeiros, 2012)
- Elas permitem comparar populações de tamanho e níveis de renda distintos, além disso, podemos também utilizá-las para analisar qualquer tipo de distribuição que possa ser ordenada.

Como construir a curva?



- O Gini é dado pela razão entre a área entre a curva de rendimentos e a linha de igualdade perfeita e área total do triângulo formado pelas extremidades da linha de igualdade perfeita.
- Note que o triângulo possui uma área de 0,5, portanto, podemos definir o índice de gini da seguinte forma:

$$G = \frac{\alpha}{0,5} = 2\alpha$$

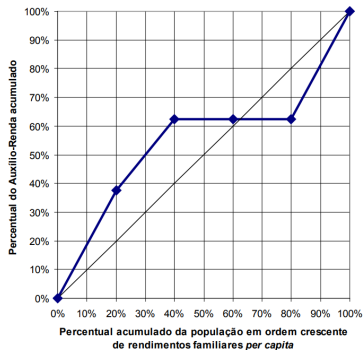
- Mas e se quisermos decompor o Gini por fonte de renda?
- Este índice varia de 0 (igualdade perfeita) a 1 (um indivíduo concentrando toda a renda).

Curvas de Concentração

- Uma curva de concentração é parecida com a curva de lorenz, com uma diferença crucial: A curva de lorenz analisa a distribuição de uma variável ao longo da população, a curva de concentração analisa a distribuição de duas variáveis.
- A curva de concentração é também um gráfico no qual temos frações acumuladas nos eixos X e Y. A diferença é que no eixo X, temos a fração da população ordenada por renda e no eixo Y a fração de algum rendimento recebido ordenado de acordo com a renda.
- Podemos por exemplo, ter os rendimentos do trabalho ordenados de acordo com o rendimento total.
- A curva de lorenz é um caso especial da curva de concentração.

Curvas de Concentração

Curva de Concentração da distribuição do
Auxílio-Renda na população ABCDE



Coeficiente de Concentração

- Tal qual o índice de Gini, este índice é dado pela razão entre a curva de concentração e a linha de igualdade perfeita (β), e a área abaixo da igualdade perfeita. Ou seja, tal qual o gini, ele será dado pelo dobro de β .
- Ele varia de -1 (todos os rendimentos analisados concentradas no indivíduo mais pobre) a +1 (todos os rendimentos analisados concentrados no indivíduo mais rico).
- Para transferências, se o C.C. é maior do que o Gini, ela é regressiva, se é menor, é progressiva, se é possui sinal negativo, é progressiva e pró-pobre.
- Para impostos, a análise se inverte: Se o C.C. é maior do que o gini, ele é progressivo, se é menor, é regressivo.

- É possível utilizar o C.C. para decompor o Gini de acordo com fonte de renda.
- Combinando o Gini, C.C. e participação na renda, é possível calcular efeitos marginais e índices de progressividade.
- Mais detalhes podem ser encontrados em Silveira and Palomo, 2023 e Hoffmann, 2013.

Índices de Entropia Generalizada

- Apesar do Gini ser facilmente decomponível por fonte de renda, caso quiséssemos analisar o impacto que a diferença existente entre grupos realiza sobre a desigualdade, teríamos problemas, por conta do Gini ser baseado no ordenamento da população, ou seja, ao separarmos a população em grupos, perdemos referência do ordenamento original.
- Por conta dessa questão, surgem o Índices de Entropia Generalizada, os quais permitem a decomposição por grupos.
- Eles possuem esse nome pois são índices que são baseados em conceitos da teoria da informação, dentre eles, a entropia (Hoffmann, 1998).
- A ideia é que entropia está associada à desordem de uma distribuição: Se toda renda está concentrada em um indivíduo, o grau de entropia é baixo, se a renda está dispersa, o grau de entropia é alto.

Índices de Theil

- Existem dois índices de Theil: T de Theil, também chamado de primeira medida de Theil e o L de Theil, também chamado de segunda medida de Theil. T varia entre 0 (igualdade perfeita) e $\ln(n)$ e L varia entre 0 e infinito.
- Eles são dados por:

$$T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{y_i}{\mu_y} \ln \frac{y_i}{\mu_y}$$

$$L = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \frac{\mu_y}{y_i}$$

- Note que, por conta do uso dos logaritmos, não é possível contabilizar indivíduos com rendimento zero.

Decomposição por Grupos

- A decomposição por grupos é o principal aspecto de interesse desses índices.
- Por exemplo, o Índice L de Theil permite decomposição por grupos e uma interpretação contrafactual:

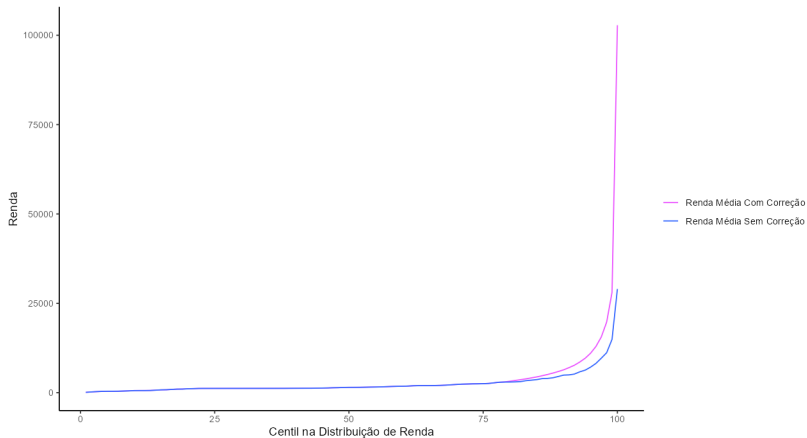
Cenário	Índice L de Theil	Tamanho do componente intra-grupos no Índice L	Tamanho do componente entre grupos no Índice L	% da desigualdade atribuída ao componente racial e de gênero
Cenário 1 (Renda Monetária)	0,62	0,55	0,07	11,13%
Cenário 2 (Renda Monetária + Saúde e Educação Públicas)	0,38	0,33	0,05	12,51%

Desigualdade no Topo

- Os índices comentados até aqui, apesar de úteis para uma série de questões, não são tão sensíveis a mudanças na cauda superior da distribuição de renda, desta forma, é importante complementar esses índices com medidas de apropriação da renda nacional, como o quanto o 1% se apropria da renda nacional e o Palma Ratio (Fatia dos 10% mais ricos sobre a fatia dos 40% mais pobres).
- Em geral, usamos pesquisas amostrais para analisar a distribuição de renda, no entanto, como já visto, este tipo de pesquisa possui problemas para a análise do topo, já que ele não é bem capturado por ela.

- Para lidar com esse tipo de questão, tem surgido uma literatura que combina dados disponibilizados por autoridades fiscais (A Receita Federal, no Brasil, por exemplo), pesquisas amostrais e contas nacionais.
- Uma das principais metodologias para realização deste tipo de procedimento é a interpolação de pareto generalizada, proposta em Blanchet et al., 2021.
- Em resumo, utiliza os dados provenientes das autoridades fiscais e de contas nacionais para estimar os parâmetros de uma distribuição de pareto. Após isso, imputa-se essa distribuição na *survey*, usando uma espécie de fator de correção para a renda.

Exemplo para o Brasil



Exemplo para o Brasil

- Antes da Correção pelos dados da Receita:
 - Apropriação da renda pelos 50% mais pobres: 19.43%
 - Apropriação da renda pelos 10% mais ricos: 40.46%
 - Apropriação da renda pelos 1% mais ricos: 11.46%
 - Gini: 0.49
- Após a Correção pelos dados da Receita:
 - Apropriação da renda pelos 50% mais pobres: 12.84%
 - Apropriação da renda pelos 10% mais ricos: 58.24%
 - Apropriação da renda pelos 1% mais ricos: 26.84%
 - Gini: 0.64

Bibliografia

Bibliografia i



Blanchet, T., Fournier, J., & Piketty, T. (2021). Generalized pareto curves: Theory and applications. *Review of Income and Wealth*, 68(1), 263–288. <https://doi.org/10.1111/roiw.12510>



Cowell, F. (2011). *Measuring inequality*. Oxford University Press.
<https://doi.org/10.1093/acprof:osobl/9780199594030.001.0001>



Hoffmann, R. (1998). Distribuição de renda: Medidas de desigualdades e pobreza edusp. *São Paulo*.



Hoffmann, R. (2013). How to measure the progressivity of an income component. *Applied Economics Letters*, 20(4), 328–331. <https://doi.org/10.1080/13504851.2012.699181>



Landersø, R., & Heckman, J. J. (2016). The scandinavian fantasy: The sources of intergenerational mobility in denmark and the us. *The Scandinavian Journal of Economics*, 119(1), 178–230.
<https://doi.org/10.1111/sjoe.12219>



Medeiros, M. (2012). *Medidas de desigualdade e pobreza*. Editora Universidade de Brasília Brasília.



Sen, A. (1995). *Inequality reexamined*. Oxford University Press.
<https://doi.org/10.1093/0198289286.001.0001>



Silveira, F. G., & Palomo, T. R. (2023). *The brazilian state's redistributive role: Changes and persistence at the beginning of the 21st century* (Discussion Paper No. 275). Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea). <https://repositorio.ipea.gov.br/handle/11058/11830>