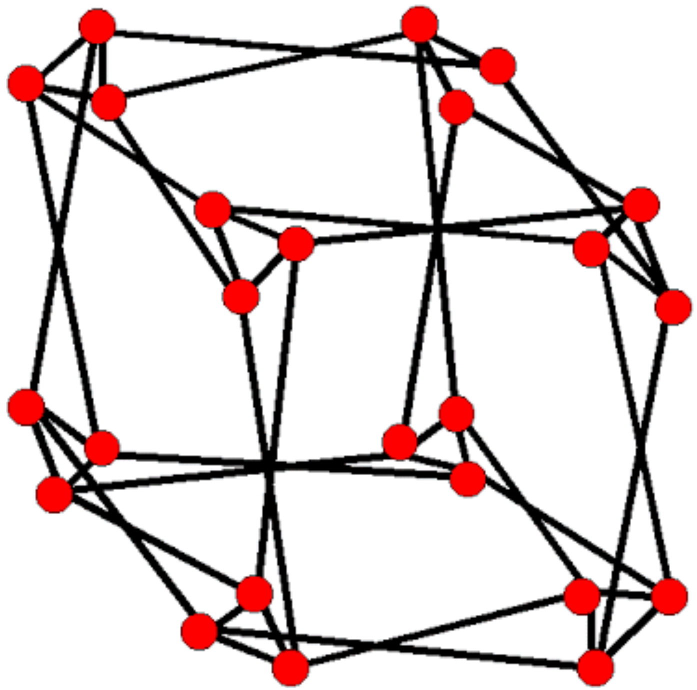
Tema 1: Introducción a la Teoría de Grafos



Dpto. Matemática Aplicada I – Matemática Discreta

Tema 1: Introducción a la Teoría de Grafos

- Nociones básicas
- Subgrafos
- Operaciones con grafos
- Cómo definir un grafo
- Isomorfismo de grafos

Nociones básicas:

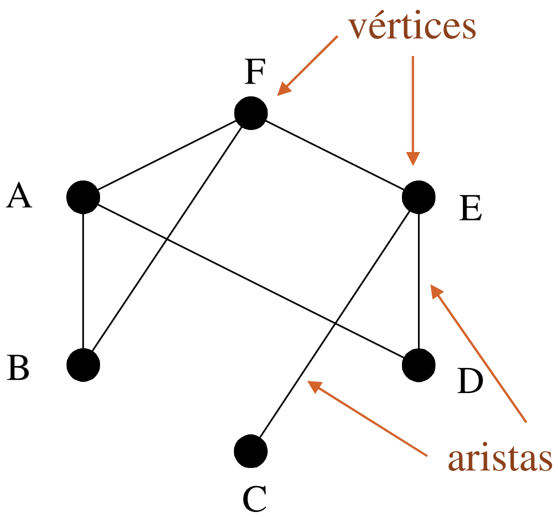
***Grafo*: *G* = (*V*,*A*)**

V* conjunto de *vértices

***A* conjunto de *aristas*:**

pares ***no ordenados*** de vértices

{A,B}={B,A}



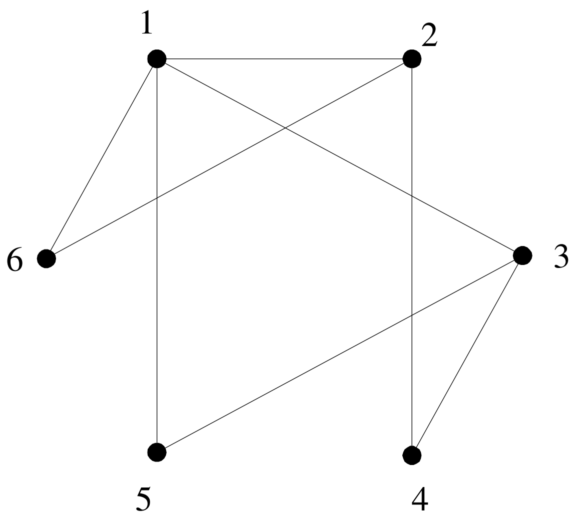
$G = (V, A)$

$V = \{A, B, C, D, E, F\}$

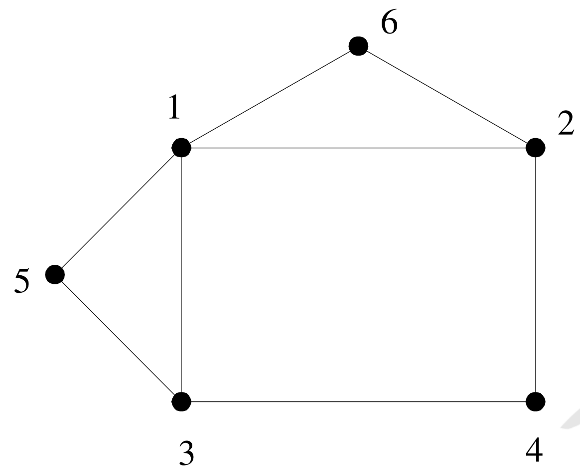
$A = \{\{A, B\}, \{A, D\}, \{A, F\}, \{B, F\}, \{C, E\}, \{D, E\}, \{E, F\}\}$

Nociones básicas:

Grafo: $G = (V,A)$ $\begin{cases} V = \{1,2,3,4,5,6\} \\ A = \{\{1,2\},\{1,3\},\{1,5\},\{1,6\},\{2,4\},\{2,6\},\{3,4\},\{3,5\}\} \end{cases}$



Representación gráfica



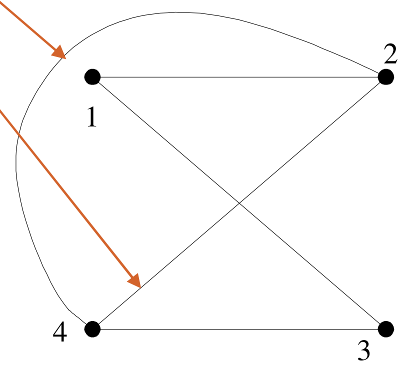
Inmersión

Grafo plano

Nociones básicas: Variantes de grafos

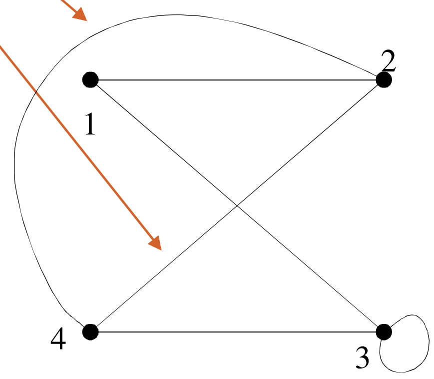
Multigrafo

{2,4} arista múltiple



Pseudografo

{2,4} arista múltiple

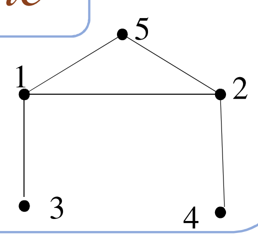


{3,3} lazo o bucle

grafo simple

(no admite aristas

múltiples ni lazos)

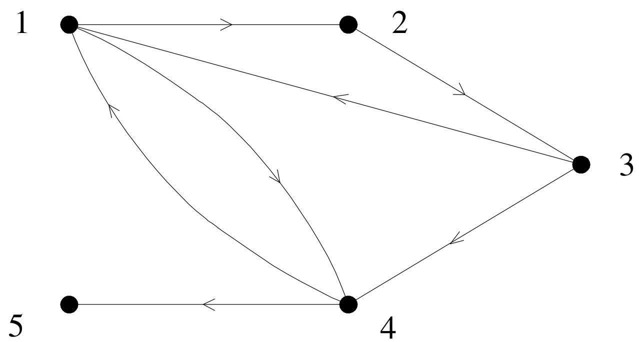


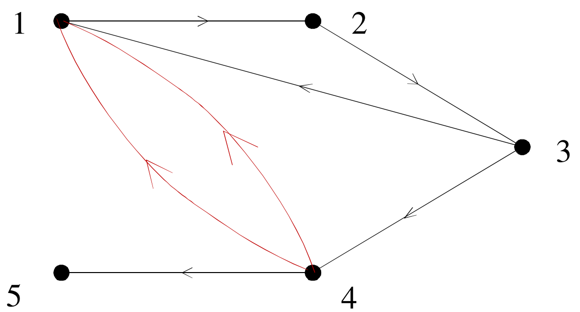
Nociones básicas: Variantes de grafos

Grafo dirigido o digrafo

(las aristas son pares ordenados de vértices)

$(1,2) \neq (2,1)$



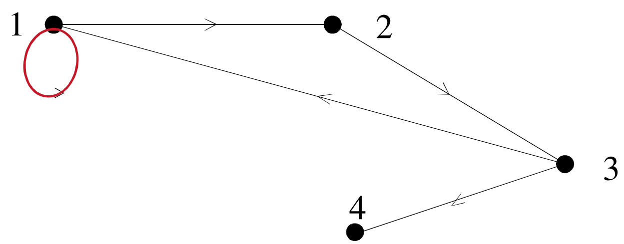


Digrafo múltiple o multigrafo dirigido

(digrafo con aristas múltiples)

Pseudo digrafo o pseudografo dirigido

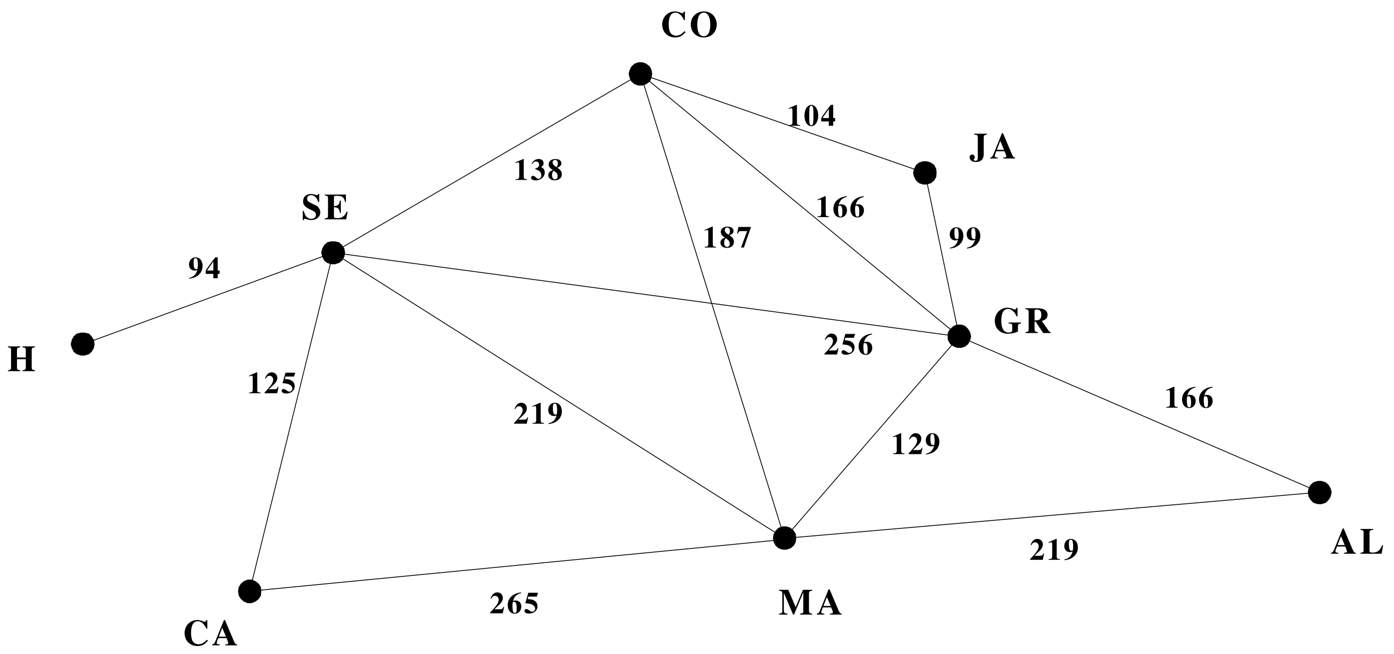
(digrafo con aristas múltiples y/o lazos)



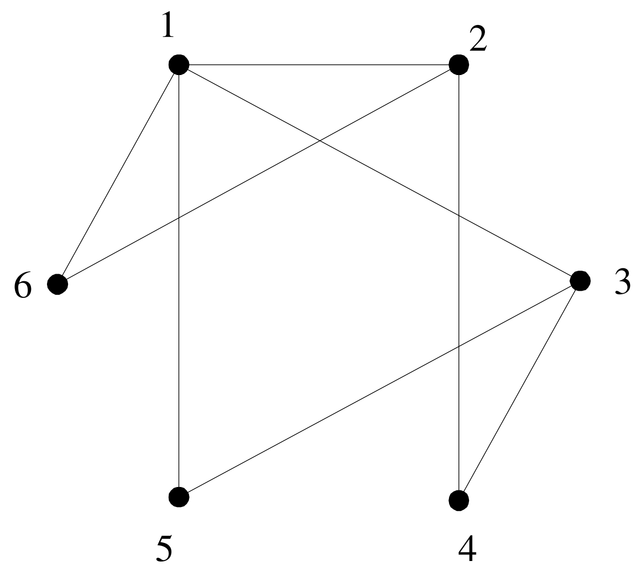
Nociones básicas: Variantes de grafos

Grafo ponderado

(las aristas llevan asignadas un peso)



Nociones básicas:



Vértices *adyacentes*

$v_1, v_2 \in V \Longleftrightarrow e = \{v_1, v_2\} \in A$

1 es adyacente a 2, pero no a 4

Aristas que *inciden* en un mismo vértice

{1,2} y {1,3} inciden en un mismo vértice, pero {3,4} no.

Valencia o *grado* de un vértice v, $\delta(v)$

$\delta(1)=4$, $\delta(2)=3$, $\delta(3)=3$,
$\delta(4)=2$, $\delta(5)=2$, $\delta(6)=2$

Vértices *pares* e *impares*

$\delta(v) = 2k$ $\delta(v) = 2k+1$

Vértice aislado: $\delta(v) = 0$

Nociones básicas: Propiedades de la valencia (grafos simples)

$G = (V,A) \qquad n=|V|$

1) $0 \leq \delta(v) \leq n-1$

2) Un grafo no puede tener simultáneamente vértices de valencia 0 y de valencia n-1.

3) ***Lema del apretón de manos*:**

La suma de las valencias de los vértices es igual al doble del número de aristas:

$$\sum_{v \in V} \delta(v) = 2\,|A|$$

3) ***Lema del apretón de manos*:**

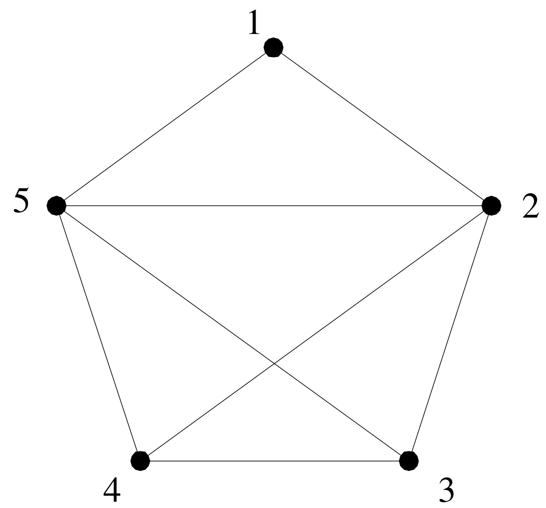
La suma de las valencias de los vértices es igual al doble del número de aristas:

$$\sum_{v \in V} \delta(v) = 2\,|A|$$

Conclusión: En un grafo no puede haber un número impar de vértice con valencia impar.

!!!

Nociones básicas: Lista de grados



Grados de los vértices:

$\delta(1)=2$, $\delta(2)=4$, $\delta(3)=3$, $\delta(4)=3$, $\delta(5)=4$

Lista de grados **(4,4,3,3,2)**

Nociones básicas: Lista de grados

Teorema de Havel-Hakimi

La lista decreciente $(a_1,a_2,...,a_p)$ con $a_1 > 0$ es SG $\Leftrightarrow$ también lo es el resultado de:

1) Eliminar a_1 de la lista.

2) Restar 1 a los primeros a_1 elementos de la nueva lista.

3) Ordenar (decreciente).

Secuencia gráfica (SG) **=** la lista decreciente $(a_1,a_2,...,a_p)$ que corresponde a lista de grados.

$(a_1,a_2,...,a_p)$ representa una lista de grados de un grafo si el siguiente algoritmo devuelve una lista de ceros:

Algoritmo de Havel-Hakimi

P.1 Leer la lista decreciente $(a_1,a_2,...,a_p)$.

P.2 Mientras el primer elemento sea $a_1>0$

P.3 Eliminar el elemento a_1 de la lista.

P.4 Restar 1 a los primeros a_1 elementos de la nueva lista.

P.5 Ordenar (decreciente) la nueva lista.

P.6 Retornar la lista $(a_1,a_2,...)$.

Nociones básicas: Lista de grados

Algoritmo de Havel-Hakimi

P.1 Leer la lista decreciente (a_1,a_2,...,a_p).

P.2 Mientras el primer elemento sea a_1>0

P.3 Eliminar el elemento a_1 de la lista.

P.4 Restar 1 a los primeros a_1 elementos de la nueva lista.

P.5 Ordenar (decreciente) la nueva lista.

P.6 Retornar la lista (a_1,a_2,...).

$$(5,4,4,4,2,1) \xrightarrow{P.3} (4,4,4,2,1) \xrightarrow{P.4} (3,3,3,1,0) \xrightarrow{P.3} (3,3,1,0) \xrightarrow{P.4} (2,2,0,0) \xrightarrow{P.3} (2,0,0) \xrightarrow{P.4} (1,-1,0) \xrightarrow{P.5} (1,0,-1) \xrightarrow{P.3} (0,-1) \xrightarrow{P.4} \boxed{(-1,-1)}$$

(5,4,4,4,2,1) no es una secuencia gráfica ⇐ **(-1,-1)**

Nociones básicas: Lista de grados

Algoritmo de Havel-Hakimi

P.1 Leer la lista decreciente (a_1,a_2,...,a_p).

P.2 Mientras el primer elemento sea $a_1>0$

P.3 Eliminar el elemento a_1 de la lista.

P.4 Restar 1 a los primeros a_1 elementos de la nueva lista.

P.5 Ordenar (decreciente) la nueva lista.

P.6 Retornar la lista (a_1,a_2,...).

$$
\begin{array}{c}
(1,2,2,3,4) \\
\downarrow \\
(4,3,2,2,1) \\
\downarrow \text{P.3} \\
(3,2,2,1) \\
\downarrow \text{P.4} \\
(2,1,1,0) \\
\downarrow \text{P.3} \\
(1,1,0) \\
\downarrow \text{P.4} \\
\boxed{(0,0,0)}
\end{array}
$$

(1,2,2,3,4) es una secuencia gráfica

Nociones básicas: Lista de grados

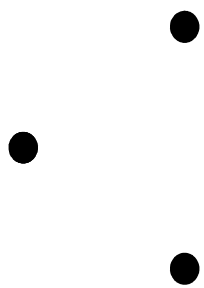
Algoritmo de Havel-Hakimi

P.1 Leer la lista decreciente ($a_1,a_2,\ldots,a_p$).

P.2 Mientras el primer elemento sea $a_1>0$

- **P.3 Eliminar el elemento a_1 de la lista.**
- **P.4 Restar 1 a los primeros a_1 elementos de la nueva lista.**
- **P.5 Ordenar (decreciente) la nueva lista.**

P.6 Retornar la lista ($a_1,a_2,\ldots$).



$$(1,2,2,3,4) \downarrow (4,3,2,2,1) \xrightarrow{P.3} (3,2,2,1) \xrightarrow{P.4} (2,1,1,0) \xrightarrow{P.3} (1,1,0) \xrightarrow{P.4} \boxed{(0,0,0)}$$

Nociones básicas: Lista de grados

Algoritmo de Havel-Hakimi

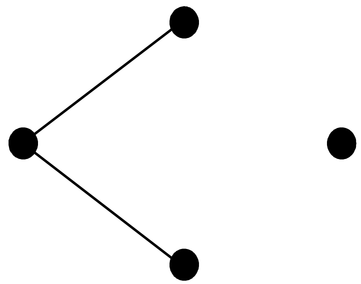
P.1 Leer la lista decreciente $(a_1,a_2,\ldots,a_p)$.

P.2 Mientras el primer elemento sea $a_1>0$

- **P.3 Eliminar el elemento a_1 de la lista.**
- **P.4 Restar 1 a los primeros a_1 elementos de la nueva lista.**
- **P.5 Ordenar (decreciente) la nueva lista.**

P.6 Retornar la lista $(a_1,a_2,\ldots)$.

$$(1,2,2,3,4) \downarrow (4,3,2,2,1) \xrightarrow{P.3} (3,2,2,1) \xrightarrow{P.4} \boxed{(2,1,1,0)} \xrightarrow{P.3} (1,1,0) \xrightarrow{P.4} (0,0,0)$$



Nociones básicas: Lista de grados

Algoritmo de Havel-Hakimi

P.1 Leer la lista decreciente $(a_1,a_2,...,a_p)$.

P.2 Mientras el primer elemento sea $a_1>0$

P.3 Eliminar el elemento a_1 de la lista.

P.4 Restar 1 a los primeros a_1 elementos de la nueva lista.

P.5 Ordenar (decreciente) la nueva lista.

P.6 Retornar la lista $(a_1,a_2,...)$.

(1,2,2,3,4)

$\downarrow$

$\boxed{(4,3,2,2,1)}$

$\downarrow$ P.3

(3,2,2,1)

$\downarrow$ P.4

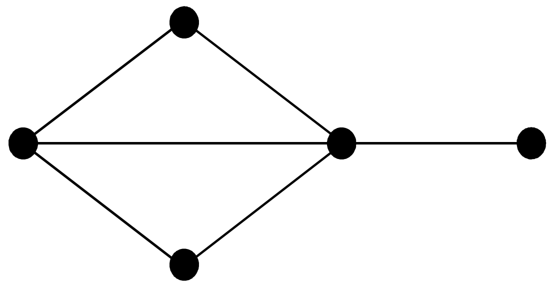
(2,1,1,0)

$\downarrow$ P.3

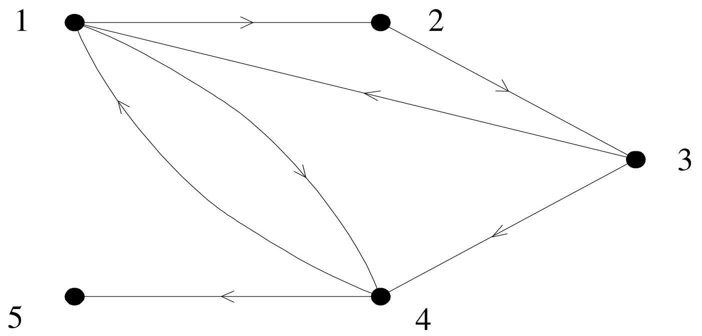
(1,1,0)

$\downarrow$ P.4

(0,0,0)



Nociones básicas: Adyacencias en digrafos



Valencia o grado de entrada, $\delta_e(v)$

$\delta_e(1)=2$

$\delta_e(2)=1$

$\delta_e(3)=1$

$\delta_e(4)=2$

$\delta_e(5)=1$

Valencia o grado de salida, $\delta_s(v)$

$\delta_s(1)=2$

$\delta_s(2)=1$

$\delta_s(3)=2$

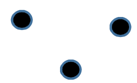
$\delta_s(4)=2$

$\delta_s(5)=0$

Nociones básicas: Grafos especiales

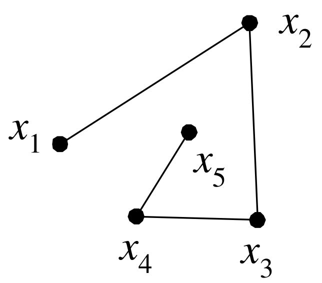
Grafo trivial:

No tiene ninguna arista.



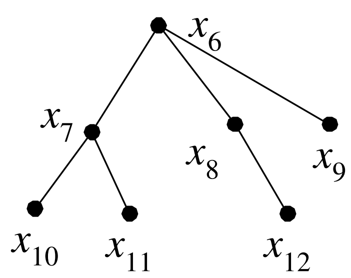
Sin ciclos

Árbol:

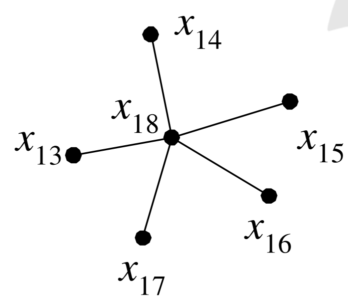


T_1: camino simple P_4

Bosque de 2 árboles:



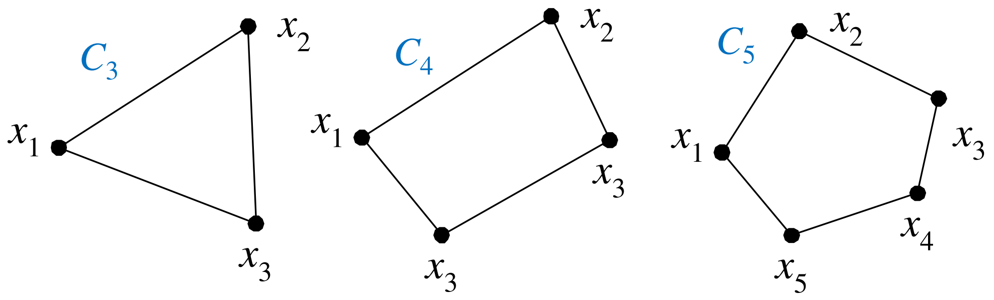
T_2: árbol enraizado



T_3: estrella de 5 puntas

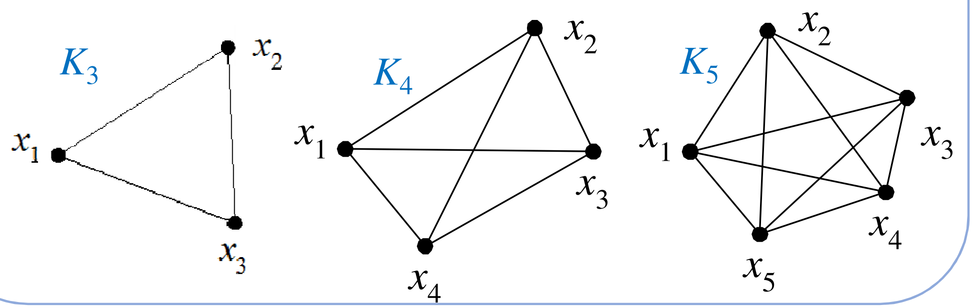
Nociones básicas: Grafos especiales

Grafo ciclo: C_n 2-regular



Grafo completo: K_n (n-1)-regular

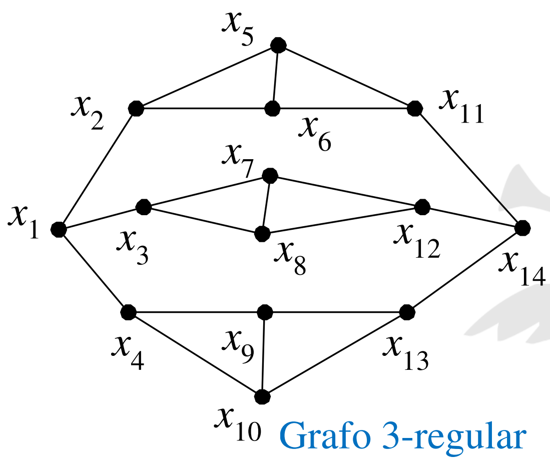
Todos los vértices con máxima valencia:
$\delta(v) = n-1$ ($\forall v \in V$, con $|V|=n$)



Grafo regular

k-valente = k-regular

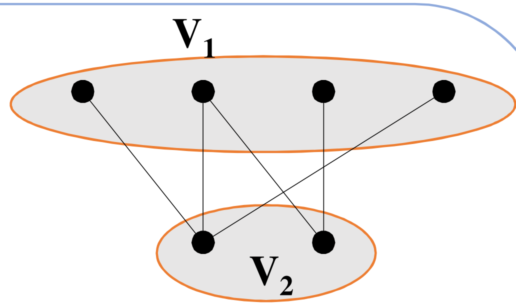
Todos los vértices con igual valencia: $\delta(v)=k$ ($\forall v \in V$)



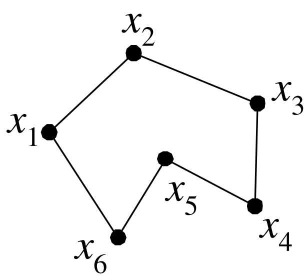
Grafo 3-regular

Nociones básicas: Grafos especiales

Grafo <u>bipartito</u>:

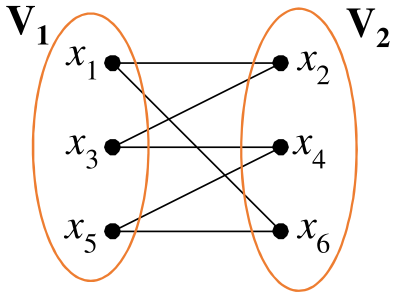


$$G = (V,A) \begin{cases} V = V_1 \cup V_2 \text{ , } V_1 \cap V_2 = \phi \\ \forall e \in A : \ e = \{v_1, v_2\} \text{ , } v_1 \in V_1 \text{ , } v_2 \in V_2 \end{cases}$$

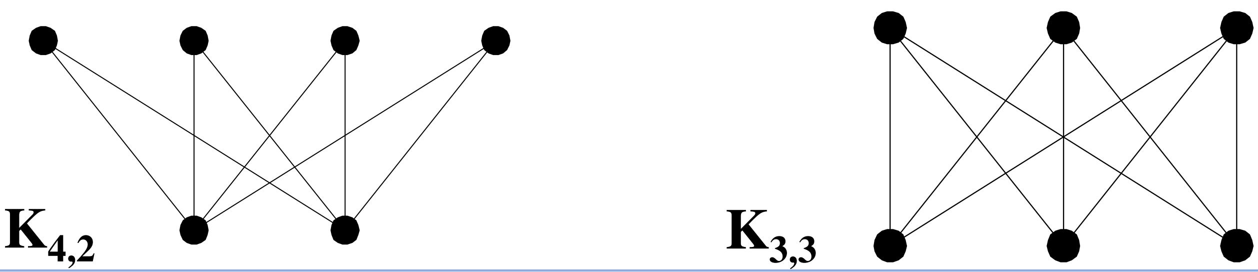


C_6

$\approx$



Grafo <u>bipartito completo</u>: ($K_{n,m}$)

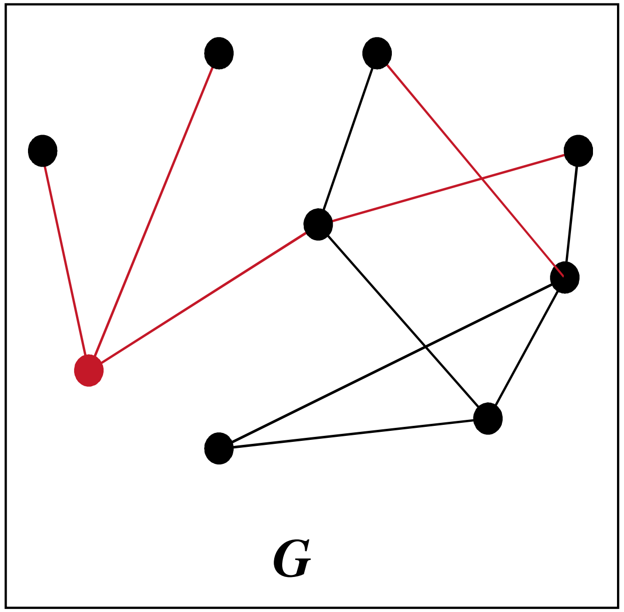


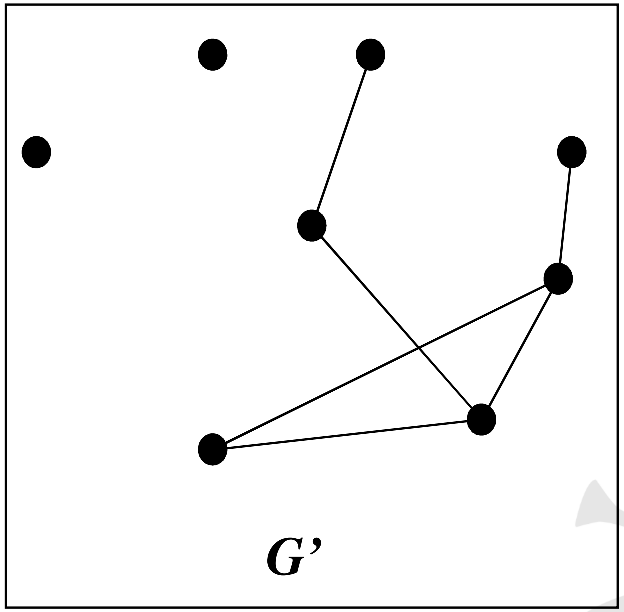
Tema 1: Introducción a la Teoría de Grafos

- Nociones básicas
- Subgrafos
- Operaciones con grafos
- Cómo definir un grafo
- Isomorfismo de grafos

Subgrafo

$G = (V,A)$ $\quad\quad$ $G' = (V', A')$





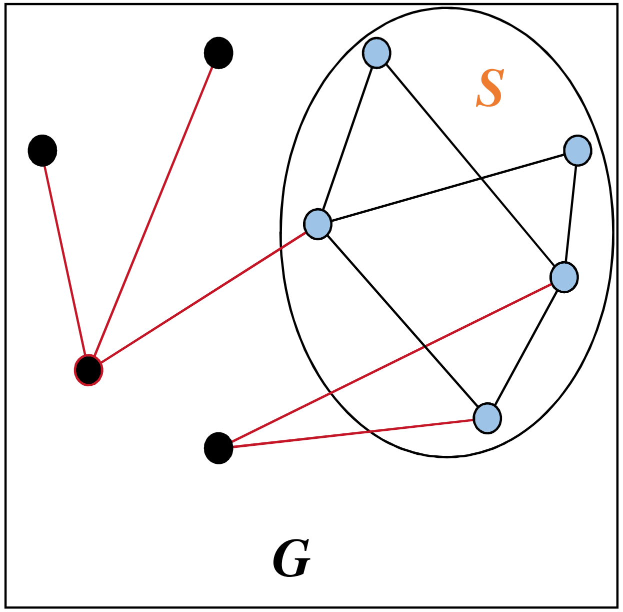
G' es subgrafo de *G*

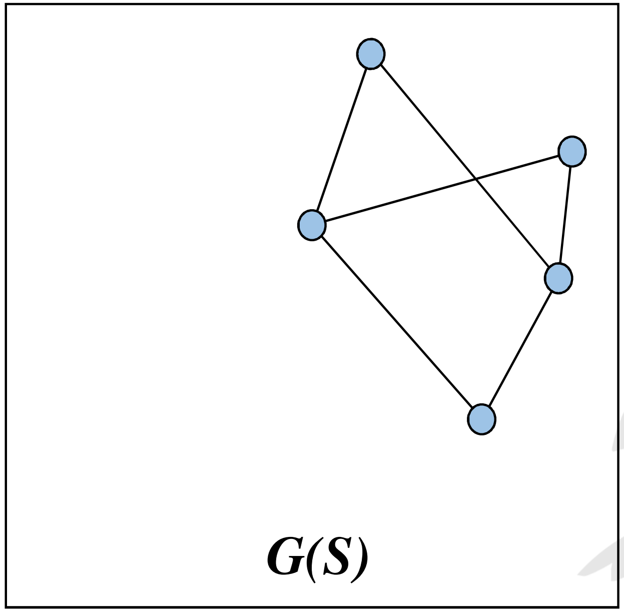
$$G' \subseteq G \iff \begin{cases} V' \subseteq V \\ A' \subseteq A \end{cases}$$

Subgrafo inducido por un conjunto de vértices

$G = (V, A)$

$S \subseteq V$

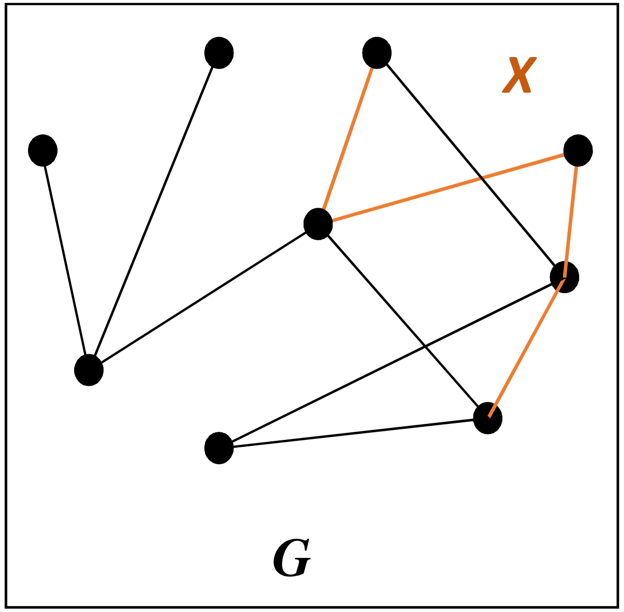


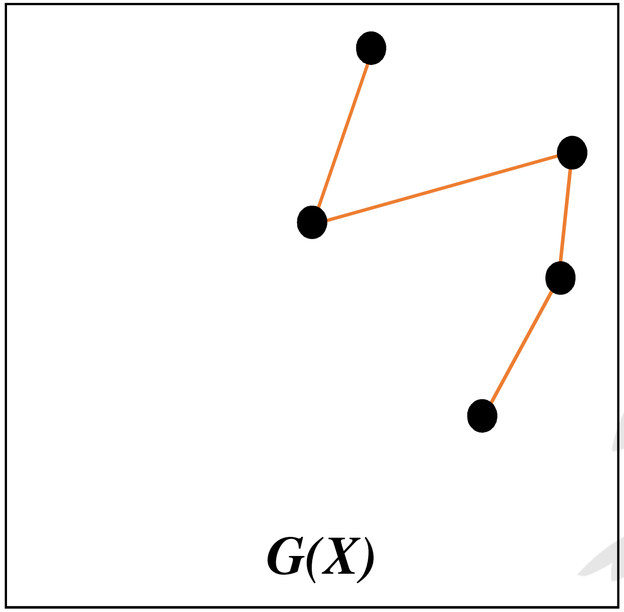


$G(S)$: <u>subgrafo inducido por S</u>

Subgrafo inducido por un conjunto de aristas

$G = (V,A)$ $\qquad\qquad$ $X \subseteq A$

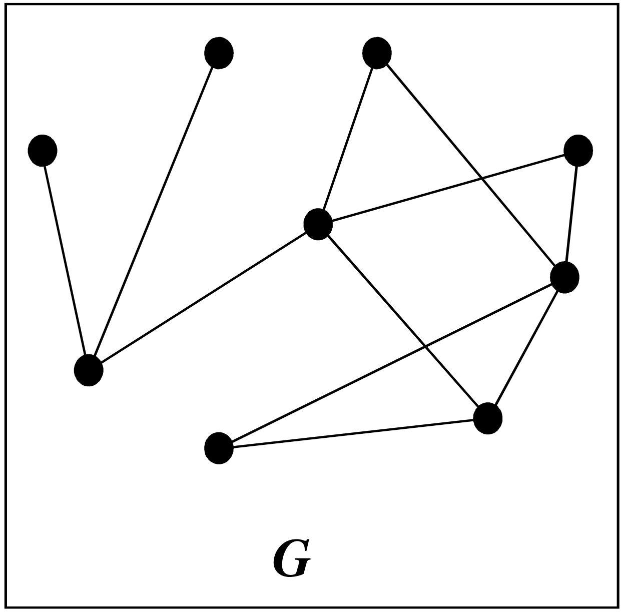


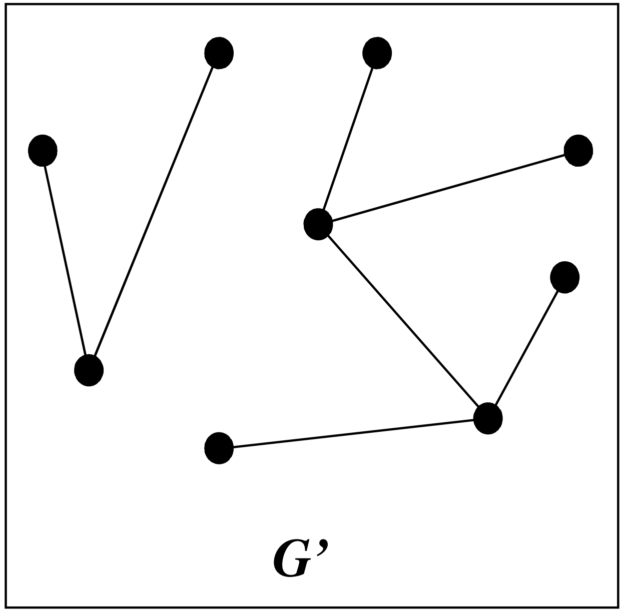


$G(X)$: <u>subgrafo inducido por X</u>

Subgrafo recubridor

$G = (V,A)$ $\quad$ $G' = (V',A')$ un subgrafo de G





G' <u>subgrafo recubridor</u> de G *si* $V' = V$

Tema 1: Introducción a la Teoría de Grafos

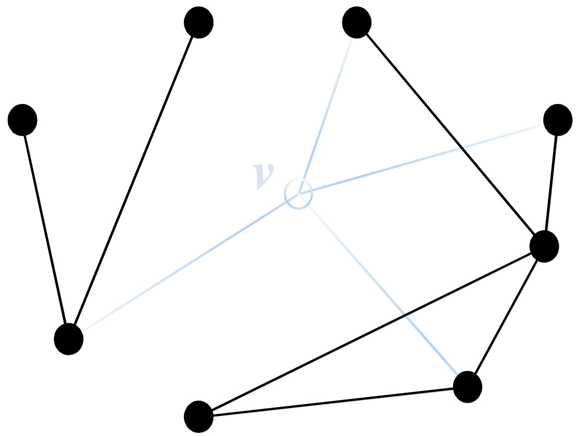
- Nociones básicas
- Subgrafos
- **Operaciones con grafos**
- Cómo definir un grafo
- Isomorfismo de grafos

Operaciones con grafos:

Eliminación de vértice

$G = (V,A), \quad v \in V$

$G\text{-}v = G(V\text{-}\{v\})$

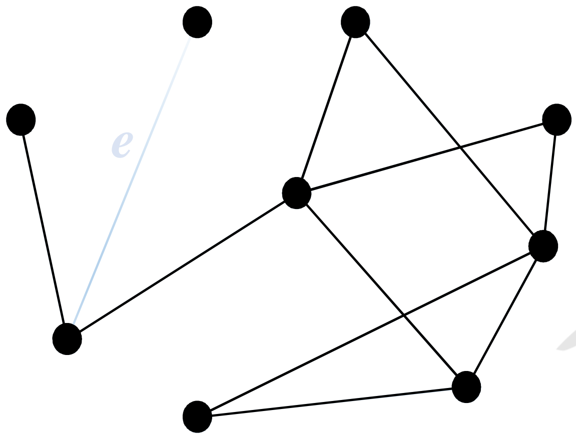


***G*-v**

Eliminación de arista

$G = (V,A), \quad e \in A$

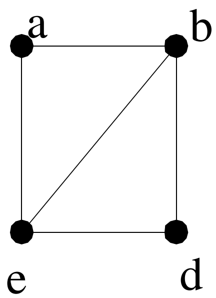
$G\text{-}e \supseteq G(A\text{-}\{e\})$



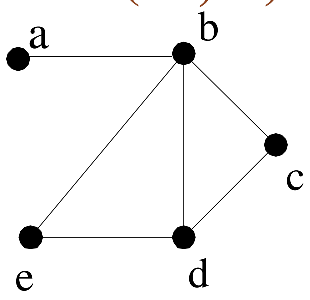
***G*-e**

Operaciones con grafos:

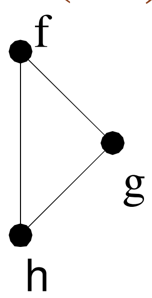
$G = (V,A)$



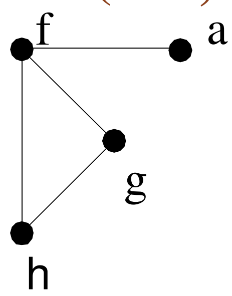
$G' = (V',A')$



$G'' = (V'',A'')$

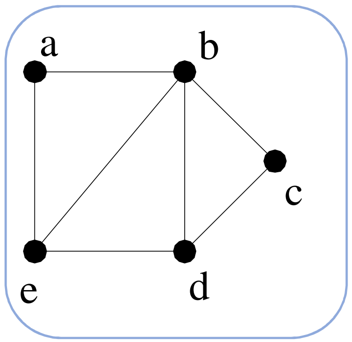


$G''' = (V''',A''')$

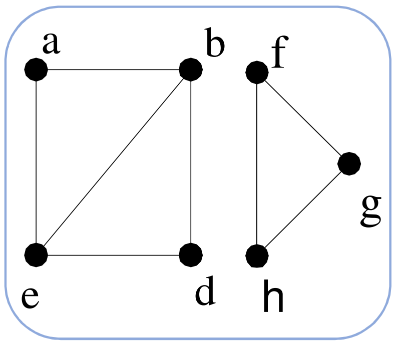


Unión de grafos

$G \cup G' = (V \cup V', A \cup A')$



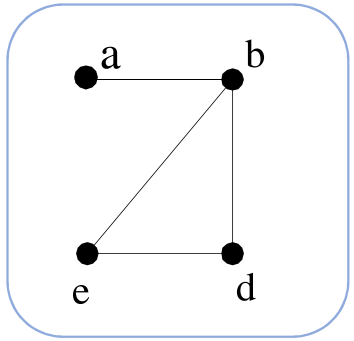
$G \cup G'$



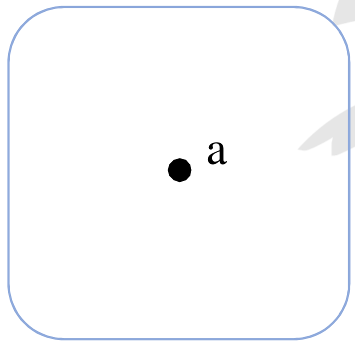
$G \cup G''$

Intersección de grafos

$G \cap G' = (V \cap V', A \cap A')$



$G \cap G'$

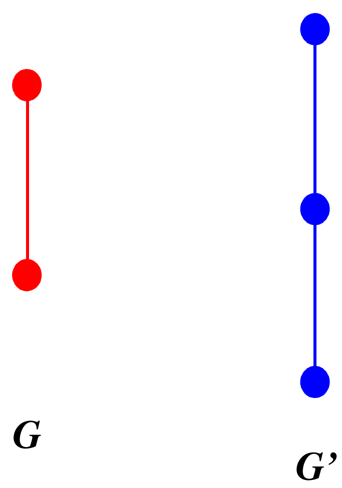


$G \cap G'''$

Operaciones con grafos: Suma de grafos disjuntos

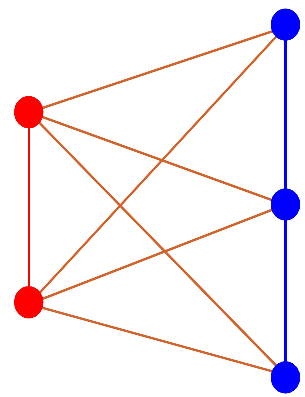
$G = (V,A)$ $G' = (V',A')$

grafos disjuntos $(V \cap V' = \phi)$



Suma de grafos:

$G + G'$



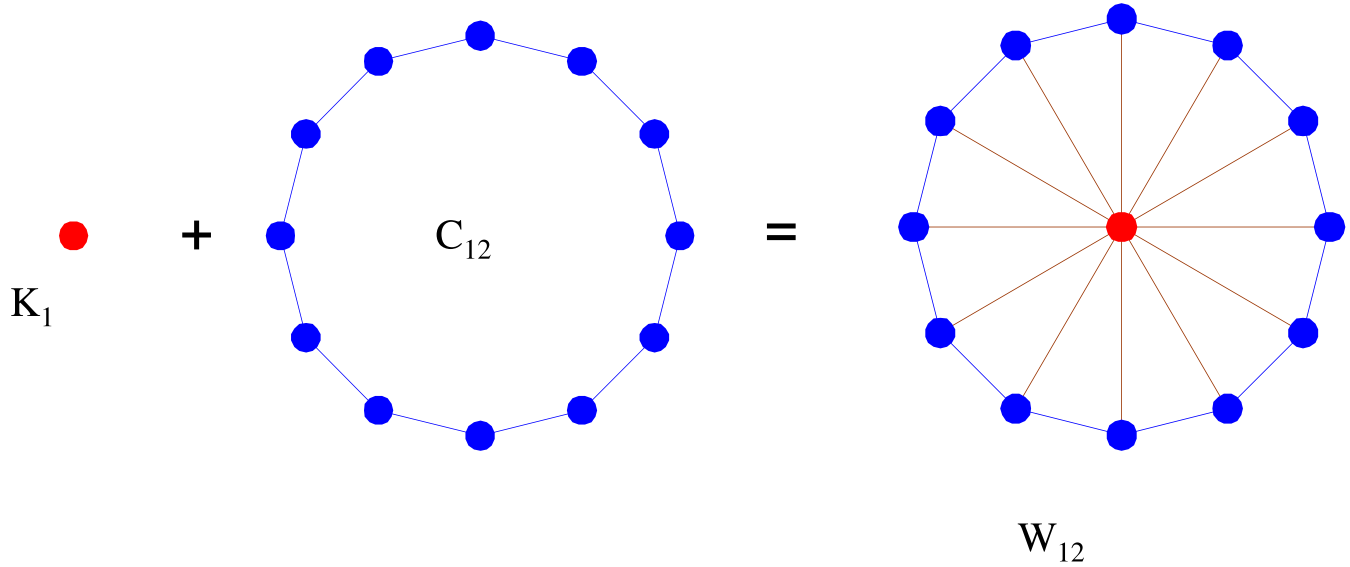
Vértices: $V \cup V'$

Aristas:

$A \cup A' \cup \{\{v,v'\} \,/\, v \in V,\ v' \in V'\}$

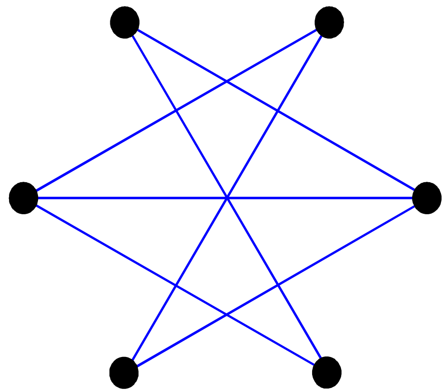
Operaciones con grafos: Suma de grafos disjuntos

Ejemplo: Grafo rueda $W_n = K_1 + C_n$



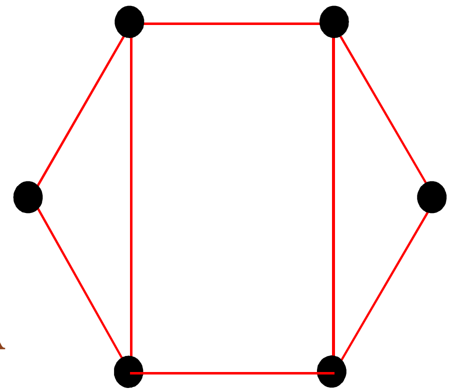
Operaciones con grafos:

$G = (V, A)$

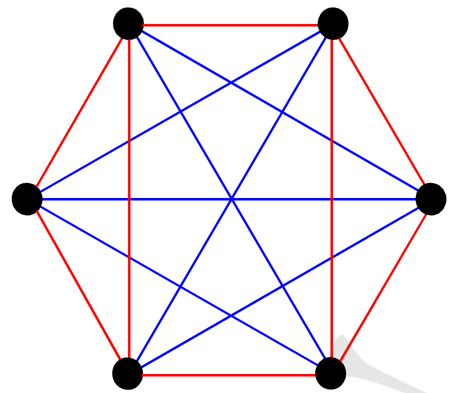


Grafo <u>complementario</u>

$\overline{G} = (V, \overline{A})$



$e \in \overline{A} \iff e \notin A$



$K_n = G \cup \overline{G}$

Operaciones con grafos: Grafo de línea

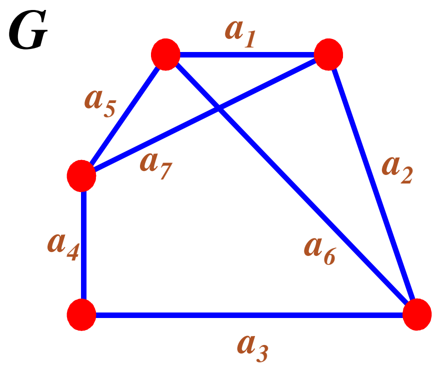
Dado $G = (V,A)$ $\begin{cases} V = \{v_1, v_2, \dots , v_n\} \\ A = \{a_1, a_2, \dots , a_m\} \end{cases}$

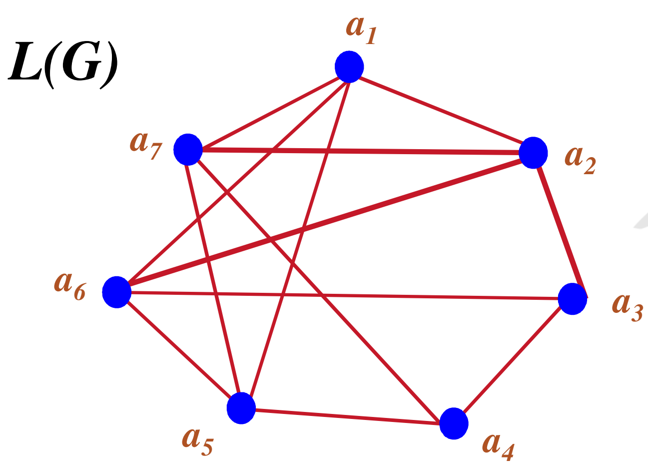
$L(G) = (L(V), L(A))$

Vértices: $L(V) = A = \{a_1, a_2, \dots , a_m\}$

Aristas: $L(A)$

$\{a_i,a_j\} \in L(A)$ si, en el grafo G, las aristas a_i y a_j son incidentes en un vértice.





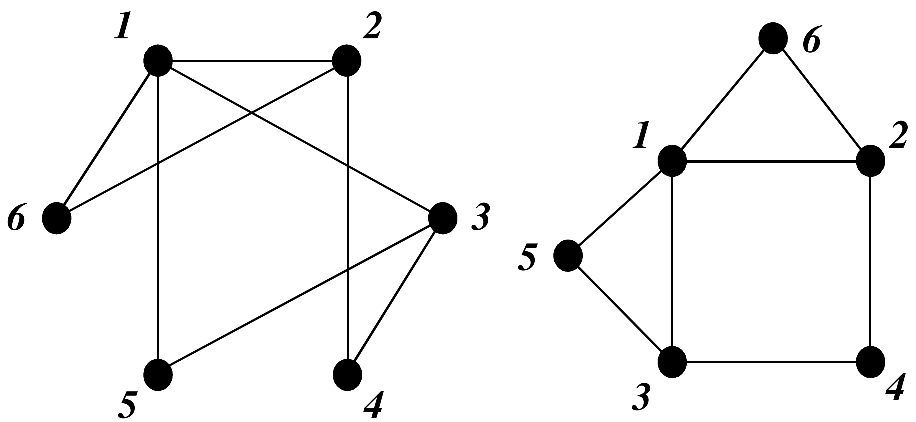
Tema 1: Introducción a la Teoría de Grafos

- Nociones básicas
- Subgrafos
- Operaciones con grafos
- Cómo definir un grafo
- Isomorfismo de grafos

Formas de definir un grafo:

$G = (V,A)$ $\begin{cases} V=\{1,2,3,4,5,6\} \\ A=\{\{1,2\},\{1,3\},\{1,5\},\{1,6\},\{2,4\},\{2,6\},\{3,4\},\{3,5\}\} \end{cases}$

Realización gráfica



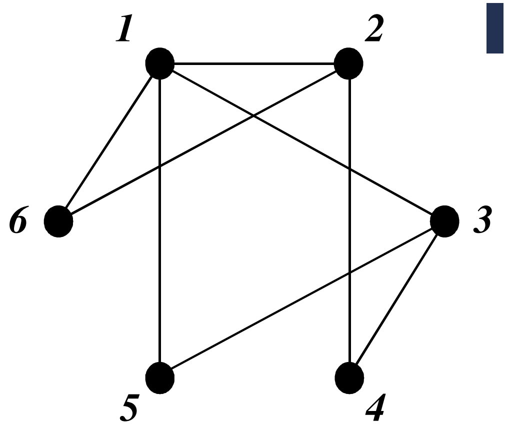
Lista de adyacencias o lista de listas

Lista formada por n_v listas: Para cada vértice, una lista de vértices a adyacentes él.

{{2,3,5,6},{1,4,6},{1,4,5},{2,3},{1,3},{1,2}}

Formas de definir un grafo:

$G = (V,A)$ $\quad n_v$ = número de vértices



Matriz de adyacencia

Ad: Matriz de orden $n_v \times n_v$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si } v_i \text{ es adyacente a } v_j \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$$Ad = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

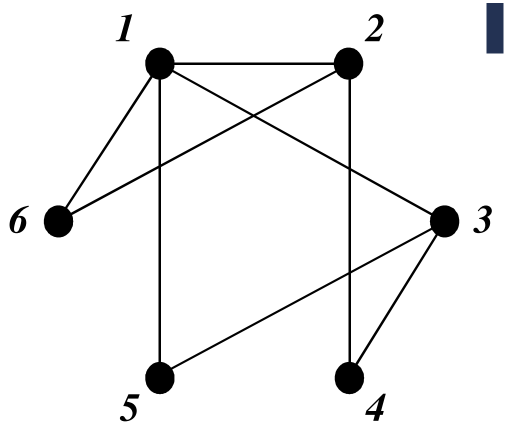
Propiedades:

Cuadrada y simétrica

Suma de cada fila (o columna) = grado del vértice correspondiente

Diagonal nula

Formas de definir un grafo:



$G = (V, A)$ $\quad n_v$ = número de vértices

n_a = número de aristas

Matriz de incidencia

In: Matriz de orden $n_v \times n_a$

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si } v_i \text{ es vértice de la arista } a_j \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$$\text{In} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} \{1,2\} & \{1,3\} & \{1,5\} & \{1,6\} & \{2,4\} & \{2,6\} & \{3,4\} & \{3,5\} \end{array} \\ \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

Propiedades:

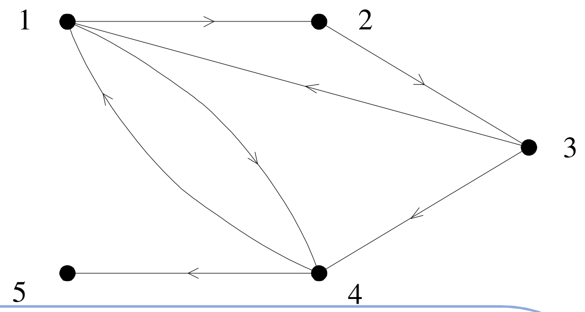
No tiene por qué ser ni cuadrada ni simétrica

Suma de cada fila = grado del vértice correspondiente

Suma de cada columna = 2

Formas de definir un digrafo:

$$G = (V,A) \begin{cases} V=\{1,2,3,4,5\} \\ A=\{(1,2),(1,4),(2,3),(3,1), \\ \quad (3,4),(4,1),(4,5)\} \end{cases}$$



Matriz de adyacencia de digrafo

Ad: Matriz de orden $n_v \times n_v$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si } (v_i, v_j) \text{ es una arista} \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$$Ad = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Propiedades:

Cuadrada, pero no tiene por qué ser simétrica

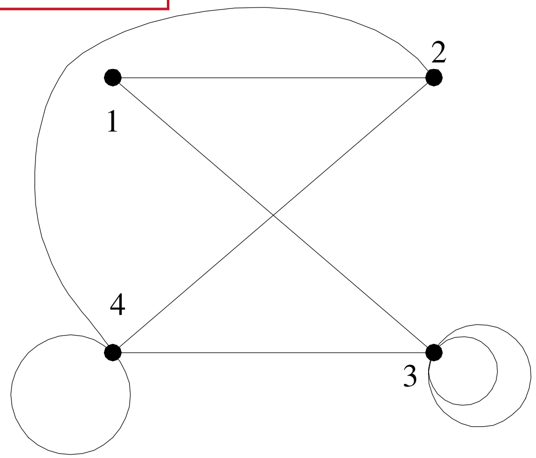
Suma de cada fila = grado de salida del vértice correspondiente

Suma de cada columna = grado de entrada del vértice correspondiente

Diagonal nula

Formas de definir un pseudografo:

$$G = (V,A) \begin{cases} V=\{1,2,3,4\} \\ A=\{\{1,2\},\{1,3\},\{2,4\},\{2,4\}, \\ \quad \{3,3\},\{3,3\},\{3,4\},\{4,4\}\} \end{cases}$$



Matriz de adyacencia de pseudografo

Ad: Matriz de orden $n_v \times n_v$

$$a_{ij} = \begin{cases} i \neq j & \{\text{ número de veces que aparece la arista } \{v_i, v_j\} \\ i = j & \{\text{ doble de veces que aparece el lazo } \{v_i, v_i\} \end{cases}$$

$$\text{Ad} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

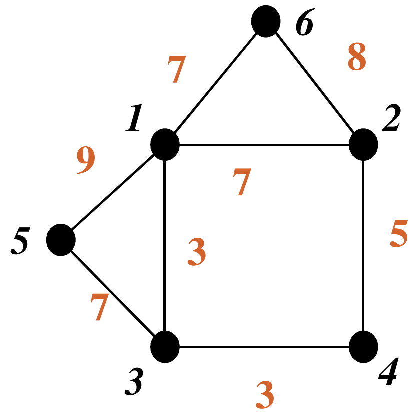
Propiedades:

Cuadrada y simétrica

Suma de cada fila (o columna) = grado del vértice correspondiente

Diagonal, no tiene por qué ser nula

Formas de definir un grafo:



Matriz de adyacencia de grafo ponderado

Ad: Matriz de orden $n_v \times n_v$

a_{ij} = peso de la arista $\{v_i, v_j\}$

$$Ad = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 & 0 & 9 & 7 \\ 7 & 0 & 0 & 5 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 3 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Propiedades:

Cuadrada, simétrica

Diagonal nula

Tema 1: Introducción a la Teoría de Grafos

- Nociones básicas
- Subgrafos
- Operaciones con grafos
- Cómo definir un grafo
- Isomorfismo de grafos

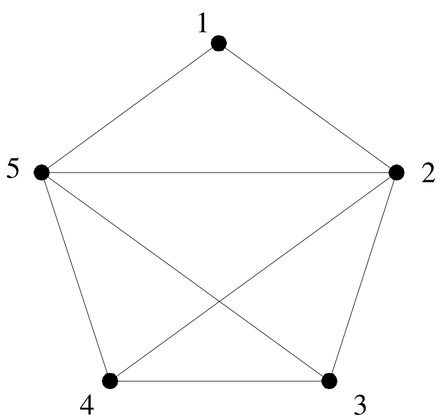
Isomorfismo de grafos

$G = (V,A)$ $\qquad$ $G' = (V',A')$

$(G \sim G')$

isomorfos

$$f : V \longrightarrow V' \text{ biyectiva } \mid \{u,v\} \in A \iff \{f(u),f(v)\} \in A'$$



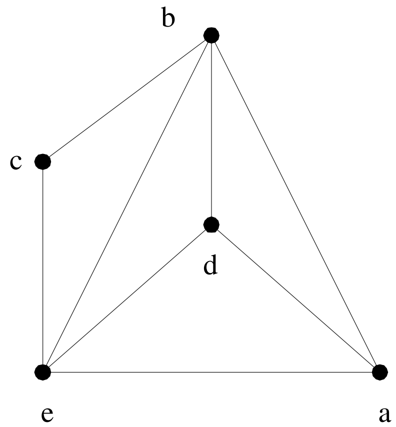
f(1) = c

f(2) = e

f(3) = a

f(4) = d

f(5) = b



Isomorfismo de grafos

Si $G \sim G'$, deben tener en común:

Invariantes

- Número de vértices
- Número de aristas
- Grados de los vértices
- Número de ciclos de igual longitud
- Número de componentes conexas
- Etc.

Encontrar una característica diferente en G y G'

⇓

$G \not\sim G'$

Isomorfismo de grafos

Propiedad de grafos isomorfos

$G \sim G'$ isomorfos $\Longleftrightarrow$ $\overline{G} \sim \overline{G'}$ isomorfos

Dem:

$$G \sim G' \iff \exists\, f : V \longrightarrow V' \text{ biyectiva} \mid \{u,v\} \in A \iff \{f(u),f(v)\} \in A'$$

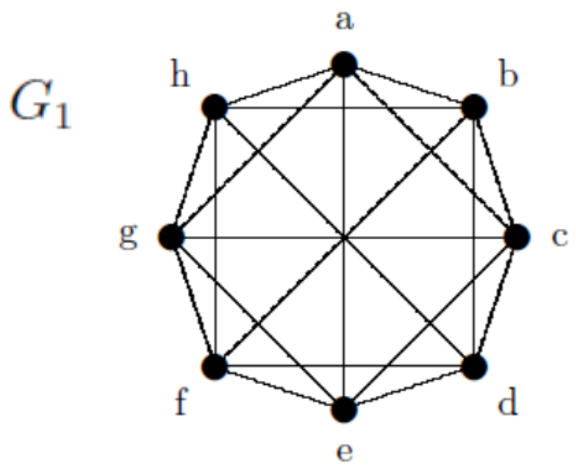
$$\iff \{u,v\} \notin A \iff \{f(u),f(v)\} \notin A'$$

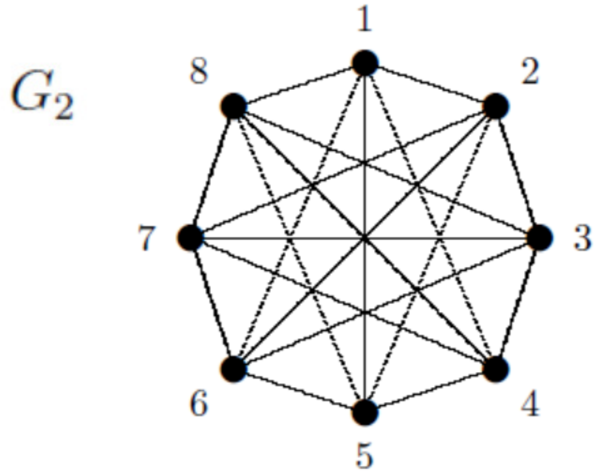
$$\iff \{u,v\} \in \overline{A} \iff \{f(u),f(v)\} \in \overline{A'}$$

$$\iff \overline{G} \sim \overline{G'} \text{ isomorfos}$$

Pb 12 boletín

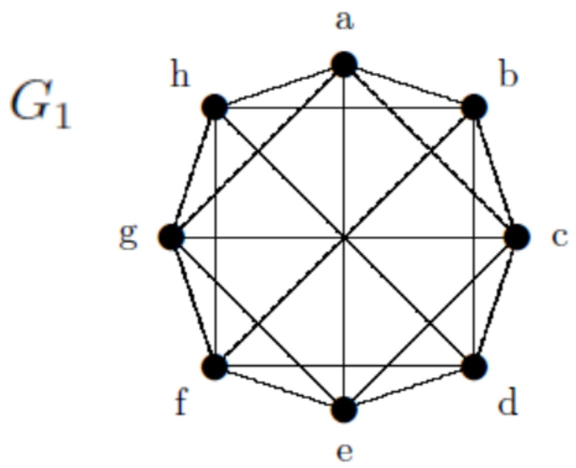
b) Justifíquese si son, o no, isomorfos los grafos G_1 y G_2 de la siguiente figura:

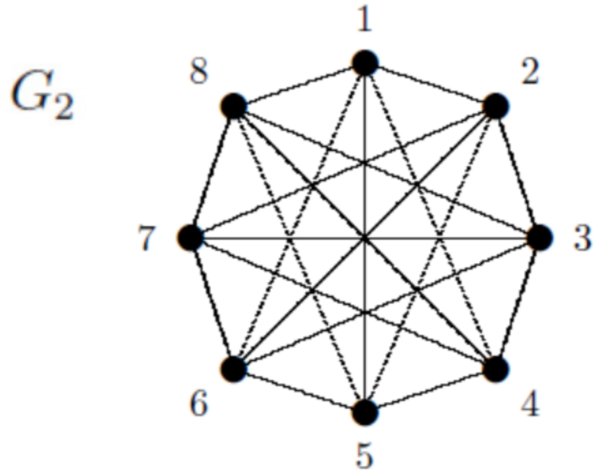


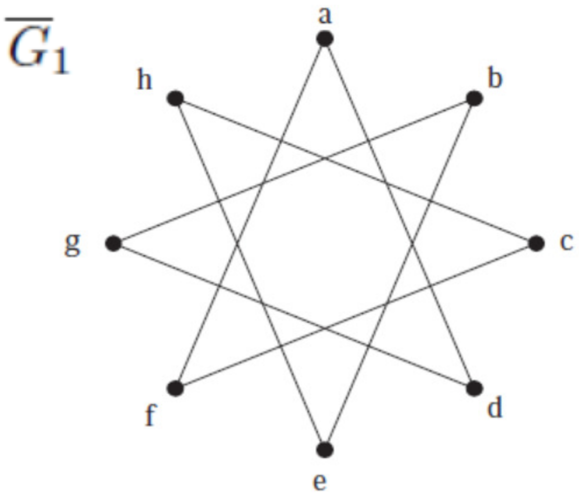


Pb 12 boletín

b) Justifíquese si son, o no, isomorfos los grafos G_1 y G_2 de la siguiente figura:



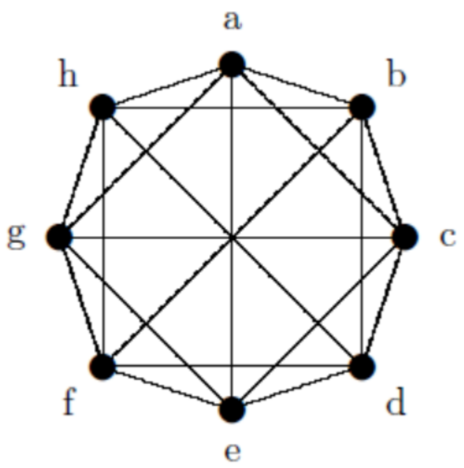




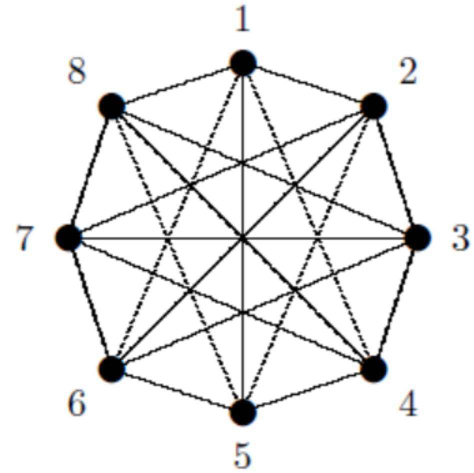
Pb 12 boletín

$b)$ Justifíquese si son, o no, isomorfos los grafos G_1 y G_2 de la siguiente figura:

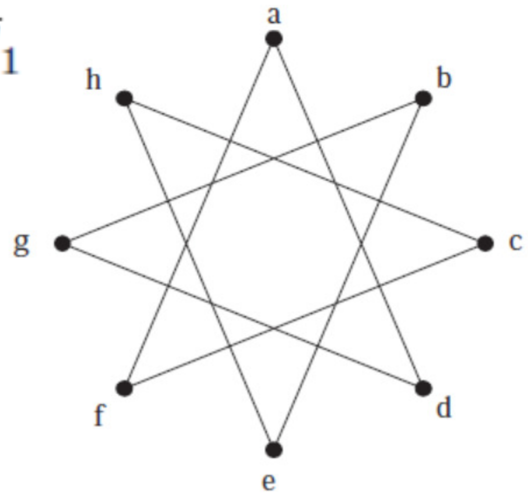
G_1



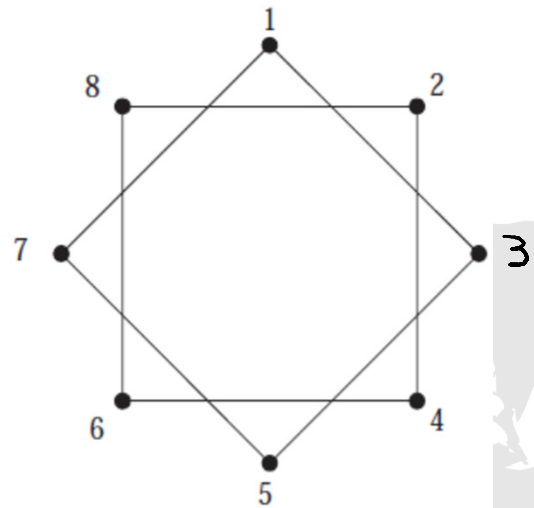
G_2



$\overline{G_1}$



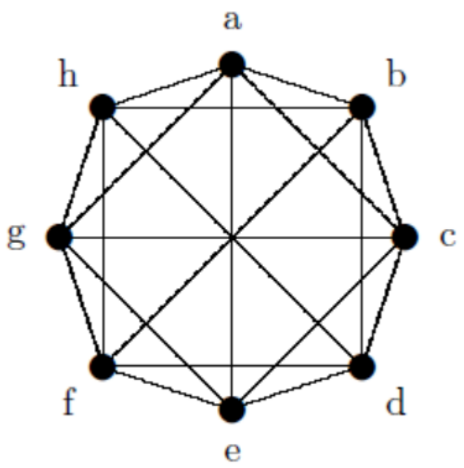
$\overline{G_2}$



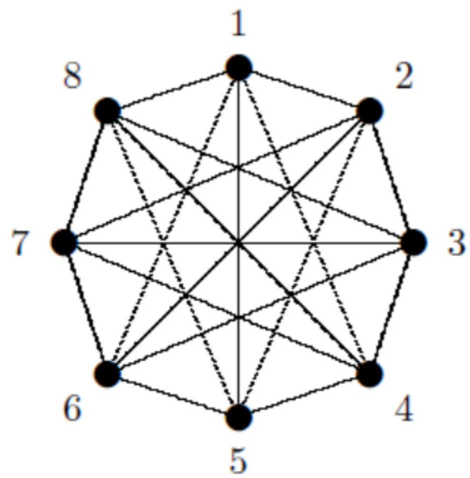
Pb 12 boletín

b) Justifíquese si son, o no, isomorfos los grafos G_1 y G_2 de la siguiente figura:

G_1



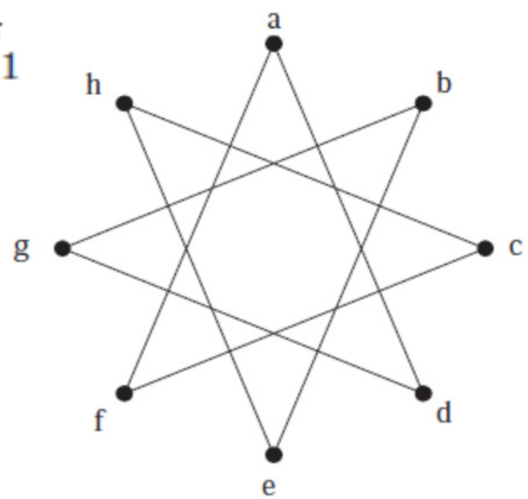
G_2

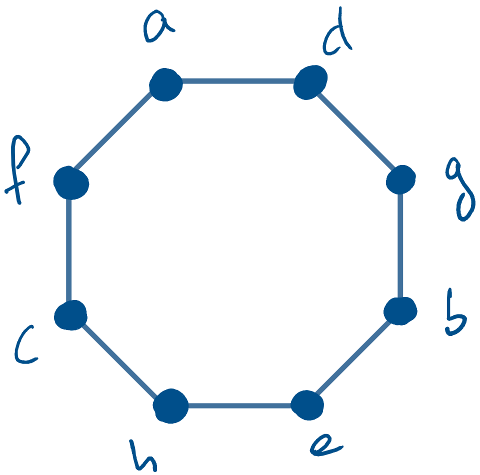


C_8

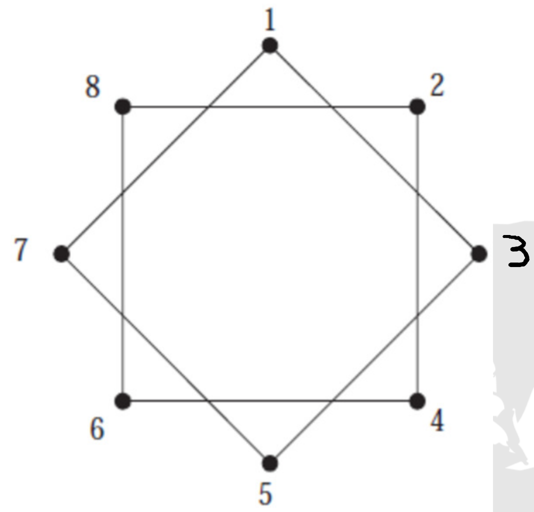
$=$

$\overline{G}_1$





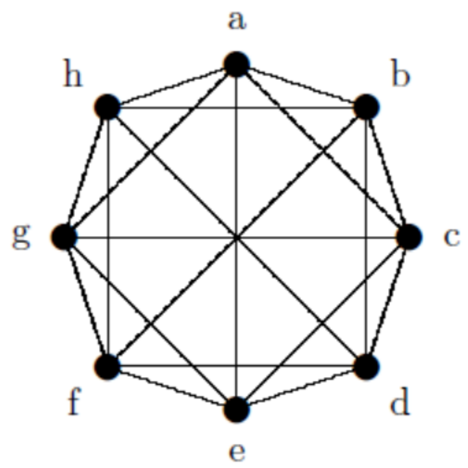
$\overline{G}_2$



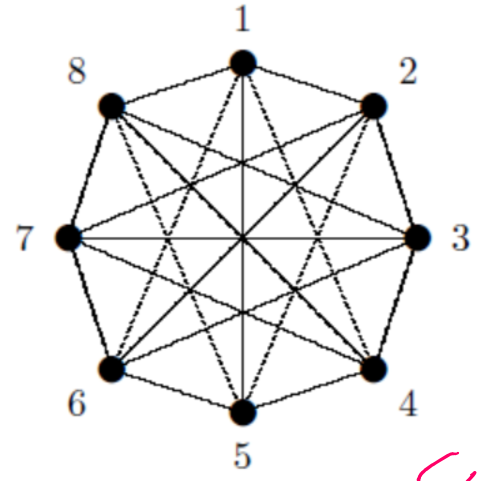
Pb 12 boletín

b) Justifíquese si son, o no, isomorfos los grafos G_1 y G_2 de la siguiente figura:

G_1



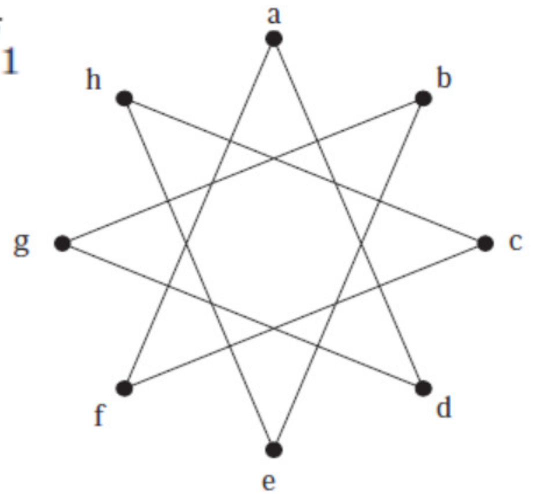
G_2

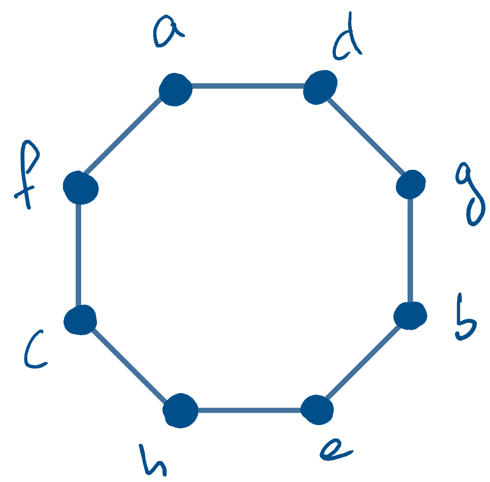


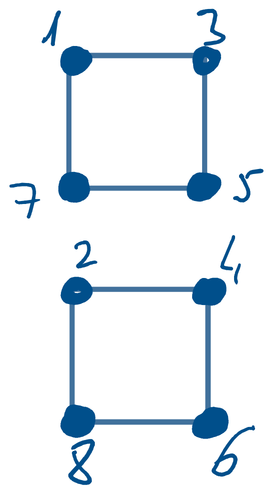
C_8

$\parallel$

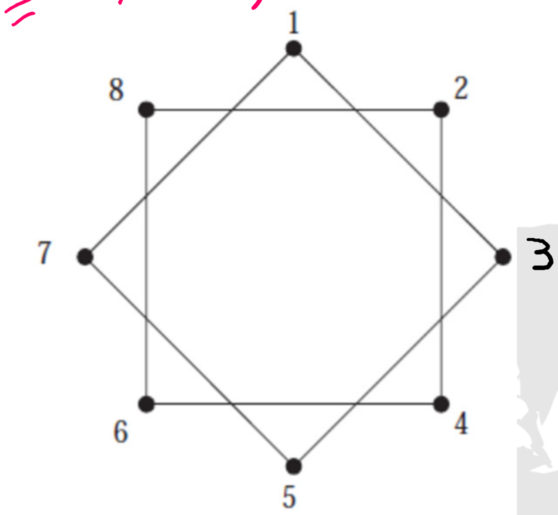
$\overline{G_1}$







$\overline{G_2} = C_4 \cup C_4$

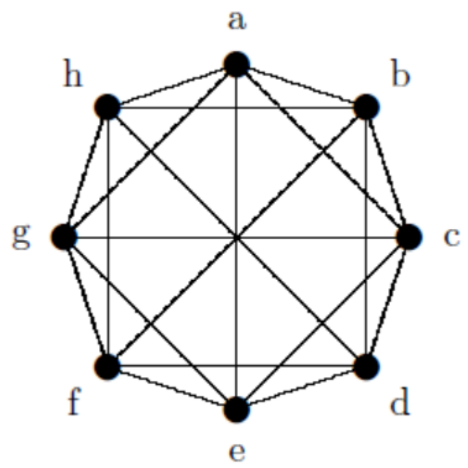


Pb 12 boletín

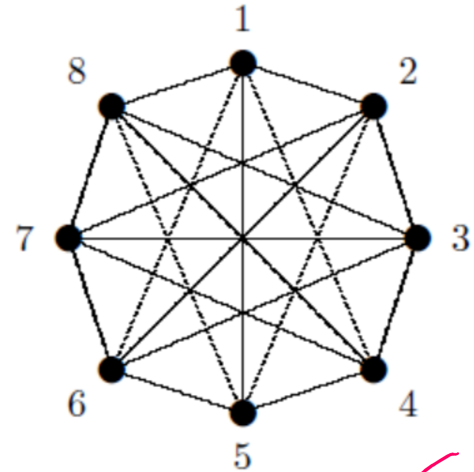
CONCLUSIÓN: $\overline{G_1} \not\cong \overline{G_2} \Rightarrow G_1 \not\cong G_2$

b) Justifíquese si son, o no, isomorfos los grafos G_1 y G_2 de la siguiente figura:

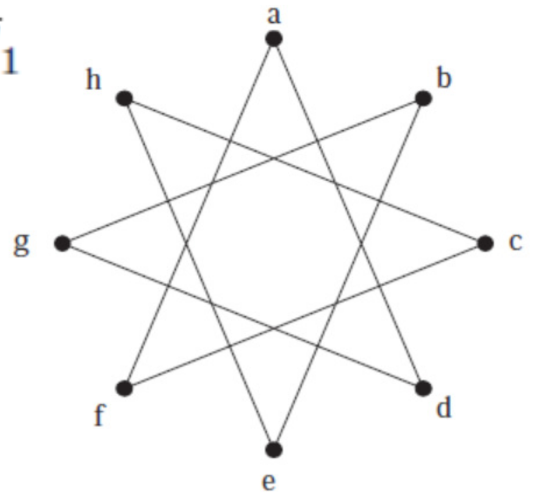
G_1

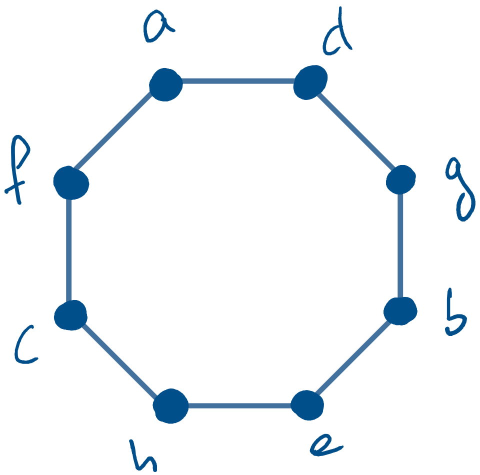


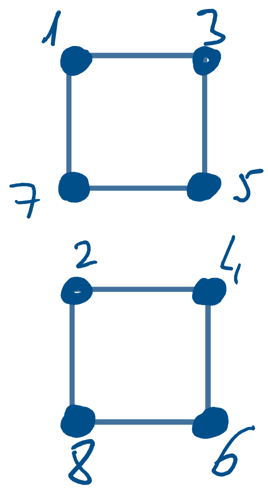
G_2



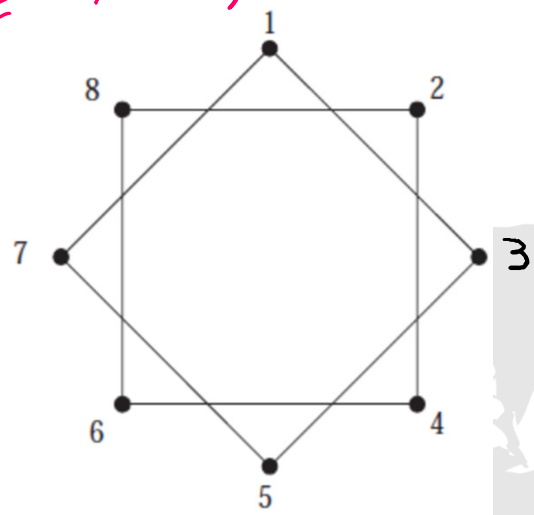
$C_8 = \overline{G_1}$







$\overline{G_2} = C_4 \cup C_4$



Pb 3 boletín

Probar que los dos grafos siguientes no son isomorfos:

$G_1 = (V_1, A_1)$ $\qquad$ $G_2 = (V_2, A_2)$

V_1={1,2,3,4,5,6} $\qquad$ V_2={a,b,c,d,e,f}

$$A_1 = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,6\}, \{3,5\}, \{4,5\}, \{4,6\}, \{5,6\}\}$$

$$A_2 = \{\{a,b\}, \{a,d\}, \{a,f\}, \{b,c\}, \{b,e\}, \{c,d\}, \{c,f\}, \{d,e\}, \{e,f\}\}$$

Pb 3 boletín

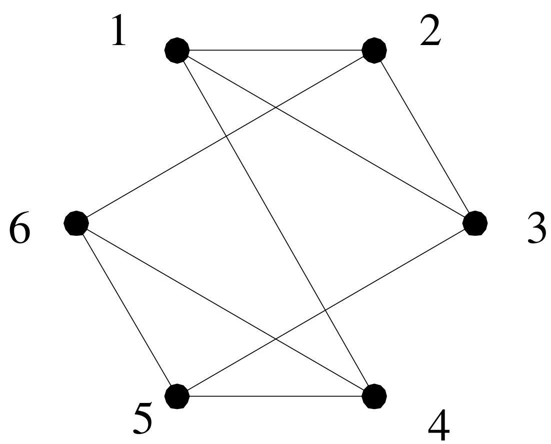
Probar que los dos grafos siguientes no son isomorfos:

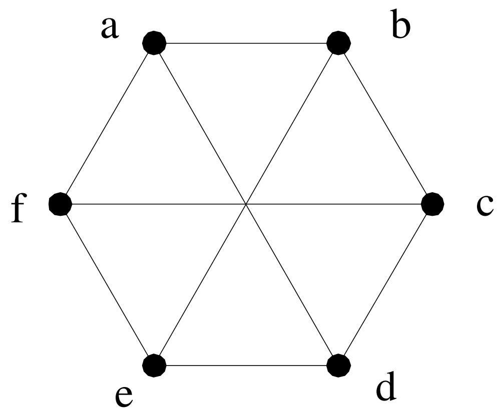
$G_1 = (V_1, A_1)$ $\qquad$ $G_2 = (V_2, A_2)$

V_1={1,2,3,4,5,6} $\qquad$ V_2={a,b,c,d,e,f}

$A_1 = \{\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,6\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\},\{5,6\}\}$

$A_2 = \{\{a,b\},\{a,d\},\{a,f\},\{b,c\},\{b,e\},\{c,d\},\{c,f\},\{d,e\},\{e,f\}\}$





Pb 3 boletín

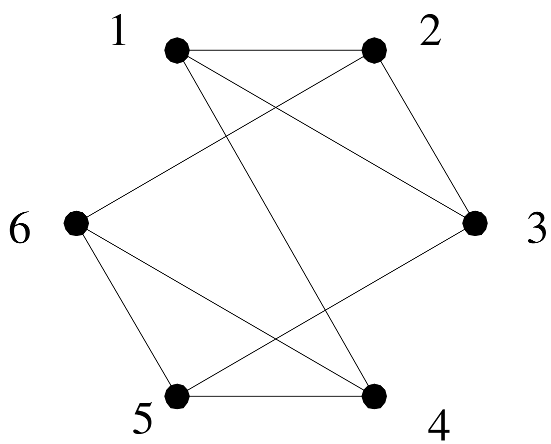
Probar que los dos grafos siguientes no son isomorfos:

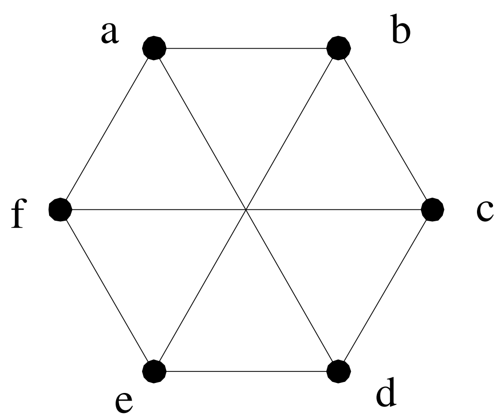
$G_1 = (V_1, A_1)$ $\quad$ $G_2 = (V_2, A_2)$

V_1={1,2,3,4,5,6} $\quad$ V_2={a,b,c,d,e,f}

$A_1 = \{\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,6\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\},\{5,6\}\}$

$A_2 = \{\{a,b\},\{a,d\},\{a,f\},\{b,c\},\{b,e\},\{c,d\},\{c,f\},\{d,e\},\{e,f\}\}$





Listas de grados (3,3,3,3,3,3)

Pb 3 boletín

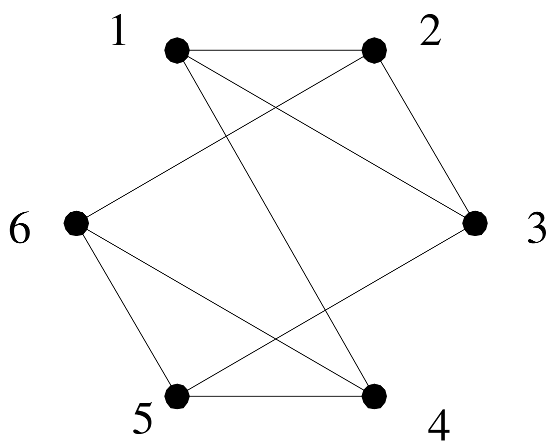
Probar que los dos grafos siguientes no son isomorfos:

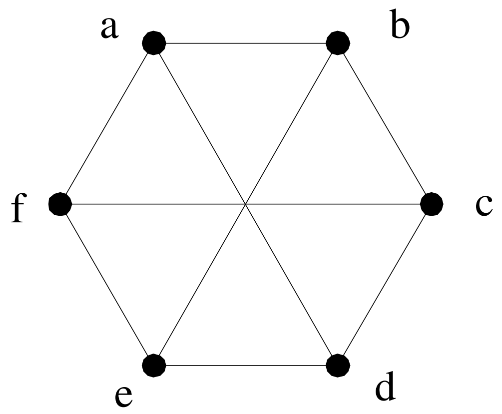
$G_1 = (V_1, A_1)$ $\quad$ $G_2 = (V_2, A_2)$

V_1={1,2,3,4,5,6} $\quad$ V_2={a,b,c,d,e,f}

$A_1 = \{\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,6\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\},\{5,6\}\}$

$A_2 = \{\{a,b\},\{a,d\},\{a,f\},\{b,c\},\{b,e\},\{c,d\},\{c,f\},\{d,e\},\{e,f\}\}$





Listas de grados (3,3,3,3,3,3)

No son isomorfos. El primer grafo contiene 3-ciclos y el segundo no: {1, 2, 3, 1}

Pb 3 boletín

Probar que los dos grafos siguientes no son isomorfos:

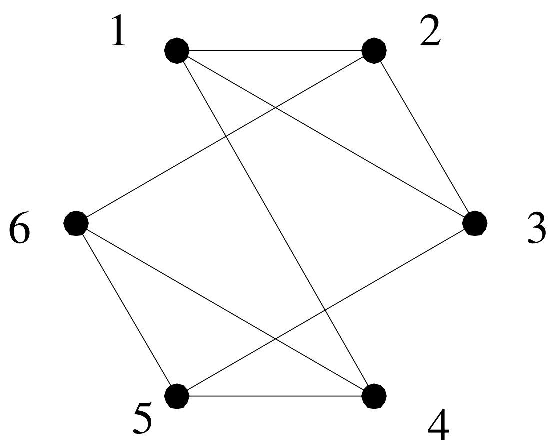
$G_1 = (V_1, A_1)$ $\qquad$ $G_2 = (V_2, A_2)$

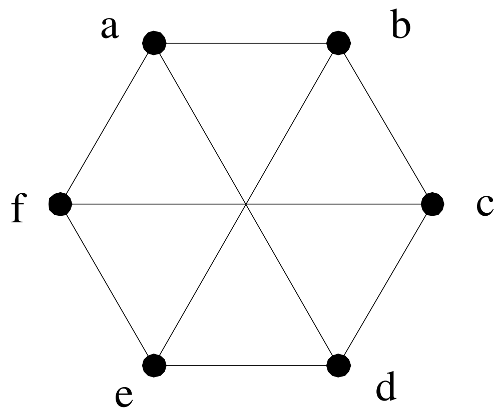
V_1={1,2,3,4,5,6} $\qquad$ V_2={a,b,c,d,e,f}

$A_1 = \{\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,6\},\{3,5\},\{4,5\},\{4,6\},\{5,6\}\}$

$A_2 = \{\{a,b\},\{a,d\},\{a,f\},\{b,c\},\{b,e\},\{c,d\},\{c,f\},\{d,e\},\{e,f\}\}$

Dos grafos pueden tener la misma lista de grados (o ciertas características comunes) y no ser isomorfos



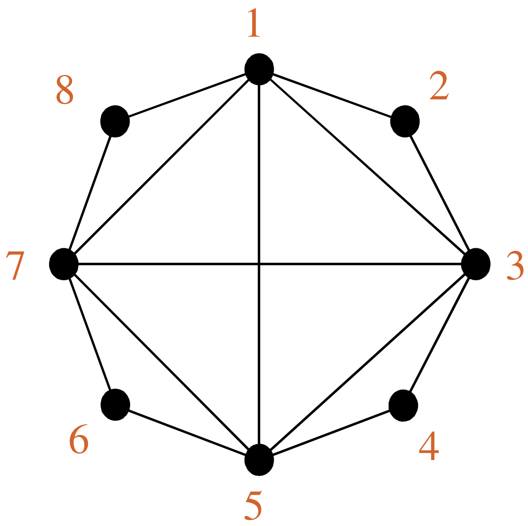


Listas de grados (3,3,3,3,3,3)

No son isomorfos. El primer grafo contiene 3-ciclos y el segundo no: {1, 2, 3, 1}

Isomorfismo de grafos

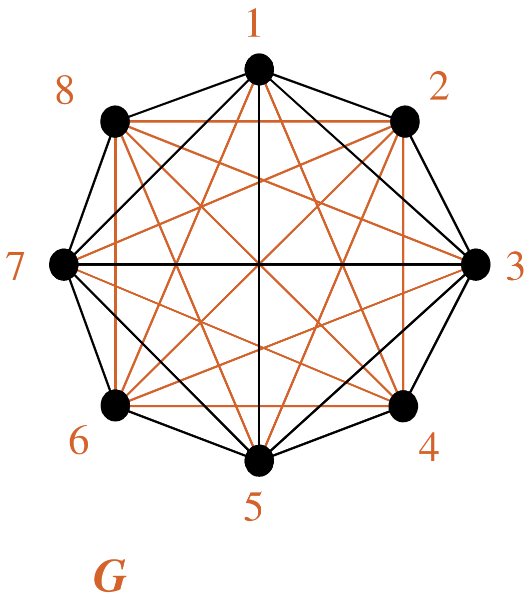
<u>Grafo autocomplementario</u>: Si G $\sim \overline{G}$



G

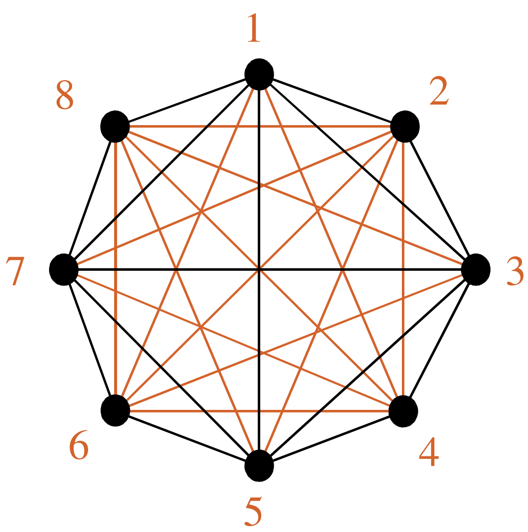
Isomorfismo de grafos

<u>Grafo autocomplementario</u>: Si G $\sim \overline{G}$

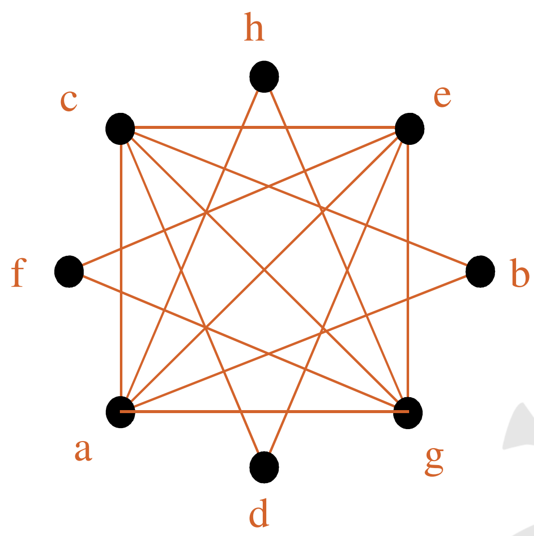


Isomorfismo de grafos

Grafo autocomplementario: Si $G \sim \overline{G}$



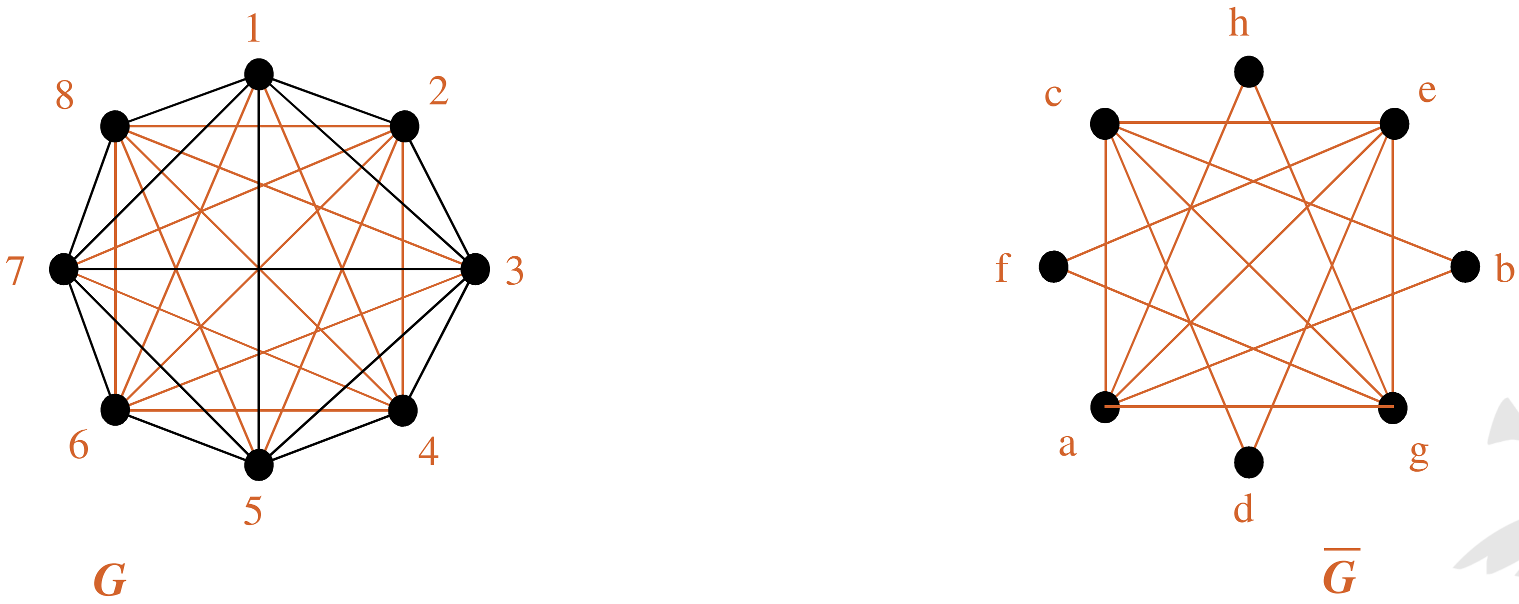
G



$\overline{G}$

Isomorfismo de grafos

Grafo autocomplementario: Si G $\sim \overline{G}$



f(1)=a, f(2)=b, …. f(8)=h