

Тестовое задание

1 Постановка

Поставщик использует склады для хранения товаров, из которых товары доставляются клиентам.

Цель задачи: определить, какие склады будут экономически выгодными для обслуживания клиентов.

Особенность: каждый склад имеет разные затраты на обслуживание и возможности хранения (емкость).

2 Задача

Написать алгоритм решения задачи размещения объектов, сведя задачу к ЦЛП и используя СВС-солвер.

Математическая формулировка задачи.

На плоскости расположены $N = 0 \dots n - 1$ складов x_i и $M = n \dots n + m - 1$ клиентов y_i , которые должны быть обслужены. Каждый склад имеет стоимость открытия $cost_j$ и ограничение емкости cap_j . Каждый клиент $i \in M$ имеет потребность в хранении d_i единиц товара.

Требуется открыть склады и назначить их на обслуживание клиентов так, чтобы:

- 1) каждый клиент пользовался ровно одним складом;
- 2) склад был в состоянии удовлетворить спрос всех клиентов, которых он обслуживает;
- 3) минимизировалась сумма издержек, состоящая из издержек открытия складов и суммы евклидовых расстояний $d(x_i, y_j)$ от клиента x_i до его склада y_j .

3 Формализация

Задача размещения складов сводится к задаче целочисленного линейного программирования и может быть решена с помощью метода «branch and cut», для которого существует open-source solver – CBC, реализованный в python внутри пакета «mip».

Формально задача записывается следующим образом:

$$\text{minimize} : \sum_{j=1}^N \beta_j \text{cost}_j + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \alpha_{ij} \text{dist}(i, j)$$

β_j - бинарные переменные, отвечающие за то, открыт склад или нет;

α_{ij} - бинарные переменные обозначающие то, что клиент i пользуется складом j ;

Ограничения:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in M} a_{ij} d_i &\leq \text{cap}_j, & (j \in N) \\ \sum_{j \in N} a_{ij} &= 1, & (i \in M) \end{aligned}$$

4 Данные

Примеры входных данных представлены в папке *data*.

Формат входных данных:

Входные данные состоят из $|N| + |M| + 1$ строк. Первая строка содержит два числа: $|N|$ и $|M|$. После первой строки следуют строки $|N|$, где в каждой строке хранятся стоимость открытия склада cost_j , емкость cap_j и местоположение x_j, y_j . Остальные строки $|M|$ содержат информацию о клиенте, где каждая строка кодирует потребительский спрос d_i и местоположение x_i, y_i .

```
|N| |M|
s_0 cap_0 x_0 y_0
s_1 cap_1 x_1 y_1
...
s_|N|-1 cap_|N|-1 x_|N|-1 y_|N|-1
d_|N| x_|N| y_|N|
d_|N|+1 x_|N|+1 y_|N|+1
...
d_|N|+|M|-1 x_|N|+|M|-1 y_|N|+|M|-1
```

Формат выходных данных:

Выход: две строки. В первой строке содержатся два значения, *obj* и *opt*. *obj* - стоимость размещения склада в виде действительного числа, *opt* - показатель оптимальности (равен 1, если алгоритмом найдено оптимальное решение, 0 - в противном случае). Во второй строке список значений $|M|$ в N - отображение клиенты-склад.

```
obj opt
c_0 c_1 c_2 ... c_|M|-1
```