

Лабораторная работа №2. Симметрические группы

Задание. Для заданной подстановки π из S_8 определить:

- а) разложение на независимые циклы;
- б) порядок;
- в) представить в виде произведения транспозиций;
- г) четность.

$$\pi = [(8\ 5\ 2\ 1)(6\ 2\ 3\ 1\ 4)(8\ 1\ 4\ 5)(4\ 7\ 2\ 6)]^{-82}.$$

Решение. Обозначим $\sigma = (8\ 5\ 2\ 1)(6\ 2\ 3\ 1\ 4)(8\ 1\ 4\ 5)(4\ 7\ 2\ 6)$. Разложим σ в виде произведения независимых циклов:

$$\sigma = (1\ 6\ 2)(3\ 8\ 4\ 7)(5) = (1\ 6\ 2)(3\ 8\ 4\ 7).$$

Тогда

$$\begin{aligned} \text{а) } \pi &= \sigma^{-82} = (1\ 6\ 2)^{-82} (3\ 8\ 4\ 7)^{-82} = (1\ 6\ 2)^{-81-1} (3\ 8\ 4\ 7)^{-84+2} = \\ &= (1\ 6\ 2)^{-1} (3\ 8\ 4\ 7)^2 = (1\ 2\ 6)(3\ 4)(8\ 7). \end{aligned}$$

$$\text{б) } q_\pi = \text{НОК}(3, 2, 2) = 6.$$

$$\text{в) } \pi = (1\ 2\ 6)(3\ 4)(8\ 7) = (1\ 2)(2\ 6)(3\ 4)(8\ 7).$$

$$(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8) = (1\ 2)(2\ 3)(3\ 4)(4\ 5)(5\ 6)(6\ 7)(7\ 8);$$

$$(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8) = (1\ 8)(1\ 7)(1\ 6)(1\ 5)(1\ 4)(1\ 3)(1\ 2).$$

$$\text{г) } \varepsilon_\pi = (-1)^4 = 1.$$