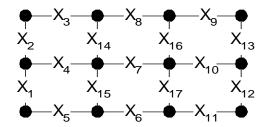
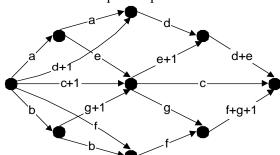
Курсовая работа по дискретной математике

- 1. Определить для орграфа, заданного матрицей смежности:
 - а) матрицу односторонней связности;
 - б) матрицу сильной связности;
 - в) компоненты сильной связности;
 - в) матрицу контуров.
- **2.** Используя алгоритм Терри, определить замкнутый маршрут, проходящий ровно по два раза (по одному в каждом направлении) через каждое ребро графа.
- **3.** Используя алгоритм "фронта волны", найти все минимальные пути из первой вершины в последнюю орграфа, заданного матрицей смежности.
- **4.** Используя алгоритм Форда, найти минимальные пути из первой вершины во все достижимые вершины в нагруженном графе, заданном матрицей длин дуг.
 - 5. Найти остовное дерево с минимальной суммой длин входящих в него ребер.



Значения $X_1 - X_{13}$ приведены в задании, значения $X_{14} - X_{17}$ равны 5.

- **6.** Пусть каждому ребру неориентированного графа соответствует некоторый элемент электрической цепи. Составить линейно независимые системы уравнений Кирхгофа для токов и напряжений. Пусть первому и пятому ребру соответствуют источники тока с ЭДС E_1 и E_2 (полярность выбирается произвольно), а остальные элементы являются сопротивлениями. Используя закон Ома, и, предполагая внутренние сопротивления источников тока равными нулю, получить систему уравнений для токов.
 - 7. Построить максимальный поток по транспортной сети.



Значения величин a, b, c, d, e, f, g приведены в задании. Начинать с окаймляющих цепей.

8.

- 1. Изучить алгоритм.
- 2. Составить программу алгоритма (На оценку отлично с «окошками» и рис. графа).
- 3. Отладить тестовые примеры.
- 4. Провести оценку сложности алгоритма.
- 5. Составить прикладную задачу, для решения которой используется данный алгоритм.

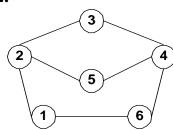
Отчет по курсовой работе оформлять на листах формата А4

Отчет по №8 содержит

- А. Задание.
- Б. Теоретическое описание алгоритма.
- В. Описание разработанной программы с оценкой сложности (программы не прилагать).
- Г. Тестовые примеры.
- Д. Прикладную задачу.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

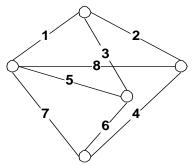
2.



4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 1 & 4 & 6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 1 & \infty & 12 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & 1 & \infty & 3 & \infty & 6 & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 \\
13 & \infty & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 & 5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & 6 \\
\infty & 2 & 3 & \infty & 4 & 7 & 8 & \infty
\end{pmatrix}$$

5. 1,2,1,4,2,7,2,1,8,3,2,4,5

6.

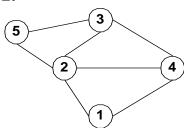


7. 3,4,5,8,4,9,3

8. Кратчайшие пути между всеми парами вершин графа. Липский В. Комбинаторика для программистов.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

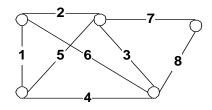
2.



6 ∞ ∞ ∞ ∞ 2 ∞ ∞ 3 ∞ ∞ 1 ∞ ∞ ∞ 4 7 ∞ 4 ∞ ∞ $\infty \quad \infty$ ∞ 2 ∞ ∞ ∞ 2 13 ∞

5. 5,1,6,1,4,3,2,5,6,7,2,1,4

6.



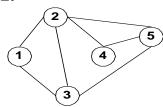
7.4,3,6,7,3,10,4

8. Эйлеровы и гамильтоновы пути (циклы).

Липский В. Комбинаторика для программистов

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

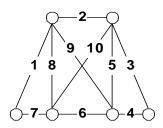
2.



3.
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
\infty & 4 & 5 & 3 & \infty & \infty & \infty \\
10 & \infty & 2 & \infty & 3 & \infty & \infty \\
\infty & 2 & \infty & 3 & 1 & 4 & 7 \\
4. & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 7 & \infty \\
\infty & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty & 4 \\
\infty & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & 2 \\
2 & \infty & 3 & \infty & 5 & 7 & \infty
\end{pmatrix}$$

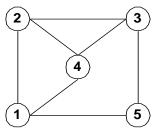
5. 2,5,6,7,1,2,3,4,2,5,6,7,8



- **7.** 3,4,6,10,2,9,2
- 8. Нахождение компонент сильной связности графа; Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

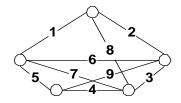
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



4 ∞ ∞ ∞ ∞ 2 $\infty \infty 4$ $\infty \quad \infty$ ∞ **3** 5 ∞ ∞ ∞ 7 2 ∞ ∞ ∞ 1 ∞ ∞ ∞ ∞ 11

5. 7,1,2,8,9,7,4,6,7,1,3,5,6 **6.**

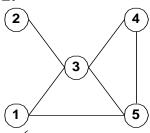


7. 3,3,4,9,2,7,5

8. Перечисление путей ориентированного графа методом латинской композиции.

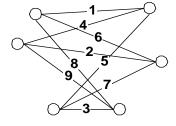
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



 ∞ ∞ ∞ 9 5 ∞ ∞ ∞ ∞ 3 13 4 ∞ ∞ ∞ ∞ 2 3 ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ 2 6 ∞ ∞ ∞ 3 2 ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ 2 2 ∞ ∞ 5 8 2 3 ∞

5. 4,3,2,5,4,7,8,2,3,7,1,8,5

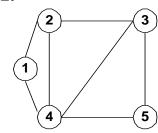


- 7. 3,5,5,10,3,11,5
- 8..Нахождение максимального пути в нагруженном графе. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

8. Вариант №6

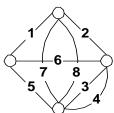
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 5 & 3 & 6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
3 & \infty & 1 & \infty & 8 & \infty & \infty & \infty \\
4 & 1 & \infty & 2 & \infty & 9 & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty \\
7 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 4 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 2 & 4 \\
6 & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & 7 \\
8 & \infty & \infty & \infty & \infty & 15 & \infty & \infty & \infty$$

5. 1,5,4,8,9,2,3,4,6,7,1,8,2

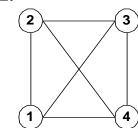


7.3,4,6,7,5,10,3

- 8. Нахождение наименьшего покрытия простого графа.
- . Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

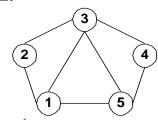


5. 5,6,3,4,2,1,6,7,3,5,4,2,5

- 7. 4,3,7,8,4,8,5
- 8. Раскраска вершин графа.
- . Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

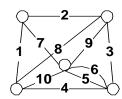


3.
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 5 & 2 & 7 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
3 & \infty & 2 & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & 2 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty \\
5 & \infty & \infty & \infty & 1 & 4 & \infty & 9 \\
4 & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 2 & \infty \\
6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & 5 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & 9 \\
8 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 15 & \infty
\end{pmatrix}$$

5. 6,1,3,5,4,3,9,2,6,7,2,3,1

6.

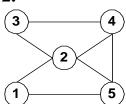


7. 4,2,4,9,5,9,4

8. Пересчет прадеревьев ориентированного графа и их построение. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

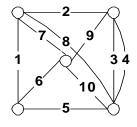


3.
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2 5 ∞ 6 ∞ ∞ $\infty \infty 2 7$ $\infty \quad \infty \quad \infty$ ∞ $\infty \infty \infty$ $1 \infty \infty \infty$ ∞ 4 ∞ ∞ ∞ ∞ 4 ∞ ∞ ∞ ∞ $\infty \quad \infty$ 9 ∞ ∞ ∞ 8 ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ 2 3 5 8 ∞ ∞

5. 1,3,5,4,3,2,6,7,8,1,5,4,3

6.

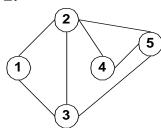


7. 5,5,5,10,4,8,2

8. Нахождение минимального потока в транспортной сети. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

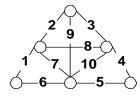
2.



4. $\begin{pmatrix} \infty & 6 & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 2 & 5 & \infty & 3 & \infty & \infty \\ 13 & 2 & \infty & \infty & 10 & \infty & 7 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty & 3 \\ \infty & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty & 3 \\ \infty & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 1 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & 1 & \infty & \infty \\ \infty & 3 & 2 & \infty & \infty & 4 & 8 & \infty \end{pmatrix}$

5. 2,3,5,4,1,6,7,1,4,5,8,9,2

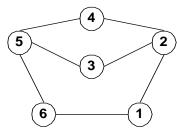
6.



- **7.** 5,4,6,7,2,9,4
- 8. Нахождение максимального паросочетания.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

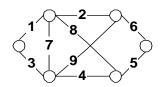
2.



6 ∞ ∞ ∞ ∞ 7 ∞ ∞ ∞ $1 \infty \infty$ 1 6 2 ∞ $\infty \infty 1$ ∞ ∞ ∞ 3 4 3 $\infty \quad \infty \quad 2$ ∞ ∞ 2 ∞ 3 ∞ $\infty \quad \infty$ 13 ∞ ∞ ∞

5. 3,4,2,1,5,7,6,2,4,3,6,7,8

6.

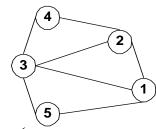


7. 4,3,4,8,4,10,4

8. Построение максимальной клики в графе.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

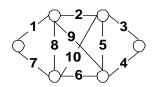


3.
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 5 & 2 & 7 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 3 & 6 & \infty & \infty \\
12 & \infty & \infty & 5 & \infty & 3 & \infty \\
\infty & 3 & 5 & \infty & 4 & 1 & 7 \\
\infty & \infty & \infty & 4 & \infty & \infty & 2 \\
\infty & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 8 \\
\infty & 3 & 6 & 4 & 5 & 7 & \infty
\end{pmatrix}$$

5. 5,1,3,2,6,9,7,8,1,4,5,6,3

6.

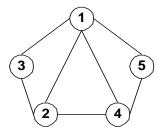


7. 3,5,5,9,5,8,5

8. Нахождение максимально внутрение устойчивых подмножеств графа. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

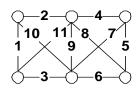
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 3 & 5 & 6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
4 & \infty & 1 & 4 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
5 & 1 & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & 3 & 10 & \infty & 13 \\
7 & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 5 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 2 \\
6 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 4 \\
8 & \infty & \infty & 17 & \infty & \infty & \infty & \infty
\end{pmatrix}$$

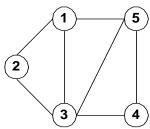
5. 3,9,8,7,6,1,5,4,3,2,7,8,2



- **7.** 3,4,6,10,2,9,2
- 8. Нахождение минимальных внешне устойчивых подмножеств графа. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

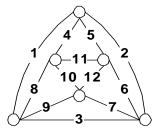


3.
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \end{vmatrix}$$

4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 4 & 5 & \infty & 8 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 2 & 6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 3 & 2 & \infty & \infty & \infty \\
13 & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 5 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 9 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 3 & 6 \\
\infty & 2 \\
\infty & 3 & 5 & 6 & \infty & 7 & 8 & \infty
\end{pmatrix}$$

5. 1,2,5,4,6,7,8,2,7,2,5,4,3

6.

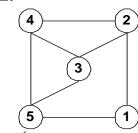


7. 4,3,4,7,3,10,3

8. Кодирование и декодирование с использованием матричного кодирования, групповые коды.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

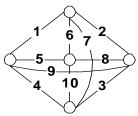


3.
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5 3 ∞ ∞ ∞ 10 2 ∞ 3 2 ∞ 3 ∞ 11 ∞ ∞ 7 ∞ 2 $\infty \quad \infty$ ∞ ∞ 2 ∞ ∞ ∞ $\infty \quad \infty$ $\infty \infty 7$ 5 ∞ 2 ∞ 3 2 ∞ 17 ∞ $\infty \quad \infty$ ∞

5. 2,5,6,7,1,2,3,4,2,5,6,7,8

6.

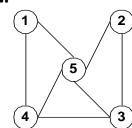


7. 5,5,5,8,3,8,6

8. Перечисление контуров ориентированного графа методом латинской композиции.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



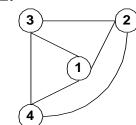
4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 10 & 6 & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 3 & \infty & 15 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & 3 & \infty & 1 & \infty & 7 & \infty & \infty \\
17 & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & 3 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & 2 & 8 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & 10 \\
4 & 7 & \infty & 6 & 5 & 8 & \infty & \infty
\end{pmatrix}$$

5. 8,9,1,2,4,3,5,6,7,9,8,9,1

- **7.** 5,4,6,9,6,9,3
- 8. Построение графа группы по образующим и определяющим соотношениям. Гросман, Магнус. Группы и их графы.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

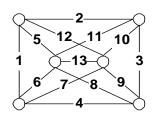
2.



| | \sim | | | | | | | | |
|----|---------------|---|---|---|---|---|---|----|--|
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0) | |
| | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | |
| 3. | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| | 0 1 1 1 0 1 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0) | |
| | | | | | | | | | |

5. 5,4,2,3,8,1,2,7,2,4,1,2,1

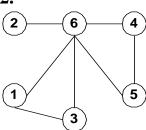
6.



- **7.** 4,3,7,10,6,10,4
- 8. Раскраска ребер графа.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

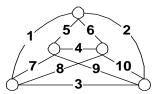
2.



3.
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 2 & 9 & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 7 & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 2 & \infty & 4 & \infty & 6 \\
13 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 3 \\
\infty & 1 & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 4 & \infty & \infty & \infty & 3 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty & 5 \\
5 & \infty & 6 & 7 & \infty & 4 & 8 & \infty
\end{pmatrix}$$

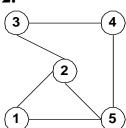
5. 4,1,2,7,6,5,2,3,4,1,6,1,5



- 7. 3,3,4,7,4,8,6
- 8. Разложение графа на максимально сильно связные пдграфы. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

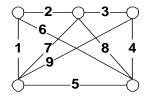
2.



4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 7 & 1 & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty \\
6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2 & 6 \\
4 & \infty & \infty & 5 & \infty & 3 & \infty & \infty \\
7 & \infty & \infty & \infty & 4 & \infty & 2 & \infty \\
\infty & 3 \\
\infty & 6 & \infty & 3 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
5 & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 5 \\
8 & \infty & \infty & \infty & \infty & 11 & \infty & \infty
\end{pmatrix}$$

5. 6,5,3,4,2,11,8,1,5,4,6,2,3

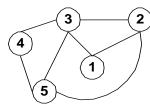
6.



- 7. 3,4,5,8,6,9,5
- 8. Раскраска планарных графов.

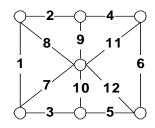
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



6 ∞ ∞ 3 2 13 ∞ 9 ∞ 5 ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ 3 ∞ 2 ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ 2

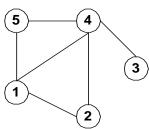
5. 6,5,3,1,7,6,4,7,9,8,2,1,7



- 7. 2,5,6,9,5,10,6
- 8. Построение таблицы Кэли группы, заданной образующими и определяющими соотношениям.

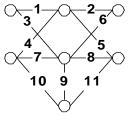
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 4 & \infty & 4 & \infty & 7 & \infty & \infty \\
4 & \infty & 8 & 1 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & \infty & 5 \\
\infty & 1 & \infty & \infty & 9 & 2 & \infty & \infty \\
6 & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty & 2 & 3 \\
7 & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 4 & \infty \\
5 & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 6 \\
8 & \infty & 15 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty$$

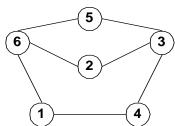
5. 5,8,1,7,3,2,8,7,4,5,2,3,4



- 7. 5,4,4,10,6,8,6
- 8. Построение плоского графа, изоморфного данному. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

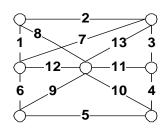
2.



6 12 ∞ ∞ ∞ 3 5 7 4 ∞ ∞ 1 1 ∞ ∞ 3 ∞ ∞ 3 ∞ ∞ ∞ 5 ∞ 2 ∞ 2 3 7)

5. 2,8,1,7,6,4,3,2,9,8,4,5,1

6.



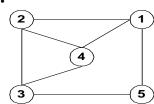
- 7. 6,3,5,7,2,9,6
- 8. Раскраска вершин гиперграфа.

Емельянов. Лекции по теории графов.

Кристофиди. Теория графов. Алгоритмический подход.

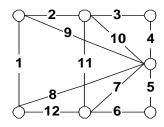
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



2 13 ∞ ∞ ∞ ∞ 10 ∞ ∞ ∞ ∞ 3 **4** ∞ 6 $\infty \quad \infty$ ∞ ∞ 3 1 ∞ ∞ ∞ ∞ 6 1 $\infty \quad \infty$ 3 3 **7** ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞ ∞

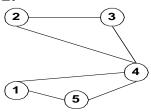
5. 5,2,4,5,3,7,6,1,2,4,3,6,5



- 7. 5,5,6,8,6,10,6
- 8. Граф конденсации для графа заданного матрицей смежности. http://e-maxx.ru/algo/strong_connected_components

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

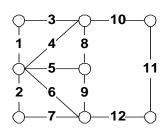


3.
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

| 4. | ∞ | 9 | 2 | ∞ | ∞ | 6 | ∞ | ∞ |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 2 | 8 |
| | ∞ | ∞ | ∞ | 5 | ∞ | 3 | ∞ | ∞ |
| | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 6 | ∞ | 3 | ∞ |
| | ∞ | 4 |
| | 13 | 1 | ∞ | 1 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 2 | ∞ | ∞ | 5 |
| | 3 | 6 | 2 | ∞ | 7 | 8 | ∞ | ∞ |

5. 1,3,2,8,6,2,9,3,4,5,3,1,6

6.

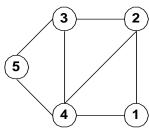


7. 4,4,7,9,6,8,4

8. Ядро неориентированного графа.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

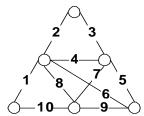


3.
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \end{vmatrix}$$

| 4. | ∞ | 4 | ∞ | ∞ | 5 | ∞ | ∞ | ∞ |
|----|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 5 | ∞ | 7 | 10 | 2 | ∞ | ∞ | ∞ |
| | ∞ | ∞ | ∞ | 2 | ∞ | 2 | ∞ | ∞ |
| | 6 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 5 |
| | 3 | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 11 | ∞ |
| | 4 | ∞ | 2 | ∞ | ∞ | ∞ | 7 | ∞ |
| | 8 | ∞ | ∞ | 3 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 |
| | $ \infty $ | ∞ | ∞ | ∞ | 17 | ∞ | ∞ | ∞ |

5. 3,4,5,1,8,7,6,2,3,4,5,3,1

6.

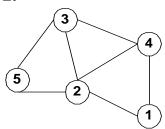


7. 6,3,4,10,4,9,6

8. Построение функции Гранди графа. Изучить возможность построения функции Гранди для графа, содержащего контуры.

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

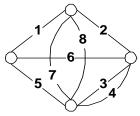
2.



4. $\begin{pmatrix}
\infty & 3 & 5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\
2 & \infty & 1 & 9 & \infty & 5 & \infty & \infty \\
3 & 1 & \infty & \infty & 4 & \infty & 3 & \infty \\
5 & \infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & 3 \\
\infty & \infty & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty & 6 \\
\infty & \infty & \infty & 3 & \infty & \infty & 2 & \infty \\
4 & \infty & \infty & \infty & 2 & 2 & \infty & \infty & \infty \\
8 & \infty & 13 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty
\end{pmatrix}$

5. 7,1,2,8,9,7,4,6,7,1,3,5,6

6.



7. 3,4,6,7,5,10,3

8. Планарный граф. Распознать является ли граф планарным: выделить соответствующие подграфы из теоремы Понтрягина- Куратовского. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику

2 ∞

 ∞

 ∞

 ∞

5

 $\infty \quad \infty$

8

2

2

6

 ∞

3

 ∞

5

 ∞

 $\infty \quad \infty$

 ∞

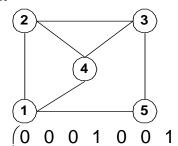
 ∞

 ∞

4

$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



0)

 (∞)

 ∞

 ∞

 ∞

 ∞

6

11 ∞ ∞

6

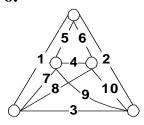
 ∞ ∞

 ∞ ∞

 ∞

5. 8,9,1,2,4,3,5,6,7,9,8,9,1

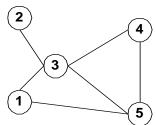
6.



7. 3,4,5,8,6,9,5

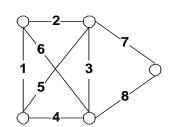
$$\mathbf{1.} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2.



4.
$$\begin{pmatrix}
\infty & 3 & 5 & 6 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & \infty & 1 & 4 & \infty & \infty & \infty & \infty \\
\infty & 1 & \infty & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty \\
17 & \infty & \infty & \infty & 3 & 10 & \infty & 13 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 5 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & 2 \\
\infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 4 \\
4 & 5 & \infty & \infty & 7 & 6 & 8 & \infty
\end{pmatrix}$$

5. 2,8,1,7,6,4,3,2,9,8,4,5,1 **6.**



7. 5,5,6,8,6,10,6