极值点与驻点关系

1. 极值点来源 $\begin{cases} 驻点 \quad f'(x)=0 \\ 不可导点 \quad f'(x)不存在 \end{cases}$

2. 极值点与驻点无直接关系

3. 极值点与驻点唯一确定关系
   可导函数有极值，则该点定为驻点

4. A ⇒ B，A是B的充分条件，B是A的必要条件
   A ⇔ B　A、B 互为充要条件

eg: $f'(x_0)$ 不存在，且 $f(x)$ 的极值的既非充分也非必要条件

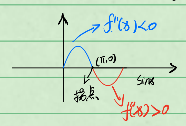
eg: 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处取得极值，则 $f(x)$ 可导，则 $f'(a)=0$

函数的凹凸性

1. 曲线凹凸性

2. 判断 $\begin{cases} f''(x)>0 \Rightarrow f(x) 凹 \\ f''(x)<0 \Rightarrow f(x) 凸 \end{cases}$

3. 拐点：曲线凹凸性发生改变的点 记 $[x_0, f(x_0)]$ 坐标
   一般为 $f''(x)=0$　$f''(x)$ 不存在



求解 $f(x)$ 凹凸区间及拐点、
① 确定 $f(x)$ 定义域
② 求 $f''(x)$，且令 $f''(x)=0$ 或 $f''(x)$ 不存在的点
③ 列表，用这些点分割定义域，讨论各区间 $f''(x)$ 正负性

eg: 设 $f(x)=x^4-6x^3+12x^2-6$ 的凹凸性及拐点

解：$f(x)$ 的定义域 $x\in(-\infty,+\infty)$
$f'(x)=4x^3-18x^2+24x$
$f''(x)=12x+36x+24$
$=12(x^2-3x+2)$
$=12(x-1)(x-2)$
令 $f''(x)=0$ 得 $x=1, x=2$
综上 凹区间：$(-\infty,1)$ $(2,+\infty)$
凸区间：$(1,2)$
拐点：$(1,1)$ $(2,10)$

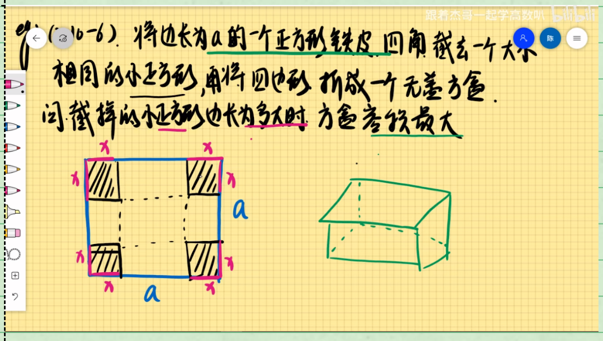
函数最值

解法：① 确定 $f(x)$ 的定义域
② 求端点值及极值
③ 比较以上函数值 $\begin{cases} 最大 \Rightarrow 最大值 \\ 最小 \Rightarrow 最小值 \end{cases}$

eg: 求 $y=x^4-8x^2+2$ $(-1\le x\le 3)$ 最值

解：① $x=-1$ 时 $y=1-8+2=-5$
$x=3$ 时 $y=81-72+2=11$

② $y'=4x^3-16x=4x(x^2-4)$
令 $y'=0$，驻点：$x_1=0$　$x_2=-2$（舍去）　$x_3=2$
$x=0$ 时，$y=2$，$x=2$，$y=-14$
故最大值为 $y(3)=11$，最小值：$y(2)=-14$



解：设小正方形边长为 x，$0<x<\frac{a}{2}$
$V=x\cdot(a-2x)^2=4x^3-4ax^2+a^2x$
令 $V'=0$ 即：$12x^2-8ax+a^2=0$
即：$(2x-a)(6x-a)=0$
驻点 $x_1=\frac{a}{2}$（舍去）　$x_2=\frac{a}{6}$
故当 $x=\frac{a}{6}$ 时容积最大 $V=\frac{2}{27}a^3$

不定积分概念与性质

1. 原函数

设 $F'(x) = f(x)$，称 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的一个原函数

$(F(x)+C$，称 $F(x)+C$ 为 $f(x)$ 的全体原函数

注：原函数$' = f(x)$

2. 不定积分：根据 $f(x)$ 求出 $F(x)+C$ 的过程

3. 书写形式

$$\int f(x)\,dx = F(x)+C$$

积分符号　被积函数　被积变量

4. 原函数与积分关系：互逆

注：① $(F(x)+C)' = f(x)$，原函数求导 $= f(x)$

② $\int f(x)\,dx = F(x)+C$，$f(x)$ 积分 $= F(x)+C$

5. 不定积分性质

① $\int [f(x)\pm g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$

② $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$　（k 与 x 无关，外提，$k\neq 0$）

③ $\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = (\int f(x)\,dx)' = (F(x)+C)' = F'(x) = f(x)$

先积后导 = 本身

④ $\int F'(x)\,dx = \int f(x)\,dx = F(x)+C$　（先导后积 = 本身 + C）

原函数习题

eg 设 $\int f(x)\,dx = \sin x + C$，则 $f(x) = \cos x$

解：$\because f(x) = (\sin x + C)' = \cos x$

eg：设 $F(x)$ 为 e^{-x^2} 的一个原函数，求 $dF(x) =$

解：$dF(x) = F'(x)\,dx = e^{-x^2}\,dx$

eg：若 $\int f(x)\,dx = x\cdot\sin x + C$，则 $f(x) = \sin x + x\cos x$

解 $f(x) = (x\cdot\sin x)' = 1\cdot\sin x + x\cos x$

eg：设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{1}{x}$，则 $f'(x) =$

① $(\frac{1}{x})' = f(x)$　原$' = f(x)$

解：$f(x) = -\frac{1}{x^2}$　$\therefore f'(x) = (-\frac{1}{x^2})' = (-x^{-2})' = 2x^{-3} = 2\frac{1}{x^3}$

eg：设 $F(x)$ 与 $G(x)$ 均是 $f(x)$ 的原函数，

则 $F(x) - G(x) =$　$F(x) - G(x) = C$

解：$\int f(x)\,dx = h(x)+C$　$F(x) = \int f(x)\,dx = h(x)+C_1$

$G(x) = \int f(x)\,dx = h(x)+C_2$

$F(x) - G(x) = C_1 - C_2 = C$

不定积分性质习题

$\int f(x)\,dx = F(x)+C$

$F'(x) = f(x)$

$dy = y'dx$　$du = u'dx$

eg：下列等式正确是（A）

A、$[\int f(x)\,dx]' = f(x)$　　A：$(F(x)+C)' = F'(x) = f(x)$

B、$d[\int f(x)\,dx] = f(x)$　　B：$d[\int f(x)\,dx] = f(x)\,dx$

C、$\int F'(x)\,dx = f(x)$　　C、$\int f(x)\,dx = F(x)+C$

D、$d[\int f(x)\,dx] = f(x)+C$

eg：求 $\int d\sin x = \sin x + C$

解：$d\sin x = (\sin x)'dx = \cos x\,dx$

$\int \cos x\,dx = \sin x + C$

eg：设 $f(x) = e^{2x}$，则 $\int f(x)\,dx = f(x)+C = e^{2x}+C$

直接积分法 习题一

题型 $\begin{cases} \text{1.含根式、分式(四则运算)⇒化为幂函数} \\ \text{2.指数} \\ \text{3.三角函数} \end{cases}$

①遇根式 $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$, $\frac{1}{x^a} = x^{-a}$

eg 求 $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx$

解: ∵ $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

∴ $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{6}}$

∴ 原式 $= \int x^{-\frac{1}{6}}dx = \frac{6}{5}x^{\frac{5}{6}} + C$

eg: $\int \frac{1}{x^2\cdot\sqrt{x}}dx$

解: 原式 $= \frac{1}{x^{\frac{5}{2}}}dx$

$= \int x^{-\frac{5}{2}}dx$

$= \frac{x^{-\frac{5}{2}+1}}{-\frac{5}{2}+1}$

$= -\frac{2}{3}x^{-\frac{5}{2}} + C$

②含分式 $\begin{cases} \text{1.分子与分母同次方,(有相同项)} \\ \text{2.分子次方>分母次方(降次)} \\ \text{3.}\ \frac{1}{\square\cdot\square}\ \text{⇒拆分} \end{cases}$

eg: $\int \frac{x^2}{1+x^2}dx$ 有相同项⇒分子照分母凑

解: 原式 $= \int \frac{1+x^2-1}{1+x^2}dx$

$= \int \frac{1+x^2}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}dx$

$= \int 1 - \frac{1}{1+x^2}dx$

$= \int 1dx - \int \frac{1}{1+x^2}dx$

$= x - \arctan x + C$

eg: $\int \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1}dx$

解: 原式 $= \int \frac{3x^4+3x^2}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1}dx$

$= \int \frac{3x^2\cdot(x^2+1)}{x^2+1} + \frac{1}{x^2+1}dx$

$= \int 3x^2 + \frac{1}{1+x^2}dx$

$= \int 3x^2dx + \int \frac{1}{1+x^2}dx$

$= x^2 + \arctan x + C$

eg $\int \frac{x^4}{1+x^2}dx$

解: 原式 $= \int \frac{(1+x^2)\cdot x^2 - x^2}{1+x^2}dx$

$= \int x^2 - \frac{x^2}{1+x^2}dx$

$= \int x^2 - \frac{(1+x^2)-1}{1+x^2}dx$

$= \int x^2 - 1 + \frac{1}{1+x^2}dx$

$= \frac{1}{3}x^3 - x + \arctan x + C$

eg: $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)}dx$

解①原式 $= \int(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{1+x^2})\cdot 1\,dx$

$= -\frac{1}{x} - \arctan x + C$

解②原式 $= \int \frac{1+x^2-x^2}{x^2(1+x^2)}dx$

$= \int \frac{1+x^2}{x^2(1+x^2)} - \frac{x^2}{x^2(1+x^2)}dx$

$= \int \frac{1}{x^2} - \frac{1}{1+x^2}dx$

$= -\frac{1}{x} - \arctan x + C$

eg: $\int \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}dx$

解: 原式 $= \int \frac{(e^x+1)(e^x-1)}{e^x-1}$

$= \int e^x + 1dx$

$= e^x + x + C$

eg: $\int \frac{1}{x^2-a^2}dx$

解: 原式 $= \int \frac{1}{(x-a)(x+a)}dx$

$= \int(\frac{1}{(x-a)} - \frac{1}{(x+a)})\cdot\frac{1}{2a}dx$

$= \frac{1}{2a}\int \frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a}dx$

$= \frac{1}{2a}\cdot(\ln|x-a| - \ln|x+a|) + C$

$= \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C$

直接积分法 习题二

指数型

公式: $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$

$a^x \cdot b^x = (ab)^x$ $\quad \frac{a^x}{b^x} = (\frac{a}{b})^x$

eg: $\int 3^x \cdot e^x dx$

$= \int (3e)^x dx$

$= \frac{(3e)^x}{\ln 3e} dx$

eg: $\int \frac{2 \cdot 3^x - 5 \cdot 2^x}{3^x} dx$

$= \int 2 - 5 \cdot \frac{2^x}{3^x} dx$

$= \int 2 - 5 \cdot (\frac{2}{3})^x dx$

$= 2x - 5 \cdot \frac{(\frac{2}{3})}{\ln \frac{2}{3}} + C$

$= 2x - 5 \cdot \frac{(\frac{2}{3})^x}{\ln 2 - \ln 3} + C$

直接积分法 习题三

三角函数

公式

平方和 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\quad 1 + \tan^2 x = \sec^2 x$

$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

二倍角 $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$= 1 - 2\sin^2 x$

$= 2\cos^2 x - 1$

降次 $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ $\quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

eg $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx$

$= \int \frac{1 + \cos 2 \cdot \frac{x}{2}}{2} dx$

$= \int \frac{1 + \cos x}{2} dx$

$= \frac{1}{2} \int 1 + \cos x \, dx$

$= \frac{1}{2} (x + \sin x) + C$

eg: $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$

$= \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx$

$= \int \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} dx$

$= \int \cos x + \sin x \, dx$

$= \sin x - \cos x + C$

三角函数 $+1 \Rightarrow$ 消 1

eg $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$

$= \int \frac{1 - \sin x}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)} dx$

$= \int \frac{1 - \sin x}{1 - \sin^2 x} dx$

$= \int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$

$= \int \frac{1}{\cos^2 x} dx - \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} d$

$= \int \sec^2 x dx - \int \sec x \cdot \tan x dx$

$= \tan x - \sec x + C$

eg $\int \frac{1}{1 + \cos 2x} dx$

$= \int \frac{1}{1 + 2\cos^2 x - 1} dx$

$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{\cos^2 x} dx$

$= \frac{1}{2} \int \sec^2 x dx$

$= \frac{1}{2} \tan x + C$

凑微分法一

1.条件：遇被积分数形式复杂

2.思想：$\int \underline{\text{被积函数}}\, dx$

$= \int f[g(x)]\cdot g'(x)\, dx$

$= \int f[g(x)]\, d\,g(x)$

令 $g(x) = u$

$= \int f(u)\, du$

$= F(u) + C$

$= F(g(x)) + C$ （回代）

注：(特点：1.两函数相乘 2.有导数关系

3.找导数系数(找 $g'(x)$)

题型一：若被积函数可分成 $f(x)\cdot g(x)$ 或 $\frac{f(x)}{g(x)}$
若 $f(x)$ 较复杂 且 $f(x)$ 求导可以得到 $g(x)$ 的倍数
可进行凑微分！(导数关系)

具体步骤：① 拆成乘法或除法关系
② 定复杂函数，简单函数
③ 对复杂函数本身或内层求导，得到简单函数
④ 用求导结果替换简单函数
⑤ 凑微分（整体回代）

eg $\int \frac{e^{\arccos x}}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

解：原式 $= \int e^{\arccos x}\cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

$= -\int e^{\arccos x}\cdot (\arccos x)'\, dx$

$= -\int e^{\arccos x}\, d\arccos x$

$= -\int e^u\, du$

$= -e^u + C$

$= -e^{\arccos x} + C$

eg 求 $\int \frac{1}{x^2}\cdot e^{1-\frac{1}{x}}\, dx$ $\quad (1-\frac{1}{x})' = (1-\frac{1}{x})' = -(\frac{1}{x})' = \frac{1}{x^2}$

解：原式 $= \int (1-\frac{1}{x})'\cdot e^{1-\frac{1}{x}}\, dx$

$= \int e^{1-\frac{1}{x}}\, d(1-\frac{1}{x})$

$= \int e^u\, du$

$= e^u + C$

$= e^{1-\frac{1}{x}} + C$

eg 求 $\int \frac{2x-1}{x^2-x-2}\, dx$

解：原式 $= \int \frac{1}{x^2-x-2}\cdot (2x-1)\, dx$

$= \int \frac{1}{x^2-x-2}\cdot (x^2-x-2)'\, dx$

$= \int \frac{1}{x^2-x-2}\, d(x^2-x-2)$

$= \int \frac{1}{u}\, du$

$= \ln(u) + C$

$= \ln(x^2-x-2) + C$

eg $\int \frac{\sin x\cdot\cos x}{1+\sin^2 x}\, dx$

解：原式 $= \int \sin x\cdot\cos x\cdot \frac{1}{1+\sin^2 x}\, dx$ $\quad (1+\sin^2 x)' = 2\sin x\cdot\cos x$

$= \frac{1}{2}\int (1+\sin^2 x)'\cdot \frac{1}{1+\sin^2 x}\, dx$ $\quad \frac{1}{2}\cdot(1+\sin^2 x)' = \sin x\cdot\cos x$

$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+\sin^2 x}\, d(1+\sin^2 x)$

$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\, du$

$= \frac{1}{2}\ln|u| + C$

$= \frac{1}{2}\ln|1+\sin^2 x| + C$

凑微分法二

若被积函数中，复杂的函数求导无法得到简单的函数的倍数

考虑：被积函数分子分母同乘或同除某因子方便积分

eg 求 $\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}dx$

解：原式 $=\int \frac{e^x}{(e^x+e^{-x})e^x}dx$

$=\int \frac{e^x}{1+(e^x)^2}dx$

$=\int \frac{1}{1+(e^x)^2}de^x$

$=\int \frac{1}{1+t^2}dt$

$=\arctan t+C$

$=\arctan e^x+C$

凑微分法四

直接凑微分法

条件：遇 $\int f(x)dx \Rightarrow \int f(ax+b)dx$ 一次函数

方法：$\int f(ax+b)dx=\frac{1}{a}\int f(ax+b)d(ax+b)$

eg：$\int (3x+1)^2dx$

解：原式 $=\int \frac{1}{3}(3x+1)^2d(3x+1)$

$=\frac{1}{3}\int t^2dt$

$=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}t^3+C$

$=\frac{1}{9}t^3+C$

$=\frac{1}{9}(3x+1)^3+C$

eg $\int e^{5t}dt$

解：原式 $=\frac{1}{5}\int e^{5t}d5t$

$=\frac{1}{5}\int e^u du$

$=\frac{1}{5}e^u+C$

$=\frac{1}{5}e^{5t}+C$

eg：$\int e^{x-3}dx$

解：原式 $=\int e^{x-3}d(x-3)$

$=\int e^t dt$

$=e^t+C$

$=e^{x-3}+C$

原式 $=\int e^x\cdot e^{-3}dx$

$=e^{-3}\int e^x dx$

$=e^{-3}\cdot e^x+C$

$=e^{x-3}+C$

凑微分法三

遇 $\sin^{偶}x$，$\sin^{奇}x$ $\Rightarrow$ 奇拆偶降

eg $\int \cos^3 x\,dx$

$\cos^2 x+\sin^2 x=1$

$\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$

解：原式 $=\int \cos^2 x\cdot\cos x\,dx$

$=\int \cos^2 x\,(\sin x)'dx$

$=\int \cos^2 x\,d\sin x$

$=\int (1-\sin^2 x)\,d\sin x$

$=\int 1-t^2dt$

$=t-\frac{1}{3}t^3+C$

$=\sin x-\frac{1}{3}(\sin x)^3+C$

eg $\int \cos^2\frac{x}{2}dx$

解：原式 $=\int \frac{1+\cos x}{2}dx$

$=\frac{1}{2}\int 1+\cos x\,dx$

$=\frac{1}{2}(x+\sin x)+C$

eg 求 $\int \sqrt{\sin x}\cdot\cos^5 x\,dx$

解：原式 $=\int \sqrt{\sin x}\cdot\cos^4 x\cdot\cos x\,dx$ $\quad (\cos^2 x)^2=(1-\sin^2 x)^2$

$=\int \sqrt{\sin x}\cdot\cos^4 x\,d\sin x$

$=\int (\sin x)^{\frac{1}{2}}\cdot(1-\sin^2 x)^2\,d\sin x$

$=\int t^{\frac{1}{2}}\cdot(1-t^2)^2dt$ $\quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$=\int t^{\frac{1}{2}}\cdot(1-2t^2+t^4)dt$

$=\int t^{\frac{1}{2}}-2t^{\frac{5}{2}}+t^{\frac{9}{2}}dt$ $\quad \int x^a dx=\frac{x^{a+1}}{a+1}+C$

$=\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}-\frac{4}{7}t^{\frac{7}{2}}+\frac{2}{11}t^{\frac{11}{2}}+C$

$=\frac{2}{3}(\sin x)^{\frac{3}{2}}-\frac{4}{7}(\sin x)^{\frac{7}{2}}+\frac{2}{11}(\sin x)^{\frac{11}{2}}+C$

简单无理根式换元法

一、条件：遇到 $\sqrt[n]{ax+b}$ 的根式时 $\sqrt[n]{一次函数}$

二、无理根式换元

1. 令 $t=\sqrt[n]{ax+b}$
2. 反解出 x
3. 求出 dx
4. 回代计算

eg 求 $\int x\cdot\sqrt[5]{3x+2}\,dx$

解：令 $\sqrt[5]{3x+2}=t$ $\quad 3x+2=t^5$ $\quad x=\frac{t^5-2}{3}$

$dx=\frac{5}{3}t^4dt$

∴原式 $=\frac{1}{3}\int(t^5-2)\cdot t\cdot\frac{5}{3}t^4dt$

$=\frac{5}{9}\int(t^5-2)\cdot t^5dt$

$=\frac{5}{9}\int(t^{10}-2t^5)dt$

$=\frac{5}{9}(\frac{t^{11}}{11}-2\cdot\frac{t^6}{6})+C$

$=\frac{5t^{11}}{99}-\frac{5t^6}{27}+C$

$=\frac{5}{99}\cdot(3x+2)^{\frac{11}{5}}-\frac{5}{27}(3x+2)^{\frac{6}{5}}+C$

eg $\int\frac{1}{1+\sqrt{x}}dx$

解：令 $\sqrt{x}=t$ $\quad x=t^2$ $\quad dx=2tdt$

∴原式 $=\int\frac{1}{1+t}\cdot 2t\,dt$

$=2\int\frac{t}{1+t}dt$

$=2\int 1-\frac{1}{1+t}dt$

$=2\int(1-\frac{1}{1+t})dt$

$=2\int 1dt-2\int\frac{1}{1+t}d(1+t)$

$=2t-2\ln|1+t|+C$

$=2\sqrt{x}-2\ln|1+\sqrt{x}|+C$

eg $\int\sqrt{e^x+1}\,dx$

解：令 $\sqrt{e^x+1}=t$ $\quad e^x+1=t^2$ $\quad \ln e^x=\ln t^2-1$ $\quad x=\ln(t^2-1)$

$dx=\frac{2t}{t^2-1}dt$

∴原式 $=2\int\frac{t^2}{t^2-1}dt$

$=2\int(1+\frac{1}{t^2-1})dt$

$=2\int 1dt+2\int\frac{1}{t^2-1}dt$ $\quad \int\frac{1}{x^2-a^2}dx=\frac{1}{2a}\ln|\frac{x-a}{x+a}|+C$

$=2t+2\cdot\frac{1}{2}\ln|\frac{t-1}{t+1}|+C$

$=2\sqrt{e^x+1}+\ln|\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}|+C$

含多个 $\sqrt{ax+b}$ 的积分

遇 $\sqrt[a]{x}$，$\sqrt[b]{x}$，令 $\sqrt[p]{x}=t$，p为a,b最小公倍数

令 $\sqrt[ab]{x}=t$

eg: $\int\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}dx$

解：令 $\sqrt[4]{x}=t$ $\quad x=t^4$ $\quad dx=4t^3dt$

∴原式 $=\int\frac{1}{t^2+t}\cdot 4t^3dt$

$=4\int\frac{t^2}{t+1}dt$

$=4\int\frac{t(t+1)-t}{t+1}dt$

$=4\int t-\frac{t+1-1}{t+1}dt$

$=4\int t-1+\frac{1}{t+1}dt$

$=4\cdot(\frac{1}{2}t^2-t+\ln|t+1|)+C$

$=4\cdot(\frac{1}{2}(\sqrt[4]{x})^2-\sqrt[4]{x}+\ln|\sqrt[4]{x}+1|)+C$