

# Скорость сходимости ряда

---

## 1. Определение

Пусть ряд:

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} u_n, \quad S_N = \sum_{n=1}^N u_n$$

Остаток ряда:

$$R_N = S - S_N$$

Скорость сходимости описывает, как быстро остаток стремится к нулю при  $N \rightarrow \infty$ .

## 2. Способы измерения

1. Через порядок убывания:

$$R_N \sim \frac{1}{N}$$

- (полиномиальная скорость сходимости)

$$R_N = \left(\frac{1}{2}\right)^N$$

- (экспоненциальная скорость сходимости)

2. Интуитивно:

- • Чем плотнее точки  $S_N$  к пределу  $S$ , тем выше скорость.
- • Чем быстрее уменьшаются шаги  $S_{N+1} - S_N = u_{N+1}$ , тем быстрее «прилипание».

### 3. Примеры

- Геометрический ряд:

$$R_N = \left(\frac{1}{2}\right)^N$$

- Ряд  $1/n^2$ :

$$R_N \sim \frac{1}{N}$$

### 4. Визуализация

- Геометрический ряд: точки частичных сумм быстро приближаются к пределу, расстояния становятся микроскопическими → высокая скорость.
- Ряд  $1/n^2$ : точки ползут медленнее, остаётся заметное расстояние до предела даже при больших  $N$ .

