Estudio de la disponibilidad de recursos hídricos en el municipio de Subachoque

MANUEL NIÑO

[1]Universidad Nacional de Colombia

1 abstract

En el siguiente documento se presentará un modelo estocástico basado en la ecuación de calibración del río Subachoque para cada uno de los tramos estudiados en donde se tengan datos de niveles y caudales. Para esto se ajustará una curva a cada grupo de datos, obteniendo los valores estimados de a y b (ver ecuación 1) y obtener los parámetros estadísticos de cada valor (media y varianza) y a partir de esto realizar una simulación de Montecarlo y generar las posibles curvas de calibración de río de tal forma que se pueda obtener los rangos en los que se mueve el caudal del río para evaluar si existen valores atípicos dentro de las mediciones realizadas por las estaciones de la CAR.

También se realizará el ajuste de un modelo ARMA en cada una de las series de tiempo disponibles, para el cual se usaran la mitad de los datos para el proceso de calibración y la otra mitad para la validación. Asimismo, se usará el modelo para predecir los momentos en los cuales se puedan volver a presentar eventos de sequía y así poder tomar medidas de prevención. Por otro lado, se evaluará más a fondo en que tramo se presenta la mayor cantidad de eventos con valores extremos (bajos) y poder determinar la zona en la que se debería evaluar e intervenir para optimizar la utilización del recurso hídrico, con el fin de garantizar el suministro para todos los habitantes que dependen de la cuenca.

Palabras clave

[Media, Varianza, Caudal, Nivel, Modelo autorregresivo, modelo de media móvil, simulación de Montecarlo, Estadísticos, Series de tiempo, curva de calibración]

2 Introducción

Los modelos estocásticos presentan una forma de incorporar la aleatoriedad y la incertidumbre que se tiene alrededor de la medición y la estimación de parámetros hidrológicos como la precipitación y el caudal dándonos una distribución de resultados posibles y su probabilidad de ocurrencia y no un valor único como lo hacen los métodos determinísticos, ayudándonos a preparar para distintos escenarios. Esto resulta importante en aspectos como el pronóstico de eventos extremos como inundaciones y sequías, el manejo de recursos hídricos, proporcionando un rango de posibles escenarios de disponibilidad de agua, también nos permiten el análisis de series temporales utilizando datos históricos para estimar y modelar comportamientos futuros. Adicionalmente, estos modelos pueden ser aplicados en el diseño de infraestructura y la gestión del riesgo, principalmente por la posibilidad de contemplar escenarios extremos para los cuales se debe estar preparado. Es así como a continuación se presentará un modelo estocástico basado en los datos de caudal y nivel del río Subachoque.

Corresponding author: Manuel Niño, `mninos@unal.edu.co`

3 Modelo conceptual

3.1 Curva de calibración

El modelo que será expuesto a continuación se basa en la curva de calibración de caudales. La curva de calibración de caudales, también conocida como curva de gasto o curva de descarga, es una herramienta fundamental en hidrología y en la gestión de recursos hídricos. Se utiliza para relacionar el nivel de agua (o la altura del agua) en un río, canal o corriente con el caudal.

- Fundamentos de la curva de calibración

Relación Nivel - Caudal: La relación entre el nivel del agua (altura) y el caudal puede ser compleja y no necesariamente lineal. Depende de las características del canal, la pendiente, la rugosidad del lecho y otras variables hidrológicas y geomorfológicas. En este caso esta relación se modela haciendo uso de la siguiente ecuación:

$$Q = ah^b$$

Medición de Niveles y Caudales: Se realizan mediciones simultáneas del nivel del agua y del caudal en diferentes condiciones de flujo. Esto generalmente se lleva a cabo con instrumentos como limnímetros para medir el nivel y molinetes de corriente o dispositivos acústicos para medir el caudal.

Datos de Campo: Los datos de campo obtenidos se utilizan para construir la curva, registrando niveles y caudales correspondientes.

Curva Nivel-Caudal: Se grafica el nivel del agua en el eje X y el caudal en el eje Y. La forma de la curva generalmente sigue la forma mostrada, es decir, potencial.

- Aplicaciones de la curva de calibración

Pronostico de Caudales: Permite estimar el caudal a partir de mediciones anteriores del nivel del agua. Esto es crucial para el monitoreo y la gestión de recursos hídricos.

Alertas de Inundaciones: La curva de calibración es utilizada en sistemas de alerta temprana para pronosticar inundaciones y emitir avisos a las comunidades.

Diseño de Infraestructuras: La información de la curva se usa en el diseño y operación de presas, canales, puentes y otras estructuras hidráulicas.

Estudios Hidrológicos: Es útil en la realización de estudios sobre la disponibilidad de agua, el impacto del cambio climático y la gestión de cuencas hidrográficas.

Modelación Hidráulica: Alimentar modelos hidráulicos y de simulación de cuencas para prever comportamientos futuros del sistema hídrico.

- Limitaciones de la curva de calibración

Es necesario reconocer que la curva de calibración trae consigo una serie de limitaciones que pueden generar una mayor incertidumbre a la hora de aplicarla para estimar los caudales de un río. Entre estas limitciones encontramos:

Variabilidad Temporal: Las curvas de calibración pueden cambiar con el tiempo debido a la sedimentación, erosión, crecimiento de vegetación y cambios en el uso del suelo.

Exactitud de Mediciones: La precisión de la curva depende de la exactitud de las mediciones de nivel y caudal realizadas para su construcción.

Condiciones Extremas: Las curvas pueden ser menos precisas durante eventos extremos como inundaciones o sequías, ya que pueden exceder el rango de datos medidos.

Asumir Estabilidad del Canal: Se asume que las características del canal permanecen constantes, lo cual puede no ser cierto en muchos entornos naturales dinámicos.

Complejidad del Flujo: En sistemas complejos con múltiples afluentes, bifurcaciones y estructuras artificiales, la relación nivel-caudal puede ser más difícil de determinar.

- Consideraciones a la hora de usar una curva de calibración

Calibración Regular: Es importante recalibrar la curva periódicamente para reflejar cambios en las condiciones del canal o del río.

Redundancia de Datos: Realizar mediciones en múltiples puntos y bajo diversas condiciones de flujo para mejorar la precisión y robustez de la curva.

Uso de Tecnología Avanzada: Incorporar tecnologías modernas, como sensores ultrasónicos y dispositivos de medición acústica Doppler, para mejorar la precisión de las mediciones.

3.2 Modelo ARMA

- Concepto y Fundamento

Un modelo ARMA (Autoregressive Moving Average) es un tipo de modelo estadístico utilizado para describir y predecir series temporales. Combina dos componentes: un modelo autorregresivo (AR) y un modelo de media móvil (MA).

- Modelo Autorregresivo (AR):

Un modelo autorregresivo (AR) es una representación de un proceso aleatorio en el que la variable de interés depende de sus observaciones pasadas. Específicamente, la variable de interés o de salida depende linealmente de sus valores anteriores. Por esta razón, se dice que existe una dependencia lineal entre las distintas observaciones de la variable. El modelo AR está dado por la siguiente expresión;

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t$$

Parámetros: $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_p$ son los parámetros del modelo AR, p es el orden del modelo, y ϵ_t es el término de error (ruido blanco).

- Modelo de Media Móvil (MA):

En el análisis de series temporales, el modelo de media móvil (MA) es una aproximación común para series de tiempo de una sola variable. Este modelo establece que la variable de salida depende linealmente del valor actual y de varios valores anteriores. El modelo MA está dato por la siguiente formula:

$$X_t = \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$$

Parámetros: $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_q$ son los parámetros del modelo MA, q es el orden del modelo.

- Modelo ARMA:

Un modelo ARMA es una combinación de los modelos de media móvil y de los modelos autorregresivos. Hecha esta combinación, el modelo se define de la siguiente manera:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \cdots + \phi_p X_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \theta_2 \epsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \epsilon_{t-q}$$

- Aplicaciones en Hidrología

Los modelos ARMA tienen diversas aplicaciones en hidrología debido a su capacidad para modelar y predecir series temporales de datos hidrológicos, como caudales de ríos, niveles de agua y precipitaciones. Entre estas aplicaciones tenemos:

1. Pronostico de Caudales: Modelar y predecir caudales de ríos utilizando datos históricos de caudales para identificar patrones y realizar predicciones a corto y mediano plazo.

2. Simulación de Escenarios: Generar escenarios sintéticos de caudales para análisis de riesgo y diseño de infraestructura hidráulica. Análisis de Precipitaciones:

3. Pronostico de Lluvias: Predecir precipitaciones futuras basándose en datos históricos, lo que es crucial para la gestión de recursos hídricos y la agricultura.

4. Evaluación del Cambio Climático: Analizar cómo las precipitaciones han cambiado con el tiempo y cómo podrían cambiar en el futuro bajo diferentes escenarios de cambio climático.

5. Control de Niveles de Agua: Optimizar la gestión de embalses mediante la predicción de entradas y salidas de agua, mejorando la planificación de recursos hídricos.

6. Prevención de Inundaciones: Ayudar en la toma de decisiones para la liberación de agua en embalses con el fin de prevenir inundaciones en períodos de lluvias intensas.

7. Detección de Cambios: Identificar cambios o anomalías en series temporales de datos hidrológicos que podrían indicar eventos extremos, fallos en equipos de medición o cambios en las condiciones del entorno.

- Consideraciones Relevantes

Estacionalidad: Los modelos ARMA asumen que la serie temporal es estacionaria, es decir, que sus propiedades estadísticas no cambian con el tiempo. Si la serie no es estacionaria, puede ser necesario diferenciarla antes de aplicar el modelo.

Selección de Órdenes (p y q): La elección de los órdenes p y q es crucial para el desempeño del modelo.

Validación y Verificación: Es esencial validar y verificar el modelo con datos independientes para asegurar su precisión y fiabilidad. Extensiones del Modelo: En casos de series no estacionarias, se pueden utilizar modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average), que incorporan una componente de integración para diferenciar la serie.

3.3 Simulación de montecarlo

Las simulaciones de Montecarlo son una técnica matemática y computacional que utiliza el muestreo aleatorio repetido para obtener resultados numéricos. Esta técnica se basa en la ley de los grandes números, que establece que a medida que el número de experimentos aumenta, los resultados promedio se aproximan al valor esperado. Algunos de los conceptos bajo los cuales se fundamenta esta técnica matemática son:

Aleatoriedad y Distribuciones de Probabilidad: Utiliza números aleatorios y distribuciones de probabilidad para modelar incertidumbre en sistemas y procesos complejos, generando múltiples escenarios posibles para un conjunto de variables de entrada.

Simulación y Muestreo: Realiza numerosas iteraciones (simulaciones) para explorar el comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones. Los resultados de las simulaciones se analizan para obtener una distribución de posibles resultados.

Generación de Variables Aleatorias: Utilizar generadores de números aleatorios para crear valores de entrada, la generación de estos números aleatorios también puede seguir una distribución de probabilidad dependiendo de las características del modelo.

Ejecución de Simulaciones: Ejecutar el modelo con los valores aleatorios de entrada repetidamente, apoyándose de herramientas computacionales que nos permitan realizar miles de simulaciones de forma rápida.

Análisis de Resultados: Recopilar y analizar los resultados de todas las simulaciones para obtener distribuciones, estadísticas, descriptivas, y probabilidades, nos ayudará a definir intervalos de valores posibles que puede tomar la variable estudiada.

- Aplicaciones en Hidrología

Las simulaciones de Montecarlo tienen amplias aplicaciones en hidrología debido a la naturaleza inherentemente variable y estocástica de los procesos hidrológicos. Entre estas aplicaciones encontramos:

1. Predicción de Caudales y Niveles de Agua: Simulación de variaciones en los caudales de ríos y niveles de agua en embalses bajo diferentes escenarios climáticos y de uso del suelo. Evaluando la probabilidad de eventos extremos como inundaciones y sequías.

2. Gestión de Recursos Hídricos: Optimizar la asignación de recursos hídricos considerando la incertidumbre en la disponibilidad de agua. Planificar el manejo de cuencas hidrográficas y sistemas de riego bajo escenarios de cambio climático, disminuyendo el riesgo de desabastecimiento de comunidades en una determinada zona de la cuenca.

3. Diseño de Infraestructura Hidráulica: Evaluar el desempeño y la fiabilidad de presas, diques y canales bajo diferentes condiciones hidrológicas. Realizando análisis de riesgo y resiliencia de infraestructuras frente a eventos hidrológicos extremos.

4. Modelación de Calidad del Agua: Simular la dispersión y dilución de contaminantes en cuerpos de agua bajo diferentes escenarios de descarga y características del suelo. Permitiendo evaluar y generar estrategias de mitigación y control de la contaminación hídrica.

Esta técnica matemática tiene una serie de ventajas a la hora de ser aplicada en modelos estocásticos, entre estas ventajas encontramos:

1. Flexibilidad: Puede aplicarse a una amplia variedad de problemas y modelos.

2. Robustez: Capaz de manejar sistemas complejos con múltiples variables y alta incertidumbre.

3. Visualización: Facilita la visualización y comprensión de la distribución de posibles resultados y sus probabilidades.

Asimismo, también tiene algunas desventajas que deben ser consideradas a la hora de su aplicación:

1. Computacionalmente Intensivo: Requiere una cantidad significativa de recursos computacionales para ejecutar numerosas simulaciones.

2. Dependencia de Datos: La precisión de los resultados depende de la calidad y cantidad de datos disponibles para definir distribuciones de probabilidad y parámetros del modelo.

4 Aplicación de los modelos

4.1 Curva de calibración usando simulaciones de Montecarlo

Para la aplicación de las simulaciones de Montecarlo, en primer lugar, se seleccionó para cada una de las 5 estaciones (Guamal, La Pradera, Pte. Manrique, La Muralla y El Bosque) un periodo en el que se tuviera información completa de los niveles y caudales del río.

Una vez obtenidos los datos, se graficaron y se ajustaron a una ecuación potencial de la forma aX^b para así obtener los parámetros A y B de cada uno de los tramos de río. A partir de este proceso se obtuvieron las siguientes gráficas:

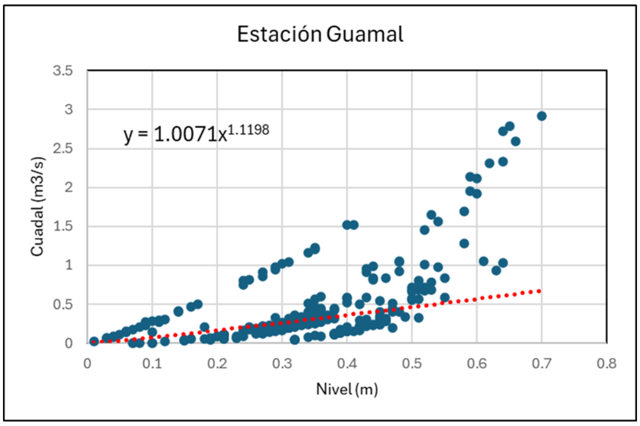

Figure 1. Ajuste de curva de calibración Guamal

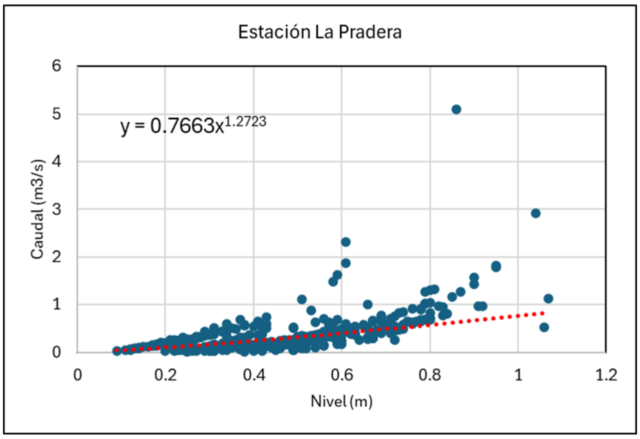

Figure 2. Ajuste de curva de calibración La Pradera

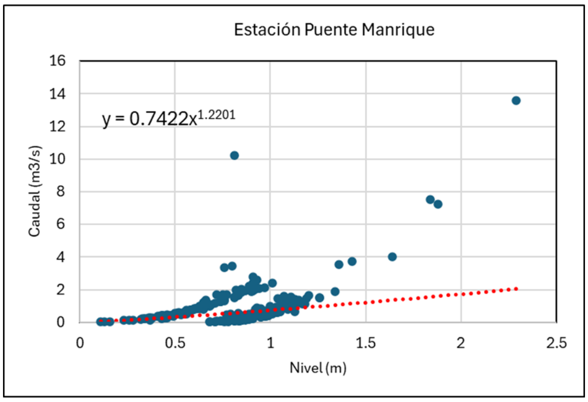

Figure 3. Ajuste de curva de calibración Puente Manrique

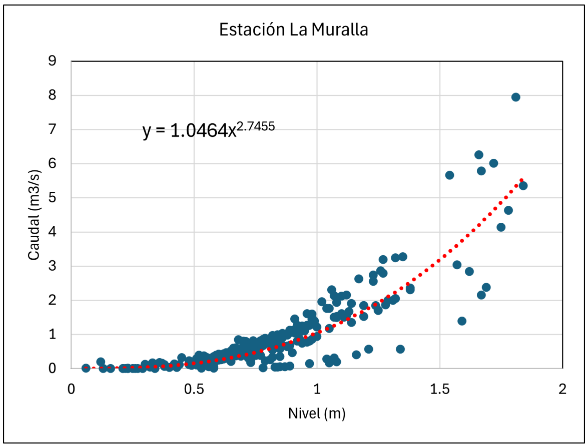

Figure 4. Ajuste de curva de calibración La Muralla

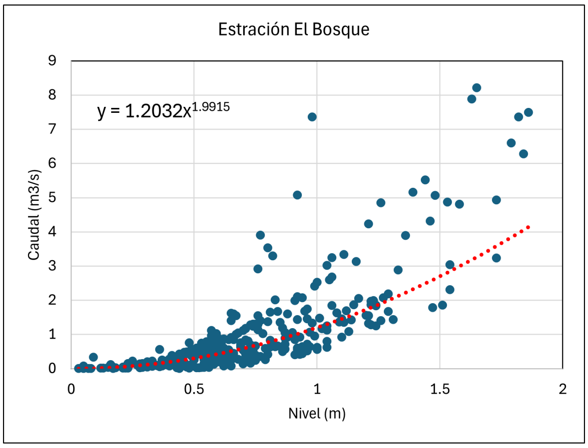

Figure 5. Ajuste de curva de calibración El Bosque

Ya con las curvas de calibración ajustadas para cada estación, se tomaron los parámetros A y B obtenidos en cada caso para hallar sus estadísticos (media y varianza) y asumir una distribución normal a cada parámetro para ejecutar la simulación de Montecarlo.

Estación	a	b
Guamal	1.0071	1.1198
La pradera	0.7663	1.2723
Pte Manrique	0.7628	1.2709
La Muralla	1.0464	2.7455
El Bosque	1.2032	1.9915
Promedio	0.9572	1.6800
Varianza	0.0363	0.4699
D_est	0.1905	0.6855

Figure 6. Parámetros de la curva de calibración y sus estadísticos

A partir de estos datos es posible obtener las siguientes PDF y CDF para cada uno de los parámetros, asumiendo una distribución normal:

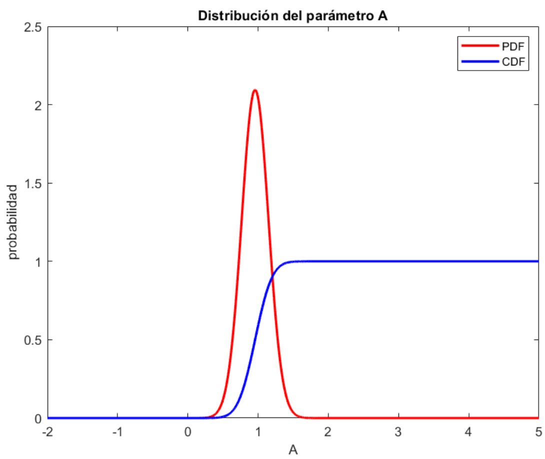

Figure 7. Distribución del parámetro A de la curva de calibración

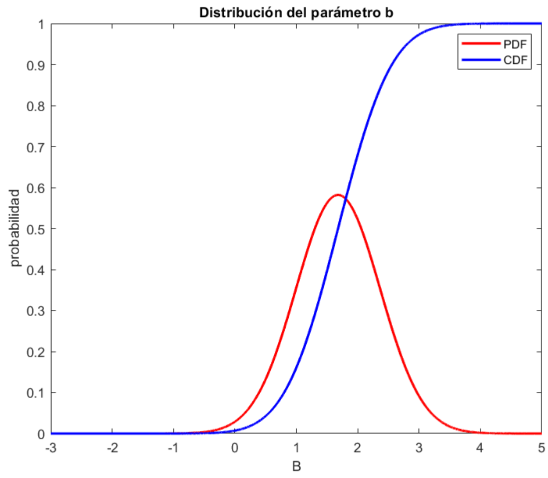

Figure 8. Distribución del parámetro B de la curva de calibración

El siguiente paso fue agrupar los datos de nivel disponibles y ajustarles la distribución de probabilidad que más se adecuara a partir de su histograma. Para este caso, la distribución que mejor se ajustó a estos valores fue la distribución de Weibull, que está data por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{B}{A}\left(\frac{X}{A}\right)^{B-1} e^{-(X/A)^B} \quad \text{si} \quad x \geq 0$$

$$f(x) = 0 \quad si \quad x < 0$$

Este proceso de ajuste se presenta en el siguiente gráfico:

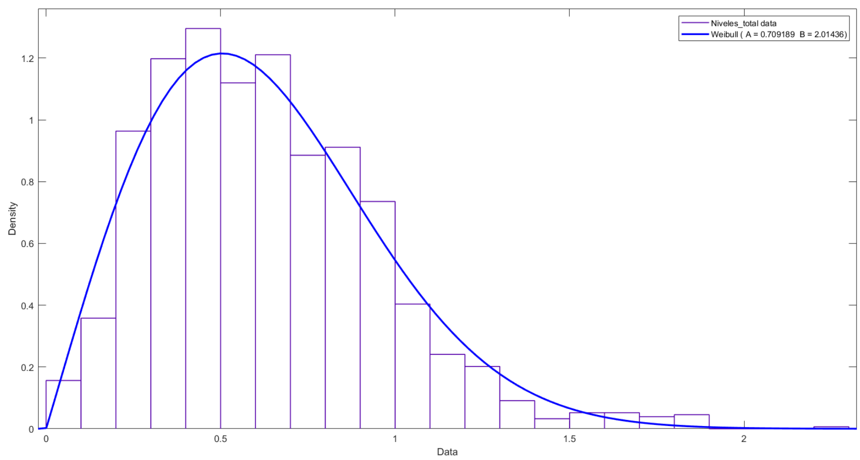

Figure 9. Ajuste de distribución Weibull a los valores de nivel medio del río

Al realizar el ajuste, obtenemos los parámetros de la distribución de Weibull, A = 0.709189 y B = 2.01436. Asimismo, se obtiene la siguiente CDF para los niveles registrados:

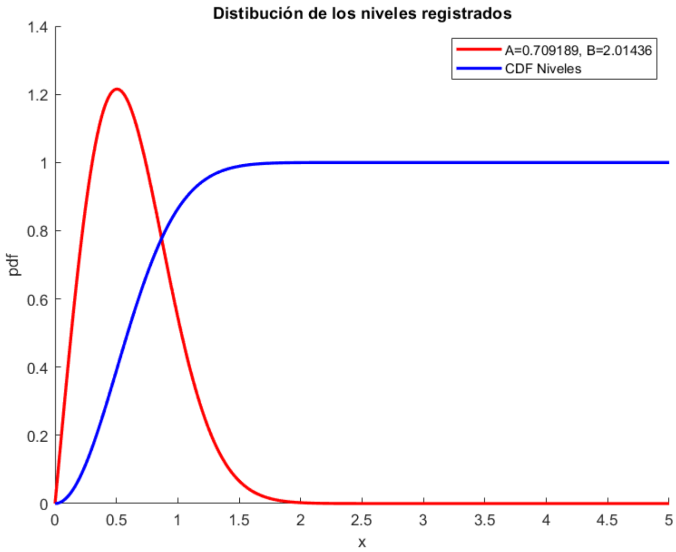

Figure 10. Distribución de los niveles del río

Una vez obtenidas todas las distribuciones de probabilidad, se procedió con las simulaciones de Montecarlo, generando un número aleatorio para cada parámetro (A, B y H) en cada corrida. La generación de números aleatorios se realizó siguiendo una distribución de probabilidad uniforme. A continuación se mostrarán 3 diferentes simulaciones de Montecarlo, con 10000 puntos en cada una:

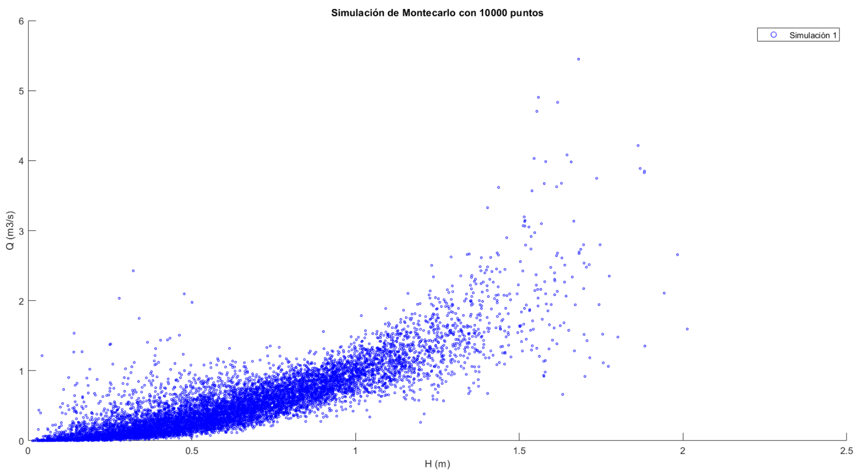

Figure 11. Primera simulación con 10000 puntos

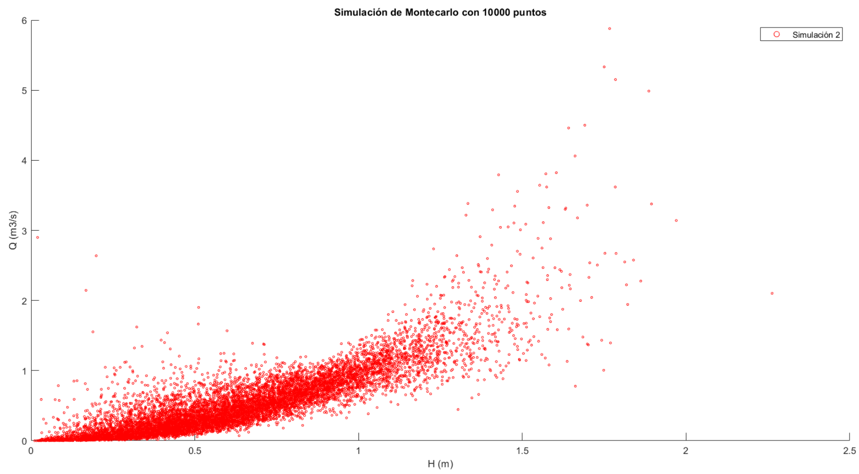

Figure 12. Segunda simulación con 10000 puntos

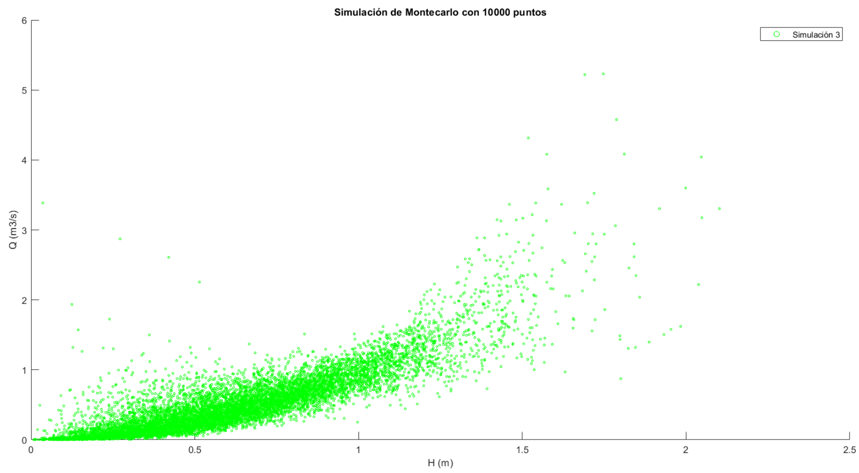

Figure 13. Tercera simulación con 10000 puntos

El siguiente paso es realizar la comparación entre las 3 simulaciones y evaluar que tanto varían entre ellas para saber si los 10000 puntos generados son representativos y muestran con un alto grado de confianza los valores de caudal que podemos encontrar en el río.

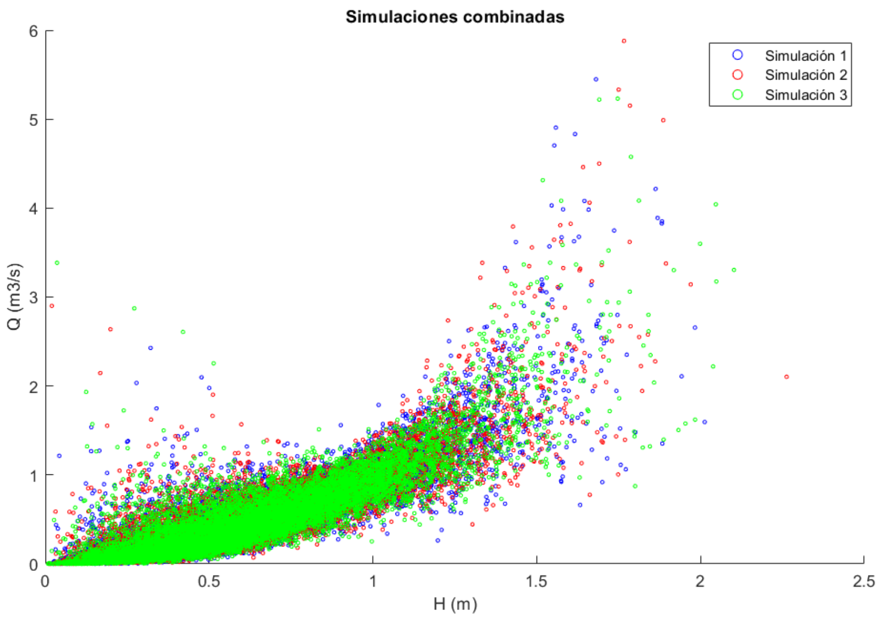

Figure 14. Comparación entre simulaciones

Finalmente, se compararán las mediciones con una de las simulaciones ejecutadas.

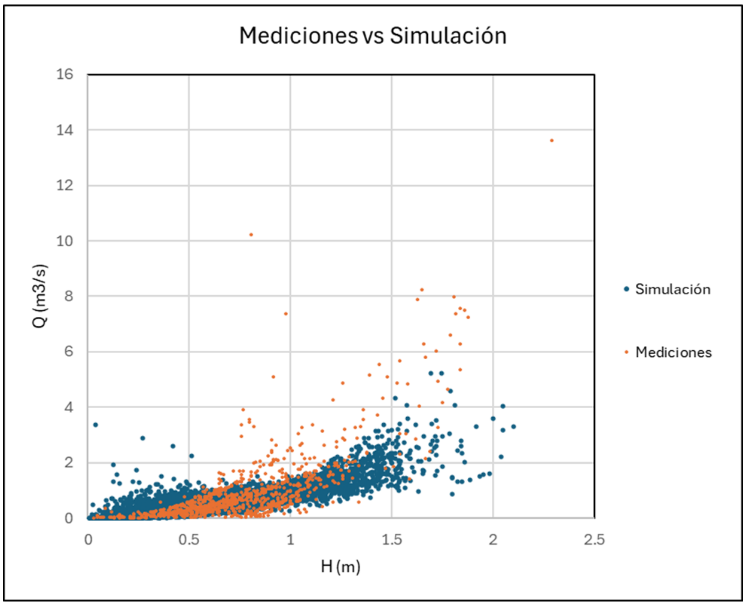

Figure 15. Comparación simulación vs. mediciones

4.2 Pronostico usando un modelo ARMA

El siguiente paso aplicar un modelo ARMA (Modelo autorregresivo de media móvil) a cada serie de caudales, usando la mitad de las mediciones disponibles para la calibración del modelo y la obtención de parámetros. Para esto el primer paso será transformar los datos, aplicando logaritmo natural, esto con el fin de que el modelo no nos arroje valores negativos de caudal, que no tienen sentido físico, para luego usar estos valores transformados en un modelo ARMA(2,2).

Se evaluará la precisión del modelo con la otra mitad de los datos disponibles en cada estación para finalmente hacer un pronóstico a futuro que ayudará a definir momentos de sequía que puedan generar problemas a la comunidad de la parte baja de la cuenca estudiada.

En primer lugar, se mostrarán los resultados del modelo en la etapa de calibración y de validación:

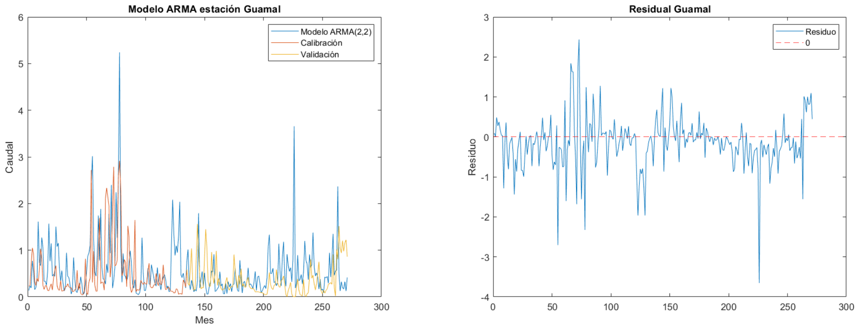

Figure 16. Modelo ARMA(2,2) aplicado a los datos de la estación Guamal

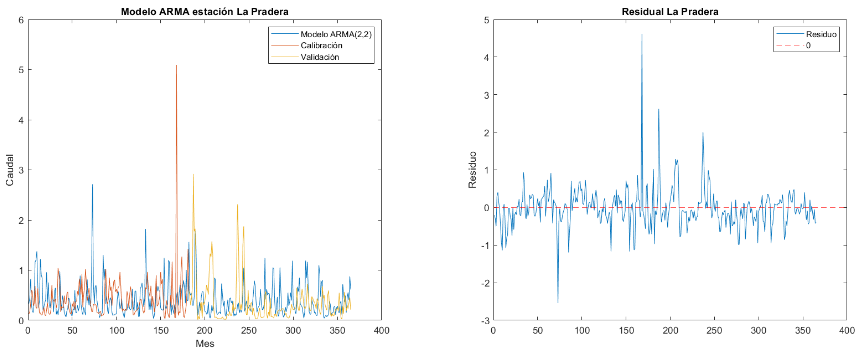

Figure 17. Modelo ARMA(2,2) aplicado a los datos de la estación La Pradera

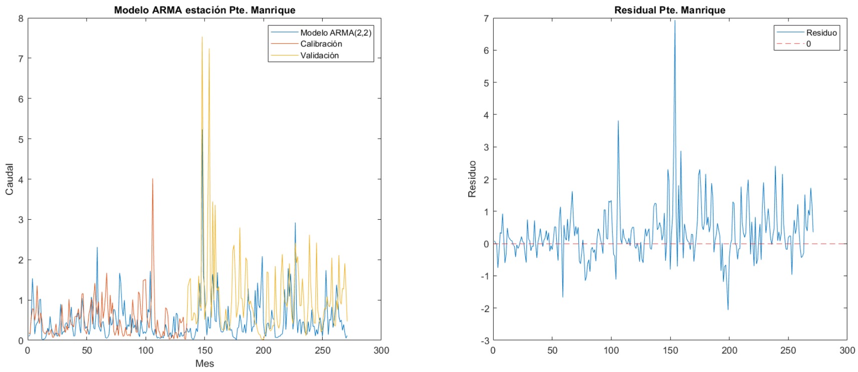

Figure 18. Modelo ARMA(2,2) aplicado a los datos de la estación Pte. Manrique

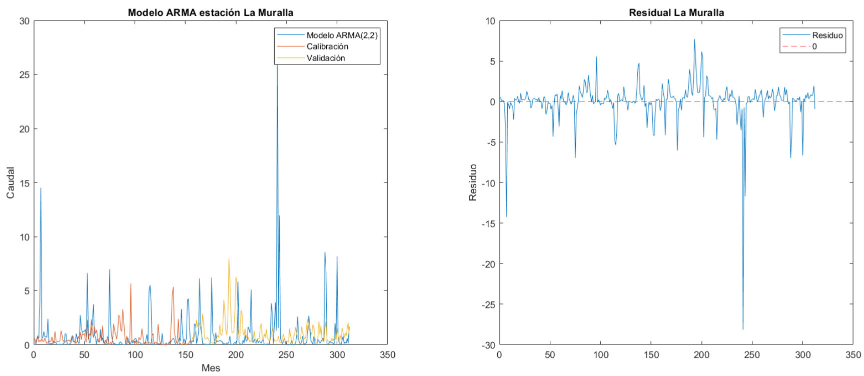

Figure 19. Modelo ARMA(2,2) aplicado a los datos de la estación La Muralla

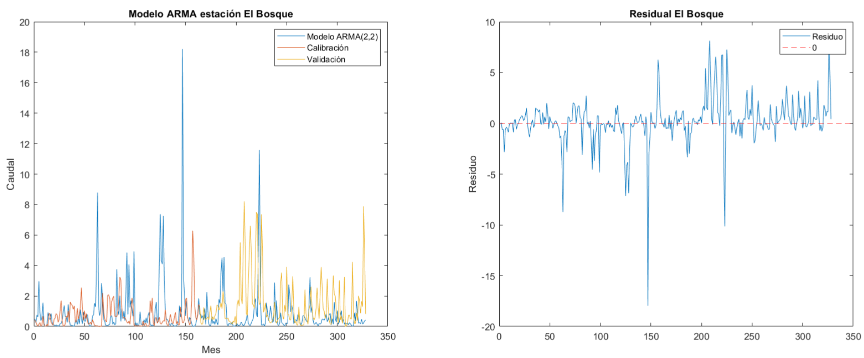

Figure 20. Modelo ARMA(2,2) aplicado a los datos de la estación El Bosque

Es posible observar como el modelo se ajusta de manera similar a los datos de calibración como a los de validación, indicando que puede ser un modelo válido para realizar pronostico, esta similitud se evidencia en el gráfico del residual, que se comporta de manera parecida para ambos grupos de datos en casi todas las estaciones (en la estación el bosque se evidencia mayor fluctuación entre los datos medidos y el modelo).

También se evidencia que el modelo genera algunos valores muy por encima de los máximos medidos, algo que se debería tener en cuenta a la hora de evaluar los pronósticos que se realizan a partir este.

Finalmente, se llevó el modelo 36 meses más allá de los datos registrados para ver su comportamiento a futuro, obteniéndose los siguientes resultados:

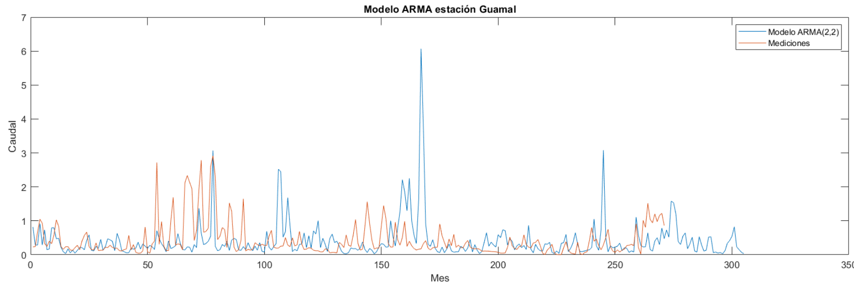

Figure 21. Pronostico de 36 meses estación Guamal

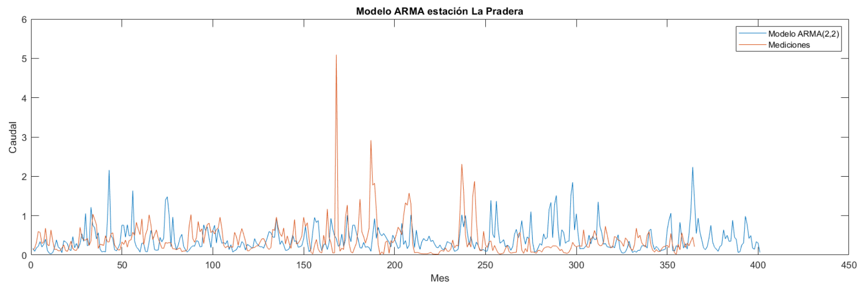

Figure 22. Pronostico de 36 meses estación La Pradera

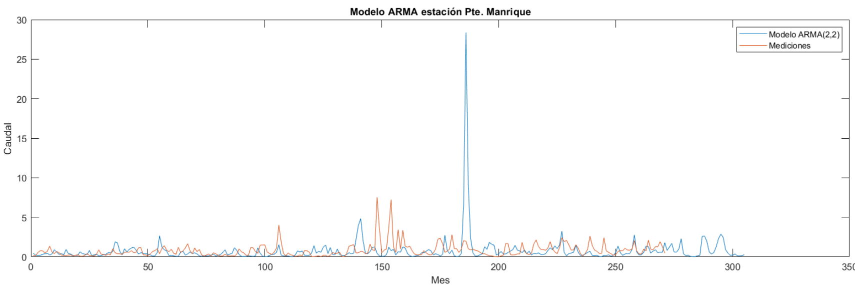

Figure 23. Pronostico de 36 meses estación Pte. Manrique

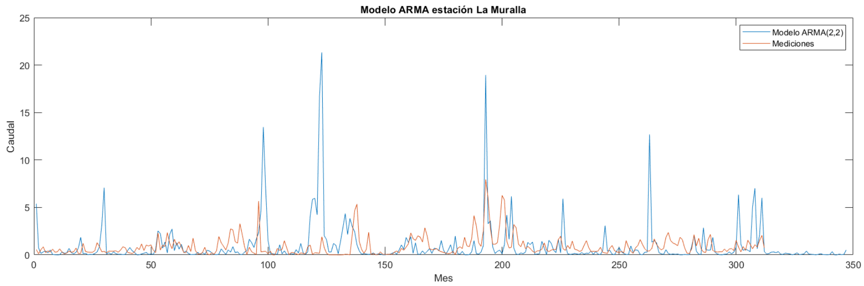

Figure 24. Pronostico de 36 meses estación La Muralla

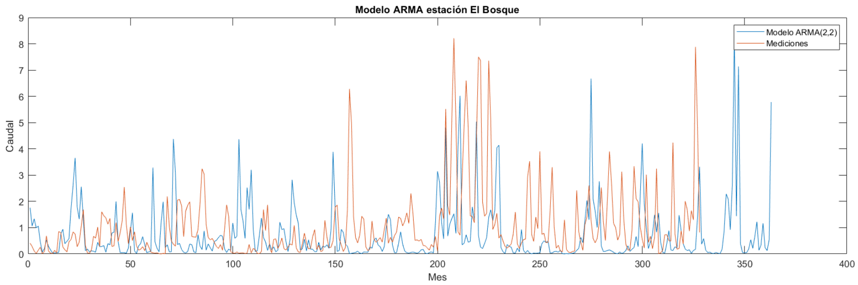

Figure 25. Pronostico de 36 meses estación El Bosque

5 Síntesis de resultados

En primer lugar, podemos concluir que el uso de 10000 puntos en cada simulación de Montecarlo es acertado, ya que, al comparar gráficamente las 3 simulaciones realizadas, los resultados obtenidos son muy similares, los cual nos habla de que es probable que este modelo en la forma que se planteó cubra todos los posibles valores de caudal asociados un nivel registrado a lo largo del tramo de río considerado.

Otro aspecto que se puede evaluar, es la presencia de varios puntos anómalos en las mediciones registradas, principalmente para niveles entre 0.6 y 1.5 metros, ya que, se pueden ver caudales que son muy superiores a los máximos pronosticados por la simulación de Montecarlo.

Respecto a la aplicación del modelo ARMA para el pronóstico de caudales en diferentes tramos del río Subachoque, se puede decir que los resultados son fiables, ya que, como se mencionó, el modelo se ajustó de manera similar a los datos de calibración (con los cuales se obtuvieron los parámetros del modelo a partir de los cuales se realizaron las diferentes simulaciones) y a los datos de validación, mostrando que el modelo se ajusta a este comportamiento.

Para el caso de los valores pronosticados más allá de la fecha registrada en las mediciones, es posible ver como el modelo muestra un comportamiento similar al que venían presentando los datos, aunque, nuevamente, se ven valores que parecieran sobreestimados en la estación El Bosque, que parece ser la que tiene un menor ajuste con el modelo, al menos en su etapa de validación.

6 Bibliografía

- Robert, C., & Casella, G. (2013). Monte Carlo Statistical Methods

- Kottegoda, N., & Rosso, R. (2008). Applied Statistics for civil engienering. Second Edition.

- Pandit, Sudhakar M. and Wu, Shien-Ming. (1983) Time Series and System Analysis with Applications. John Wiley & Sons

- Box, George E. P.; Jenkins, Gwilym M.; Reinsel, Gregory C.; Ljung, Greta M. (2016). Time series analysis: forecasting and control (5th ed.). Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Incorporated. p. 53

- Hipel, K. W., & McLeod, A. I. (1994). Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems