
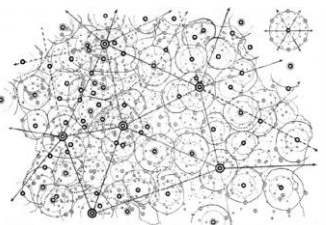


<b>Fiche pédagogique</b>  <b>Collectif MAPS</b> 	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014
		MAPS 3
		<a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>

**Domaines d'application** : Géographie, Géographie urbaine, Analyse spatiale

**Spécificités pédagogiques** : Implémentation informatique d'un modèle de base de l'enseignement en géographie et économie régionale, mais décrit sous une forme discursive essentiellement

**Niveau du public visé** : Débutant

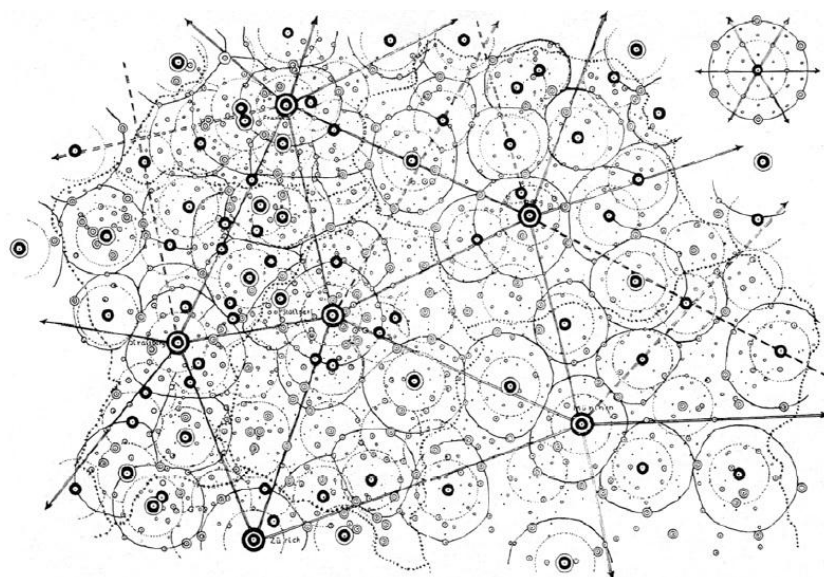
**Nom du modèle correspondant** : living Christaller

**Version NetLogo nécessaire** : Netlogo 5.0.4

**Auteurs** : Arnaud Banos (Géographie-Cités, Paris), Diego Moreno (UMR ESPACE, Nice), Cyril Pivano, Patrick Taillandier (UMR IDEES, Paris)


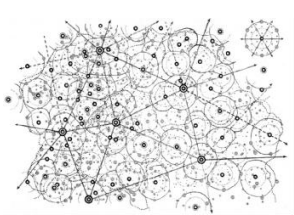
**Publication** : Banos Arnaud, Moreno Diego, Pivano Cyril, Taillandier Patrick, 2011, Christaller, still alive!, Cybergeog, <http://cybergeog.revues.org/24878>

## Le « modèle » de Christaller




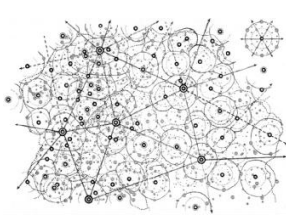
1

<sup>1</sup> Walter Christaller, Die zentralen Orte in Süddeutschland. Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeit der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischen Funktionen, Darmstadt, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1933

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

## TABLE DES MATIÈRES

<b>A.</b>	<b>DESCRIPTION DU MODÈLE (THÉORIE DES LIEUX CENTRAUX) .....</b>	<b>2</b>
<b>B.</b>	<b>CONTEXTUALISATION ET IMPLÉMENTATION DU MODÈLE .....</b>	<b>4</b>
	Contextualisation.....	4
	Implémentation.....	5
<b>C.</b>	<b>FONCTIONNEMENT DU MODÈLE .....</b>	<b>6</b>
	Procédures d'initialisation.....	6
	Procédures itérées par le modèle .....	6
	Affectation des consommateurs aux producteurs.....	6
	Evaluation de la satisfaction des producteurs .....	7
	Relocalisation .....	8
<b>D.</b>	<b>EXPLORATION DU MODÈLE .....</b>	<b>9</b>
	La variable d'ajustement ( <i>Adjustement factor</i> ) .....	9
	Distance ou prix .....	10
<b>E.</b>	<b>APPORTS DU MODÈLE .....</b>	<b>11</b>
<b>F.</b>	<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>11</b>

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

La théorie des lieux centraux de Christaller est la première tentative d'explication systématique de l'organisation spatiale d'un système de villes à partir de principes économiques. Il cherche à démontrer qu'il existe une relation entre la localisation des villes et leur position dans la hiérarchie.

## A. Description du modèle (théorie des lieux centraux)


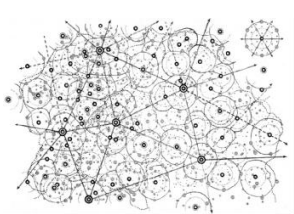
Le modèle de Christaller s'inscrit dans la théorie des lieux centraux (*Central Places Theory*) développée par le géographe allemand Walter Christaller au début du XX<sup>ème</sup> siècle. Cette théorie vise à expliquer certaines régularités observées par Christaller quant à la taille, au nombre et à la localisation des villes. Les villes (définies comme des lieux centraux) sont vues comme pourvoyeuses de biens et services aux campagnes environnantes. Afin de démontrer les régularités observées (notamment en termes de localisation), Christaller fixe un nombre de lieux centraux et de niveaux hiérarchiques, selon les termes suivants :

$$N_t = K^t$$

Avec  $N_t$  le nombre de lieux centraux de niveau hiérarchique  $t$ , et  $K$  le nombre de niveaux hiérarchiques. Ainsi, dans un système de hiérarchie 3, on trouvera 3 lieux centraux de niveau 1, 9 lieux centraux de niveau 2 et 27 lieux centraux de niveau 3.

Sur cette base, Christaller pose les principes suivants :

1. L'espace géographique est homogène (isotrope)
2. La population et les ressources sont uniformément distribuées
3. Les consommateurs sont identiques et maximisateurs
4. Les prix sont fixés et aucun producteur ne peut réaliser de marge excédentaire (concurrence parfaite)
5. Les coûts de transport des biens urbains sont à charge du consommateur rural
6. Il existe des économies d'échelles dans la production (i.e. le coût de production de certains produits décroît avec la quantité produite)
7. Un lieu central de niveau  $t$  produit également des biens de niveau inférieur (dans un système de profondeur 3 ( $k = 3$ ) les lieux de niveau 1 produiront ainsi des biens de niveau 1, 2 et 3, tandis que les lieux de niveau 2 ne produiront que des biens de niveau 2 et 3 et les lieux à la base de la hiérarchie ne produiront que des biens de niveau 3).

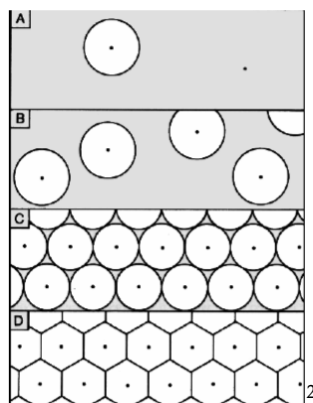
<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

Lieu de niveau 1	Produit des biens et des services de niveau 1 à k
Lieu de niveau 2	Produit des biens et des services de niveau 2 à k
Lieu de niveau k	Produit des biens et des services de niveau k

Ces principes simples ont des conséquences directes importantes.

Ainsi, les principes 3, 4 et 5 impliquent que les consommateurs vont minimiser les coûts de transport et privilégier les lieux centraux les plus proches.


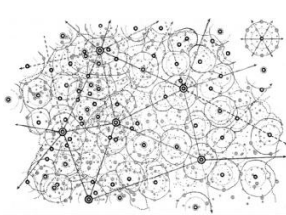
En ajoutant le principe 6 (existence d'économies d'échelles), on obtient un nombre limité de producteurs ravitaillant les consommateurs les plus proches. L'ajout des principes 1 et 2 entraîne alors que ces producteurs seront régulièrement espacés. Christaller montre alors que l'hexagone est la figure géométrique permettant de couvrir l'espace de manière optimale, afin que toute la population soit desservie.



On notera que, dans ce système, la situation de concurrence parfaite est obtenue lorsque l'espace est desservi par un nombre maximum de lieux centraux, offrant des biens centraux identiques à des prix identiques et à des populations localisées dans des territoires hexagonaux de taille identique<sup>3</sup>.

<sup>2</sup> <http://uprav.ff.cuni.cz/?q=system/files/christaller.pdf>

<sup>3</sup> Christaller a par ailleurs discuté un certain nombre d'autres principes dont nous ne parlerons pas ici.

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

## B. Contextualisation et implémentation du modèle

### Contextualisation

La théorie des lieux centraux a eu un grand retentissement dans l'étude de l'organisation spatiale des territoires. Les travaux de Christaller ont connu de nombreuses réinterprétations, dont la plus connue est celle de Lösch (1954). Ils ont été aussi l'objet de nombreuses critiques :

**Le modèle de Christaller n'est pas un modèle.**

En effet, Christaller n'a jamais utilisé le mot modèle pour décrire sa théorie. Cependant, cette théorie représente une explication d'une répartition théorique à partir de lois économiques, et cela est en soi un modèle. La démonstration géométrique de son schéma n'est pas complète, mais ce schéma se base sur des principes clairement énoncés.

**La répartition proposée par Christaller ne se retrouve pas dans la réalité.**

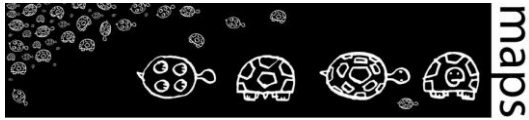
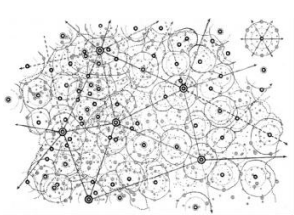
Christaller a montré que la répartition théorique se rapprochait de la répartition réelle des villes du sud de l'Allemagne. Certaines études ont montré que cette répartition se retrouve dans d'autres régions du monde (Moindrot, 1977). Christaller a expliqué l'éloignement de la répartition réelle par rapport à la répartition théorique par des facteurs qui n'ont pas été pris en compte dans sa théorie, comme la répartition inégale de la densité de population dans le territoire.

**Dans la réalité, les villes ne se déplacent pas.**

Les villes ne se déplacent pas, mais les lieux centraux peuvent émerger ou décliner en fonction de leur position relative. De nos jours, les structures de production peuvent se relocaliser de manière à satisfaire la demande et augmenter leur part de marché, même si d'autres facteurs comme la diminution des coûts de production (non pris en compte par Christaller) peuvent prendre le dessus.

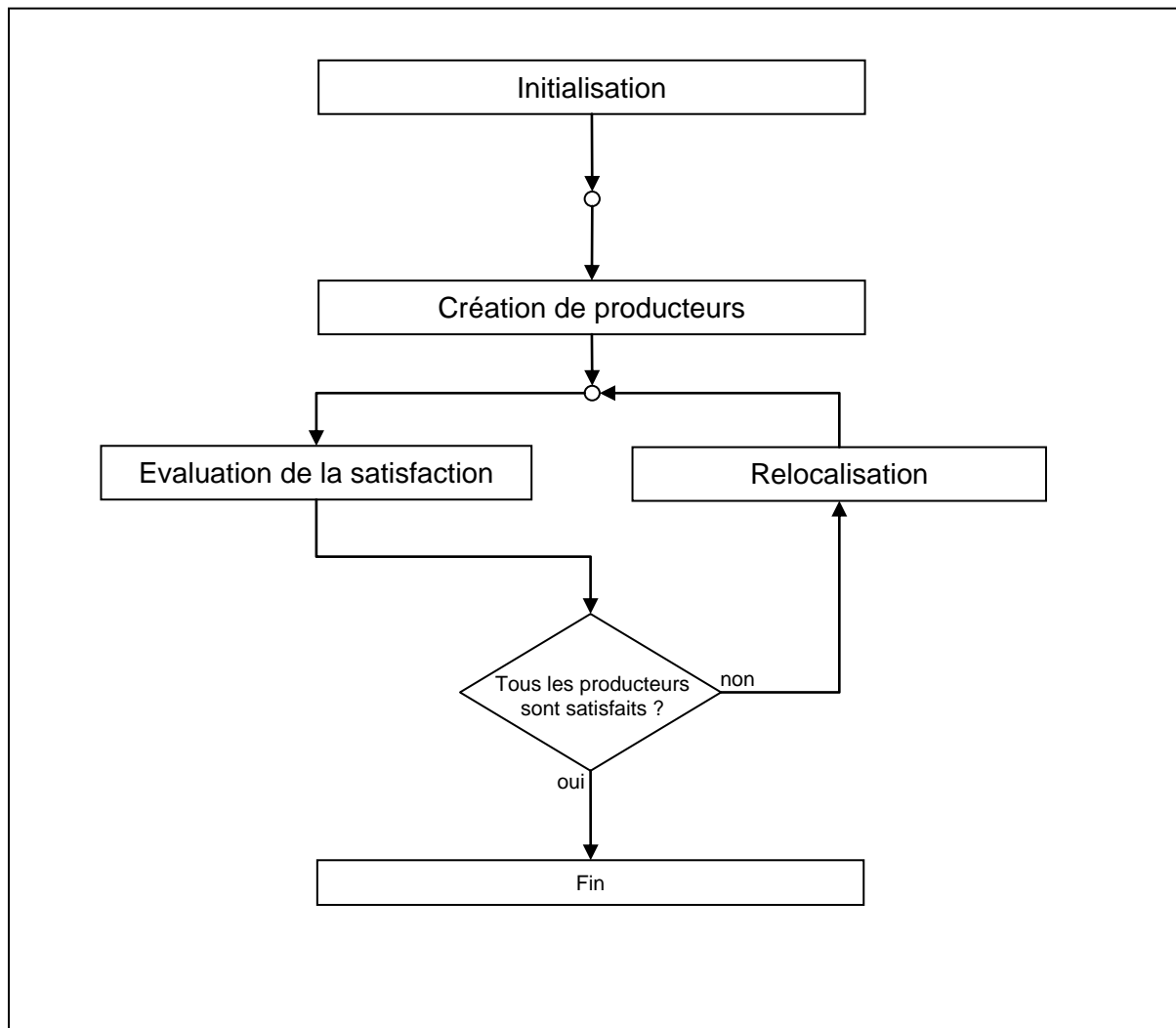
**Dans la réalité les prix sont différents d'un producteur à un autre.**

L'hypothèse d'un marché parfait est le principe fondamental dans le modèle de Christaller, mais il est possible de relâcher cette hypothèse.


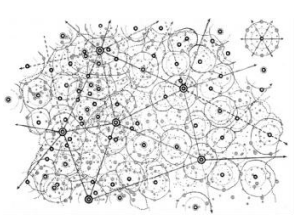
<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

## Implémentation

Dans l'implémentation proposée, nous simulons l'émergence de lieux centraux à partir du comportement de deux types d'agents : les consommateurs et les producteurs. Les consommateurs cherchent à satisfaire leurs besoins en s'approvisionnant d'un bien auprès du producteur le plus proche, tandis que les producteurs se relocalisent afin de se rapprocher d'une quantité de consommateurs suffisante pour assurer leur part de marché. L'algorithme général est le suivant (Figure 1) :



**Figure 1.** Algorithme général du modèle

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

## C.Fonctionnement du modèle

### Procédures d'initialisation

Le bouton « Setup » crée des agents représentant des consommateurs et les répartit régulièrement dans l'espace de simulation. Les producteurs sont ensuite créés, en fonction des 3 niveaux hiérarchiques définis par Christaller. Les centres de productions sont tous positionnés aléatoirement au moment de leur création.

Les producteurs sont créés en respectant la règle liant l'effectif et le nombre de niveau dans la hiérarchie ( $N_i = K^i$ ). Le nombre de producteurs de chaque niveau est fixé à 27 pour les producteurs de niveau 3 (en rouge), à 9 pour les producteurs de niveau 2 (en jaune) et à 3 pour les producteurs de niveau 1 (en vert).


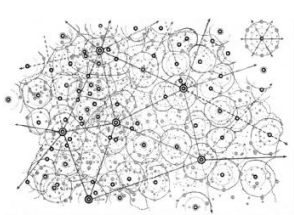
### Procédures itérées par le modèle

Une itération du modèle se compose de trois étapes. Premièrement, chaque consommateur choisit le centre de production qui se trouve le plus proche, et ce pour chacun des niveaux. A l'issue de cette phase d'affectation, chaque producteur détermine s'il est satisfait de sa localisation ou non. En cas d'insatisfaction, le centre de production se déplace. La simulation prend fin lorsque tous les centres de production sont satisfaits (équilibre).

#### **Affectation des consommateurs aux producteurs.**

Dans la théorie de Christaller, chacun des consommateurs d'un bien choisit le producteur le plus proche parmi tous les sites de production existants. Dans cette implémentation, ce choix se traduit par la création d'un lien entre chaque consommateur et le producteur le plus proche. Ces liens peuvent être affichés ou dissimulés selon le niveau hiérarchique à observer via le panel « Links ».

Rappelons qu'une des règles de ce modèle est celle de la concurrence parfaite. Les prix des biens et des services sont identiques selon les producteurs. Cette implémentation propose de relâcher également cette hypothèse. Une série de curseurs intitulée « *Distance or Price* » permet de changer le comportement des consommateurs. Lorsqu'ils sont réglés à 0, ils privilégient la distance. Paramétrés à 1, ils privilégient le prix. Les prix pratiqués par

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

les producteurs sont alors directement calculés dans la routine comme l'inverse du nombre de leurs consommateurs.

Les consommateurs choisissent le producteur minimisant ce rapport.

Distance au producteur le plus proche

---

(Taille du monde  $\times$  (1- **paramètre calibrant la préférence**)) + (**prix du service 1**  $\times$  **paramètre calibrant la préférence**)

La distance au producteur le plus proche est pondérée par la taille du monde. Celle-ci est également pondérée par l'utilisateur à l'aide des deux expressions en gras. Remarquons qu'ils contiennent le même paramètre. De cette manière, si l'un est élevé (le maximum est 1) le deuxième ne peut l'être également : si le paramètre est à 0 alors le premier membre est égal à 1 et le résultat du deuxième est 0. Ainsi la distance la plus proche est simplement pondérée par la taille du monde.


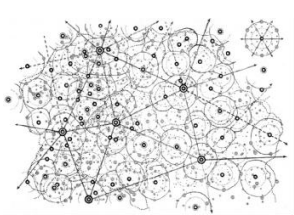
A l'inverse, un paramétrage à 1 donne pour le premier membre 0 et 1 pour le deuxième (N.B. le prix du service est l'inverse du nombre de consommateurs et peut donc être inférieur à 1). Dans ce cas, la taille du monde est égale à 0 et la distance est pondérée par le prix des biens. En somme, un paramètre calibrant la préférence à zéro implique une préférence pour minimiser la distance et un paramètre à 1 donne une préférence pour le prix.

### Evaluation de la satisfaction des producteurs

Afin d'évaluer la satisfaction des centres de productions, nous suivons à la lettre l'hypothèse 4 : les prix sont fixes et aucun producteur ne réalise de marge excédentaire. Comme nous venons de le voir dans la partie précédente, il faut néanmoins que les paramètres de préférences des individus soient à zéro. Les centres de production sont donc satisfaits dès lors qu'ils ont une part de marché au moins équivalente à celle des autres centres de même niveau. Ainsi, dans le cas où dix centres de production se partageraient un marché de consommation, chacun d'entre eux devrait attirer au moins 10% de la clientèle pour être satisfait. Le seuil de satisfaction  $S$  est donc défini par :

$$S = (1 / P_i + a),$$



<p><b>Collectif MAPS</b></p> 	<p><b>Modèle Christaller</b></p> 	<p>Mai 2014</p> <hr/> <p>MAPS 3</p> <hr/> <p><a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a></p>
--	---	--

avec  $P_i$  le nombre total de centres producteurs du bien  $i$  et  $a$  une variable d'ajustement. L'ajout du paramètre  $a$  permet, en relâchant légèrement la contrainte d'équi-répartition des consommateurs, d'accélérer la convergence vers un équilibre.

La part de marché d'un producteur est définie par :

$$m_i = c_i / C$$

avec  $c_i$  le nombre de consommateurs du producteur  $i$  et  $C$  le nombre total de consommateurs.


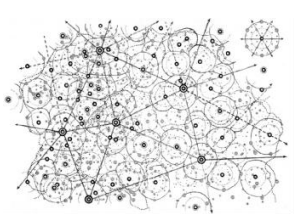
Ainsi, un producteur est satisfait si et seulement si sa part de marché est supérieure au seuil de satisfaction ( $m_i > S$ ).

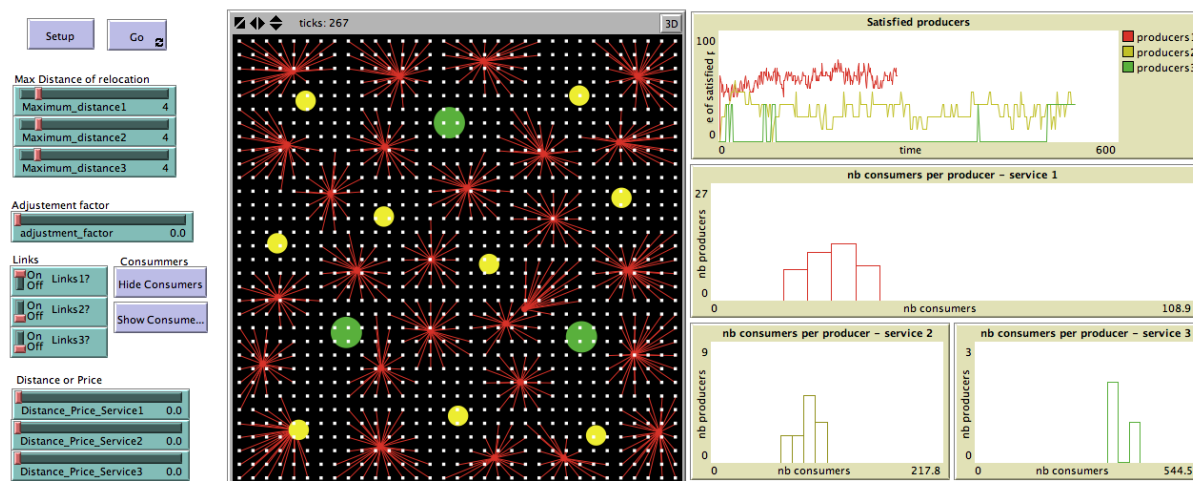
Si tous les producteurs sont satisfaits, la stabilité est atteinte et le modèle s'arrête. Sinon les producteurs insatisfaits se relocalisent.

### Relocalisation

Cette étape consiste à trouver une meilleure configuration spatiale pour les agents producteurs. Rappelons que cette étape est absente du modèle initial qui est fondamentalement statique. Dans notre modèle, chaque centre de production insatisfait se déplace suivant la règle suivante : si le centre ne se trouve pas déjà au barycentre de son aire de marché (moyenne en  $x$  et  $y$  des coordonnées des consommateurs correspondant à son bien de plus haut niveau), il se déplace vers celui-ci afin de se rapprocher de ses consommateurs actuels. S'il se trouve déjà sur celui-ci, il se déplace en direction du centre de production de même niveau qui possède le plus de consommateurs, afin de lui « prendre » des consommateurs. Cette dernière règle permet de sortir d'optimums locaux qui peuvent apparaître lorsque tous les centres se trouvent au barycentre de leur clientèle. Le producteur se déplace d'une distance aléatoire comprise entre 0 et un paramètre  $D$  défini par l'utilisateur dans le panel « *Max Distance of relocation* ». Plus la distance est grande plus le producteur est à même de trouver le producteur ayant le plus de consommateurs.

Le modèle se stabilise lorsque tous les centres de production sont satisfaits.

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---



**Figure 2.** Implémentation du modèle de Christaller à base d'agents sur Netlogo 4.1.3

## D. Exploration du modèle


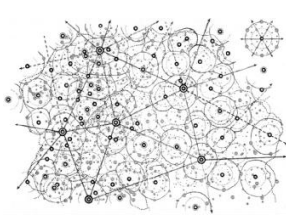
L'exploration du modèle est relativement simple quant au nombre de paramètres à manipuler. La fonction d'ajustement et le choix de considérer la distance ou le prix suffisent néanmoins à observer des phénomènes bien distincts. L'exercice suggéré permet de mieux comprendre l'impact de ces paramètres sur les formes de peuplement obtenues.

### La variable d'ajustement (*Adjustement factor*)

Ce paramètre influe sur la satisfaction des producteurs, basée sur une distribution uniforme des consommateurs. La variable d'ajustement permet d'assouplir cette contrainte et facilite la convergence vers un équilibre. Elle est définie de la manière suivante :

$$S = 1 / (P_i + a)$$

Ainsi plus la variable d'ajustement est grande plus le ratio sera petit et par conséquent plus le seuil de satisfaction sera facile à atteindre et donc l'équilibre.

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

## Distance ou prix


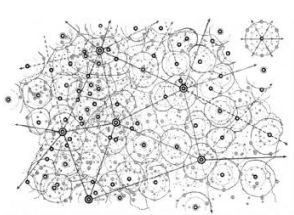
Ce critère influe sur le choix des consommateurs. Un critère fixé à 0 représente au mieux l'hypothèse de concurrence parfaite. Les individus choisissent alors les producteurs les plus proches. Un paramétrage à 1 implique au contraire que les consommateurs choisissent le producteur ayant le prix le plus faible. Nous avons choisi de déterminer les prix comme l'inverse du nombre de consommateurs afin d'inclure un principe d'économie d'échelle. Ainsi, à 0 nous retrouvons des formes christallériennes et à 1 nous observons une structure fortement centralisée. Il se met en place une boucle de rétroaction positive. Une fois qu'un producteur met en place des économies d'échelle et baisse son prix alors à chaque itération une partie des consommateurs s'oriente vers celui-ci. Ce qui permet au producteur de baisser à nouveau son prix. Cet effet de centralisation crée un groupe de producteurs mécontents de leur part de marché, amenés à se mouvoir pour attirer une nouvelle clientèle. Pour bien observer l'effet de centralisation il est donc utile de faire apparaître les liens (links) entre producteurs et consommateurs.

Toujours à l'aide de ce paramètre nous pouvons examiner un phénomène de persistance. Une fois que nous avons obtenu une structure centralisée si nous abaissons plus ou moins la variable l'effet de centralisation ne disparaît pas. Nous invitons le lecteur à lancer le modèle avec le paramétrage suivant :

- Distance\_Price\_Service1 = 0
- maximum\_distance\_1 = 4
- ajustement\_factor = 0

Ensuite, positionnons à 1 le curseur Distance\_Price\_Service1 en cours de simulation. Nous obtenons une structure centralisée. Maintenant, fixons le paramètre à 0,1. La structure reste inchangée, il y a phénomène de persistance. En revanche, si nous abaissons la variable à 0 alors il émerge de nouveau une structure christallérienne. Nous invitons le lecteur à observer de nouveau ce point de rupture en modifiant le Maximum Distance\_1.

Enfin, une fois compris le fonctionnement de ce paramètre il est intéressant de mettre en place d'autres niveaux de service et d'observer leurs interactions avec les différents paramétrages à tester.

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

## E. Apports du modèle

Le but du modèle Living Christaller est celui d'illustrer les hypothèses qui fondent la Théorie des Lieux Centraux, notamment ceux du Principe de Marché. Il peut donc être utilisé en complément d'une explication de l'organisation christallérienne de l'espace.

Il est conseillé d'expliquer les principes énoncés dans la partie A de la fiche, puis de permettre à l'étudiant d'explorer le modèle, comme décrit dans la partie D de la fiche.

La partie B de la fiche peut être utilisée pour ouvrir un débat sur la pertinence du modèle de Christaller de nos jours. La présentation des critiques portées sur le modèle devrait permettre à l'étudiant d'adopter une posture critique sur les modèles d'organisation de l'espace. La discussion peut aussi conduire à la proposition de modifications ou d'améliorations du modèle christallérien, afin d'inciter les étudiants à suivre leur propre démarche de modélisation.

## F. Bibliographie


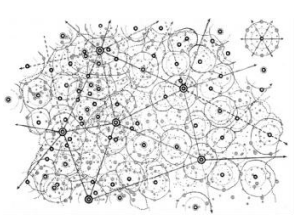
Batty M. (2006) Hierarchy in cities and city systems. In Pumain D. (Ed.) "Hierarchy in Natural and Social Sciences", Methodos Series, Volume 3, Springer Netherlands, pp. 143-168.

Beckmann M. J. (1958) City Hierarchies and the Distribution of City Size. In Economic Development and Cultural Change, 6, pp. 243-248.

Beckmann M. J., McPherson J. C. (1970) City size distribution in the Central Place hierarchy: an alternative approach. Journal of Regional Science, 10, pp. 243-248.

Christaller W. (1980) Le località centrali della Germania meridionale. Un'indagine economico-geografica sulla regolarità della distribuzione e dello sviluppo degli insediamenti con funzioni urbane. Franco Angeli Editore, Milano, Italia.

Haggett P., Cliff A. D., Frey A. (1977) Locational Analysis in Human Geography 1: Locational Methods, Edward Arnold (Publishers) Ltd, London.

<b>Collectif MAPS</b>  	<b>Modèle Christaller</b>  	Mai 2014  MAPS 3  <a href="http://maps.hypotheses.org">http://maps.hypotheses.org</a>
--	---	---

Haggett P., Cliff A. D., Frey A. (1977) *Locational Analysis in Human Geography 2: Locational Models*, Edward Arnold (Publishers) Ltd, London.

Isard W. (1956) *Location and the space-economy*. MIT Press, Cambridge, MA. Lösch A. (1954) *The economics of location*. Yale University Press, New Haven, CT.

Lösch A. (1954) *The economics of location*. Yale University Press, New Haven, CT.

Michlakis M., Nicolas G. (1986) Le cadavre exquis de la centralité: l'adieu à l'hexagone régulier. *Eratosthène-Sphragide* 1, Lausanne, pp. 38-87.

Moindrot C. (1977). Le système urbain du Mans, exemple de système christallérien In: *Norois*. N°95 ter, pp. 179-192.

Nicolas G. (2006) Le soi-disant «modèle» de la prétendue «théorie des lieux centraux» de Walter Christaller. Texte chargé dans l'article «Modèle christallérien» de Wikipédia, [www.cyberato.org](http://www.cyberato.org), pp. 1-9.

Sonis M. (1985) Hierarchical structure of central place System: The barycentric calculus and decomposition principle. *Sistemi Urbani*, 1, pp. 3-28.

Sonis M. (1986) A Contribution to the central place Theory: Super-imposed Hierarchies, Structural Stability, Structural Changes and Catastrophies in central place Hierarchical Dynamics. In R. Funck and A. Kuklinsky (Eds), “Space-Structure-Economy: A Tribute to Alfred Lösch”, *Karlsruhe Papers in Economic Policy Research*, pp. 159-176.

Sonis M. (2005) Central Place Theory after Christaller and Lösch: Some further explorations. Act of 45th Congress of the Regional Science Association, 23-27 August 2005, Vrije Universiteit Amsterdam, pp. 1-30.

Wilson A. G. (1971) A family of spatial interaction models and associated developments, *Environment and Planning*, 3, pp. 1-32.

Wilson A. G. (1978) Spatial interaction and settlement structure: towards an explicit central place theory, in *Spatial interaction theory and planning models*, North Holland, Amsterdam, pp. 137-156.