

DERIVADAS (1)

Derivada de una constante

$$f(x) = K \quad K \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0$$

LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE es cero.

Ejercicio nº 1) $f(x) = 7$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 2) $f(x) = -4$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 3) $f(x) = e$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \pi$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 5) $f(x) = \frac{-\sqrt[3]{3}}{\sqrt{7}}$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Ejercicio nº 6) $f(x) = \frac{-e^4}{\sqrt{37}}$

Sol: $f'(x) = \boxed{0}$

Derivada de una función potencial: Forma simple

$$f(x) = x^r \quad r \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = r \cdot x^{r-1}$$

LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN POTENCIAL es igual al exponente por la variable elevado a una unidad menos.

Ejercicio nº 7) $f(x) = x^6$

Sol: $f'(x) = 6x^{6-1} = \boxed{6x^5}$

Ejercicio nº 8) $f(x) = x^3$

Sol: $f'(x) = 3x^{3-1} = \boxed{3x^2}$

Ejercicio nº 9) $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$

Sol: $f'(x) = \frac{5}{2} x^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2} x^{\frac{5}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{5}{2} x^{\frac{3}{2}} = \frac{5\sqrt{x^3}}{2} = \boxed{\frac{5x\sqrt{x}}{2}}$

Ejercicio nº 10) $f(x) = x^{-7}$

Sol: $f'(x) = -7x^{-7-1} = -7x^{-8} = \boxed{\frac{-7}{x^8}}$

Ejercicio nº 11) $f(x) = x^{\frac{4}{7}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-4}{7} x^{\frac{4}{7}-1} = \frac{-4}{7} x^{\frac{4}{7}-\frac{7}{7}} = \frac{-4}{7} x^{\frac{-3}{7}} = \frac{-4}{7x^{\frac{3}{7}}} = \frac{-4}{7\sqrt[7]{x^3}} = \boxed{\frac{-4}{7x^{\frac{3}{7}}}}$

Ejercicio nº 12) $f(x) = x$

Sol: $f'(x) = 1x^{1-1} = 1x^0 = \boxed{1}$

Ejercicio nº 13) $f(x) = \frac{1}{x^3}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$ $f'(x) = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = \boxed{\frac{-3}{x^4}}$

Ejercicio nº 14) $f(x) = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = x^{-\frac{3}{2}}$ $f'(x) = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}-1} = -\frac{3}{2}x^{-\frac{3}{2}-\frac{2}{2}} = -\frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}} = -\frac{3}{2x^{\frac{5}{2}}} = \boxed{\frac{-3}{2\sqrt{x^5}}}$

Ejercicio nº 15) $f(x) = \sqrt{x}$

Sol: $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $f'(x) = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-\frac{2}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \boxed{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$

Ejercicio nº 16) $f(x) = \sqrt[5]{x}$

Sol: $f(x) = \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{5}}$ $f'(x) = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5x^{\frac{4}{5}}} = \boxed{\frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}}$

Ejercicio nº 17) $f(x) = \sqrt[5]{x^4}$

Sol: $f(x) = \sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$ $f'(x) = \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-1} = \frac{4}{5}x^{\frac{4}{5}-\frac{5}{5}} = \frac{4}{5}x^{-\frac{1}{5}} = \frac{4}{5x^{\frac{1}{5}}} = \boxed{\frac{4}{5\sqrt[5]{x}}}$

Ejercicio nº 18) $f(x) = \sqrt[4]{x^{11}}$

Sol: $f(x) = \sqrt[4]{x^{11}} = x^{\frac{11}{4}}$ $f'(x) = \frac{11}{4}x^{\frac{11}{4}-1} = \frac{11}{4}x^{\frac{11}{4}-\frac{4}{4}} = \frac{11}{4}x^{\frac{7}{4}} = \frac{11}{4}\sqrt[4]{x^7} = \boxed{\frac{11x^{\frac{7}{4}}\sqrt[4]{x^3}}{4}}$

Ejercicio nº 19) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = -\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = \frac{-1}{2x^{\frac{3}{2}}} = \boxed{\frac{-1}{2\sqrt{x^3}}}$

Ejercicio nº 20) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{5}}} = x^{-\frac{1}{5}}$ $f'(x) = -\frac{1}{5}x^{-\frac{1}{5}-1} = -\frac{1}{5}x^{-\frac{6}{5}} = \frac{-1}{5x^{\frac{6}{5}}} = \frac{-1}{5\sqrt[5]{x^6}} = \boxed{\frac{-1}{5x^{\frac{6}{5}}\sqrt[5]{x}}}$

Ejercicio nº 21) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{3}}}$

Sol: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^7}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{3}}}$ $f'(x) = -\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-1} = -\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-\frac{3}{3}} = -\frac{7}{3}x^{-\frac{4}{3}} = \frac{-7}{3x^{\frac{4}{3}}} = \frac{-7}{3\sqrt[3]{x^4}} = \boxed{\frac{-7}{3x^{\frac{4}{3}}\sqrt[3]{x}}}$

Derivada de una función logarítmica: Forma simple

$$f(x) = \ln x \quad f'(x) = \frac{1}{x}$$

Ejercicio nº 22) $f(x) = \ln(x)$

Sol: $f'(x) = \frac{1}{x}$

Derivada de una función exponencial con base e: Forma simple

$$f(x) = e^x \quad f'(x) = e^x$$

Ejercicio nº 23) $f(x) = e^x$

Sol: $f'(x) = e^x$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e: Forma simple

$$f(x) = a^x \quad f'(x) = a^x \cdot \ln a$$

Ejercicio nº 24) $f(x) = 9^x$

Sol: $f'(x) = 9^x \ln 9$

Ejercicio nº 25) $f(x) = 2^x$

Sol: $f'(x) = 2^x \ln 2$

Ejercicio nº 26) $f(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x$

Sol: $f'(x) = \left(\frac{7}{5}\right)^x \ln\left(\frac{7}{5}\right)$

Ejercicio nº 27) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Sol: $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

Ejercicio nº 28) $f(x) = 0.25^x$

Sol: $f'(x) = 0.25^x \ln(0.25)$

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

$$f(x) = \operatorname{sen} x \quad f'(x) = \cos x$$

Ejercicio nº 29) $f(x) = \operatorname{sen}(x)$

Sol: $f'(x) = \cos(x)$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

$$f(x) = \cos x \quad f'(x) = -\operatorname{sen} x$$

Ejercicio nº 30) $f(x) = \cos(x)$

$$f'(x) = \boxed{-\operatorname{sen}(x)}$$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente: Forma simple

$$f(x) = \operatorname{tg} x \quad f'(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Ejercicio nº 31) $f(x) = \operatorname{tg}(x)$

$$f'(x) = \boxed{\frac{1}{\cos^2(x)}}$$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno: Forma simple

$$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} x \quad f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ejercicio nº 32) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen}(x)$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente: Forma simple

$$f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} x \quad f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

Ejercicio nº 33) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(x)$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{1}{1+x^2}}$

DERIVADAS (2)

$$y = k \cdot f(x)$$

$$y' = k \cdot f'(x)$$

LA DERIVADA DE UNA CONSTANTE POR UNA FUNCIÓN es igual a la constante por la derivada de la función

Derivada de una función potencial: Forma simple

Ejercicio nº 1) $f(x) = 4x$

Sol: $f'(x) = \boxed{4}$

Ejercicio nº 2) $f(x) = -5x$

Sol: $f'(x) = \boxed{-5}$

Ejercicio nº 3) $f(x) = \frac{2}{5}x$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{2}{5}}$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \sqrt{2}x$

Sol: $f'(x) = \boxed{\sqrt{2}}$

Ejercicio nº 5) $f(x) = 8x^3$

Sol: $f'(x) = 8 \cdot 3x^2 = \boxed{24x^2}$

Ejercicio nº 6) $f(x) = 2x^7$

Sol: $f'(x) = 2 \cdot 7x^6 = \boxed{14x^6}$

Ejercicio nº 7) $f(x) = 5x^{\frac{9}{2}}$

Sol: $f'(x) = 5 \cdot \frac{9}{2} x^{\frac{9}{2}-1} = \frac{45}{2} x^{\frac{7}{2}} = \boxed{\frac{45}{2} \sqrt{x^7}}$

Ejercicio nº 8) $f(x) = 3x^{-6}$

Sol: $f'(x) = 3(-6)x^{-7} = -18x^{-7} = \boxed{\frac{-18}{x^7}}$

POTENCIAS
Sigue recordando:

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

Ejercicio nº 9) $f(x) = 4x^{\frac{-3}{7}}$

Sol: $f'(x) = 4 \left(\frac{-3}{7} \right) x^{\frac{-3}{7}-1} = \frac{-12}{7} x^{\frac{-3}{7}-\frac{7}{7}} = \frac{-12}{7} x^{\frac{-10}{7}} = \frac{-12}{7x^{\frac{10}{7}}} = \boxed{\frac{-12}{7\sqrt[7]{x^{10}}}}$

Ejercicio nº 10) $f(x) = \frac{4}{x}$

Sol: $f(x) = \frac{4}{x} = 4x^{-1}$ $f'(x) = 4(-1)x^{-1-1} = -4x^{-2} = \boxed{\frac{-4}{x^2}}$

Ejercicio nº 11) $f(x) = \frac{5}{x^7}$

Sol: $f'(x) = \frac{-10}{7\sqrt[7]{x^9}}$

Ejercicio nº 12) $f(x) = 3\sqrt{x}$

Sol: $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}$

Ejercicio nº 13) $f(x) = -4\sqrt{x}$

Sol: $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{x}}$

Ejercicio nº 14) $f(x) = 3\sqrt[5]{x}$

Sol: $f'(x) = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^4}}$

Ejercicio nº 15) $f(x) = 2\sqrt[5]{x^3}$

Sol: $f'(x) = \frac{6}{5\sqrt[5]{x^2}}$

Ejercicio nº 16) $f(x) = 5\sqrt[3]{x^7}$

Sol: $f'(x) = \frac{5\sqrt[3]{x^4}}{3}$

Ejercicio nº 17) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio nº 18) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[6]{x}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-5}{6\sqrt[6]{x^7}}$

Ejercicio nº 19) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x^5}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-3}{2\sqrt{x^3}}$

Ejercicio nº 20) $f(x) = \frac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-8}{5\sqrt[5]{x^7}}$

Ejercicio nº 21) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{x^8}}$

Sol: $f'(x) = \frac{-40}{3\sqrt[3]{x^5}}$

$$y = f(x) + g(x) \qquad y' = f'(x) + g'(x)$$

LA DERIVADA DE UNA SUMA DE FUNCIONES es igual a suma de las derivadas de las funciones

Ejercicio nº 22) $f(x) = x^3 + x^2 + x + 5$

Sol $f'(x) = \boxed{3x^2 + 2x + 1}$

Ejercicio nº 23) $f(x) = 5x^3 + 3x^2 + 6x + 5$

Sol: $f'(x) = \boxed{15x^2 + 6x + 6}$

Ejercicio nº 24) $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 6x + 8$

Sol $f'(x) = -6x^2 + 6x - 6$

Ejercicio nº 25) $f(x) = x^{-3} + x^2 + x^{-1} + 7$

Sol: $f'(x) = -3x^{-4} + 2x - x^{-2}$

Ejercicio nº 26) $f(x) = x^{\frac{1}{2}} + 4x^{\frac{2}{3}} + 7x + 3$

Sol: $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{8}{3}x^{-\frac{1}{3}} + 7$

Ejercicio nº 27) $f(x) = 4x^{-5} + 6x^{\frac{3}{2}} + 3x^{-\frac{5}{2}} + 3$

Sol: $f'(x) = -20x^{-6} + 9x^{\frac{1}{2}} - \frac{15}{2}x^{-\frac{7}{2}}$

Ejercicio nº 28) $f(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 5x - 3$

Sol: $f'(x) = \frac{6}{5}x^2 + \frac{1}{2}x + 5$

Ejercicio nº 29) $f(x) = \frac{8}{3}x^4 + \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + 5x^{-\frac{2}{5}} - 13$

Sol: $f'(x) = \frac{32}{3}x^3 + \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{7}{5}}$

$$y = f(x) \cdot g(x) \qquad y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

LA DERIVADA DE UN PRODUCTO DE FUNCIONES es igual a la derivada de la primera función por la segunda función mas la primera función por la derivada de la segunda función

Ejercicio nº 30) $f(x) = (3x^2 + 3)(2x^2 + 1)$

Solución:

$$f'(x) = 6x(2x^2 + 1) + (3x^2 + 3)4x = 12x^3 + 6x + 12x^3 + 12x = 24x^3 + 18x = \boxed{6x(4x^2 + 3)}$$

Ejercicio nº 31) $f(x) = (4x^3 - 6)(4x^2 + 4)$

Solución:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12x^2(4x^2 + 4) + (4x^3 - 6)8x = 48x^4 + 48x^2 + 32x^4 - 48x = \\ &= 80x^4 + 48x^2 - 48x = \boxed{16x(5x^3 + 3x - 3)} \end{aligned}$$

Ejercicio nº 32) $f(x) = (-x^2 + 4x + 5)(4x^4 - 3)$

Solución:

$$f'(x) = (-2x + 4)(4x^4 - 3) + (-x^2 + 4x + 5)16x^3 = -8x^5 + 6x + 16x^4 - 12 - 16x^5 + 64x^4 + 80x^3 = -24x^5 + 80x^4 + 80x^3 + 6x - 12 = \boxed{-2(12x^5 - 40x^4 - 40x^3 - 3x + 6)}$$

Ejercicio nº 33) $f(x) = (x + 5x^2 + 6x^3)(4x^2 - 5)$

Solución: $f'(x) = 120x^4 + 80x^3 - 78x^2 - 50x - 5$

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} \qquad y' = \frac{g(x) \cdot f'(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

LA DERIVADA DE UN COCIENTE DE FUNCIONES es igual a la derivada de la función del numerador por la función del denominador menos la función del numerador por la derivada de la función del denominador, dividido todo ello por el denominador al cuadrado

Ejercicio nº 34) $f(x) = \frac{2x^3 + 5}{4x^2 + 7}$

Solución:

$$f'(x) = \frac{6x^2(4x^2 + 7) - (2x^3 + 5)8x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{24x^4 + 42x^2 - 16x^4 - 40x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{8x^4 + 42x^2 - 40x}{(4x^2 + 7)^2} = \frac{2x(4x^3 + 21x - 20)}{(4x^2 + 7)^2}$$

Ejercicio nº 35) $f(x) = \frac{4x^3 - 5x^2}{3x^2 - 4}$

Solución:

$$f'(x) = f(x) = \frac{(12x^2 - 10x)(3x^2 - 4) - (4x^3 - 5x^2)6x}{(3x^2 - 4)^2} = \frac{36x^4 - 48x^2 - 30x^3 + 40x - 24x^4 + 30x^3}{(3x^2 - 4)^2} = \frac{12x^4 - 48x^2 + 40x}{(3x^2 - 4)^2} = \boxed{\frac{4x(3x^3 - 12x + 10)}{(3x^2 - 4)^2}}$$

Ejercicio nº 36) $f(x) = \frac{x^{-2} + x^4 - 6}{3x^3 + 4x^4}$

Solución: $f'(x) = \frac{3x^7 + 96x^4 + 54x^3 - 28x - 18}{x^7(4x + 3)^2}$

Ejercicio nº 37) $f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 3}{3x^2 + 7}$

Solución: $f'(x) = \frac{-2(3x^2 - 12x - 7)}{(3x^2 + 7)^2}$

Ejercicio nº 38) $f(x) = \frac{x^{-2} + x^5 - 6}{x^4 + x^{-3}}$

Solución: $f'(x) = \frac{x^{14} + 24x^9 + 2x^7 - 18x^2 + 1}{(x^7 + 1)^2}$

Derivada de una función logarítmica: Forma simple: Recuerda:

$$f(x) = \ln x \qquad f'(x) = \frac{1}{x}$$

Ejercicio nº 39) $f(x) = 5\ln(x)$ Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{5}{x}}$

Ejercicio nº 40) $f(x) = \frac{3}{5}\ln(x)$ Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{3}{5x}}$

DERIVADAS (3)

AVISO

En las fórmulas de las derivadas que aparecen a continuación, cuando ponemos la letra ***u***, lo que estamos representando es una función que depende de la variable x , y que realmente se debe escribir ***u(x)***

Derivada de una función logarítmica: Forma compuesta simple

$$y = \ln u(x) \qquad y' = \frac{u'}{u}$$

LA DERIVADA DEL LOGARITMO NEPERIANO DE UNA FUNCIÓN DE x es igual a la derivada de la función de x dividida entre dicha función

Ejercicio nº 1) $f(x) = \ln(2x)$

Sol: $f'(x) = \frac{2}{2x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 2) $f(x) = \ln\left(\frac{3x}{4}\right)$

Sol: $f'(x) = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3x}{4}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 3) $f(x) = \ln\left(\frac{5x}{2}\right)$

Sol: $f'(x) = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5x}{2}} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 4) $f(x) = \ln(3x)$

Sol: $f'(x) = \frac{3}{3x} = \boxed{\frac{1}{x}}$

Ejercicio nº 5) $f(x) = 4\ln(5x)$

Sol: $f'(x) = 4 \frac{5}{5x} = \boxed{\frac{4}{x}}$

Ejercicio nº 6) $f(x) = \frac{3}{2}\ln(7x)$

Sol: $f'(x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{7x} = \boxed{\frac{3}{2x}}$

Ejercicio nº 7) $f(x) = \frac{-4}{5} \ln\left(\frac{2x}{3}\right)$ Sol: $f'(x) = \frac{-4}{5} \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2x}{3}} = \boxed{\frac{-4}{5x}}$

LOGARITMOS
Recuerda de la ESO:

$$\ln(a^b) = b \ln(a)$$

El LOGARITMO DE “a” ELEVADO A “b” es igual al exponente b multiplicado por el logaritmo de a

Ejercicio nº 8) $f(x) = \ln(x^2)$ Sol: $f(x) = \ln(x^2) = 2 \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{2}{x}}$

Ejercicio nº 9) $f(x) = \ln(x^{-5})$

Sol: $f(x) = \ln(x^{-5}) = -5 \ln(x)$ $f'(x) = \frac{-5x^{-6}}{x^{-5}} = \frac{-5x^5}{x^6} = \boxed{\frac{-5}{x}}$

Ejercicio nº 10) $f(x) = 3 \ln(x^4)$

Sol: $f(x) = 3 \ln(x^4) = 3 \cdot 4 \ln(x) = 12 \ln(x)$ $f'(x) = 12 \cdot \frac{1}{x} = \boxed{\frac{12}{x}}$

Ejercicio nº 11) $f(x) = 7 \ln\left(\frac{2}{x^5}\right)$

Sol: $f(x) = 7 \ln\left(\frac{2}{x^5}\right) = 7 \cdot \frac{2}{5} \ln(x) = \frac{14}{5} \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{14}{5x}}$

Ejercicio nº 12) $f(x) = -6 \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$

Sol: $f(x) = -6 \ln\left(\frac{1}{x^2}\right) = -6 \cdot \frac{1}{2} \ln(x) = -3 \ln(x)$ $f'(x) = \boxed{\frac{-3}{x}}$

$$\text{Ejercicio n}^\circ 13) \quad f(x) = \frac{4}{5} \ln \left(x^{\frac{2}{3}} \right)$$

$$\text{Sol:} \quad f(x) = \frac{4}{5} \ln \left(x^{\frac{2}{3}} \right) = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \ln(x) = \frac{8}{15} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{8}{15x}}$$

$$\text{Ejercicio n}^\circ 14) \quad f(x) = \ln \left(\sqrt{x^3} \right)$$

$$\text{Sol:} \quad f(x) = \ln \left(\sqrt{x^3} \right) = \ln \left(x^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{3}{2} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{3}{2x}}$$

$$\text{Ejercicio n}^\circ 15) \quad f(x) = \ln \left(\sqrt[3]{x^2} \right)$$

$$\text{Sol:} \quad f(x) = \ln \left(\sqrt[3]{x^2} \right) = \ln \left(x^{\frac{2}{3}} \right) = \frac{2}{3} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{2}{3x}}$$

$$\text{Ejercicio n}^\circ 16) \quad f(x) = \ln \left(\sqrt[3]{x^5} \right)$$

$$\text{Sol:} \quad f(x) = \ln \left(\sqrt[3]{x^5} \right) = \ln \left(x^{\frac{5}{3}} \right) = \frac{5}{3} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{5}{3x}}$$

$$\text{Ejercicio n}^\circ 17) \quad f(x) = 4 \ln \left(\sqrt[4]{x^5} \right)$$

$$\text{Sol:} \quad f(x) = 4 \ln \left(\sqrt[4]{x^5} \right) = 4 \ln \left(x^{\frac{5}{4}} \right) = 4 \cdot \frac{5}{4} \ln(x) = 5 \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{5}{x}}$$

$$\text{Ejercicio n}^\circ 18) \quad f(x) = \frac{3}{4} \ln \left(\sqrt[7]{x^5} \right)$$

$$\text{Sol:} \quad f(x) = \frac{3}{4} \ln \left(\sqrt[7]{x^5} \right) = \frac{3}{4} \ln \left(x^{\frac{5}{7}} \right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} \ln(x) = \frac{15}{28} \ln(x) \quad f'(x) = \boxed{\frac{15}{28x}}$$

$$\text{Ejercicio n}^\circ 19) \quad f(x) = 4 \ln \left(\sqrt[3]{7x^5} \right)$$

Sol: $f(x) = 4 \ln \left(\sqrt[3]{7x^5} \right) \qquad f'(x) = \frac{4}{x}$

Ejercicio nº 20) $f(x) = \frac{2}{7} \ln \left(11 \sqrt[4]{9x^5} \right)$

Sol: $f'(x) = \frac{2}{7x}$

Ejercicio nº 21) $f(x) = \ln [\cos(x)]$

Sol: $f'(x) = \frac{-\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)} = \boxed{-\operatorname{tg}(x)}$

Ejercicio nº 22) $f(x) = \ln [\operatorname{sen}(x)]$

Sol: $f'(x) = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)} = \boxed{\operatorname{ctg}(x)}$

Ejercicio nº 23) $f(x) = \ln [\operatorname{arc\,tg}(x)]$

Sol: $f'(x) = \frac{1}{1+x^2} = \boxed{\frac{1}{(1+x^2)\operatorname{arc\,tg}(x)}}$

Ejercicio nº 24) $f(x) = \operatorname{Ln}(-x^3 + 15x^2 + \operatorname{sen}(x))$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{-6x^2 + 30x + \cos(x)}{-x^3 + 15x^2 + \operatorname{sen}(x)}}$

Ejercicio nº 25) $f(x) = \operatorname{Ln}(3x^2 + 4x)$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{6x + 4}{3x^2 + 4x}}$

Ejercicio nº 26) $f(x) = \operatorname{Ln}(5x^{-2} + 4 \cos(x))$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{-10x^{-3} - \operatorname{sen}(x)}{5x^{-2} + 4 \cos(x)}}$

Ejercicio nº 27) $f(x) = \ln(3x^3 + x^{-4} + e^x + 1)$

Sol: $f'(x) = \frac{9x^2 - 4x^{-5} + e^x}{3x^3 + x^{-4} + e^x + 1}$

Ejercicio nº 28) $f(x) = \ln(4x^5 + 3x^2 - x^{-2} + 3e^x)$

Sol: $f'(x) = \frac{20x^4 + 6x^2 + 2x^{-3} + 3e^x}{4x^5 + 3x^2 - x^{-2} + 3e^x}$

Ejercicio nº 29) $f(x) = (x+4)\ln(3x+5)$

Solución: $f'(x) = 1 \cdot \ln(3x+5) + (x+4) \cdot \frac{3}{3x+5} = \ln(3x+5) + \frac{3(x+4)}{3x+5}$

Ejercicio nº 30) $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 5)\ln(5x^2 - 7)$

Solución: $f'(x) = (3x^2 + 2x + 1)\ln(5x^2 - 7) + \frac{10x(x^3 + x^2 + x + 5)}{5x^2 - 7}$

Ejercicio nº 31) $f(x) = (4x^5 + 2x^3 + x + 1)\ln(6x^5 - x + 8)$

Solución: $f'(x) = (20x^4 + 6x^2 + 1)\ln(6x^5 - x + 8) + \frac{(30x^4 - 1)(4x^5 + 2x^3 + x + 1)}{6x^5 - x + 8}$

Ejercicio nº 32) $f(x) = (-3x^2 + 10x - 1)\ln(x^6 + 4x - 5)$

Solución: $f'(x) = (-6x + 10)\ln(x^6 + 4x - 5) + \frac{(-3x^2 + 10x - 1)(6x^5 + 4)}{x^6 + 4x - 5}$

Ejercicio nº 33) $f(x) = (x^7 + 7x^3 + 3x + 1)\ln(4x^2 - 3x - 1)$

Solución: $f'(x) = (7x^6 + 21x^2 + 3)\ln(4x^2 - 3x - 1) + \frac{(x^7 + 7x^3 + 3x + 1)(8x - 3)}{4x^2 - 3x - 1}$

Derivada de una función exponencial con base e: Forma compuesta

$$y = e^{u(x)}$$

$$y = u' e^{u(x)}$$

LA DERIVADA DEL NÚMERO “e” ELEVADO A UNA FUNCIÓN DE x es igual al número “e” elevado a dicha función de x multiplicado por la derivada de dicha función

Ejercicio nº 35) $f(x) = e^{2x}$

Sol: $f'(x) = \boxed{2e^{2x}}$

Ejercicio nº 36) $f(x) = e^{7x}$

Sol: $f'(x) = \boxed{7e^{7x}}$

Ejercicio nº 37) $f(x) = e^{-x}$

Sol: $f'(x) = (-1)e^{-x} = \boxed{-e^{-x}}$

Ejercicio nº 38) $f(x) = e^{-4x}$

Sol: $f'(x) = (-4)e^{-4x} = \boxed{-4e^{-4x}}$

Ejercicio nº 39) $f(x) = e^{\frac{2x}{3}}$

Sol: $f'(x) = \boxed{\frac{2}{3}e^{\frac{2x}{3}}}$

Ejercicio nº 40) $f(x) = 3e^{4x}$

Sol: $f'(x) = 3 \cdot 4e^{4x} = \boxed{12e^{4x}}$

DERIVADAS (4)

Derivada de una función potencial:

$$y = [u(x)]^r \quad r \in \mathbb{R} \quad y' = u' [u(x)]^{r-1}$$

Ejercicio:

$$f(x) = (x^2 + 1)^7$$

Solución : $f'(x) = 7(x^2 + 1)^6 \cdot 2x = 14x(x^2 + 1)^6$

Ejercicio:

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{x}}$$

Solución : $f(x) = x^{1/8} \quad ; f'(x) = \frac{1}{8}x^{-7/8}$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}^2(2x+1)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 2 \cdot \operatorname{sen}(2x+1) [2 \cdot \cos(2x+1)] = 4 \operatorname{sen}(2x+1) \cdot \cos(2x+1) = 2 \operatorname{sen}(4x+2)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}^{-2}(x^2+x)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -2 [\operatorname{sen}(x^2+x)]^{-3} \cdot [(2x+1) \cdot \cos(x^2+x)] = \frac{-(4x+2) \cos(x^2+x)}{\operatorname{sen}^3(x^2+x)}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^3(5x+1)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 3 \cdot \cos^2(5x+1) [-5 \cdot \operatorname{sen}(5x+1)] = -15 \cos^2(5x+1) \cdot \operatorname{sen}(5x+1)$$

Ejercicio:

$$f(x) = (x^2+1)^{-1/3}$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{-1}{3} (x^2+1)^{-\frac{4}{3}} \cdot 2x = -\frac{2}{3} x (x^2+1)^{-\frac{4}{3}}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{tg}^{-1/2}(2x+1)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{-1}{2} \operatorname{tg}^{-\frac{3}{2}}(2x+1) [2 \sec^2(2x+1)] = -\operatorname{tg}^{-\frac{3}{2}}(2x+1) \cdot \sec^2(2x+1)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g^{1/2}(3x+1)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{1}{2} \cot g^{-\frac{1}{2}}(3x+1) [-3 \operatorname{cosec}^2(3x+1)] = -\frac{3}{2} \cot g^{-\frac{1}{2}}(3x+1) \cdot \operatorname{cosec}^2(3x+1)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g^{-1/2}x$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -\frac{1}{2} \cot g^{-\frac{3}{2}}x [-\operatorname{cosec}^2x] = \frac{1}{2} \cot g^{-\frac{3}{2}}x \cdot \operatorname{cosec}^2x$$

Derivada de una función logarítmica

Ejercicio $f(x) = \operatorname{Ln}(4x^3 + x^2 + 3x + 5)^6$

Solución: $f'(x) = \frac{6(12x^2 + 2x + 3)}{4x^3 + x^2 + 3x + 5}$

Ejercicio $f(x) = \ln(3x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6)^5$

$$f'(x) = \frac{5(12x^3 - 12x - 14x^{-5})}{3x^4 - 6x^2 + \frac{7}{2}x^{-4} + 6}$$

Solución:

Ejercicio $f(x) = \ln(5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4)^{-5}$

Solución: $f'(x) = \frac{-5(15x^2 - 6x^{-3} + 4)}{5x^3 + 3x^{-2} + 4x - 4}$

Derivada de una función exponencial con base el número e

Ejercicio $f(x) = e^{(x^5 + x^2 + x + 8)^3}$

Solución: $f'(x) = 3e^{(x^5 + x^2 + x + 8)^3} (x^5 + x^2 + x + 8)^2 (5x^4 + 2x + 1)$

Ejercicio $f(x) = e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5}$

Solución: $f'(x) = 5e^{(2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^5} (2x^4 - 4x^2 + 7x + 4)^4 (8x^3 - 8x + 7)$

Ejercicio $f(x) = e^{(-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^5}$

Solución: $f'(x) = 5e^{(-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^5} (-\frac{1}{7}x^4 + 6x^3 + \frac{7}{3}x^2 + 8x - 3)^4 (-\frac{4}{7}x^3 + 18x^2 + \frac{14}{3}x)$

Ejercicio $f(x) = x^2 e^{x^5}$

Solución: $f'(x) = e^{x^5} (5x^6 + 2x)$

Derivada de una función exponencial con base distinta del número e

Ejercicio $f(x) = 4^{(8x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 4)^6}$

Solución: $f'(x) = 4^{(8x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 4)^6} 6(8x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 1)^5 (32x^3 + 15x^2 + 4x + 1) \ln(4)$

Ejercicio $f(x) = 5^{(2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + x + 4)^7}$

Solución: $f'(x) = 5^{(2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + x + 4)^7} 7(2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + x + 4)^6 (8x^3 + 12x^2 + 6x + 1) \ln(5)$

Ejercicio $f(x) = 6^{(-3x^6 + x^{-6} + 2)^{-3}}$

Solución: $f'(x) = 6^{(-3x^6 + x^{-6} + 2)^{-3}} (-4)(-3x^6 + x^{-6} + 2)^{-4} (-18x^5 - 6x^{-7}) \ln(6)$

Derivada de una función trigonométrica tipo seno

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}(-3x + 6)^2$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 2(-3x + 6)(-3)\cos(-3x + 6)^2 = -6(-3x + 6) \cdot \cos(-3x + 6)^2$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}(\ln(x + 6))$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{1}{x + 6} \cdot \cos(\ln(x + 6))$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{tg} x)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \cos(\operatorname{tg} x)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}(\cot g 2x)$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -\frac{2}{\operatorname{sen}^2 2x} \cdot \cos(\cot g 2x)$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}^5(x^2 + 1)^7$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= 5\operatorname{sen}^4(x^2 + 1)^7 \cdot \cos(x^2 + 1)^7 \cdot 7(x^2 + 1)^6 \cdot 2x = \\ &= 70x(x^2 + 1)^6 \cdot \operatorname{sen}^4(x^2 + 1)^7 \cdot \cos(x^2 + 1)^7 \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}(L(x^3 + 3x))$$

$$\text{Solución : } f'(x) = \frac{3x^2 + 3}{x^3 + 3x} \cdot \cos(L(x^3 + 3x))$$

Ejercicio:

$$f(x) = \operatorname{sen}(3^{2x+4})$$

$$\text{Solución : } f'(x) = 2 \cdot 3^{2x+4} \cdot L3 \cdot \cos(3^{2x+4}) = (2L3) \cdot 3^{2x+4} \cos(3^{2x+4})$$

Derivada de una función trigonométrica tipo coseno

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^2(-3x + 6)$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= 2 \cdot \cos(-3x + 6) \cdot (-2(-3x + 6)(-3)) \cdot \text{sen}(-3x + 6)^2 = \\ 12(-3x + 6) \cdot \cos(-3x + 6)^2 \cdot \text{sen}(-3x + 6)^2 &= 6(-3x + 6) \text{sen} 2(-3x + 6)^2 \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(\ln(4x^2 + x))$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -\frac{8x+1}{4x^2+x} \cdot \text{sen}(\ln(4x^2+x))$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(\cos(\cos(x)))$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= -\text{sen}(\cos(\cos(x))) \cdot (-\text{sen}(\cos(x))) \cdot (-\text{sen}(x)) = \\ -\text{sen}(\cos(\cos(x))) \cdot \text{sen}(\cos(x)) \cdot \text{sen}(x) \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(x^3 + 2x)^3$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -3(x^3 + 2x)^2(3x^2 + 2) \cdot \text{sen}(x^3 + 2x)^3$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^4(x^2 + 1)^6$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= 4\cos^3(x^2 + 1)^6 \cdot (-\text{sen}(x^2 + 1)^6) \cdot 6(x^2 + 1)^5 \cdot 2x = \\ -48x(x^2 + 1)^5 \cdot \cos^3(x^2 + 1)^6 \cdot \text{sen}(x^2 + 1)^6 \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos^2(L(x^3 + 3x))$$

$$\begin{aligned} \text{Solución : } f'(x) &= 2 \cdot \cos(L(x^3 + 3x)) \left(-\frac{3x^2+3}{x^3+3x} \right) \cdot \text{sen}(L(x^3 + 3x)) = \\ \left(-\frac{6x^2+6}{x^3+3x} \right) \cos(L(x^3 + 3x)) \text{sen}(L(x^3 + 3x)) \end{aligned}$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cos(3^{x^2+4})$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -2x \cdot 3^{x^2+4} \cdot L3 \cdot \text{sen}(3^{x^2+4}) = (-2xL3) \cdot 3^{x^2+4} \cdot \text{sen}(3^{x^2+4})$$

Derivada de una función trigonométrica tipo tangente

Ejercicio $f(x) = (4x^2 - 5) \text{tg}(x + 7)$

Solución: $f'(x) = 8x \text{tg}(4x^6 + 7) + 24x^5(4x^2 - 5) [1 + \text{tg}^2(4x^6 + 7)]$

Ejercicio $f(x) = (x + 2) \text{tg}(x^2 + 3x + 1)$

Solución: $f'(x) = \text{tg}(x^2 + 3x + 1) + (x + 2)(2x + 3) [1 + \text{tg}^2(x^2 + 3x + 1)]$

Ejercicio $f(x) = (2x^6 + 3e^{3x} + 2) \text{tg}(x^2 - 2x + 3)$

Solución: $f'(x) = (12x^5 + 9e^{3x}) \text{tg}(x^2 - 2x + 3) + (2x^6 + 3e^{3x} + 2)(2x - 2) [1 + \text{tg}^2(x^2 - 2x + 3)]$

Derivada de una función trigonométrica tipo cotangente

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g 2x$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -(1 + \cot^2 g 2x) \cdot 2 = -2 \cos ec^2 2x$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g (-3x + 6)^7$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -7(-3x + 6)^6 (-3) \cos ec^2 (-3x + 6)^7 = 21(-3x + 6)^6 \cos ec^2 (-3x + 6)^7$$

Ejercicio:

$$f(x) = \cot g x^{-2}$$

$$\text{Solución : } f'(x) = -2 \cdot x^{-3} \cos ec^2 x^{-2}$$

Derivada de una función trigonométrica tipo arco tangente

Ejercicio $f(x) = (x^2 + 1) \text{arc tg}(x^3 + 5)$

Solución: $f'(x) = 2x \text{arc tg}(x^3 + 5) + \frac{3x^2(x^2 + 1)}{1 + (x^3 + 5)^2}$

Ejercicio $f(x) = (x^4 + e^x + 1) \text{arc tg}(3x^2 + x + 5)$

Solución: $f'(x) = (4x^3 + e^x) \text{arc tg}(3x^2 + x + 5) + \frac{(x^4 + e^x + 1)(6x + 1)}{1 + (3x^2 + x + 5)^2}$

Ejercicio $f(x) = (x^3 + 4x + 3) \text{arc tg}(x^2 + e^{2x} + 1)$

$$f'(x) = (3x^2 + 4) \operatorname{arc\,tg}(x^2 + e^{2x} + 1) + \frac{(x^3 + 4x + 3)(2x + 2e^{2x})}{1 + (x^2 + e^{2x} + 1)^2}$$

Solución:

Derivada de una función trigonométrica tipo arco seno

Ejercicio $f(x) = (x + 3) \operatorname{arc\,sen}(x^2 + 2)$

$$f'(x) = \operatorname{arc\,sen}(x^2 + 2) + \frac{2x(x + 3)}{\sqrt{1 - (x^2 + 2)^2}}$$

Solución:

Ejercicio $f(x) = (x^2 + 4x + 2) \operatorname{arc\,sen}(x^4 + 3x^2 + 1)$

$$f'(x) = (2x + 4) \operatorname{arc\,sen}(x^4 + 3x^2 + 1) + \frac{(x^2 + 4x + 2)(4x^3 + 6x)}{\sqrt{1 - (x^4 + 3x^2 + 1)^2}}$$

Solución:

Ejercicio $f(x) = (x^3 + e^{2x} + 3) \operatorname{arc\,sen}(3x^2 - 2x + 2)$

$$f'(x) = (3x^2 + 2e^{2x}) \operatorname{arc\,sen}(3x^2 - 2x + 2) + \frac{(x^3 + e^{2x} + 3)(6x - 2)}{\sqrt{1 - (3x^2 - 2x + 2)^2}}$$

Solución: